

Versuch Nr.V603

Der Compton-Effekt

Niklas Düser
niklas.dueser@tu-dortmund.de

Benedikt Sander
benedikt.sander@tu-dortmund.de

Durchführung: 27.04.2021

Abgabe: 4.05.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	3
1.1	Zielsetzung	3
1.2	Compton-Effekt	3
1.3	Röntgenstrahlung	3
2	Durchführung und Versuchsaufbau	4
3	Auswertung	7
3.1	Aufnahme eines Emissionsspektrum einer Kupfer-Röntgenröhre	7
3.2	Bestimmung der Transmisson als Funktion der Wellenlänge	7
3.3	Bestimmung der Compton-Wellenlänge λ_c	8
4	Diskussion	9
5	Anhang	10
5.1	Werte	10
	Literatur	12

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll der Compton-Effekt untersucht werden. Dabei wird ein Plexiglasquader genutzt, der mit Röntgenstrahlung bestrahlt wird und dessen Transmissionsverhalten dann untersucht wird.

1.2 Compton-Effekt

Der Compton-Effekt ist eine Wirkung, welche auftritt wenn ein hochenergetisches Photon auf ein Elektron trifft. Das Photon wechselwirkt dabei mit dem Elektron, wobei es selbst Energie an das Elektron abgibt.

Dadurch befindet sich das Elektron nun in Bewegung und das Photon besitzt eine längere Wellenlänge.

Da dieser Vorgang mit einem elastischem Stoß vergleichbar ist muss hier neben der Energie auch der Impuls erhalten bleiben. Aus diesem Grund wird das Photon am Elektron um den Winkel θ gestreut.

Zur grafischen Veranschaulichung des Vorgangs dient dabei Abbildung 1

Die Wellenlänge des gestreuten Elektrons lässt sich dabei über die folgende Relation bestimmen:

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos(\theta))$$

Dabei sind λ_1 , λ_2 einfallende und ausfallende Wellenlänge, h das Planck'sche Wirkungsquantum[8], m_e die Ruhemasse des Elektrons[me] und c die Lichtgeschwindigkeit[5].

$\frac{h}{m_e \cdot c}$ wird dabei zusätzlich Compton-Wellenlänge λ_C genannt, da bei maximaler Wellenlängenverschiebung mit $\theta = \pi$, Der maximale Energieübertrag und damit die maximale Wellenlängenverschiebung findet bei $\theta = \pi$ statt. Dabei gilt $\Delta\lambda = 2 \cdot \lambda_C$ mit $\lambda_C = \frac{h}{m_e \cdot c}$ als Comptonwellenlänge.

Keine Energieübertragung findet bei $\theta = 0$ statt.

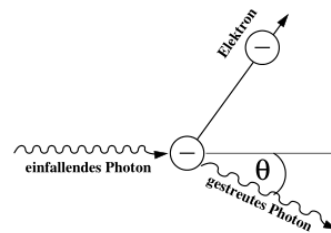


Abbildung 1: Eine schematische Darstellung der Streuung eines Photons an einem Elektron[354].

1.3 Röntgenstrahlung

Um Röntgenstrahlung für die Untersuchung zu erzeugen werden in einer Röntgenröhre durch Glühemission freigewordene Elektronen auf eine Anode beschleunigt.

Dabei wird von der Anode ein kontinuierliches Spektrum an Bremsstrahlung und ein Anodenmaterial spezifisches, charakteristisches Röntgenspektrum emittiert.

Das kontinuierliche Bremspektrum rührt daher, dass das auftreffende Elektron im Material von den Elektronen gebremst wird, wobei es seine Energie abstrahlt. Diese abgestrahlte Energie hat dabei aber keine diskreten Werte wodurch das Spektrum kontinuierlich wird. Das charakteristische Röntgenspektrum kommt von im Metall durch Stoßprozesse angeregten, gebundenen Elektronen, die anschließend für diskrete Energien Röntgenstrahlung abstrahlen.

Zur Untersuchung der Comptonwellenlänge wird das Transmissionsverhalten von Aluminium genutzt. Da die Absorption von Licht mit zunehmender Wellenlänge abnimmt, lässt sich durch einen Vergleich der Intensität des ungebeugten Lichts mit der des gebeugten Lichts, Rückschlüsse über dessen Wellenlänge schließen.

Dafür wird dann diese Gleichung genutzt, die eine Relation zwischen der Intensität des einfallenden Lichts I_0 und der des abgeschwächten austretenden I , herstellt:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot d}$$

d ist dabei die Dicke des Materials und μ der Absorptionskoeffizient, welcher sich aus den Absorptionskoeffizienten für Paarbildung μ_{Paar} , für den Photoeffekt μ_{Photo} und für den Comptoneffekt $\mu_{Compton}$, summiert zusammensetzt.

Die Energie der Photonen lässt sich mit Hilfe der Bragg'schen Reflexion bestimmen.

Dabei bestrahlt man ein Gitter unter dem Winkel α mit Röntgenstrahlung. Bei richtiger Wahl des Glanzwinkels α wird das Licht so reflektiert und gebrochen, dass es mit dem von der unterliegenden Gitterebene reflektierten und gebrochenen Licht konstruktiv interferiert.

Schematisch dargestellt ist dieser Vorgang in der nebenstehenden Abbildung 2.

Die richtige Wahl des Winkels erfüllt dabei folgende Wellenlängenabhängigkeit:

$$2d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda \quad (1)$$

Dabei ist d die Entfernung der Gitterebenen und n die Beugungsordnung des Lichts.

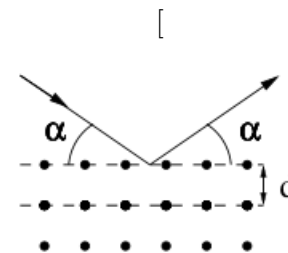


Abbildung 2: Eine schematische Darstellung der Reflexion eines Photons an polykristalliner Materie[V354].

2 Durchführung und Versuchsaufbau

Die zentralen Bauteile für diesen Versuch sind eine Kupfer-Röntgenröhre und ein Geiger-Müller-Zählrohr.

Zwischen diese beiden Bauteile werden dann andere Bauteile wie ein LiF-Kristall, für die Bragg-Reflexion, oder ein Plexiglas-Streuer platziert.

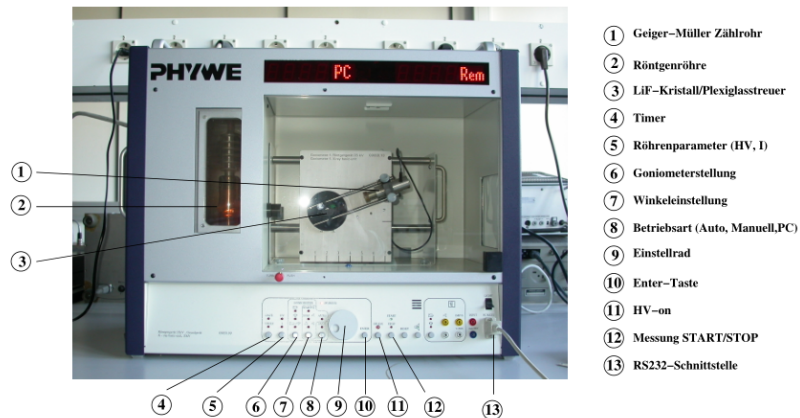


Abbildung 3: Der Aufbau der Messapparatur inklusiv Röntgenröhre[V603].

Den experimentellen Aufbau inklusive des Zählrohrs, der Röntgenröhre und den anderen beschrifteten Bauteilen findet man in Abbildung 3.

Für die Versuchsdurchführung wird an die Röntgenröhre eine konstante Beschleunigungsspannung von 35 kV angelegt und ein Teilchenstrom von 1 mA genutzt.

Zuerst soll das charakteristische Spektrum untersucht werden. Dafür wird eine 2 mm Blende vor der Röhre platziert und der LiF-Kristall in die drehbare Halterung gesteckt. Damit werden nun die Beugungsmaxima erster Ordnung, alle 5 bis 10 Sekunden in $0,2^\circ$ Schritten, gemessen.

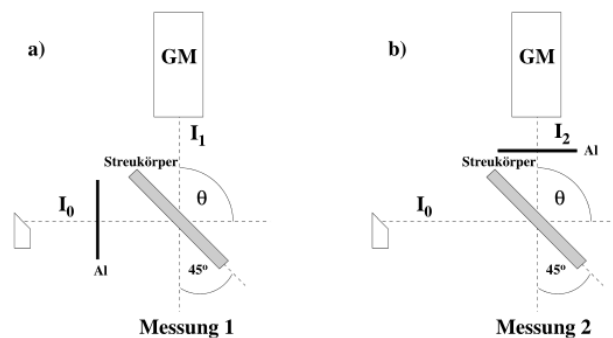


Abbildung 4: Eine schematische Darstellung der Anordnung der verschiedenen Bauteile für die unterschiedlichen Messreihen[V603].

Nun soll das Transmissionsverhalten des Aluminiumabsorbers untersucht werden. Dafür wird vor der Blende der Absorber installiert. Für eine Messzeit von 100 s kann damit nun die Intensität in Abhängigkeit des Winkels des Kristalls gemessen werden.

Diese Messung sollte einmal mit und einmal ohne Absorber durchgeführt werden um den

Einfluss des Aluminiumabsorbers zu bestimmen.

Zusätzlich muss hier die Totzeit des Zählrohrs beachtet werden. Dafür kann die folgende Gleichung genutzt werden:

$$I = \frac{N}{1 - \tau \cdot N}$$

Für die nächste Messreihe wird eine 5 mm Blende genutzt und anstatt des LiF-Kristalls ein Plexiglas-Streuer.

Der Streuer soll dabei auf 45° und das Zählrohr auf 90° eingestellt werden. Damit soll nun die Intensität I_0 der Röhre gemessen werden.

In der Abbildung 4 ist dieser Aufbau schematisch noch einmal schematisch dargestellt.

Im Folgenden soll nun wie in Abbildung 4 dargestellt, der Aluminiumabsorber einmal in den Strahlengang zwischen Röntgenröhre und Streukörper und einmal in den Strahlengang zwischen Streukörper und Zählrohr gebracht werden. Damit können dann die Transmissionen $T_1 = \frac{I_1}{I_0}$ und $T_2 = \frac{I_2}{I_0}$, welche mit den gestreuten und ungestreuten Wellenlängen korrespondieren, bestimmt werden.

Diese Messungen sollen fünf mal durchgeführt werden.

3 Auswertung

3.1 Aufnahme eines Emissionsspektrum einer Kupfer-Röntgenröhre

Werden die Daten 1 der Impulse pro Sekunde und der Winkel wie in Abbildung 5 geplottet, lassen sich die zwei charakteristischen Winkel ablesen und nach der Beziehung 1 auch die Wellenlänge bzw. Energien berechnen.

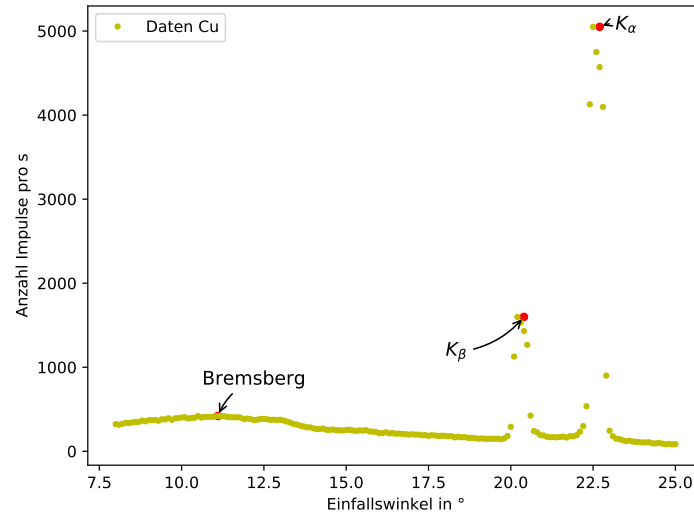


Abbildung 5: Ein Plot in dem die Impulsrate gegen den Winkel aufgetragen ist.

Aus dem Plot lässt sich ein Winkel von $(22,7 \pm 0,2)^\circ$ für die α -Linie und ein Winkel von $(20,4 \pm 0,2)^\circ$ ablesen. Daraus berechnet sich nach Formel 1 eine Energie von (7979 ± 66) eV für die K_α und (8830 ± 82) eV für die K_β Linie.

3.2 Bestimmung der Transmisson als Funktion der Wellenlänge

Die Daten der Impulsrate 2, 3 als Funktion des Winkel werden zunächst mittels $N_{\text{err}} = \sqrt{N}$ mit einem Fehler versehen. Zusätzlich wird die Impulsrate über die Totzeit des Geiger-Müller-Zählrohrs mittels der Formel

$$I = \frac{N}{1 - \tau \cdot N} \quad (2)$$

angepasst. Hier ist $\tau = 90 \mu\text{s}$ die Totzeit des Zählrohrs. Werden diese Daten geplottet und durch eine Ausgleichsgerade approximiert ergibt sich Abbildung 6.

Die Steigung der Geraden berechnet sich zu $a = (-15\,194 \pm 239) \cdot 10^6/\text{m}$ und der y-Achsenabschnitt zu $b = 1,225 \pm 0,014$.

Grafisch dargestellt findet man diesen Zusammenhang in Abbildung 6.

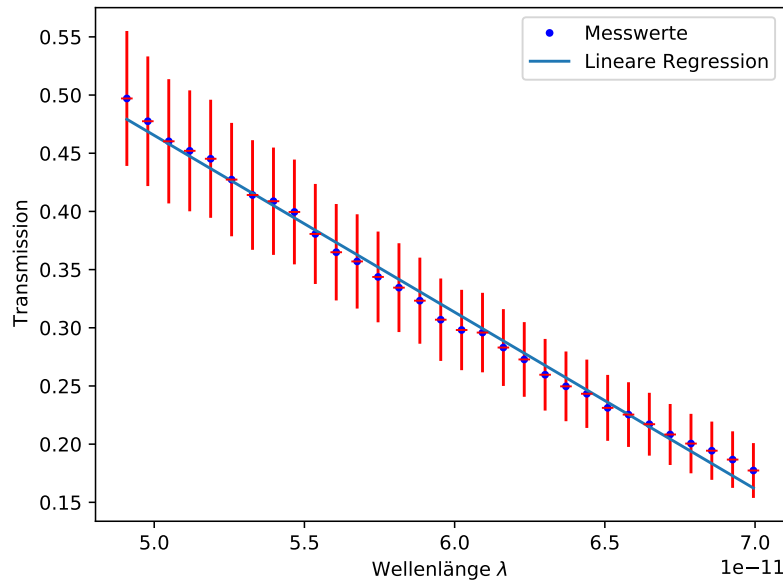


Abbildung 6: Ein Plot des Transmissionsverhältnisses in Abhängigkeit der Wellenlänge.

3.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge λ_c

Über einen Zeitraum von $t = 300\text{s}$ wurden die Impuszzahlen $I_0 = 2731$, $I_1 = 1180$ und $I_2 = 1024$ gemessen.

I_0 entstand bei der Messung ohne Absorber, für die Messung von I_1 wurde ein Al-Absorber zwischen Röntgenröhre und Streuer platziert. Dieser wurde dann für die Messung von I_2 zwischen den Streuer und das Geiger-Müller-Zählrohr verschoben. Die Transmissionen lassen aus diesen Werten wie folgend berechnen:

$$T_1 = \frac{I_1}{I_0} = 0.432$$

$$T_2 = \frac{I_2}{I_0} = 0.375$$

Mittels der Ausgleichsgerade aus Abbildung 6 lässt sich aus der Transmissionszahl nun über

$$\lambda = \frac{T - b}{a}$$

die Wellenlänge berechnen.

Aus T_1 ergibt sich $\lambda_1 = (522 \pm 12) \cdot 10^{-13}\text{m}$ und $\lambda_2 = (559 \pm 13) \cdot 10^{-13}\text{m}$ für T_2 . Die Compton-Wellenlänge wird nun über $\lambda_c = \lambda_2 - \lambda_1$ zu $\lambda_c = (376 \pm 6) \cdot 10^{-14}\text{m}$ berechnet.

4 Diskussion

Der Versuch zur Messung der Compton-Wellenlänge lief im Allgemeinen sehr gut. Die Auswertung basiert dabei zwar nur auf zugeteilten Daten, diese liefern aber gute Ergebnisse.

Da der Versuch nicht selber ausgeführt werden ist es nicht möglich Missstände bei der Durchführung zu diskutieren.

Bei der Untersuchung des Emissionsspektrum lieferte die Auswertung für die k_{alpha} -Linie einen Wert von $(7972,2 \pm 66,0)$ eV, wobei der Theoriewert[11] bei 8048,9 eV liegt.

Daraus lässt sich eine relative Abweichung vom Theoriewert von $(0,9 \pm 0,8) \%$ bestimmen. Für die k_{beta} -Linie gilt dasselbe, nur mit einem errechneten Wert von $(8830,4 \pm 82,0)$ eV, dem theoretischen Wert 8906,9 eV[11] und damit auch mit der relativen Abweichung $(0,9 \pm 0,9) \%$.

Dabei sollte für diese Messreihe noch eine zusätzliche Abweichung durch die Korrektur der Totzeit des Geiger-Müller-Zählrohrs von 2-4% beachtet werden.

Trotzdem zeigen diese Messwerte nur eine sehr kleine Abweichung von den Theoriewerten. Diese finden sich auch in den Fehlerintervallen der Werte wieder.

Bei der Messung der Impulszahlen hat die Totzeitkorrektur nur einen Einfluss von weniger als einem Prozent auf die gemessenen Impulszahlen.

Dies liegt daran, dass über einen sehr langen Zeitraum gemessen wurde und nur wenige Impulse stattfanden. Allerdings führen die wenigen Impulse auch zu einer größeren Abweichung, da so statistische Zerfälle in der Umgebung einen größeren Einfluss auf die Messdaten haben.

Aus diesen Messdaten lässt sich dann die Compton-Wellenlänge bestimmen. Dies ergab $(3,7593 \pm 0,0590) \cdot 10^{-12}$ m. Im Vergleich mit der theoretischen Wellenlänge von $2,425 \cdot 10^{-12}$ m ergibt sich die relative Abweichung zu $(0,549 \pm 0,024) \%$.

Dies sind wieder sehr gute Messwerte. Der Theoriewert liegt hier nur leider nicht im Fehlerintervall.

Da die Compton-Wellenlänge als Differenz von λ_1 und λ_2 bestimmt wird und diese sich in der selben Größenordnung befinden, führt schon eine kleine statistische oder methodische Abweichung zu großen Abweichungen. Auch eine Totzeitkorrektur ändert nichts an der hohen Abweichung.

Alles in allem hat die Auswertung aber sehr gute Ergebnisse geliefert und Messwerte scheinen damit auch wenige methodische und statistische Fehler zu beeinhalteten.

5 Anhang

5.1 Werte

$\theta_1 / ^\circ$	$N_1 / 1/s$	$\theta_2 / ^\circ$	$N_2 / 1/s$	$\theta_3 / ^\circ$	$N_3 / 1/s$	$\theta_4 / ^\circ$	$N_4 / 1/s$	$\theta_5 / ^\circ$	$N_5 / 1/s$
8,0	323,0	11,5	406,0	15,0	253,0	18,5	167,0	22,0	191,0
8,1	316,0	11,6	404,0	15,1	257,0	18,6	169,0	22,1	232,0
8,2	326,0	11,7	405,0	15,2	248,0	18,7	160,0	22,2	300,0
8,3	340,0	11,8	400,0	15,3	242,0	18,8	159,0	22,3	536,0
8,4	335,0	11,9	383,0	15,4	249,0	18,9	157,0	22,4	4128,0
8,5	343,0	12,0	389,0	15,5	246,0	19,0	149,0	22,5	5050,0
8,6	350,0	12,1	382,0	15,6	252,0	19,1	153,0	22,6	4750,0
8,7	350,0	12,2	372,0	15,7	236,0	19,2	150,0	22,7	4571,0
8,8	366,0	12,3	376,0	15,8	234,0	19,3	147,0	22,8	4097,0
8,9	357,0	12,4	385,0	15,9	231,0	19,4	150,0	22,9	901,0
9,0	371,0	12,5	384,0	16,0	215,0	19,5	148,0	23,0	244,0
9,1	371,0	12,6	382,0	16,1	217,0	19,6	149,0	23,1	179,0
9,2	372,0	12,7	373,0	16,2	227,0	19,7	143,0	23,2	151,0
9,3	364,0	12,8	376,0	16,3	214,0	19,8	153,0	23,3	145,0
9,4	381,0	12,9	373,0	16,4	217,0	19,9	182,0	23,4	130,0
9,5	379,0	13,0	375,0	16,5	210,0	20,0	291,0	23,5	121,0
9,6	393,0	13,1	366,0	16,6	211,0	20,1	1127,0	23,6	126,0
9,7	375,0	13,2	354,0	16,7	206,0	20,2	1599,0	23,7	117,0
9,8	391,0	13,3	341,0	16,8	205,0	20,3	1533,0	23,8	112,0
9,9	395,0	13,4	326,0	16,9	198,0	20,4	1430,0	23,9	110,0
10,0	402,0	13,5	318,0	17,0	203,0	20,5	1267,0	24,0	105,0
10,1	405,0	13,6	305,0	17,1	199,0	20,6	425,0	24,1	106,0
10,2	390,0	13,7	296,0	17,2	198,0	20,7	241,0	24,2	107,0
10,3	398,0	13,8	286,0	17,3	191,0	20,8	225,0	24,3	95,0
10,4	400,0	13,9	285,0	17,4	192,0	20,9	192,0	24,4	94,0
10,5	418,0	14,0	274,0	17,5	184,0	21,0	188,0	24,5	100,0
10,6	401,0	14,1	264,0	17,6	191,0	21,1	172,0	24,6	91,0
10,7	410,0	14,2	266,0	17,7	188,0	21,2	168,0	24,7	85,0
10,8	408,0	14,3	270,0	17,8	181,0	21,3	169,0	24,8	88,0
10,9	409,0	14,4	255,0	17,9	185,0	21,4	166,0	24,9	83,0
11,0	414,0	14,5	255,0	18,0	184,0	21,5	170,0	25,0	85,0
11,1	420,0	14,6	260,0	18,1	179,0	21,6	174,0		
11,2	417,0	14,7	251,0	18,2	180,0	21,7	164,0		
11,3	417,0	14,8	250,0	18,3	166,0	21,8	180,0		
11,4	409,0	14,9	248,0	18,4	173,0	21,9	179,0		

Tabelle 1: Die Messwerte zum Emissionsspektrum von Kupfer

$\theta / ^\circ$	$I / 1/\text{s}$
7,0	113,5
7,1	112,0
7,2	112,0
7,3	113,5
7,4	115,0
7,5	113,5
7,6	113,0
7,7	114,5
7,8	114,0
7,9	112,0
8,0	109,5
8,1	109,0
8,2	108,0
8,3	106,0
8,4	104,5
8,5	101,5
8,6	100,0
8,7	100,5
8,8	97,5
8,9	95,0
9,0	92,5
9,1	89,5
9,2	88,0
9,3	84,5
9,4	83,0
9,5	81,0
9,6	78,5
9,7	76,0
9,8	74,0
9,9	72,0
10,0	68,5

Tabelle 2: Die Messwerte mit Al-Absorber

$\theta / ^\circ$	$I / 1/\text{s}$
7,0	226,0
7,1	232,0
7,2	240,5
7,3	248,0
7,4	255,0
7,5	262,0
7,6	269,0
7,7	276,0
7,8	281,0
7,9	289,5
8,0	295,0
8,1	300,0
8,2	308,5
8,3	311,0
8,4	317,0
8,5	324,0
8,6	328,5
8,7	332,5
8,8	337,0
8,9	340,5
9,0	348,0
9,1	350,0
9,2	353,0
9,3	356,5
9,4	359,0
9,5	363,5
9,6	367,0
9,7	369,0
9,8	370,5
9,9	375,0
10,0	375,5

Tabelle 3: Die Messwerte ohne Al-Absorber

Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.

- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] *Literaturwert für die Elementarladung*. 2020. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Elementarladung.html> (besucht am 05.12.2020).
- [5] *Literaturwert für die Lichtgeschwindigkeit c* . 2020. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/lichtgeschwindigkeit/9012> (besucht am 05.12.2020).
- [6] *Literaturwert für die Ruhemasse eines Elektrons*. 2020. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Elektron.html> (besucht am 05.12.2020).
- [7] *Literaturwert für verschiedene Brechungsindizes*. 2021. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Brechzahl.html>.
- [8] *Literaturwerte für das plancksche Wirkungsquantum*. 2020. URL: https://www.chemie.de/lexikon/Plancksches_Wirkungsquantum.html (besucht am 05.12.2020).
- [9] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [10] *Versuchsanleitung zu Versuch V602: "Der Compton-Effekt"*. Fakultät Phyik, TU Dortmund. 2021.
- [11] *X-ray Transistion Energies Database*. 2020. URL: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html> (besucht am 27.04.2021).