

Versuch Nr.311

Hall-Effekt und Elektrizitätsleitung bei Metallen

Niklas Düser

niklas.dueser@tu-dortmund.de

Benedikt Sander

benedikt.sander@tu-dortmund.de

Durchführung: 24.11.2020

Abgabe: 8.12.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 Auswertung

1.1 Widerstand

Das Außmessen der Proben ergibt:

Metall	Höhe	Breite	Dicke	Durchmesser	Länge
Zink	0,026 03	0,0280	0,000 430	0,000 263	1,73
Kupfer	0,044 06	0,0253	0,000 018	0,000 105 2	1,73

Tabelle 1: Eine Tabelle zu den Dimensionen der Metall Proben

Die Messwerte zur Höhe, Breite und Dicke beziehen sich hier auf die Metallplatte, die Messwerte zum Durchmesser und zur Länge beschreiben das jeweilige Kabel zur Berechnung des Widerstandes. Hier gehen wir jeweils von einer Ungenauigkeit von einem Prozent des jeweiligen Messwertes aus.

Der Widerstand eines Metalls berechnet sich Mittels

$$U = R * I \quad (1)$$

Die Berechnung des Widerstandes gibt eine Reihe an Widerstaenden 4, der Mittelwert dieser Reihen ergibt dann einen Widerstand fuer Zink und Kupfer:

$$R_{\text{Zink}} = (13,68 \pm 0,23) \text{ m}\Omega \quad (2)$$

$$R_{\text{Kupfer}} = (7,73 \pm 0,05) \text{ m}\Omega \quad (3)$$

Der spezifische Widerstand eines Metalls berechnet sich nun mittels der Formel

$$\rho = \frac{RA}{l} \quad (4)$$

mit R dem Widerstand, A der Querschnittsflaeche und l der Laenge des Kabels. Somit ergibt sich mit denn Werten aus 1 und den berechneten Widerstaenden der spezifische Widerstand:

$$\rho = (1,72 \pm 0,05) \text{ n}\Omega \text{ m} \quad (5)$$

$$\rho = (0,16 \pm 3,10) \text{ n}\Omega \text{ m} \quad (6)$$

1.2 Hall-Effekt

Zur Berechnung der Hall Spannung wird zunaechst das Magnetfeld der Spule in abhaen-gigkeit von der Stromstaerke bestimmt.

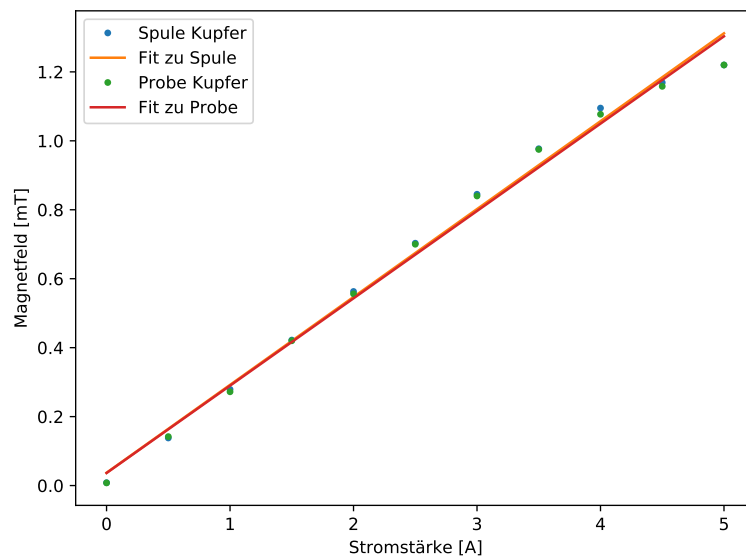


Abbildung 1: Ein Plot der Magnetfeldstärke gegen die Stromstärke.

In diesem Plot sind die Magnetfelder bei steigender und abfallender Stromstärke 6 und der jeweilige lineare Fit zu den Messwerten eingezeichnet. Die Ausgleichsgerade der Form $a \cdot x = b$ hat dann die Werte:

$$a = (254 \pm 5) \cdot 10^{-3} \quad (7)$$

$$b = (36,750 \pm 0,016) \cdot 10^{-3} \quad (8)$$

Und gibt nun in allen folgenden Rechnungen einen Wert für das Magnetfeld wenn nur ein Wert für den Spulenstrom bekannt ist.

In den folgenden Plots ist sind die Messergebnisse der Hallspannung aufgetragen mit denen die weiteren Rechnungen ausgeführt werden. Die Zahlenwerte sind hier ?ref? zu finden.

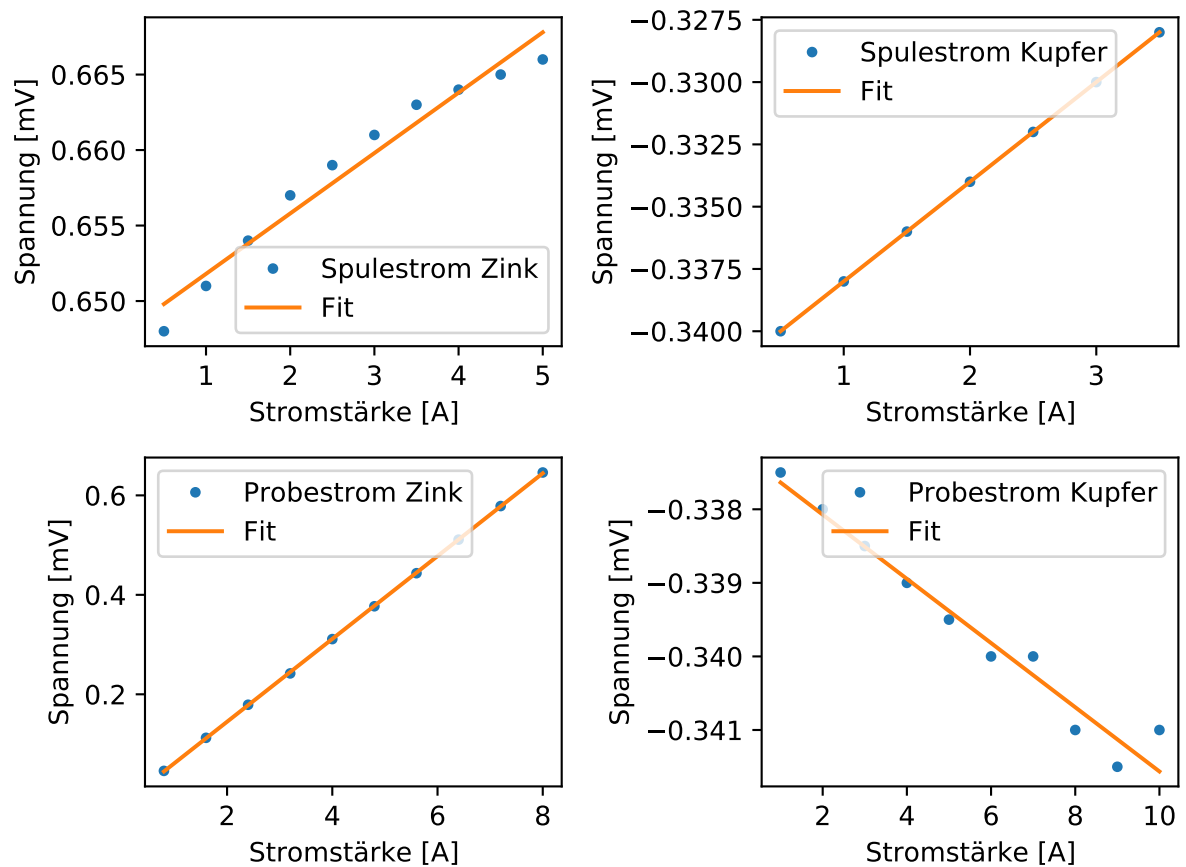


Abbildung 2: Ein Plot der Hall Spannungen gegen die Stromstaerke.

1.3 Ladungsträger pro Volumen

Zur Berechnung der Hall Spannung wird zunaechst das Magnetfeld der Spule in abhaengigkeit von der Stromstaerke bestimmt.

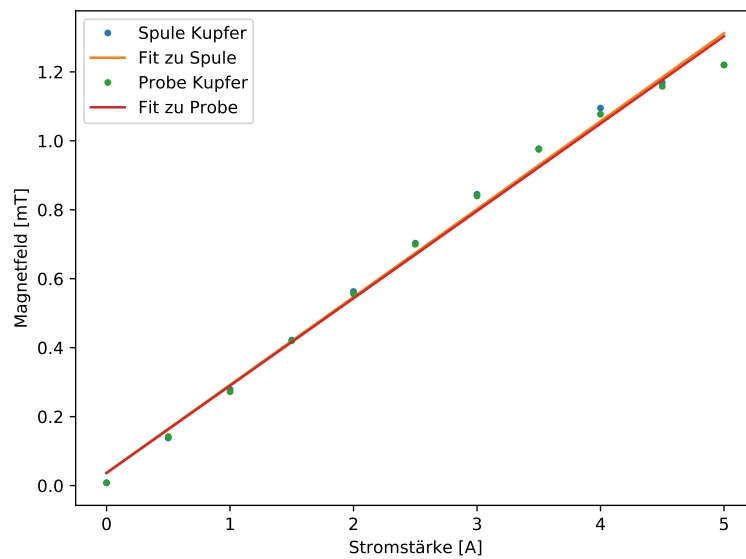


Abbildung 3: Ein Plot der Magnetfeldstärke gegen die Stromstärke.

In diesem Plot sind die Magnetfelder bei steigender und abfallender Stromstärke 6 und der jeweilige lineare Fit zu den Messwerten eingezeichnet. Die Ausgleichsgerade der Form $a \cdot x = b$ hat dann die Werte:

$$a = (254 \pm 5) \cdot 10^{-3} \quad (9)$$

$$b = (36,750 \pm 0,016) \cdot 10^{-3} \quad (10)$$

Und gibt nun in allen folgenden Rechnungen einen Wert für das Magnetfeld wenn nur ein Wert für den Spulenstrom bekannt ist

Aus der Formel ?? lässt sich nun eine Formel für die Ladungsträger pro Volumen herleiten:

$$n = \frac{-BI}{Ud \cdot e_0} \quad (11)$$

mit B der magnetischen Feldstärke, I der Stromstärke, U der Hall-Spannung, d der Dicke der jeweiligen Proben und e_0 der elementar Ladung eines Elektron.

Mit den angegebenen Messwerten berechnen sich nun folgende Messwert:

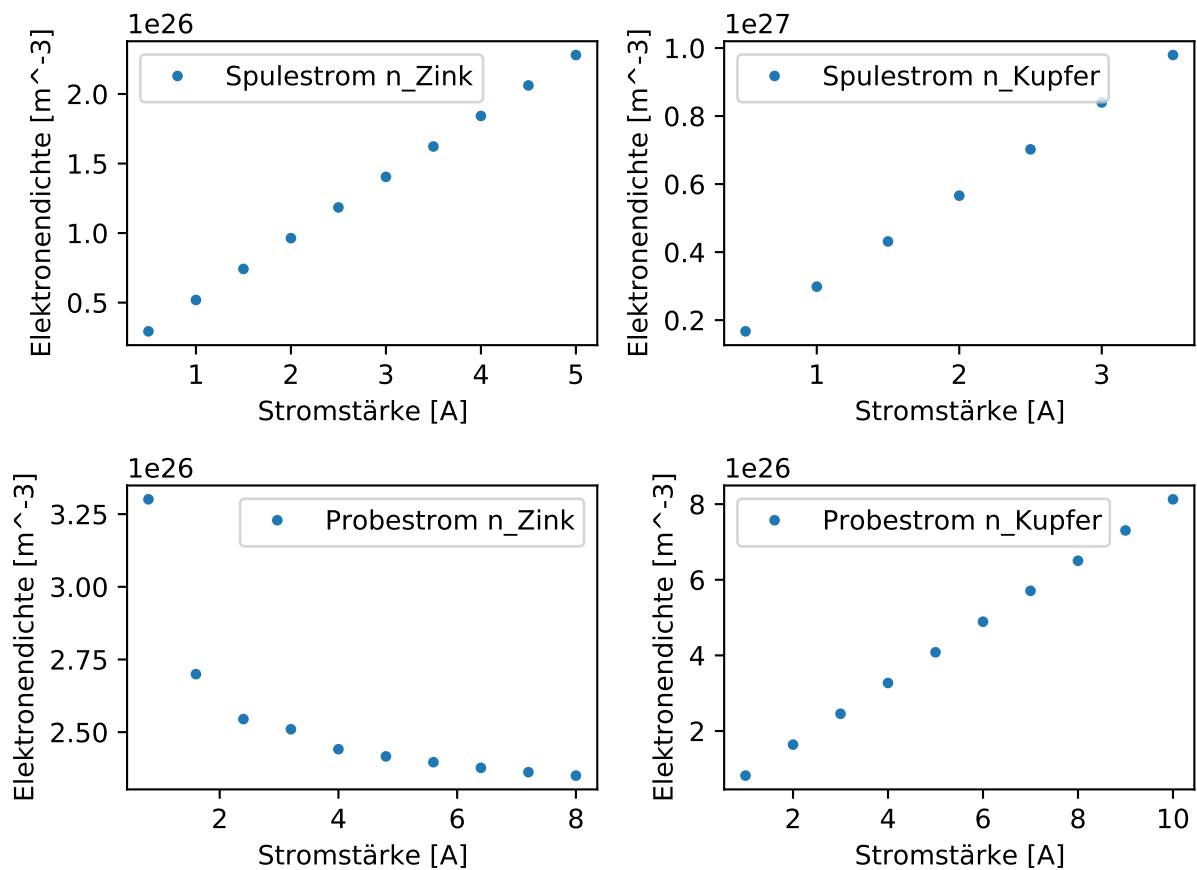


Abbildung 4: Ein Plot der Elektronendichte gegen die Stromstärke.

Die durch die Plots veranschaulichten Werte sind auch in der Tabelle [?ref?](#) zu finden.

1.4 Ladungsträger pro Atom

Die Anzahl der Atome pro Volumen berechnet sich mittels der Formel:

$$\frac{\text{Atome}}{V} = \frac{\rho \cdot N_A}{m_{\text{mol}}} \quad (12)$$

Mit ρ der Dichte des Metalls, $N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23}/\text{mol}$ der Avogadro-Konstante und m_{mol} der molaren Masse des Metalls. Aus dieser Formel ergibt sich direkt die Formel für Z die Anzahl der Ladungsträger pro Atom:

$$Z = \frac{n \cdot m_{\text{mol}}}{\rho \cdot N_A} \quad (13)$$

Mit den stoffspezifischen Größen:

Metall	$\rho[\text{g/mol}]$	$m_{\text{mol}}[\text{g/mol}]$
Zink	7,14	65,38
Kupfer	8,92	63,55

Tabelle 2: Eine Tabelle mit stoffspezifischen Größen der Metalle

lässt sich nun Z berechnen. In den folgenden Plots ist Z für die unterschiedlichen Messreihen angegeben.

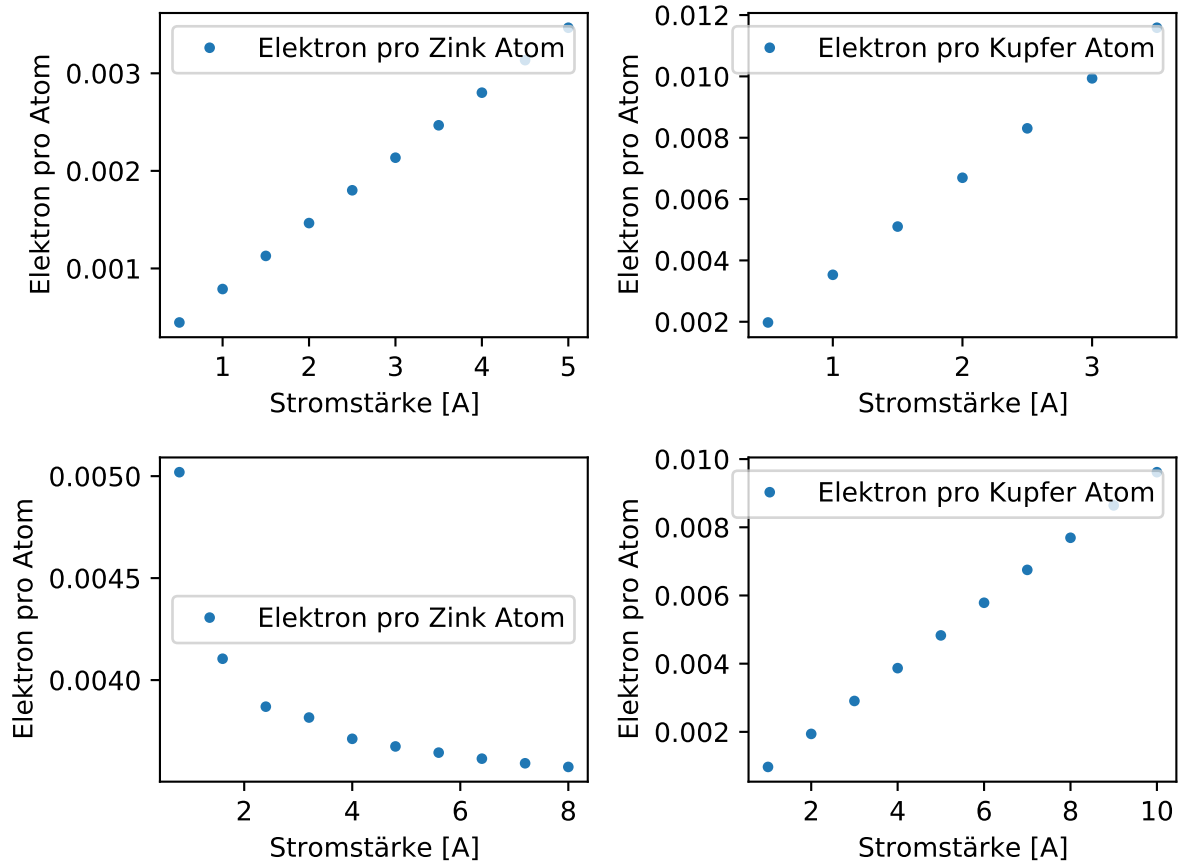


Abbildung 5: Ein Plot der Elektronendichte gegen die Stromstärke.

Die zugehörigen sind auch wieder in der Tabelle ?ref? zu finden.

1.5 mittlere Flugzeit

Die Formel ?? wir so umgestellt, dass wir folgende Formel erhalten:

$$\bar{\tau} = \frac{2}{n} \frac{m_0}{e^2 \cdot \rho} \quad (14)$$

In dieser Formel rechnen wir wieder mit dem reziproken spezifischen Widerstand ρ und der Elektronenmasse $m_0 = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg. Das einsetzen der Werte für n und ρ ergibt dann folgende Werte ?ref?:

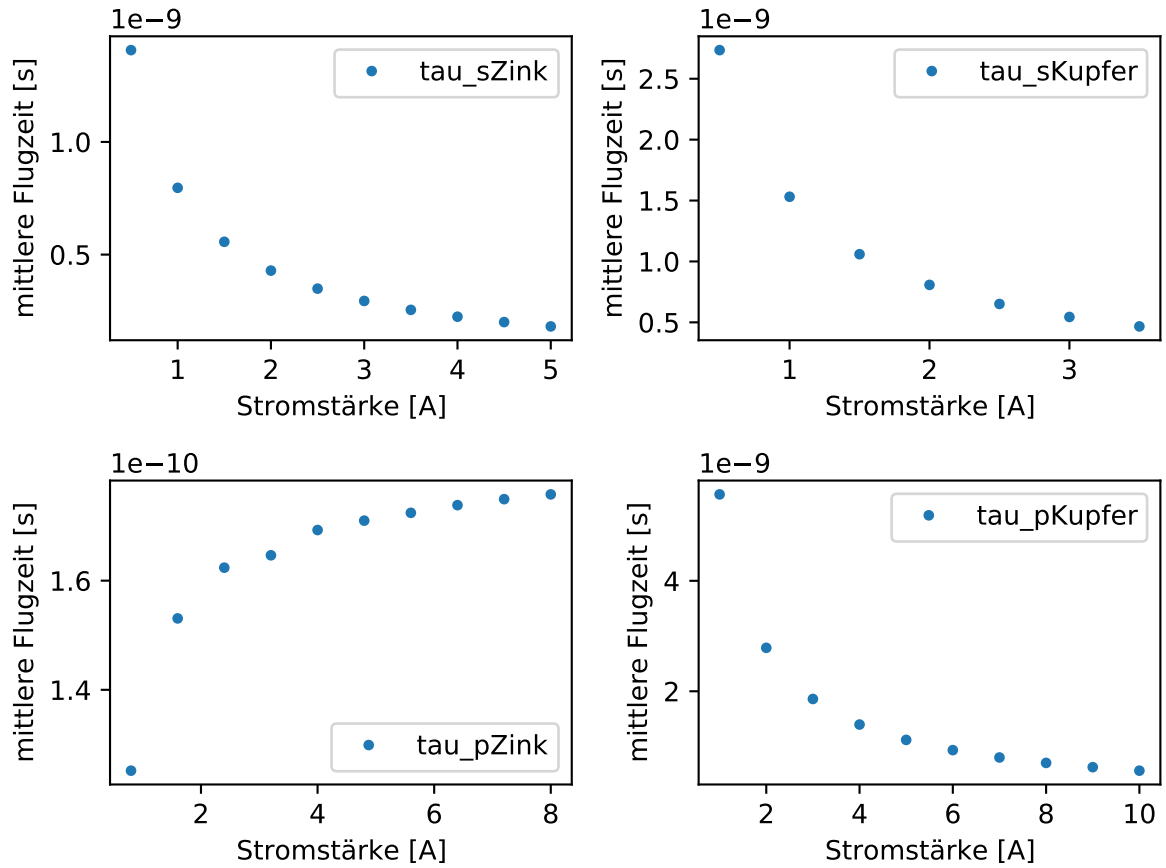


Abbildung 6: Ein Plot der mittleren Flugzeit gegen die Stromstaerke.

1.6 mittlere Driftgeschwindigkeit

Die mittlere Driftgeschwindigkeit $\overline{v_d}$ berechnet sich aus:

$$\overline{v_d} = \frac{-n \cdot e_0}{j} \quad (15)$$

mit der Stromdichte $j = 1 \text{ A/mm}^2$.

Einsetzen ergibt dann ?ref?:

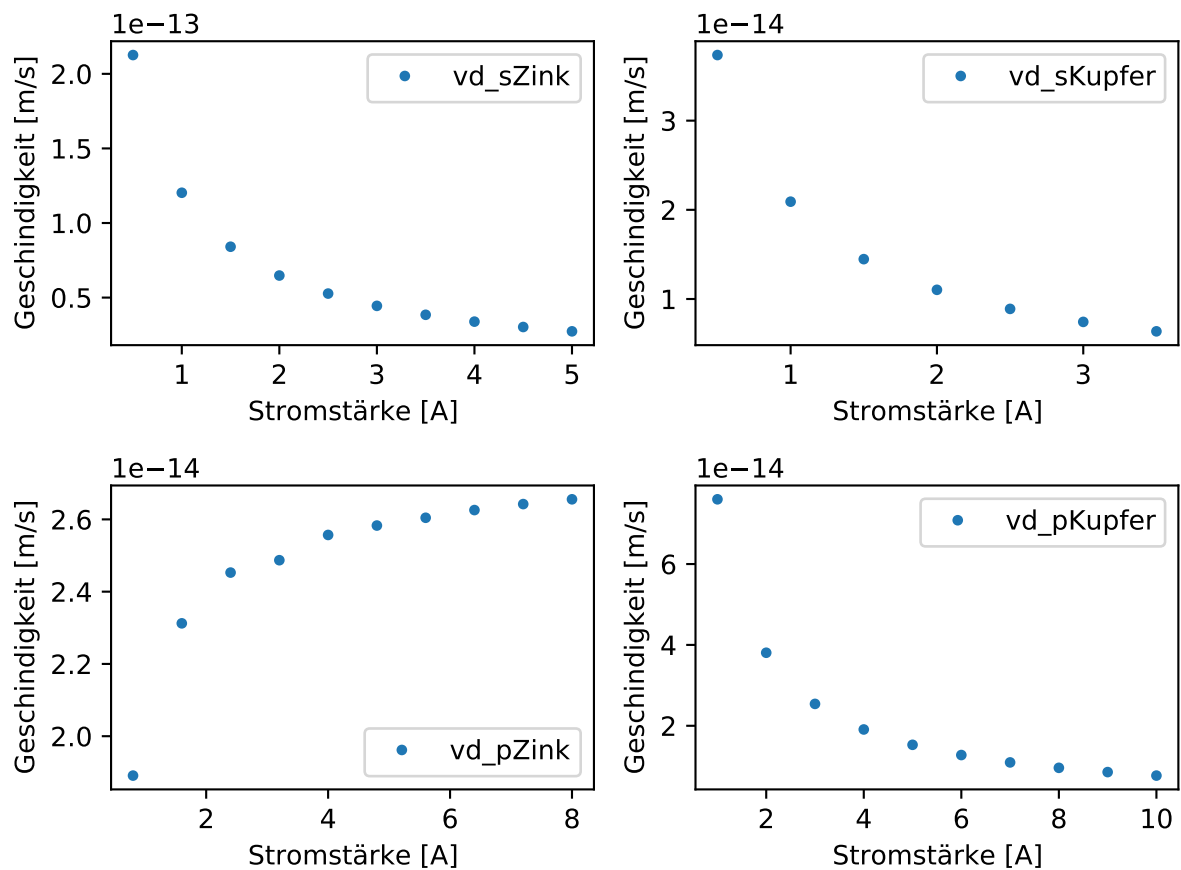


Abbildung 7: Ein Plot der Driftgeschwindigkeit gegen die Stromstärke.

1.7 Beweglichkeit

Die Formel

$$\mu = -\frac{1}{2} \frac{e_0}{m_0} \cdot \bar{\tau} \quad (16)$$

stellt eine Beziehung zwischen τ und μ auf, mit den Werten für τ berechnen sich nun folgende Werte für μ :

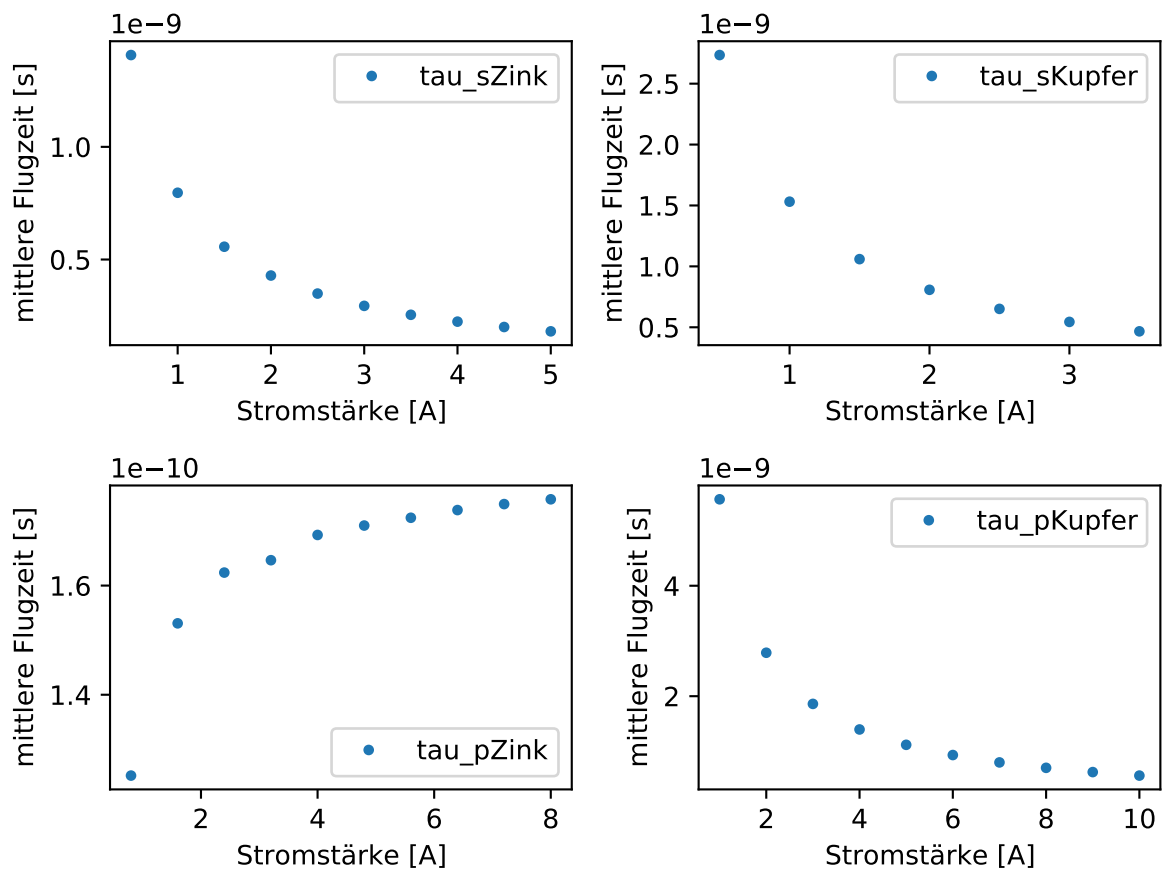


Abbildung 8: Ein Plot der Beweglichkeit gegen die Stromstaerke.

1.8 Totalgeschwindigkeit

Für die Totalgeschwindigkeit wird zunaechst ein Wert für die Fermi-Energie berechnet werden, diese berechnet sich mittels der Formel:

$$E_F = \frac{h^2}{2 \cdot m_0} \sqrt{\left(\frac{3}{8\pi}\right)^2} \quad (17)$$

Hier ist h das planksche Wirkungsquantum ($6,626 \cdot 10^{-34}$ J s). Die Fermi-Energie berechnet sich zu: ?ref?

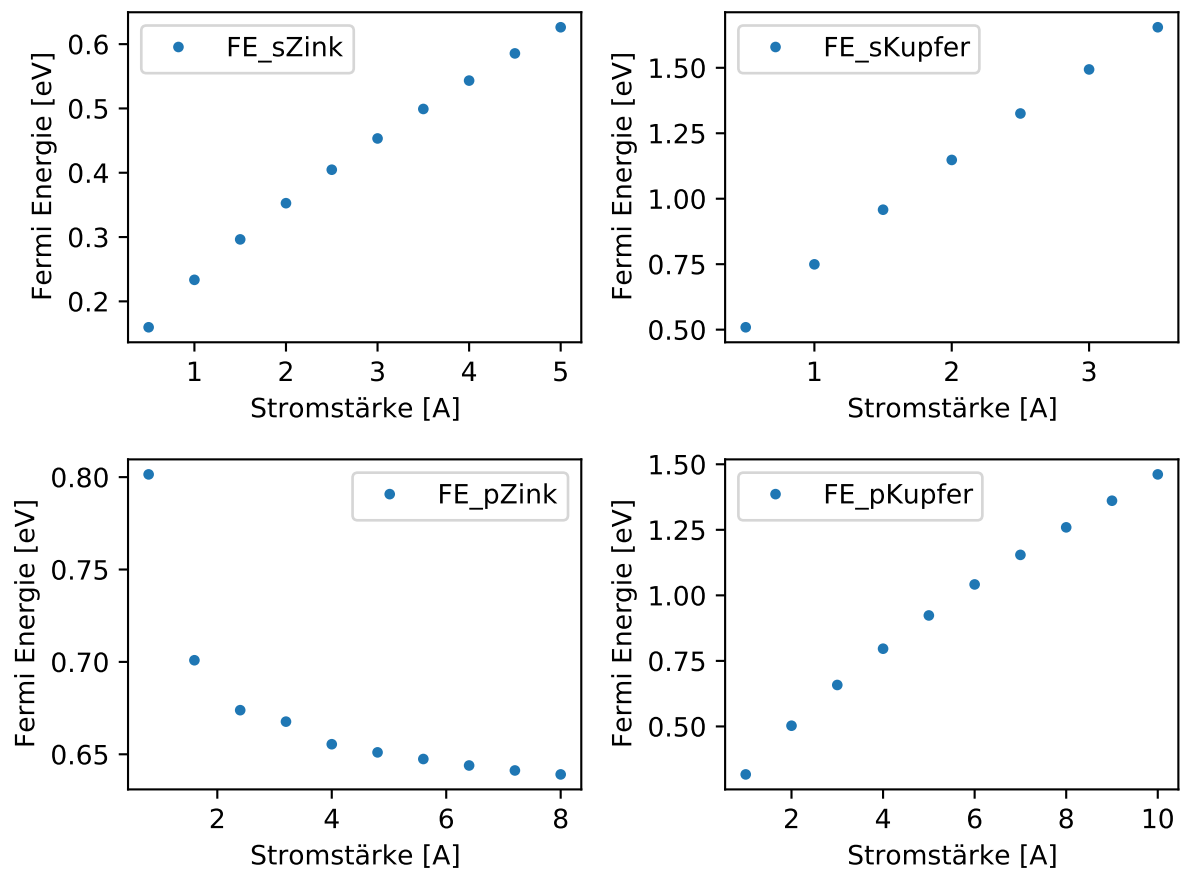


Abbildung 9: Ein Plot der Fermi-Energie gegen die Stromstaerke.

Mittels der Fermi-Energie lässt sich nun über

$$|\bar{v}| \approx \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}}$$

die Totalgeschwindigkeit bestimmen: ?ref?

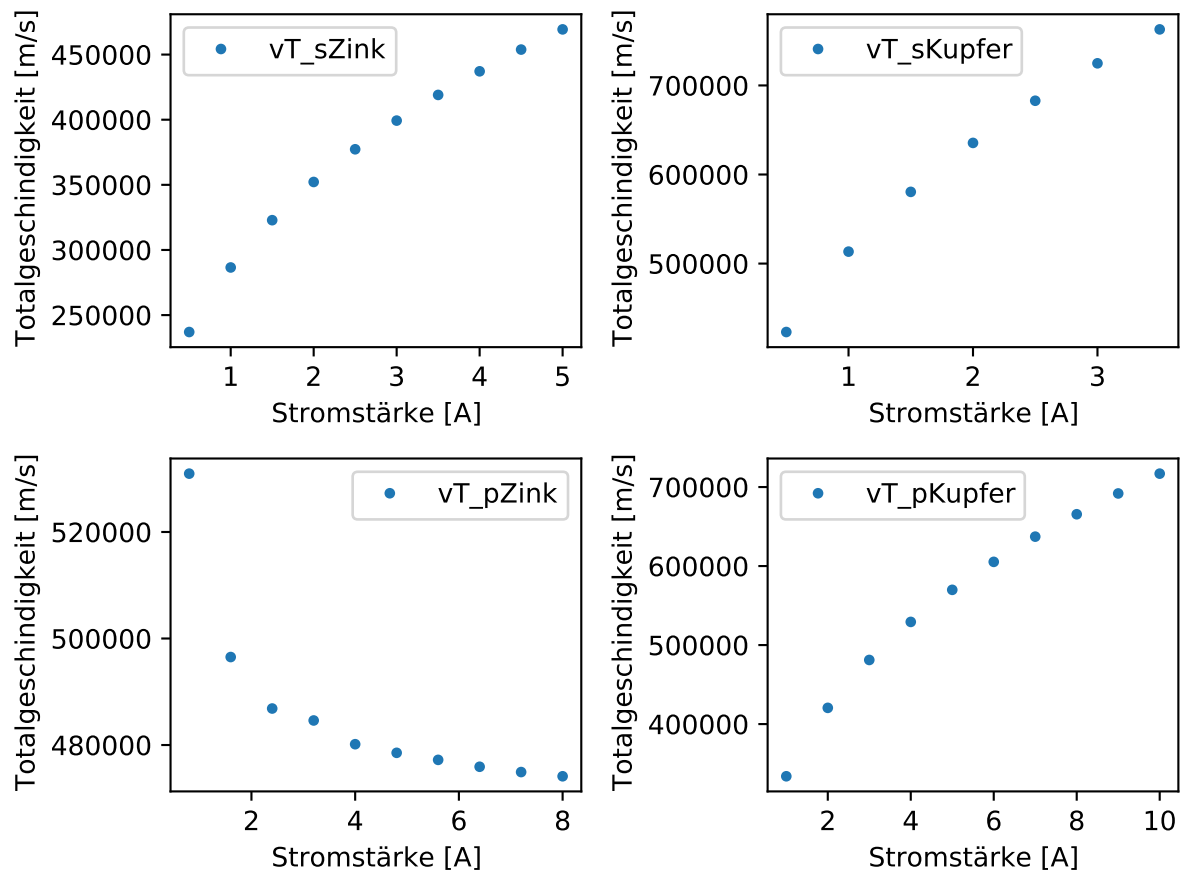


Abbildung 10: Ein Plot der Totalgeschwindigkeit gegen die Stromstaerke.

1.9 mittlere freie Weglänge

Die mittlere freie Weglänge lässt sich nun mit der Totalgeschwindigkeit $|\vec{v}|$ und mittleren Flugzeit τ berechnen:

$$\bar{l} \approx \bar{\tau} \cdot |\vec{v}|$$

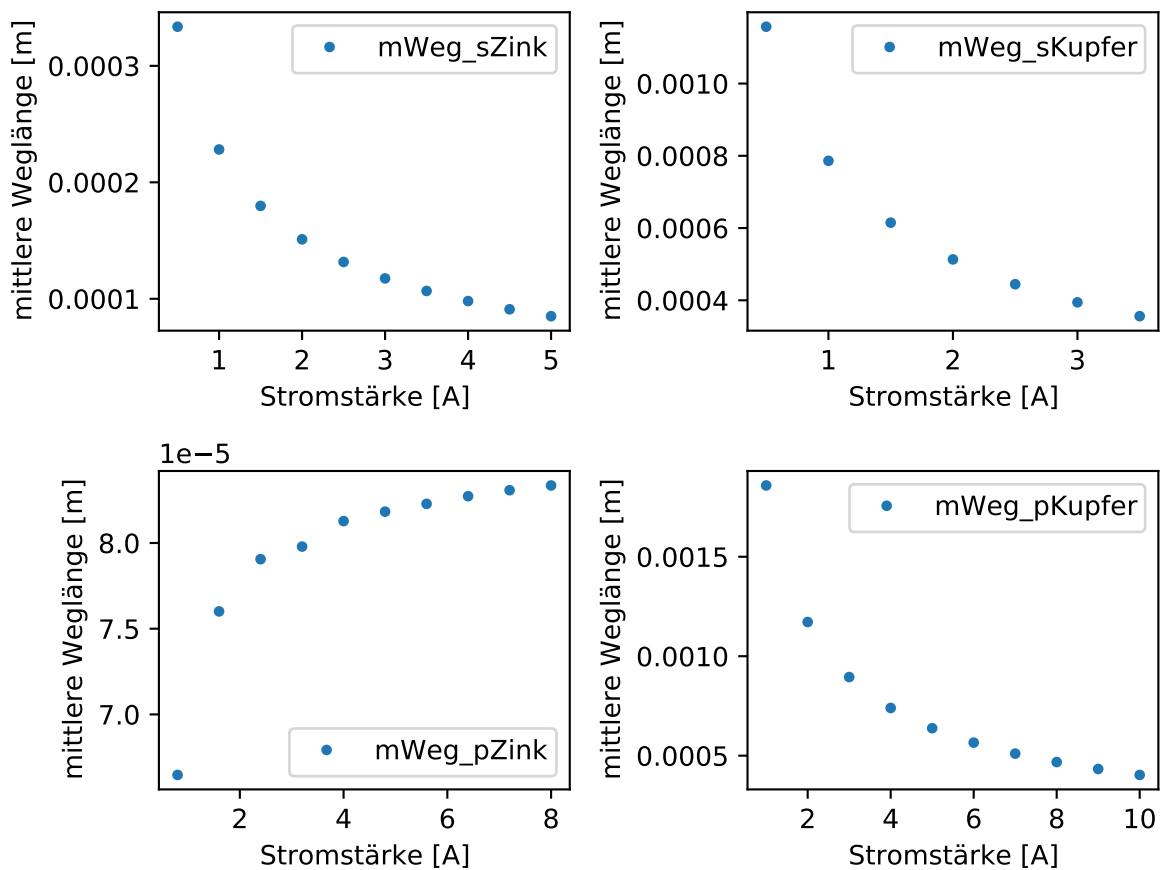


Abbildung 11: Ein Plot der mittleren freien Weglänge gegen die Stromstärke.

Die Zahlenwerte zu den Plots befinden sich hier [?](#)ref?

1.10 Elektronenleitung

Da von der Tatsache ausgegangen wird, dass Kupfer ein Elektronenleiter ist und bei Kupfer und Zink unterschiedliche Vorzeichen für die Hall-Spannung gemessen wurde, ist relativ Sicher, dass bei Zink die Löcherleitung überwiegt.

2 Tabellen

StromstaerkeA	Spannung ZinkV	Spannung KupferV
1,0	0,0141	0,0078
2,0	0,0277	0,0155
3,0	0,0411	0,0233
4,0	0,0555	0,0309
5,0	0,0683	0,0386
6,0	0,0815	0,0463
7,0	0,0947	0,0539
8,0	0,1071	0,0615
9,0	0,1203	0,0688
10,0	0,1337	0,0765

Tabelle 3: Messwerte zur Berechnung der Widerstaende

$R_{\text{Kupfer}}\Omega$	$R_{\text{Zink}}\Omega$
0,014 13	0,007 83
0,013 85	0,007 77
0,013 70	0,007 77
0,013 87	0,007 73
0,013 66	0,007 72
0,013 58	0,007 72
0,013 52	0,007 70
0,013 38	0,007 69
0,013 37	0,007 64

Tabelle 4: Messwerte zur Berechnung der Widerstaende

Stromstaerke+A	Magnetfeld+T	Stromstaerke-A	Magnetfeld-T
0,5	0,142	5,0	1,220
1,0	0,272	4,5	1,169
1,5	0,420	4,0	1,095
2,0	0,556	3,5	0,977
2,5	0,700	3,0	0,845
3,0	0,840	2,5	0,703
3,5	0,975	2,0	0,563
4,0	1,077	1,5	0,422
4,5	1,158	1,0	0,279
5,0	1,220	0,5	0,138

Tabelle 5: Messwerte zur Berechnung der Widerstaende

Stromstaerke+A	Magnetfeld+T
0,5	1,220
1,0	1,169
1,5	1,095
2,0	0,977
2,5	0,845
3,0	0,703
3,5	0,563
4,0	0,422
4,5	0,279
5,0	0,138

Tabelle 6: Messwerte zur Berechnung der Widerstaende