

Vorlesung Baumautomaten (Mitschrift)

Benedikt Elßmann (3720358)
be57xocu@studserv.uni-leipzig.de

Universität Leipzig

19. April 2019

Inhaltsverzeichnis

0	Einleitung	2
1	Bäume und Baumautomaten	2
1.1	Definition Rangalphabet	3
1.2	Definition Term, Tree	3
1.3	Definition Höhe	4
1.4	Definition Position	4
1.5	Definition der Label an den Positionen	4
1.6	Definition Sub-Baum	4
1.7	Definition Baumautomat	5
1.8	Definition Lauf/Run	5
1.9	Lemma	6
1.10	Determinismus	8
1.11	Satz	8
2	Definition vollständig und reduziert	10
3	Satz	10
4	Definition Kontext	10
5	Pumping-Lemma	11
6	Korollar	12

0 Einleitung

Automaten lesen Wörter $w = a_1 \dots a_n$ und geben "accept" aus oder nicht. Dafür gibt es Erweiterungen, wie etwa:

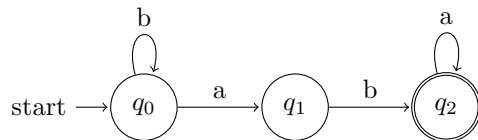
- gewichtete Automaten, das heißt der Output ist ein Semiringelement
- Automaten mit Gedächtnis (Stack)
- Automaten über anderen Strukturen
 - ω -Wörter $w = a_1 \dots a_n$
 - Graphen
 - Bäume
 - Kombinationen dieser

Typische Fragestellungen:

- Ausdrucksstärke
- Darstellung als rationale Ausdrücke (Kleene)
- Darstellung als Grammatik
- Darstellung als Logik

1 Bäume und Baumautomaten

Wir betrachten über $A = \{a, b\}$ den Automaten \mathcal{A} :



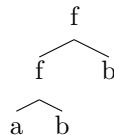
mit $L(\mathcal{A}) = b^*aba^*$.

Betrachtung des Wortes $w = baba \in L(\mathcal{A})$:

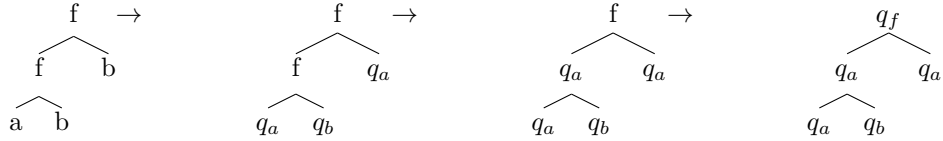
Der eindeutige erfolgreiche Lauf für w lässt sich darstellen als:

$q_0baba \rightarrow bq_0aba \rightarrow baq_1ba \rightarrow babq_2a \rightarrow babaq_2 \in F$ (Finalzustand)

Baumautomaten funktionieren analog. Unser erstes Beispiel wird



Akzeptiert mit dem Lauf:



mit $q_f \in F$

1.1 Definition Rangalphabet

Ein paar (Σ, rk) , wobei Σ eine endliche Menge von Symbolen und $rk : \Sigma \rightarrow \mathbb{N}$ eine Abbildung ist, heißt Rangalphabet.

Für $f \in \Sigma$ heißt $rk(f)$ der Rang (oder die Stelligkeit) von f .

Intuitiv: $rk(f)$ ist die Anzahl der Kinder von f in einem Baum.

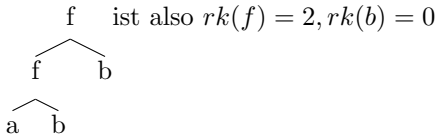
Insbesondere ist die Anzahl der Kinder für jedes Symbol fest.

Gilt $rk(f) = n$, schreiben wir auch $f^{(n)}$ statt f . wir schreiben:

- 0-stellige Symbole (Konstanten) a, b, \dots
- unär, binär, $\dots f, g, \dots$

Wir setzen $\Sigma^{(n)} = \{f \in \Sigma \mid rk(f) = n\}$

In



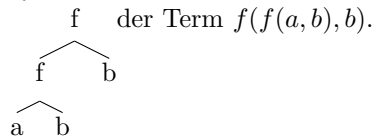
1.2 Definition Term, Tree

Sei (Σ, rk) ein Rangalphabet. Die Menge T_Σ der Bäume über Σ ist induktiv definiert durch:

- $\Sigma^0 \subseteq T_\Sigma$
- $f^{(n)} \in \Sigma$. $t_1, \dots, t_n \in T_\Sigma$, dann ist $f(t_1, \dots, t_n) \in T_\Sigma$

Intuitiv sind t_1, \dots, t_n die Kinder von f .

Z.B. ist



1.3 Definition Höhe

Sei (Σ, rk) ein Rangalphabet. Die Höhe ht ist gegeben durch:

- für $a^{(0)} \in \Sigma : ht(a) = 1.$
- für $f(t_1, \dots, t_n) \in T_\Sigma : ht(f) = 1 + \max\{ht(t_i) | i \in \{1, \dots, n\}\}$

Ziel: Zugriff auf einen Knoten innerhalb eines Baumes und deren Label.
Dafür ordnen wir den Knoten Positionen zu. Das geht induktiv wie folgt:

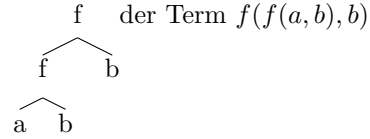
1.4 Definition Position

Sei (Σ, rk) ein Rangalphabet. Die Positionenmenge ist definiert durch:

- für $a^{(0)} \in T_\Sigma$ ist $Pos(a) = \{\varepsilon\}$
- für $f(t_1, \dots, t_n) \in T_\Sigma$ ist $Pos(f(t_1, \dots, t_n)) = \{\varepsilon\}1 \cdot Pos(t_1) \cup \dots \cup n \cdot Pos(t_n)$

Beispiel:

Betrachtung von $f(f(a, b), b)$ bzw.



$$Pos(f) = \{\varepsilon, 1, 2, 1.1, 1.2\}$$

1.5 Definition der Label an den Positionen

Für einen Term der Form $t = f(t_1, \dots, t_n)$ ist das Symbol $t(p)$ in t an p -ter Position induktiv definiert durch:

- $t(\varepsilon) = f$
- $t(ip) = t_i(p), i \in \{1, \dots, n\}$

Beispiel: Betrachtung von $f(f(a, b), b)$

Dann ist

$$t(\varepsilon) = f$$

$$t(1) = t(1 \cdot \varepsilon) = t_1(\varepsilon) = f$$

$$t(2) = t(2 \cdot \varepsilon) = t_2(\varepsilon) = b$$

$$t(1.1) = t_1(1) = a$$

$$t(1.2) = t_1(2) = b$$

1.6 Definition Sub-Baum

Für T_Σ ist ein Sub-Baum $t|_p$ an p -ter Position wie folgt definiert:

- $Pos(t|_p) = \{i|pi \in Pos(t)\}$

- $\forall q \in Pos(t|_p)$ ist $t|_p(q) = t(pq)$

Wir schreiben $t[u]_p$ für den Baum, der entsteht, wenn man in t den sub-Baum $t|_p$ durch u ersetzt.

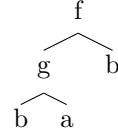
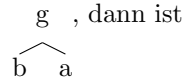
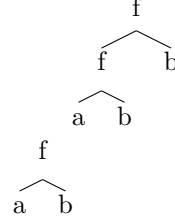
Beispiel: $f(f(a, b), b)$ bzw.

$$t|_1 = f(a, b)$$

$$t|_2 = t(1.2) = b$$

$$u = g(b, a)$$

$$t[u]_1 = f(g(b, a), b)$$



1.7 Definition Baumautomat

Ein Baumautomat \mathcal{A} ist ein 4-Tupel (Q, Σ, F, Δ) , wobei:

$Q \dots$ endliche Menge an Zuständen

$\Sigma \dots$ Rangalphabet, wobei $\Sigma \cup Q \neq \emptyset$

$F \dots \subseteq Q$ Finalzustände

$\Delta \dots$ Menge von Regeln

$$r : f(q_1 \dots q_n) \rightarrow q$$

für $q, q_1, \dots, q_n \in Q$, für $a^{(0)} \in T_\Sigma : a \rightarrow q$

Beispiel:

$$\mathcal{A} = \{\{q_a, q_b, q_f\}, \{a^{(0)}, b^{(0)}, f^{(2)}\}, \{q_f\}, \Delta\}$$

$$\text{mit } \Delta = \{a \rightarrow q_a, b \rightarrow q_b, f(q_a, q_b) \rightarrow q_a, f(q_a, q_b), f(q_a, q_b) \rightarrow q_f\}$$

1.8 Definition Lauf/Run

Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, F, \Delta)$ ein Baumautomat und $t \in T_\Sigma$. Ein Lauf r für t von \mathcal{A} ist ein Term mit

- $Pos(r) = Pos(t)$
- Ist $t(p) = a$ ein Blatt, dann ist $r(p) = q_a$, nur wenn $(a \rightarrow q_a) \in \Delta$
- Ist $t(p) = f^{(m)}$, dann ist $r(p) = q$, wenn $(f(q_1, \dots, q_n) \rightarrow q) \in \Delta$ und $r(p_i) = q_i, i \in \{1, \dots, n\}$

Ein Lauf ist erfolgreich, wenn $r(\varepsilon) \in F$. Der Automat \mathcal{A} akzeptiert t , falls es einen erfolgreichen Lauf für t von \mathcal{A} gibt.

Wir bezeichnen mit $L(\mathcal{A}) = \{t \in T_\Sigma \mid \mathcal{A} \text{ akzeptiert } t\}$ die von \mathcal{A} erkannte Baumsprache. Eine Sprache $L \subseteq T_\Sigma$ heißt erkennbar, falls ein Baumautomat \mathcal{A} existiert mit $L = L(\mathcal{A})$.

Um einzelne Schritte von Baumautomaten zu formalisieren, betrachten wir die *move relation* $\rightarrow_{\mathcal{A}}$, definiert wie folgt:

Gegeben sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, F, \Delta)$, dann ist $t \rightarrow_{\mathcal{A}} t'$ mit $t, t' \in T_{\Sigma \cup Q}$, falls

- $t(p) = f^{(n)}$
- $t(pi) = q_i$ für $i \in \{1, \dots, n\}$ und p_i sind Blätter
- $(f(q_1, \dots, q_n) \rightarrow q) \in \Delta$
- und $t' = t[q]_p$

Mit $\rightarrow_{\mathcal{A}}^*$ bezeichnen wir die transitive Hülle von $\rightarrow_{\mathcal{A}}$.

1.9 Lemma

Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, F, \Delta)$ ein Baumautomat. Dann ist $L(\mathcal{A}) = \{t \in T_\Sigma \mid t \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q \text{ mit } q \in F\} (= Z)$

Beweis: „ $L(\mathcal{A}) \subseteq Z$ “:

Wir zeigen: Es existiert ein Run r für t von \mathcal{A} mit $r(\varepsilon) = q$, dann ist $t \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q$

Inuktionsannahme:

$t = a^{(0)} \in T_\Sigma$. Dann gilt $a \in L(\mathcal{A})$, falls ein Lauf r existiert mit $r(a) = q_a$ und $(a \rightarrow q_a) \in \Delta$. Dann folgt $a \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q_a$.

Sei nun $t = f(t_1, \dots, t_n)$

Induktionsvoraussetzung:

Falls für t_1, \dots, t_n Läufe r_i existieren mit $r_i(\varepsilon) = q_i$, dann gilt auch $t_i \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q_i$ mit $i \in \{1, \dots, n\}$

Induktionsschritt:

zu zeigen: Es existiert ein Lauf r für t mit $r(\varepsilon) = q$, dann $t \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q$.

Sei also r ein Lauf mit $r(\varepsilon) = q$. Dann ist $r(i) = q_i$, $i \in \{1, \dots, n\}$, mit $(f(q_1, \dots, q_n) \rightarrow q) \in \Delta$.

Laut Induktionsvoraussetzung gilt nun, $t_i \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q_i$, $i \in \{1, \dots, n\}$.

Damit $t = f(t_1, \dots, t_n) \rightarrow_{\mathcal{A}}^* f(q_1, t_2, \dots, t_n) \rightarrow_{\mathcal{A}}^* \dots \rightarrow_{\mathcal{A}}^* f(q_1, \dots, q_n)$

Des weiteren haben wir die regel $f(q_1, \dots, q_n) \rightarrow q$, das heißt $f(q_1, \dots, q_n) \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q$.

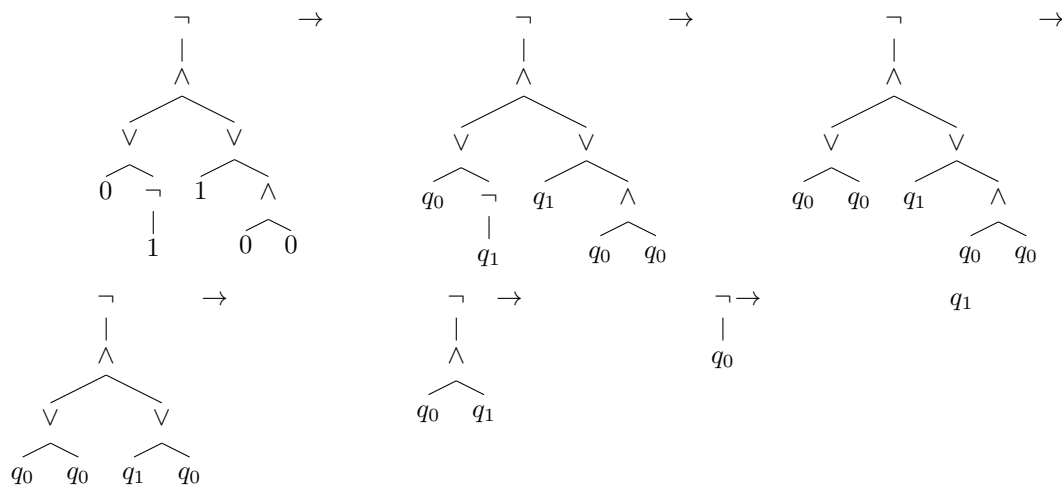
Insgesamt also $t \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q$

Beweis: „ $L(Z \subseteq \mathcal{A})$ “: analog

Einige Beispiele für Baumatomen:

1. Sei $B = (\{q_0, q_1\}, \{0^{(0)}, 1^{(0)}, \neg^{(1)}, \wedge^{(2)}, \vee^{(2)}\} \{q_1\}, \Delta)$ mit $\Delta = \{0 \rightarrow q_0, 1 \rightarrow q_1, \neg(q_0) \rightarrow q_1, \neg(q_1) \rightarrow q_0, \wedge(q_0, q_0) \rightarrow q_0, \wedge(q_0, q_1) \rightarrow q_0, \wedge(q_1, q_0) \rightarrow q_0, \wedge(q_1, q_1) \rightarrow q_1, \vee(q_0, q_0) \rightarrow q_0, \vee(q_0, q_1) \rightarrow q_1, \vee(q_1, q_0) \rightarrow q_1, \vee(q_1, q_1) \rightarrow q_1\}$

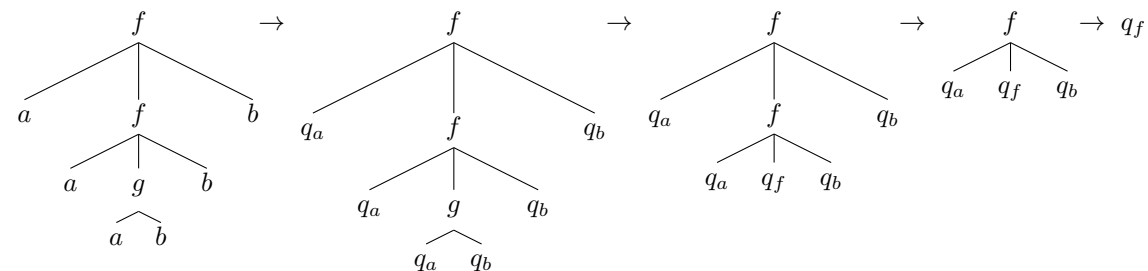
Beispiellauf:



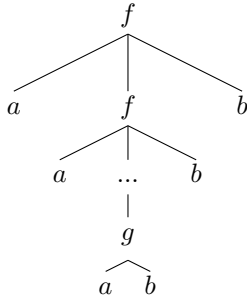
2. $(a^n b^n \text{light})$

Betrachten $\mathcal{A} = (\{q_a, q_b, q_f\}, \{a^{(0)}, b^{(0)}, f^{(3)}, g^{(2)}\}, \{q_f\}, \Delta)$
mit $\Delta =$
 $\{a \rightarrow q_a, b \rightarrow q_b, g(q_a, q_b) \rightarrow q_f, f(q_a, q_f, q_b) \rightarrow q_f\}$

Beispiellauf:



\mathcal{A} akzeptiert also alle Bäume der Form:



3. Simulation eines Wortautomaten: (siehe Übung)

Betrachtet man $\Sigma = \{a^{(0)}, f^{(2)}, g^{(1)}\}$. Dann ist $L = \{f(g^i(a), g^i(a)) | i \geq 0\}$ nicht erkennbar.

1.10 Determinismus

Ein Automat $\mathcal{A}(Q, \Sigma, F, \Delta)$ heißt deterministisch, falls: aus $f(q_1, \dots, q_n) \rightarrow q$ und $f(q_1, \dots, q_n) \rightarrow q'$ folgt $q = q'$

1.11 Satz

Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, F, \Delta)$ ein Baumautomat, dann existiert ein deterministischer Baumautomat \mathcal{A}_d , so dass $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{A}_d)$.

Beweis: Setze $\mathcal{A}_d = (Q_d, \Sigma, F_d, \Delta_d)$
mit $Q_d = 2^Q$ (*)
und $f(s_1, \dots, s_n) \rightarrow s \in \Delta_d$
 $\Leftrightarrow s = \{q \in Q | \exists q_1 \in s_1 \dots q_n \in s_n : (f(q_1, \dots, q_n) \rightarrow q) \in \Delta\}$
und $F_d = \{s \in Q_d | s \cap F \neq \emptyset\}$.

Wir zeigen:

1. \mathcal{A} ist deterministisch
2. $L(\mathcal{A}) \subset L(\mathcal{A}_d)$
3. $L(\mathcal{A}_d) \subset L(\mathcal{A})$

1. ist klar, denn (*) ist mit einer Äquivalenz definiert.
2. „ $L(\mathcal{A}) \subseteq L(\mathcal{A}_d)$ “:

Wir zeigen hierzu: Ist $Z = \{q | t \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q\}$, dann $t \rightarrow_{\mathcal{A}_d}^* z$.

Induktionsannahme:

Angenommen $a \rightarrow_{\mathcal{A}} q_a$, dann ist $q_a \in \{q \in Q | q \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q\}$, das heißt

$a \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q_a \Leftrightarrow q_a \in \{q \in Q \mid a \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q\}$
 $\Leftrightarrow q_a \in \{q \in Q \mid (a \rightarrow q) \in \Delta\}$
 also $a \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q_a \Leftrightarrow q_a \in \{q \in Q \mid (a \rightarrow q) \in \Delta\}$, das heißt
 $z := \{q_a \in Q \mid a \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q_a\} = \{q \in Q \mid (a \rightarrow q) \in \Delta\} =: s$

Nun ist $(a \rightarrow s) \in \Delta_d$ per Definition, also auch $(a \rightarrow z) \in \Delta_d$, damit: $a \rightarrow_{\mathcal{A}_d}^* z$.

Betrachten wir nun $t = \sigma(t_1, \dots, t_n)$

Induktionsvoraussetzung:

$t_i \rightarrow_{\mathcal{A}_d}^* z_i$ mit $Z_i = \{q \in Q \mid t_i \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q\}$

Das heißt, es existieren Läufe r_i für t_i von \mathcal{A}_d mit $r_i(\varepsilon) = z_i$

Induktionsschritt:

zu zeigen: $t \rightarrow_{\mathcal{A}}^* z$ mit $Z = \{q \in Q \mid t \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q\}$

Das heißt, es existiert ein Lauf r für t von \mathcal{A}_d mit $r(\varepsilon) = z$

Das heißt, $\exists r$:

- $r(\varepsilon) = z$
- $r(i) = z_i$
- $\sigma(z_1, \dots, z_n) \rightarrow z \in \Delta_d$

Setze nun $r|_i = r_i$, damit ist insbesondere $r(i) = r_i(\varepsilon) = z := \{q \mid t_i \rightarrow_{\mathcal{A}_d}^* q\}$

Es bleibt also zu zeigen: \exists Regel $\sigma(z_i, \dots, z_m) \rightarrow z \in \Delta_d$.

Es ist nun $z \in Z \Leftrightarrow t \rightarrow_{\mathcal{A}}^* z$

$\Leftrightarrow \exists q_i \in Q : t_i \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q_i, \sigma(q_1, \dots, q_m) \rightarrow z \in \Delta$

$\Leftrightarrow \exists z_i \in Z_i$ und $\sigma/z_1, \dots, z_m) \rightarrow z \in \Delta$

Also $Z = \{z \in Q \mid \exists z_i \in Z_i : (\sigma/z_1, \dots, z_m) \rightarrow z) \in \Delta\}$ also per Definition $\sigma/z_1, \dots, z_m) \rightarrow z \in \Delta_d$

2. „ $L(\mathcal{A}_d) \subseteq L(\mathcal{A})$ “:

Sei $t \in T_{\Sigma}$ mit $t \notin L(\mathcal{A})$, dann ist $Z \cap F = \{q \in Q \mid t \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q\} \cap F = \emptyset$

Laut 2. ist $t \rightarrow_{\mathcal{A}_d}^* z$ (und \mathcal{A} ist deterministisch) Wegen $Z \cap F = \emptyset$ ist $Z \notin F_d$, also $t \notin L(\mathcal{A}_d)$

Wir vereinbaren Abkürzungen: NBA/NTA nichtdeterministischer Baumautomat und DBA/DTA deterministischer Baumautomat.

Wie im Wortfall ist die Konstruktion exponentiell, das heißt wir benötigen exponentiell viele Zustände ($Q_d = 2^{|Q|}$). Und wie im Wortfall lässt sich das im Allgemeinen nicht vermeiden.

Beispiel: Betrachtet man $\Sigma = \{f^{(1)}, g^{(1)}, a^{(0)}\}$ und sei $L_n = \{f \in T_{\Sigma} \mid t(\underbrace{1 \dots 1}_{n\text{-mal}}) = f\}$

Ein NTA benötigt $n + 2$ Zustände:

$\mathcal{A} = (Q, \Sigma, F, \Delta)$ mit $Q = \{q, q_1, \dots, q_{n+1}\}$, $F = \{q_{n+1}\}$ mit Übergängen $\Delta = \{a \rightarrow q, f(q) \rightarrow q, g(q) \rightarrow q, f(q) \rightarrow q_1, f(q_i) \rightarrow q_{i+1}, g(q_i) \rightarrow q_{i+1} \text{ für } i \in \{1, \dots, n\}\}$

Man kann zeigen: Ein DTA \mathcal{A}' mit $L(\mathcal{A}') = L_n$ hat mindestens 2^{n+1} Zustände.

2 Definition vollständig und reduziert

Ein Automat $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, F, \Delta)$ heißt:

- vollständig, falls für jedes $f^{(n)} \in \Sigma$ und alle $q_1, \dots, q_n \in Q$ eine Regel $f(q_1, \dots, q_n) \rightarrow q \in \Delta$ existiert.
- reduziert, falls für jeden Zustand $q \in Q$ ein Term $t \in T_\Sigma$ existiert mit $f \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q$

3 Satz

Sei \mathcal{A} ein Baumautomat. Dann existiert ein vollständiger, reduzierter Baumautomat \mathcal{A}' mit $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{A}')$.

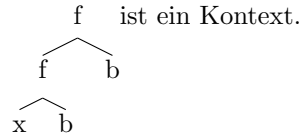
Für Wortautomaten gibt es das Pumping-Lemma, das die Gedächtnislosigkeit der Automaten formalisiert. Formal besagt es: Ist L eine reguläre Wortsprache, dann existiert ein $n \in \mathbb{N}$, so dass sich $w \in L$ mit $|w| > n$ zerlegen lässt in $w = xyz$, $y \neq \varepsilon$ und $\forall i \geq 0$ ist $xy^iz \in L$.

Baumautomaten haben auch kein Gedächtnis, also erwarten wir ein analoges Resultat. Dazu müssen wir formalisieren, was „aufgepumpt“ werden soll.

4 Definition Kontext

Es sei Σ ein Fangalphabet und $x^{(0)} \notin \Sigma$. Es sei $C \in T_{\Sigma \cup \{x\}}$. Falls es genau eine Position $p \in \text{Pos}(C)$ gibt mit $C(p) = x$, dann heißt C ein Kontext.

Beispiel:

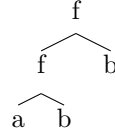


Wir schreiben $T_\Sigma(x)$ für die Menge aller solcher Kontexte.

Ist $C \in T_\Sigma(x)$ mit $C(p) = x$, dann schreiben wir $C[u]$ statt $C[u]_p$ für den Baum, der entsteht, wenn wir x durch u ersetzen.

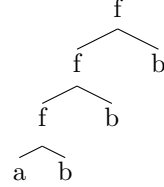
Wir schreiben $C^0 = x$, $C^1 = C$, $C^n = C^{n-1}[C]$

Beispiel: Betrachtet $t =$



Setze $u = f(a, b)$ und $C = f(x, b)$.

Dann ist $t = C[u]$ und $C^2[u] =$



5 Pumping-Lemma

Sei $L \subseteq T_\Sigma$ erkennbar, dann existiert ein $k \in \mathbb{N}$, so dass:

Für alle $t \in L$ mit $ht(t) > k$ gibt es einen Kontext $C \in T_\Sigma(x)$, einen nicht-trivialen Kontext $C' \in T_\Sigma(x)$ und einen Term $u \in T_\Sigma$ mit $t = C[C'[u]]$ und $C[(C')^n[u]] \in L$ für alle $n \geq 0$.

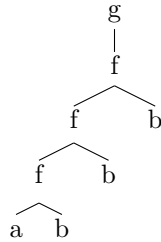
Beweis: Sei L erkennbar, das heißt \exists Baumautomat $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, F, \Delta)$ mit $L = L(\mathcal{A})$. Setze $|Q| = k$ und betrachte $t \in L$ mit $ht(t) > k$. Betrachte nun einen Lauf r und einen Pfad in t , der länger als k ist. Nun gibt es $p_1, p_2 \in Pos(r)$ mit $r(p_1) = r(p_2) = q \in Q$. Sei nun $u = t|_{p_2}$ der Sub-Baum von t bei p_2 und $u' = t|_{p_1}$. Dann existiert C' mit $C'[u] = u'$ und es existiert C mit $t = C[C'[u]]$. Es ist wegen $t \in L$

$C[C'[u]] \rightarrow_{\mathcal{A}}^* C[C'[q]] \rightarrow_{\mathcal{A}}^* C[q] \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q_f \in F$, also auch

$C[(C')^n[u]] \rightarrow_{\mathcal{A}}^* C[(C')^n[q]] \rightarrow_{\mathcal{A}}^* CC[(C')^{(n-1)}[q]]$

$\rightarrow_{\mathcal{A}}^* \dots \rightarrow_{\mathcal{A}}^* C[q] \rightarrow_{\mathcal{A}}^* q_f \in F$. q.e.d.

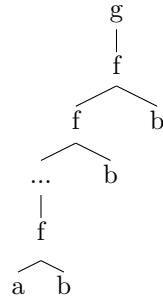
Beispiel: Betrachte den Baumautomaten $\mathcal{A} = (\{q_a, q_b, q_g, q_f\}, \{a^{(0)}, b^{(0)}, g^{(1)}, f^{(2)}\}, \{q_f\}, \Delta)$ mit $\Delta = \{a \rightarrow q_a, b \rightarrow q_b, f(q_a, q_b) \rightarrow q_g, g(q_g) \rightarrow q_f\}$



$u = f(a, b)$, $u' = C'[u] = f(f(a, b), b)$

$C = g(f(x, b))$, $C' = f(x, b)$

$$C[(C')^n[u]] =$$



Die Sprache $L = \{f(g^i(a), g^i(a)) | i \geq 0\}$ kann nicht erkennbar sein, denn für große i würde man ein k finden, so dass ein gegebener Baumatomat auch $f(g^{i+lk}(a), g^i(a))$ für alle $l \geq 0$ akzeptiert.

6 Korollar

Für $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, F, \Delta)$ ist $L(\mathcal{A}) \neq \emptyset \Leftrightarrow \exists t \in L$ mit $ht(t) \leq |Q|$:

- $L(\mathcal{A})$ nicht endlich $\Leftrightarrow \exists t \in L$ mit $|Q| < ht(t) \leq 2|Q|$