1 Aufgabe

1.1 Was bezeichnet der Mittelwert?

Der Mitelwert ist eine Art ”Durchschnittswert”von Messwerten.
Mit seiner Hilfe lassen sich die Messwerte mitteln um bei einer genügend großen Datenmenge genauere Werte zu erhalten. Dadurch, dass man die Werte mittelt werden die Einflüsse der Fehler verkleinert. Er lässt sich durch die Formel

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{\mathrm{i}=1}^{n} x_i$$

beschreiben.

1.2 Welche Bedeutung hat die Standardabweichung?

Die Standardabweichung ist ein Maß für die Streubreite des Mittelwerts.
Das bedeutet sie zeigt den Durchschnittlichen Abstand aller Werte zum Mittelwert an. Mit ihr ist ein Maß der Genauigkeit des Mittelwerts abschätzen. Je kleiner die Standardabweichung ist, desto kleiner ist der Fehler des Mittelwerts.

1.3 Worin unterscheidet sich die Streuung der Messwerte und der Fehler des Mittelwertes?

2 Aufgabe: Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{k=1}^{n} (x_k - \overline{x})^2}$$

Um den Fehler zu Berechnen wird C so beliebig gewählt, so dass man für den Fehler 10 n_0 als 2 (kleinstmögliches n) setzen kann. Dies ist $\mathrm{C} = 100$. Am Ende werden dann $\mathrm{n}_0 - \mathrm{n}$ zusätliche Schritte benötigt.

$$\mathrm{C} = \sum_{k=1}^{n} (x_k - \overline{x})^2$$

$$\mathrm{C} = 100\mathrm{m} \qquad \sigma_u = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\begin{aligned}
&\implies \sigma_u = \sqrt{\frac{1}{(\mathrm{n}_0 - 1)} \cdot \mathrm{C}} \\
&\iff n_0 = \frac{\mathrm{C}}{(\sigma_u)^2} + 1 \\
&\implies n_0 = 2
\end{aligned}$$

Für $\sigma = 3\,\mathrm{m/s}$

$$\begin{aligned} \sigma &= 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ \implies n &= 12.11111111 \end{aligned}$$

Es werden für eine Unsicherheit von ±3m/s also $\mathrm{n}_0 - n$ und damit ≈ 11 weitere Messungen benötigt.

Für $\sigma = 0{,}5\,\mathrm{m/s}$

$$\begin{aligned} \sigma &= 0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ \implies n &= 401 \end{aligned}$$

Es werden für eine Unsicherheit von ±0.5m/s also $\mathrm{n}_0 - \mathrm{n}$ und damit ≈ 309 weitere Messungen benötigt.

3 Aufgabe: Hohlzylinders

$$R_{\text{außen}} = (15 \pm 1)\,\mathrm{cm} \qquad R_{\text{innen}} = (10 \pm 1)\,\mathrm{cm} \qquad h = (20 \pm 1)\,\mathrm{cm}$$

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot ((R_{\text{außen}})^2 - (R_{\text{innen}})^2) \cdot h \\ \implies V &= 7853{,}981\,633\,974\,48\,\mathrm{cm}^3 \end{aligned}$$

Fehlerformel und Fehlerwert:

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial R_{\text{außen}}}\right)^2 \cdot (\Delta R_{\text{außen}})^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial R_{\text{innen}}}\right)^2 \cdot (\Delta R_{\text{innen}})^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h}\right)^2 \cdot (\Delta h)^2}$$

$$\begin{aligned} \Delta V &= \sqrt{\begin{aligned}&(2\pi \cdot R_{\text{außen}} \cdot h)^2 \cdot (\Delta R_{\text{außen}})^2 + (-2\pi \cdot R_{\text{innen}} \cdot h)^2 \cdot (\Delta R_{\text{innen}})^2 \\ &+ \left(\pi \cdot ((R_{\text{außen}})^2 - (R_{\text{innen}})^2)\right)^2 \cdot (\Delta h)^2\end{aligned}} \\ \implies \Delta V &= 229{,}921\,874\,934\,367\,\mathrm{cm}^3 \end{aligned}$$

Das Volumen des Hohlzylinders beträgt also $\approx 7853.9816 \pm 229.9219\ \mathrm{cm}^3$.

4 Aufgabe: Projektil

$$m = (50 \pm 1) \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg} \qquad v = (20 \pm 1) \cdot 10^1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad t = 6\,\mathrm{s}$$

4.1 Streckenberechnung

$$s(t) = v \cdot t$$
$$s(6) = 1200\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Fehlerformel und Fehlerwert:

$$\Delta s = \sqrt{\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)^2 \cdot (\Delta v)^2}$$
$$\Delta s = \sqrt{(t)^2 \cdot (\Delta v)^2}$$
$$\Delta s = 60\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Die Strecke bestimmt sich also zu $(1200 \pm 60)\,\mathrm{m/s}$.

4.2 Energieberechnung

Die Energie lässt sich mit Hilfe der Formel

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{m}{2}v^2$$

berechnen. Daraus ergibt sich dann als Wert:

$$E_{\mathrm{kin}} = 100\mathrm{J}$$

Der Fehler lässt sich dann mit folgender Formel bestimmen:

$$\Delta E_{\mathrm{kin}} = \sqrt{\left(\frac{\partial E_{\mathrm{kin}}}{\partial v}\right)^2 \cdot (\Delta v)^2 + \left(\frac{\partial E_{\mathrm{kin}}}{\partial m}\right)^2 \cdot (\Delta m)^2}$$
$$\Delta E_{\mathrm{kin}} = \sqrt{(mv)^2 \cdot (\Delta v)^2 + \left(\frac{v^2}{2}\right)^2 \cdot (\Delta m)^2}$$
$$\Delta E_{\mathrm{kin}} = 10.1980390271856\mathrm{J}$$

Die kinetische Energie des Projektils ist also $100 \pm 10.1980\mathrm{J}$.