

# Elektrische Brückenschaltungen

## 1. Einleitung

Brückenschaltungen werden in der Messtechnik häufig eingesetzt, da sie es gestatten, die Auflösung einer Messung zu erhöhen. Das gelingt insbesondere dann, wenn man mit einer Nullmethode<sup>1</sup> arbeitet. Diese ist hier in der sogenannten **abgeglichenen Brücke** realisiert, auf die in den folgenden Kapiteln ausführlich eingegangen wird.

Ein weiterer Grund für die weit verbreitete Anwendung von Brückenschaltungen ist der, dass man jede physikalische Größe, die sich eindeutig als elektrischer Widerstand darstellen lässt – auch komplexe Widerstände sind hier zugelassen – mit ihrer Hilfe gut messen kann (wie zum Beispiel die Temperatur oder die Längenänderung eines Körpers). Man benötigt hierzu sogenannte Sensoren<sup>2</sup>, die die Umwandlung in die elektrische Größe vornehmen. Häufig sind diese bereits in die Brückenschaltung integriert.

Im vorliegenden Experiment werden eine Reihe gängiger Brückenschaltungen vorgestellt und ihre Anwendung beschrieben. Doch zuvor sollen im Kapitel 2 die Brückenspannung einer allgemeinen Brückenschaltung berechnet sowie daraus die Abgleichbedingung für die abgeglichene Brücke hergeleitet werden.

## 2. Berechnung der Brückenspannung und der Abgleichbedingung einer allgemeinen Brückenschaltung

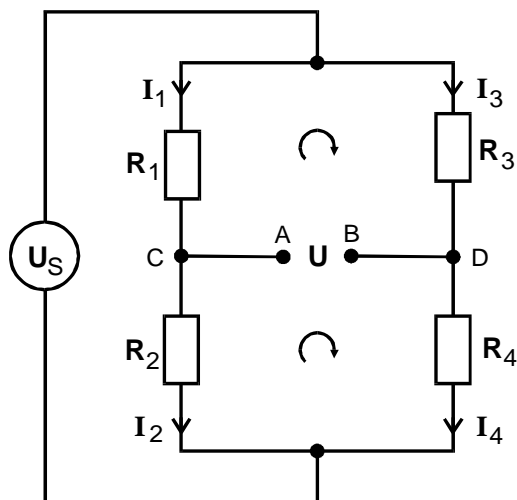


Abb.1: Prinzipielle Brückenschaltung

In Brückenschaltungen untersucht man die Potentialdifferenz, die zwischen zwei Punkten auf zwei getrennten, stromdurchflossenen Leitern besteht, in Abhängigkeit von ihren Widerstandsverhältnissen. Eine Brückenschaltung hat daher grundsätzlich die in Abb. 1 angegebene Gestalt.

<sup>1</sup> Näheres zu diesem Begriff siehe Thema „Arbeitsmethoden in der Experimentellen Physik, Kap. b) „Messmethoden“

<sup>2</sup> Näheres zu diesem Begriff findet man unter dem in \*) beschriebenen Thema in Kap. c) „Messgeräte“

Die zwischen den Punkten A und B auftretende Spannung  $U$  bezeichnet man als **Brückenspannung**. Zu ihrer Berechnung benutzt man die beiden **Kirchhoffschen Gesetze**<sup>3</sup>. Sie lauten:

1. In einem Verzweigungspunkt von elektrischen Strömen (Abb.2) ist die Summe der zufließenden Ströme ( $I > 0$ ) gleich der Summe der abfließenden Ströme ( $I < 0$ ).

$$(1) \quad \sum_k I_k = 0$$

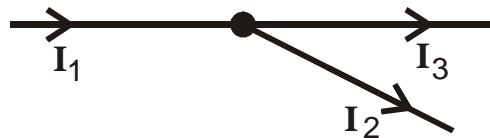


Abb. 2: Elektrische Ströme an einer Leiterverzweigung

2. In jedem beliebig aus einem Leiternetzwerk herausgegriffenen, in sich geschlossenen Stromkreis („Masche“) ist die Summe der elektromotorischen Kräfte ( $V_{301}$ , Kap. 1) gleich der Summe der Produkte aus den Stromstärken und den Widerständen (Abb.3):

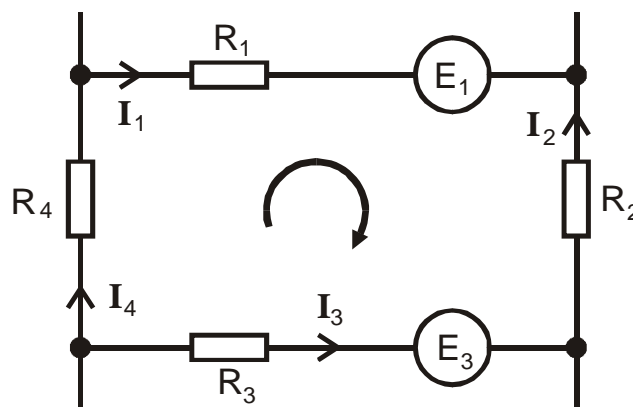


Abb. 3: Darstellung einer „Masche“ in einem Leiternetzwerk

$$(2) \quad \sum_k E_k = \sum_k I_k R_k \quad .$$

Das Vorzeichen der Produkte  $I_k R_k$  ist positiv zu rechnen, wenn der Strompfeil von  $I_k$  im Uhrzeigersinn läuft, sonst negativ.

Wendet man (1) auf die Verzweigungspunkte C und D der Schaltung in Abb.1 an, so ergibt sich, da über die Brücke A - B kein Strom fließt:

$$(3) \quad I_1 = I_2$$

und

$$(4) \quad I_3 = I_4 \quad .$$

Das 2. Kirchhoffsche Gesetz (2) liefert für die beiden durch den Umlauf-Pfeil gekennzeichneten Maschen in Abb.1

$$(5) \quad U = - R_1 I_1 + R_3 I_3$$

<sup>3</sup> benannt nach dem deutschen Physiker Gustav Robert Kirchhoff (1824 – 1887)

und

$$(6) \quad -U = -R_2 I_2 + R_4 I_4 \quad .$$

Man ersetzt in (6)  $I_2$  und  $I_4$  durch  $I_1$  und  $I_3$  und erhält dann

$$(7) \quad -U = -R_2 I_1 + R_4 I_3 \quad .$$

Aus Gleichung (7) und (5) folgt dann

$$U = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_3 + R_4} I_1 \quad .$$

Hierin lässt sich noch  $I_1$  durch die Speisespannung  $U_S$  der Brücke ausdrücken. Es gilt nach (2)

$$U_S = I_1 (R_1 + R_2) \quad ;$$

somit ist

$$(8) \quad U = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2)} U_S \quad .$$

Damit hat man einen Ausdruck für die Brückenspannung in Abhängigkeit von den Schaltungsparametern gefunden. Sie verschwindet unabhängig von der Höhe der Speisespannung, wenn

$$(9) \quad R_1 R_4 = R_2 R_3$$

ist. Diesen Fall bezeichnet man als **abgegliche Brücke**. Da die Abgleichbedingung allein vom Verhältnis der Widerstände abhängt, ist mit Hilfe einer Brückenschaltung eine Widerstandsmessung möglich. Ist beispielsweise  $R_1$  der unbekannte Widerstand, so variiert man mindestens einen der drei anderen solange, bis die Brückenspannung verschwindet. Die Genauigkeit der Messung hängt davon ab, wie genau die Widerstände  $R_2$ ,  $R_3$  und  $R_4$  bekannt sind und wie genau man die Brückenspannung „Null“ einstellen kann. Man wird daher als Brückeninstrument ein empfindliches Galvanometer, ein Mikrovoltmeter oder einen Kathodenstrahloszillographen benutzen. Das Gerät braucht nicht geeicht zu sein. Da nach (8) die Brückenspannung proportional zur Speisespannung  $U_S$  ist, sollte man letztere möglichst groß wählen, um eine hohe Abgleichempfindlichkeit zu erreichen.

### 3. Brückenschaltungen mit komplexen Widerständen

Wenn die in eine Brückenschaltung eingebauten Widerstände Kapazitäten und Induktivitäten enthalten, ist es zweckmäßig, bei der Berechnung komplexe Widerstandsoperatoren zu benutzen. Ein komplexer Widerstand lässt sich allgemein darstellen durch

$$(10) \quad \mathfrak{Z} = X + jY \quad ;$$

( $j$  = imaginäre Einheit)

worin  $X$  den leistungsverbrauchenden **Wirkwiderstand** und  $Y$  den **Blindwiderstand** darstellen. Die Widerstandsoperatoren einer Kapazität  $C$ , einer Induktivität  $L$  und eines ohmschen Widerstandes  $R$  haben die spezielle Gestalt

$$(11) \quad \mathfrak{Z}_C = -j/\omega C, \quad \mathfrak{Z}_L = j\omega L \quad \text{und} \quad \mathfrak{Z}_R = R \quad .$$

( $\omega$  = Kreisfrequenz)

Eine Brückenschaltung mit vier komplexen Widerständen gemäß Abb.1 besitzt nach (9) die Abgleichbedingung

$$(12) \quad \mathfrak{Z}_1 \mathfrak{Z}_4 = \mathfrak{Z}_2 \mathfrak{Z}_3 \quad .$$

Da zwei komplexe Zahlen nur dann gleich sind, wenn sie in Real- und Imaginärteil übereinstimmen, lautet (12) ausführlich geschrieben

$$(13) \quad X_1 X_4 - Y_1 Y_4 = X_2 X_3 - Y_2 Y_3$$

und

$$(14) \quad X_1 Y_4 + X_4 Y_1 = X_2 Y_3 + X_3 Y_2 \quad .$$

Bei einer abgeglichenen Wechselstrombrücke müssen also zwei Bedingungen gleichzeitig erfüllt sein. Die Brückenspannung muss nach Betrag und Phase verschwinden. Jede Wechselstrombrücke besitzt daher zwei voneinander unabhängige Stellglieder.

#### 4. Beschreibung spezieller Brückenschaltungen

##### a) **Wheatstonesche<sup>4</sup> Brücke (Widerstandsmessbrücke)**

Diese Brückenschaltung enthält nur ohmsche Widerstände. Sie kann daher sowohl mit Gleichstrom als auch mit Wechselstrom betrieben werden. Es muss nur der Nullindikator der Stromart entsprechend gewählt werden. Die Schaltung der Wheatstoneschen Brückenschaltung ist in Abb.4 wiedergegeben.

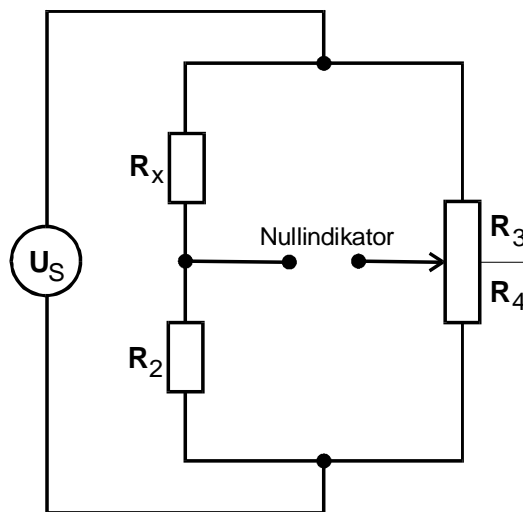


Abb.4: Wheatstonesche Brückenschaltung

Sie kann zur Bestimmung des unbekannten Widerstandes  $R_x$  benutzt werden. Die Widerstände  $R_3$  und  $R_4$  sind, da es gemäß der Abgleichbedingung (9)

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

nur auf das Verhältnis von  $R_3$  zu  $R_4$  ankommt, als Potentiometer ausgebildet.

<sup>4</sup> benannt nach dem britischen Physiker und Erfinder Charles Wheatstone (1802 – 1875)

### b) Kapazitätsmessbrücke

Ein realer Kondensator besitzt neben seiner Fähigkeit, elektrische Energie zu speichern, auch die zumeist unerwünschte Eigenschaft, die hindurchfließende elektrische Energie zum Teil in Wärme umzuwandeln (sog. dielektrische Verluste). Bei der Berechnung elektrischer Schaltungen berücksichtigt man diese Eigenschaft des realen Kondensators durch ein sogenanntes Ersatzschaltbild, in dem man in Reihe mit seiner Kapazität einen (fiktiven) ohmschen Widerstand schaltet (Abb.5)<sup>5</sup>.

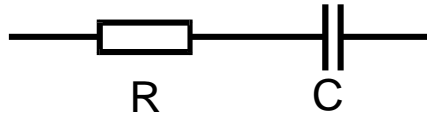


Abb.5: Ersatzschaltbild eines realen Kondensators

Der Widerstandsoperator eines realen Kondensators hat somit die Gestalt

$$\mathfrak{Z}_{C_{\text{real}}} = R - j/\omega C \quad .$$

Eine zur Messung von  $C_x$  geeignete Brücke benötigt demnach einen zweiten Abstimmfreiheitsgrad zur Kompensation der durch  $R_x$  auftretenden Phasenverschiebung. In der in Abb.6 dargestellten Schaltung ist dieser durch den veränderlichen Widerstand  $R_2$  realisiert. Die Abgleichbedingungen (13) und (14) liefern für die Kapazitätsmessbrücke unter Berücksichtigung von

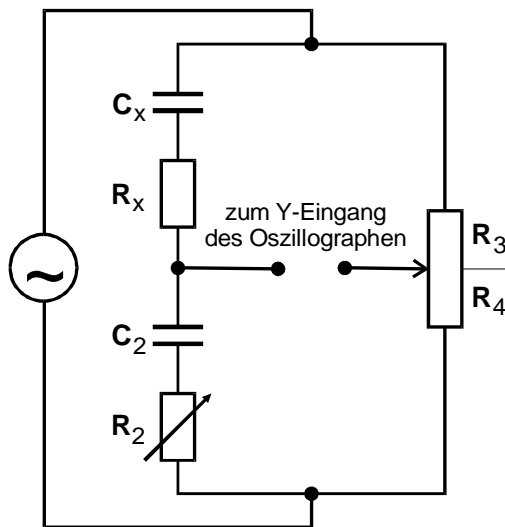


Abb.6: Kapazitätsmessbrücke für Kondensatoren mit dielektrischen Verlusten bzw. für RC-Glieder

$$Y_1 = -1/\omega C_x \quad , \quad Y_2 = -1/\omega C_2 \quad , \quad Y_3 = Y_4 = 0$$

die Gleichungen

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

und

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3} \quad .$$

<sup>5</sup> Es ist auch möglich, einen Verlustwiderstand parallel zu  $C$  zu schalten. Der Wert dieses Widerstandes ist meist groß gegen  $R$  aus Abb.5.

Die Technik ist in der Lage, Kondensatoren herzustellen, bei denen die dielektrischen Verluste so gering sind, dass für Frequenzen von der Größenordnung  $10^4$  Hz immer noch  $R_x \ll 1/\omega C$  ist. Hier ist  $R_2 \approx 0$ . Damit erübrigt sich in solchen Fällen der Einbau dieses Stellgliedes.

### c) Induktivitätsmessbrücke

Eine reale Induktivität (beispielsweise in Form einer Spule) wandelt einen Teil, der in ihr steckenden magnetischen Feldenergie irreversibel in Wärme um<sup>6</sup>. Ihr Ersatzschaltbild enthält daher ebenfalls einen ohmschen Widerstand, der, wie in Abb.7 dargestellt, in Reihe mit der idealen Induktivität geschaltet sein kann.



Abb. 7: Ersatzschaltbild einer verlustbehafteten Induktivität

Der Widerstandsoperator einer verlustbehafteten Induktivität kann somit durch

$$\mathfrak{Z}_{L_{\text{real}}} = R + j\omega L$$

dargestellt werden.

Eine Induktivitätsmessbrücke ist daher ähnlich wie die Kapazitätsmessbrücke aufgebaut. Ihre Schaltung ist in Abb.8 wiedergegeben. Hier ist

$$Y_1 = \omega L_x, \quad Y_2 = \omega L_2 \quad \text{und} \quad Y_3 = Y_4 = 0.$$

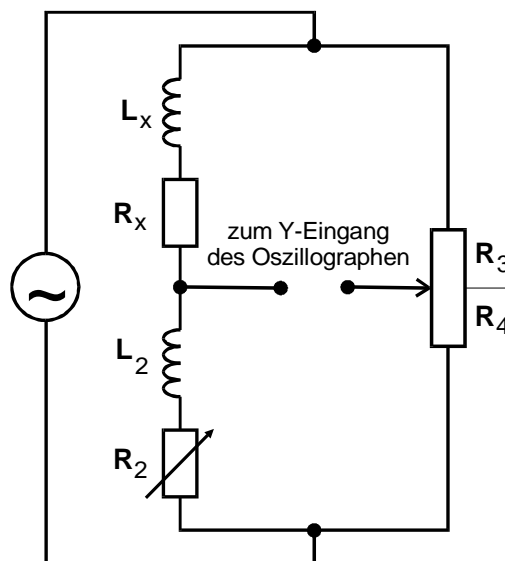


Abb. 8: Messbrücke für verlustbehaftete Induktivitäten ( $L_2$  muss eine möglichst verlustarme Induktivität sein)

Daraus folgen nach (13) und (14) die Abgleichbedingungen

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

und

<sup>6</sup> Die Verluste entstehen durch Joulesche Wärme im Leitungswiderstand und eventuell durch Ummagnetisierungsvorgänge im ferri- und ferromagnetischen Spulenkern.

$$L_x = L_2 \frac{R_3}{R_4} .$$

Die Spule mit der bekannten Induktivität  $L_2$  in dieser Schaltung sollte möglichst geringe Verluste besitzen. Der Wirkanteil in diesem Brückenweig sollte allein durch  $R_2$  realisiert sein. Da diese Forderung insbesondere bei niedrigen Frequenzen schwierig zu realisieren ist, weicht man bei Induktivitätsmessungen oft auf eine andere Brückenschaltung aus, in der anstelle der Normalinduktivität  $L_2$  eine Normalkapazität benutzt wird, die sich wesentlich leichter realisieren lässt. Eine solche Schaltung wird als Maxwell-Brücke bezeichnet.

#### d) Induktivitätsmessung mittels Maxwell-Brücke

Die Schaltung der Maxwell-Brücke ist in Abb.9 wiedergegeben. Als Abglichelemente dienen die Regelwiderstände  $R_3$  und  $R_4$ .  $C_4$  ist eine möglichst verlustarme Kapazität, und  $R_2$  stellt einen bekannten Widerstand enger Toleranz dar.

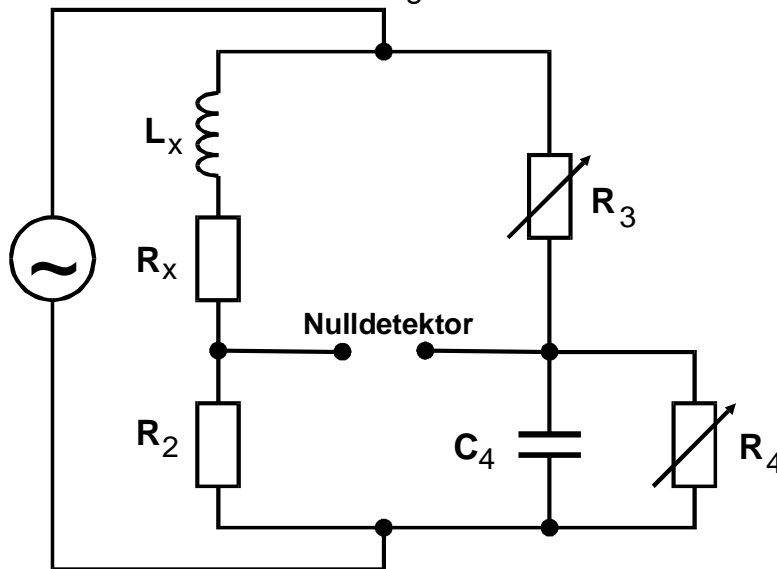


Abb. 9: Maxwell-Brücke zur Untersuchung einer verlustbehafteten Induktivität mittels eines **RC**-Netzwerkes

Die Widerstandsoperatoren haben die Gestalt

$$\mathfrak{Z}_1 = R_x + j \omega L_x$$

und

$$\frac{1}{\mathfrak{Z}_4} = \frac{1}{R_4} + j \omega C_4 \quad \text{oder} \quad \mathfrak{Z}_4 = \frac{R_4 - j \omega C_4 R_4^2}{1 + \omega^2 C_4^2 R_4^2} .$$

Mit diesen Ausdrücken liefern die Abgleichbedingungen (13) und (14) die Gleichungen

$$(15) \quad R_x R_4 + \omega^2 R_4^2 C_4 L_x = R_2 R_3 (1 + \omega^2 C_4^2 R_4^2)$$

und

$$(16) \quad -\omega R_x R_4^2 C_4 + \omega R_4 L_x = 0 .$$

Eliminiert man  $L_x$  in (15) mit Hilfe von (16), so folgt

$$R_x R_4 (1 + \omega^2 C_4^2 R_4^2) = R_2 R_3 (1 + \omega^2 C_4^2 R_4^2)$$

oder

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4} \quad .$$

Damit erhält man aus (16)

$$L_x = R_2 R_3 C_4 \quad .$$

Bei den in 4a bis 4d vorgestellten Brückenschaltungen ging in keine der Abgleichbedingungen die Frequenz der Speisespannung ein. Prinzipiell müssen sich daher die Brücken bei allen Frequenzen abgleichen lassen. In der Praxis gibt es aber einen Frequenzbereich, in dem der Abgleich unter optimalen Bedingungen durchführbar ist. Dieser muss im Experiment aufgesucht werden.

Wählt man  $\omega$  zu hoch, wird der Einfluss der immer vorhandenen Streukapazitäten in der Verdrahtung und in den Bauteilen (insbesondere in den Potentiometerwicklungen) wegen (11) so groß, dass ein Abgleich nicht mehr möglich ist. Sehr niedrige Frequenzen sind dagegen bei der praktischen Handhabung der Schaltung unbequem, da man wegen der Einschwingvorgänge mehrere Periodendauern warten muss, ehe eine stationäre Brückenspannung auftritt. Optimale Frequenzen sind dann realisiert, wenn die Wirk- und Blindwiderstände in der Schaltung die gleiche Größenordnung besitzen.

### e) Frequenzabhängige Brückenschaltungen

Im Folgenden sollen nun zwei Brückenschaltungen beschrieben werden, bei denen der Abgleich nur bei einer Frequenz möglich ist.

#### e<sub>1</sub>) Wien-Robinson-Brücke

Die Schaltung der sogenannten Wien-Robinson-Brücke ist in Abb.10 wiedergegeben. Sie enthält keine Abgleichelemente. Die Bauteile C, R und R' sollten eine möglichst geringe Toleranz und C außerdem nur geringe Verluste besitzen.

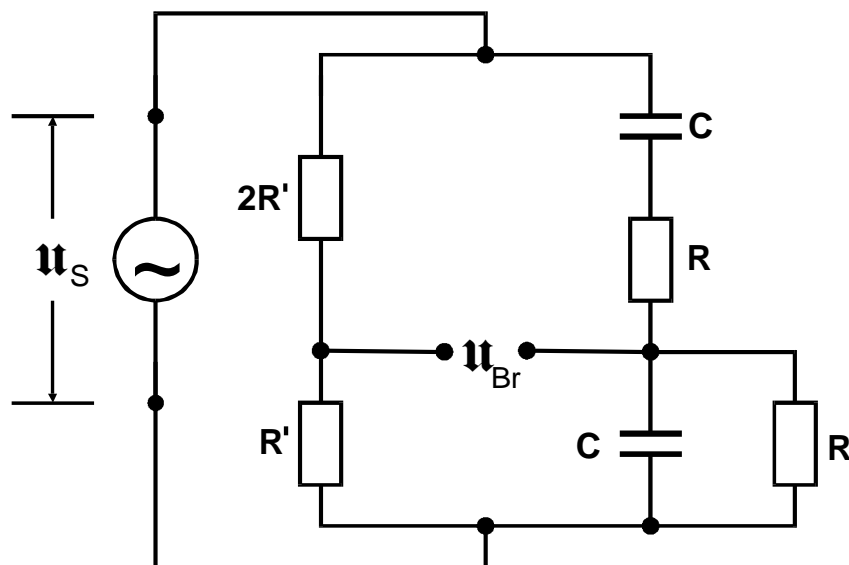


Abb.10: Schaltbild einer Wien-Robinson-Brücke



Im Folgenden soll nun die Brückenspannung  $u_{Br}$  in Abhängigkeit von der Frequenz berechnet werden. Die Widerstandsoperatoren der vier Brückenarme haben die Gestalt

$$\mathfrak{Z}_1 = 2R' \quad , \quad \mathfrak{Z}_2 = R' \quad , \quad \mathfrak{Z}_3 = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{j\omega CR + 1}{j\omega C}$$

und

$$\mathfrak{Z}_4 = \frac{R}{1 + j\omega RC} \quad .$$

Damit bekommt man aus (8)

$$\begin{aligned} u_{Br} &= \frac{\mathfrak{Z}_1 \mathfrak{Z}_4 - \mathfrak{Z}_2 \mathfrak{Z}_3}{\{\mathfrak{Z}_1 + \mathfrak{Z}_2\} \{\mathfrak{Z}_3 + \mathfrak{Z}_4\}} u_S \\ &= \frac{\frac{2RR'}{1 + j\omega RC} - \frac{R' + j\omega RR'C}{j\omega C}}{3R' \left( \frac{j\omega RC + 1}{j\omega C} + \frac{R}{1 + j\omega RC} \right)} u_S \\ &= \frac{\omega^2 R^2 C^2 - 1}{3 \left( 1 - \omega^2 R^2 C^2 \right) + 9 j\omega RC} u_S \end{aligned}$$

oder

$$\frac{u_{Br}}{u_S} = \frac{1}{\omega^2 R^2 C^2 - 1} \left\{ 3 \left( 1 - \omega^2 R^2 C^2 \right) + 9 j\omega RC \right\}$$

Daraus folgt für den Betrag des Verhältnisses zwischen Speise- und Brückenspannung

$$(17) \quad \left| \frac{u_{Br}}{u_S} \right|^2 = \frac{(\omega^2 R^2 C^2 - 1)^2}{9 \left\{ (1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9 \omega^2 R^2 C^2 \right\}} \quad .$$

Man erkennt, dass die Brückenspannung genau dann verschwindet, wenn

$$(18) \quad \omega_0 = 1/RC$$

ist. Zur Diskussion der durch (17) gegebenen Frequenzabhängigkeit ist es zweckmäßig, das Frequenzverhältnis

$$\Omega := \omega/\omega_0$$

einzuführen. (17) nimmt dann die Gestalt

$$(19) \quad \left| \frac{u_{Br}}{u_S} \right|^2 = \frac{1}{9} \frac{(\Omega^2 - 1)^2}{(1 - \Omega^2)^2 + 9 \Omega^2}$$

an. Man erkennt an (19), dass die Wien-Robinson-Brücke die Funktion eines elektronischen Filters hat. Sie entfernt aus einem kontinuierlichen Frequenzspektrum Schwingungen mit der durch (18) gegebenen Kreisfrequenz  $\omega_0$  und schwächt die in der Nähe

liegenden stark ab. Sie wird deshalb heute noch benutzt als frequenzstimmendes Bauelement in RC-Sinusgeneratoren.

Im vorliegenden Experiment soll mit der Wien-Robinson-Brücke eine sogenannte **Klirrfaktor**-Messung ausgeführt werden. Es geht dabei darum, den Anteil der Oberwellen<sup>7</sup> im Verhältnis zur Grundwelle einer von einem Generator erzeugten Sinusschwingung auszumessen. Eigentlich sollte eine Sinusschwingung keine Oberwellen enthalten. Es gelingt jedoch zumeist nicht, mit einem realen Sinusgenerator diesen Fall zu realisieren. Die Kleinheit des Klirrfaktors stellt somit ein Maß für die Qualität eines Sinusgenerators dar. Für seine Messung regelt man den Sinusgenerator genau auf die Sperrfrequenz  $\omega_0$  der Wien-Robinson-Brücke ein. An ihrem Ausgang bleiben dann nur noch die von  $\omega_0$  verschiedenen Frequenzen übrig. Die Summe ihrer Amplituden kann mit einem Breitband-Millivoltmeter gemessen werden.

## e<sub>2</sub>) TT-Brücke

Auch die sogenannte TT-Brücke hat wie die Wien-Robinson-Brücke die Funktion eines elektronischen Filters. Ihre Schaltung ist in Abb.11 wiedergegeben.

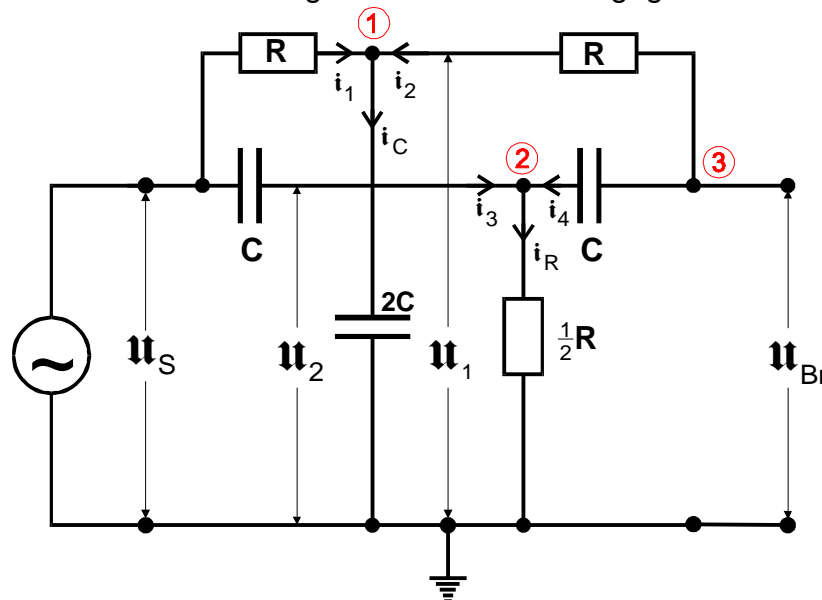


Abb.11: Schaltbild der TT-Brücke

Die TT-Brücke besitzt gegenüber der Wien-Robinson-Brücke den schaltungstechnischen Vorteil, dass sowohl die Eingangsspannung  $u_S$  als auch die Ausgangs- oder Brückenspannung  $u_{Br}$  gegen Masse angeschlossen werden können.

Um  $u_{Br}$  als Funktion von  $u_S$  zu erhalten, wendet man die Kirchhoffsche Knotenregel (1) nacheinander auf die Verzweigungspunkte ①, ② und ③ an. Man erhält

$$i_1 + i_2 = i_C$$

oder

$$(20) \quad \frac{u_1 - u_S}{R} + \frac{u_1 - u_{Br}}{R} = 2j\omega C u_1$$

sowie

<sup>7</sup> Näheres zu diesem Begriff siehe z.B. V351

$$\mathbf{i}_3 + \mathbf{i}_4 = \mathbf{i}_R$$

oder

$$(21) \quad (\mathbf{u}_S - \mathbf{u}_2)j\omega C + (\mathbf{u}_{Br} - \mathbf{u}_2)j\omega C = \frac{2}{R} \mathbf{u}_2$$

und schließlich für den Verzweigungspunkt ③

$$\mathbf{i}_2 = \mathbf{i}_4 \quad ,$$

da am Ausgang der Schaltung kein Strom abgenommen wird. Das bedeutet

$$(22) \quad (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_{Br})j\omega C + \frac{\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_{Br}}{R} = 0 \quad .$$

Man löst nun die Gleichungen (20) und (21) nach  $\mathbf{u}_1$  bzw.  $\mathbf{u}_2$  auf, setzt die Ergebnisse in (22) ein und erhält schließlich für  $\mathbf{u}_{Br}$

$$(23) \quad \mathbf{u}_{Br} = \mathbf{u}_S \frac{1 - \omega^2 R^2 C^2}{1 - \omega^2 R^2 C^2 + 4j\omega RC} \quad .$$

Man erkennt bereits an Gleichung (23), dass die Ausgangsspannung  $\mathbf{u}_{Br}$  für die Frequenz

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

verschwindet und für alle anderen  $\omega$  von null verschieden ist. Es ist auch hier sinnvoll, wiederum die normierte Frequenz

$$\Omega := \omega/\omega_0$$

einzuführen. Dann lässt sich (23) in der Form

$$\frac{\mathbf{u}_{Br}}{\mathbf{u}_S} = \frac{1 - \Omega^2}{1 - \Omega^2 + 4j\Omega}$$

darstellen. Hieraus erhält man durch Multiplikation mit dem konjugiert komplexen Wert des Nenners den Ausdruck

$$\frac{\mathbf{u}_{Br}}{\mathbf{u}_S} = \frac{1 - \Omega^2}{(1 - \Omega^2)^2 + 16\Omega^2} (1 - \Omega^2 - 4j\Omega) \quad .$$

Daraus folgt schließlich für den Betrag des Spannungsverhältnisses

$$(24) \quad \left| \frac{\mathbf{u}_{Br}}{\mathbf{u}_S} \right|^2 = \frac{(\Omega^2 - 1)^2}{(1 - \Omega^2)^2 + 16\Omega^2} \quad .$$

Er zeigt eine große Ähnlichkeit mit dem Frequenzverlauf bei der Wien-Robinson-Brücke (Gleichung (19)).

## 5. Messprogramm und praktische Hinweise

Um ein Maß für die Zufallsfehler der Endergebnisse zu erhalten, führe man die unter 5a bis 5d beschriebenen Messungen mehrfach unter Variation von  $R_2$ ,  $C_2$  oder  $L_2$  durch. (Toleranz dieser Referenzbauteile:  $\pm 0,2\%$ )

- a) Mit Hilfe einer Wheatoneschen Brückenschaltung (Abb.4) messe man 2 unbekannte Widerstände aus. Als Abstimmvorrichtung benutze man ein Zehngang-Präzisionspotentiometer mit  $1\text{ k}\Omega$  Gesamtwiderstand. Die Linearität – also das Verhältnis  $R_3/R_4$  zeigt unsystematische Abweichungen bis  $\pm 0,5\%$ . Die Skala des Drehknopfes besitzt 1 000 Skalenteile. Der angezeigte Wert gibt daher den Bruchteil des Gesamtwiderstandes in Promille an. Er kann zwischen den linken und den mittleren Buchsen abgegriffen werden. Zum Betrieb der Brücke wird hier Wechselstrom verwendet. Bei der Auswahl einer geeigneten Frequenz beachte man den Hinweis hierzu am Ende des Kapitels 4d. Als Nullindikator dient ein Oszillograph, der im Laufe des Abgleichs bis auf höchste Empfindlichkeit geschaltet wird. Hochfrequente Störspannungen, die eventuell auf dem Bildschirm zu sehen sind, kann man mit Hilfe eines Tiefpasses, der vor den Oszillographeneingang geschaltet wird, weitgehend unterdrücken. Zur Fehlerbestimmung muss hier  $R_2$  variiert werden.
- b) Man baue eine Kapazitätsmessbrücke nach Abb.6 auf und messe die Kapazität zweier Kondensatoren (insbesondere Wert 1, 3 oder 18) und die Daten einer RC-Kombination (verlustbehafteter Kondensator). Bei hochwertigen Kondensatoren kann eventuell auf das Stellglied  $R_2$  verzichtet werden. Man überlege sich, welcher Frequenzbereich für eine genaue Messung brauchbar ist. Es ist zweckmäßig, beim Abgleich dieser und der folgenden Brücken die Stellglieder  $R_2$  und  $R_3/R_4$  alternierend zu benutzen. Man stelle zunächst das Brückenspannungsminimum mit  $R_3/R_4$  ein, verkleinere den erhaltenen Wert durch Einstellung von  $R_2$ , gleiche dann wieder mit  $R_3/R_4$  ab und so fort. Zur Fehlerbestimmung muss hier  $C_2$  variiert werden. Hier muss für  $R_2$  ein variabler Widerstand verwendet werden. Seine Toleranz (Eichgenauigkeit) beträgt nach Herstellerangaben nur  $\pm 3\%$ .
- c) Mit Hilfe der in Abb.8 dargestellten Induktivitätsmessbrücke messe man die Induktivität und den Verlustwiderstand einer unbekannten Spule.
- d) Man vermesse die Spule ein zweites Mal mit Hilfe der Maxwell-Brücke (Abb.9). (Toleranz von  $R_3$  und  $R_4$ :  $\pm 3\%$ )
- e) Man untersuche die Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung einer Wien-Robinson-Brücke (Abb. 10) oder einer TT-Brücke (Abb.11) im Bereich  $20 \leq \nu \leq 30\,000\text{ Hz}$  und vergleiche das Ergebnis mit der Theorie. Im einzelnen gehe man dabei folgendermaßen vor: Man messe  $U_{Br}(\nu)$  und  $U_S(\nu)$ , bilde daraus den Quotienten und trage ihn gegen  $\Omega = \nu/\nu_0$  in einem halblogarithmischen Diagramm auf.  $\nu_0$  ist diejenige Frequenz, bei der die Brückenspannung minimal wird. Man vergleiche  $\nu_0$  mit dem aus  $R$  und  $C$  gerechneten Wert. Man berechne die Funktion  $U_{Br}/U_S(\Omega)$  nach Gleichung (19) oder (24) und zeichne die Kurve in das eben erwähnte Diagramm. Wie genau liegen die Messpunkte auf der gerechneten Kurve? Hinweis:  $U_S(\nu)$  muss bei angeschlossener Brückenschaltung gemessen werden!
- f) Klirrfaktor-Messung: Bei der Frequenz  $\nu_0$  müsste die Brückenspannung verschwinden. Man beobachtet bei der verwendeten Apparatur jedoch nur ein Minimum  $> 0$ . Diese Spannung entsteht, wie das Oszillographenbild zeigt, durch Oberwellen, welche der Generator unerwünschterweise erzeugt. Den Oberwellengehalt im Vergleich zur Grundwelle drückt man durch den Klirrfaktor  $k$  aus, welcher als

$$k := \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + \dots}}{U_1}$$

definiert ist. Hierin bedeutet  $U_1$  die Amplitude der Grundwelle und  $U_n$  die Amplitude der n-ten Oberwelle mit der Frequenz  $n\nu_0$ .

Man bestimme den Klirrfaktor des benutzten Generators unter der vereinfachenden Annahme, dass die Summe der Oberwellen nur aus der zweiten Oberwelle besteht. Bei der Berechnung von  $k$  ist zu berücksichtigen, dass die Spannung der zweiten Oberwelle durch die Brückenschaltung geteilt wird. Bevor man den Quotienten  $U_2/U_1$  bilden kann, muss man mit Hilfe eines aus (19) oder (24) zu bestimmenden Faktors ( $\Omega = 2$ ) die Spannung  $U_2$  am Ausgang des Generators errechnen. Es gilt

$$U_2 = \frac{U_{Br}}{f(2)} \quad .$$

## 6. Literatur

L. Merz, Grundkurs der Messtechnik, Teil 1, R.-Oldenbourg-Verlag  
 Tietze, Schenk, Halbleiterschaltungstechnik, Springer-Verlag  
 Kohlrausch, Praktische Physik, Band I