

Versuch Nr.V602

# Röntgenemission und -absorption

Niklas Düser  
niklas.dueser@tu-dortmund.de

Benedikt Sander  
benedikt.sander@tu-dortmund.de

Durchführung: 8.06.2021

Abgabe: 15.06.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Erzeugung von Röntgenstrahlung . . . . .	3
2.2	Bragg-Reflexion . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Durchführung und Versuchsaufbau</b>	<b>6</b>
3.1	Versuchsaufbau . . . . .	6
3.2	Bragg-Bedingung . . . . .	6
3.3	Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre . . . . .	7
3.4	Absorptionsspektrum . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
4.1	Überprüfung der Bragg-Bedingung . . . . .	8
4.2	Emissionsspektrums der Cu-Röntgenröhre . . . . .	8
4.3	Analyse der Absorptionsspektren . . . . .	12
4.3.1	Zink . . . . .	13
4.3.2	Gallium . . . . .	15
4.3.3	Bromium . . . . .	16
4.3.4	Rubidium . . . . .	18
4.3.5	Strontium . . . . .	20
4.3.6	Zirkonium . . . . .	22
4.4	Rydbergenergie . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>25</b>

# 1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuches ist die Untersuchung des Röntgenemissionsspektrums von Kupfer der Röntgenabsorptionsspektren anderer Materialien.

Des Weiteren sollen die maximale Intensität der Röntgenröhre und das energetische Auflösungsvermögen der Apparatur bestimmt werden. Zusätzlich wird auch das Moseleysche Gesetz überprüft.

## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Erzeugung von Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlung ist jene Strahlung, welche Energien von 10 eV bis 200 keV besitzt. Eine der vielen Methoden um Röntgenstrahlung zu Erzeugen ist die Beschleunigung von, durch den glühelektrischen Effekt ausgelöst, Elektronen auf eine Bremsanode. Dabei entsteht zum einen das kontinuierliche Bremsspektrum und das von dem Anodenmaterial abhängige charakteristische Spektrum.

Das kontinuierliche Spektrum entsteht, wenn Elektronen beim Eintreten in die Anode vom Coulomb-Feld der gebundenen Elektronen abgebremst werden. Dabei sendet das abgebremste Elektron Bremsstrahlung aus, welche energetisch der verlorenen kinetischen Energie entspricht. Da die Energie allerdings keinen bestimmten Wert haben muss entsteht ein kontinuierliches Spektrum. Dieses ist in Abbildung 1 qualitativ dargestellt.

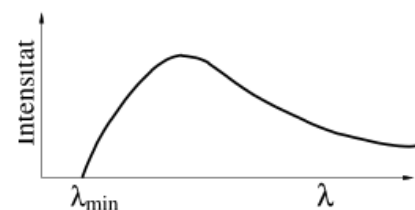
Die bei diesem Vorgang maximal abgestrahlte Energie ist die komplette kinetische Energie.

Da die die Energie des beschleunigten Elektrons  $E_{kin} = U \cdot e_0$  entspricht, wobei  $U$  die angelegte Spannung und  $e_0$  die Elementarladung [4] ist, und  $E = h\nu$  die Energie des Photons, mit dem Planckschen Wirkungsquantum  $[h]$  und der Frequenz ist, ergibt sich für die minimale Wellenlänge:

$$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e_0 \cdot U}$$

Beim charakteristischen Spektrum wird ein Elektron des Anodenmaterials durch einen Stoß angeregt und hinterlässt so eine Leerstelle in einer der inneren Schalen. Beim Zurückfallen auf die innere Schale wird dann die Differenz der Energieniveaus  $h \cdot \nu = E_M - E_N$  als Photon abgestrahlt.

Da die Energien der Energieniveaus vom Material abhängig sind, sind die gemessenen Linien dieses Prozesses charakteristisch für das Anodenmaterial.



**Abbildung 1:** Eine schematische Darstellung der Intensität des kontinuierlichen Spektrums der Bremsstrahlung[12].

Diese Linien tragen Bezeichnungen wie  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$  oder  $L_\alpha$ . Der Buchstabe bezieht sich dabei auf die Schalen, auf die die Elektronen zurückfallen.

Der griechische Buchstabe im Index repräsentiert dabei den Herkunftsort des Elektrons.

Die Energie der Niveaus auf den Schalen nimmt ab, je weiter die Schalen vom Kern entfernt liegen. Dies liegt daran, dass die innen liegenden Elektronen das Coulomb Potential abschirmen und somit schwächen.

Für die Bindungsenergie auf der n-ten Schale  $E_N$  gilt dabei:

$$E_N = -R_\infty z_{eff}^2 \cdot \frac{1}{n^2}$$

Dabei wird auch der Abschirmeffekt der effektiven Kernladung  $z_{eff} = z - \sigma$ , mit der Kernladungszahl  $z$  und der Abschirmkonstante  $\sigma$ , berücksichtigt. Des Weiteren ist  $R_\infty$  die Rydbergenergie[8].

Da die Elektronen auf den äußeren Bahnen, aufgrund ihres Spins und Bahndrehimpulses, nicht immer die selben Energien besitzen, fransen die zuvor beschriebenen Linien etwas aus.

Beim Zurückfallen in ein niedrigeres Energieniveaus variiert die Ausgangsenergie dabei leicht, was zu nah beieinander liegenden Linien führt.

Dies nennt sich Feinstruktur, ist aber im folgenden Versuch nicht auflösbar.

Für Energien kleiner als 1 MeV sind der Photo- und der Comptoneffekt dominant, was die Absorption und damit den Absorptionskoeffizienten angeht. Dieser sinkt nämlich kontinuierlich bis die Bindungsenergie eines Elektrons in der nächst inneren Schale überschritten wird und sie dann schlagartig steigt.

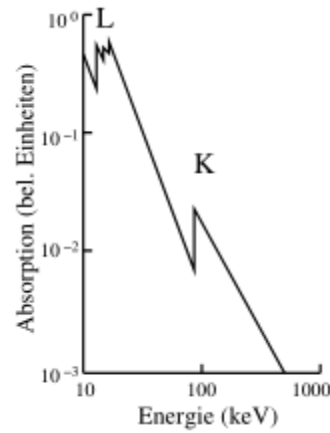
Dies passiert über den Photoeffekt, mit dessen Hilfe das Elektronen herausgelöst wird.

Diese so entstehenden Kanten werden abhängig von der Ausgangsschale L- oder K-Kante genannt. Dabei gibt es aufgrund der Feinstruktur die Kanten  $L_I$  bis  $L_{III}$ , allerdings nur eine K-Kante.

Unter Berücksichtigung der Feinstruktur lässt sich die Bindungsenergie der Elektron  $E_{n,j}$  über die Sommerfeldsche Feinstrukturformel bestimmen:

$$E_{n,j} = -R_\infty \left( z_{eff,1}^2 \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{eff,2} \frac{1}{n^3} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} + \frac{3}{4n} \right) \right)$$

Dabei sind, zusätzlich zu den zuvor benannten Variablen,  $\alpha$  die Sommerfeldsche Feinstrukturkon-



**Abbildung 2:** Eine schematische Darstellung der Absorption von Elektronen in Abhängigkeit von deren Energie. Zusätzlich auch noch die K- und L-Kante[12].

stante [9],  $n$  die Hauptquantenzahl und  $j$  der Gesamtdrehimpuls des Elektrons.

## 2.2 Bragg-Reflexion

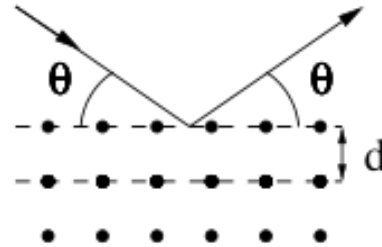
Mit Hilfe von Bragg-Reflexion kann die Wellenlänge  $\lambda$  und damit auch die Energie bestimmen. Dafür wird das Licht auf ein dreidimensionales Gitter, wie einen LiF-Kristall gelenkt. Das Licht wird dabei an der oberen und an den tiefer liegenden Gitterebenen reflektiert.

Für einen Glanzwinkel  $\theta$ , bei dem der Wegunterschied des Lichtes  $n\lambda$  beträgt, entsteht konstruktive Interferenz.

Daraus lässt sich dann über die so genannte Bragg-Bedingung die Wellenlänge bestimmen:

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

Dabei ist  $d$  die Gitterkonstante, welche für einen LiF-Kristall  $d_{LiF} = 201,4 \text{ pm}$  entspricht, und  $n$  die Beugungsordnung.



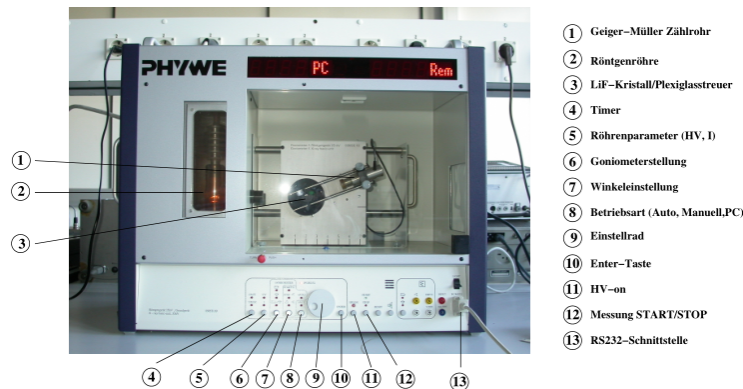
**Abbildung 3:** Eine schematische Darstellung der Reflexion eines Photons an polykristalliner Materie[12].

## 3 Durchführung und Versuchsaufbau

### 3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus dem in Abbildung 4 dargestellten Gerät. Die wichtigsten Bauteile sind dabei die links zu sehende Kupfer-Röntgenröhre, der LiF-Kristall für die Bragg-Reflexion und dem Geiger-Müller-Zählrohr.

Das abgebildete Röntgengerät ermöglicht die Aufnahme der Spektren über einen Computer.



**Abbildung 4:** Der Versuchsaufbau der zur Untersuchung der Röntgenstrahlung genutzt wird. Dabei sind die einzelnen Komponenten in der Legende aufgeschlüsselt. [V401].

Dafür muss auf dem Computer das Programm ‚measure‘ ausgeführt und darin das Röntgengerät ausgewählt werden.

Die zu wählenden Einstellungen sind die Messart ‚Spektren‘, die Beschleunigungsspannung  $U_B = 35 \text{ kV}$  und der Emissionsstrom  $I = 1 \text{ mA}$ .

Die Weiteren für Einstellung benötigten Knöpfe sind in der Legende von Abbildung 4 aufgeführt.

### 3.2 Bragg-Bedingung

In der ersten Messreihe soll die Bragg-Bedingung untersucht werden. Dafür wird der Winkel des Kristalls auf  $\theta = 14^\circ$  gestellt und anschließend die Winkeleinstellung des Geiger-Müller-Zählrohrs von  $\alpha_{GM} = 26^\circ$  bis  $\alpha_{GM} = 30^\circ$  variiert. Dabei soll für die Integrationszeit  $\Delta t = 5 \text{ s}$  und für den Winkelzuwachs  $\Delta\alpha = 0,1^\circ$  gewählt werden.

Des Weiteren sollte der LiF-Kristall und eine 1 mm Blende noch in das Röntgengerät eingesetzt werden. Der Koppelmodus sollte auf 2:1 gestellt werden.

Anschließend soll der mit dem gemessenen Maximum korrespondierende Winkel mit dem Glanzwinkel verglichen werden und bei zu großen Abweichungen die assistierende Person benachrichtigt werden.

### 3.3 Emissionspektrum der Kupfer-Röntgenröhre

Hier wird nur die Schrittweite auf  $\Delta\theta = 0,2^\circ$  geändert und der Winkelbereich des Kristalls von  $\theta = 4^\circ$  bis  $\theta = 26^\circ$  variiert.

Im aufgenommenen Spektrum sollen dann, zusätzlich zu den charakteristischen Linien und dem Bremsberg, die minimale Wellenlänge identifiziert werden.

Anschließend soll noch das Detailspektrum der  $K_\alpha$  und  $K_\beta$  aufgenommen werden, wobei  $\Delta\theta = 0,1^\circ$  und  $\Delta t = 5\text{ s}$  sein sollen.

Aus dieser Messung soll dann die Halbwertsbreite der Linien berechnet werden und damit dann im Weiteren das Auflösungsvermögen der Apparatur.

Zuletzt sollen die Abschirmkonstanten  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$ , unter Vernachlässigung des Drehimpulsbeitrags, aus den Emissionsenergien berechnet werden.

Die Konstanten können dann mit folgenden Gleichungen und Literaturwerten für die Energien[11] abgeschätzt werden. Dabei ist  $n = 1$ ,  $m = 2$  und  $l = 3$ .

$$\begin{aligned}E_{K,abs} &= R_\infty (z - \sigma_1)^2 \\E_{K,\alpha} &= R_\infty \frac{1}{n^2} (z - \sigma_1)^2 - R_\infty \frac{1}{m^2} (z - \sigma_2)^2 \\E_{K,\beta} &= R_\infty \frac{1}{n^2} (z - \sigma_1)^2 - R_\infty \frac{1}{l^2} (z - \sigma_3)^2\end{aligned}$$

### 3.4 Absorptionsspektrum

In diesem Versuchsabschnitt wird ein Zinkabsorber vor das Zählrohr gesetzt und  $\Delta\theta = 0,1^\circ$  und  $\Delta t = 20\text{ s}$ .

Aus den damit generierten Messwerten soll die Absorptionsenergie der K-Kante berechnet werden. Hieraus kann nun die Abschirmzahl von Zink  $\sigma_K$  bestimmt werden.

Dies soll mit den fünf weiteren Absorbern Bromium, Gallium, Rubidium, Zirkonium und Strontium wiederholt werden.

Zuletzt soll mit den Absorptionsenergien das Moseleysche Gesetz überprüft werden.

Dieses besagt, dass  $E_K$  proportional zum Quadrat der Ordnungszahl  $Z^2$  ist. Dies soll über ein  $\sqrt{E_K}$ - $Z$  Diagramm bestimmt werden, wo die Steigung die Rydberg-Konstante sein soll.

## 4 Auswertung

### 4.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Die Bragg-Bedingung wird überprüft indem der LiF-Kristall auf einen festen Winkel  $\theta = 14^\circ$  gestellt und der Winkel  $\alpha$  des Geiger-Müller-Zählrohrs von  $26^\circ$  bis  $30^\circ$  in  $\Delta\alpha = 0,1^\circ$  Schritten verändert.

Auf jeden dieser Schritte werden für  $t = 5s$  die Anschläge gemessen. Die Daten zu dieser Messung sind in Tabelle(1) zu finden.

**Tabelle 1:** Die Messwerte von der Überprüfung der Bragg-Bedingung.

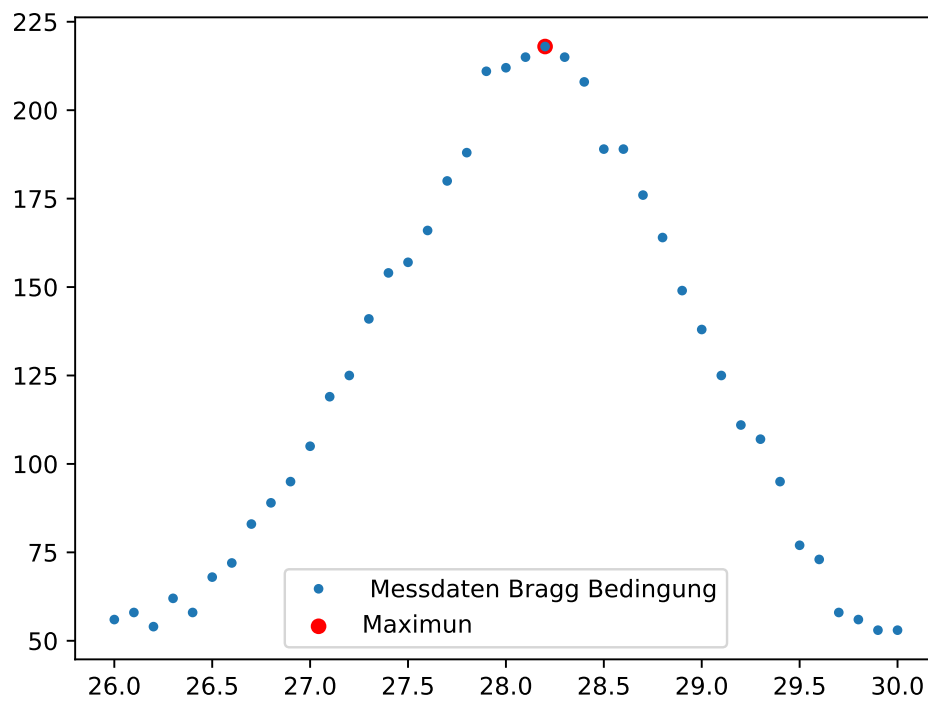
$\alpha_{GM} / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\alpha_{GM} / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
26,0	56,0	28,1	215,0
26,1	58,0	28,2	218,0
26,2	54,0	28,3	215,0
26,3	62,0	28,4	208,0
26,4	58,0	28,5	189,0
26,5	68,0	28,6	189,0
26,6	72,0	28,7	176,0
26,7	83,0	28,8	164,0
26,8	89,0	28,9	149,0
26,9	95,0	29,0	138,0
27,0	105,0	29,1	125,0
27,1	119,0	29,2	111,0
27,2	125,0	29,3	107,0
27,3	141,0	29,4	95,0
27,4	154,0	29,5	77,0
27,5	157,0	29,6	73,0
27,6	166,0	29,7	58,0
27,7	180,0	29,8	56,0
27,8	188,0	29,9	53,0
27,9	211,0	30,0	53,0
28,0	212,0		

Diese Daten sind in Plot(5) dargestellt und der Punkt mit den meisten Anschlägen bei  $\alpha = 28,2^\circ$  markiert. Der theoretische Sollwinkel liegt nach dem Reflexionsgesetz bei  $\alpha = 28^\circ$ . Es liegt also nur eine Abweichung von 0,7 % vor.

### 4.2 Emissionsspektrums der Cu-Röntgenröhre

Zur Analyse des Emissionsspektrums der Cu-Röntgenröhre werde die Anschläge des Zählrohrs in 10 Sekunden Intervallen mit Schrittlängen von  $\Delta\theta = 0,1^\circ$  gemessen. Diese Messwerte sind in Tabelle(2) dargestellt.

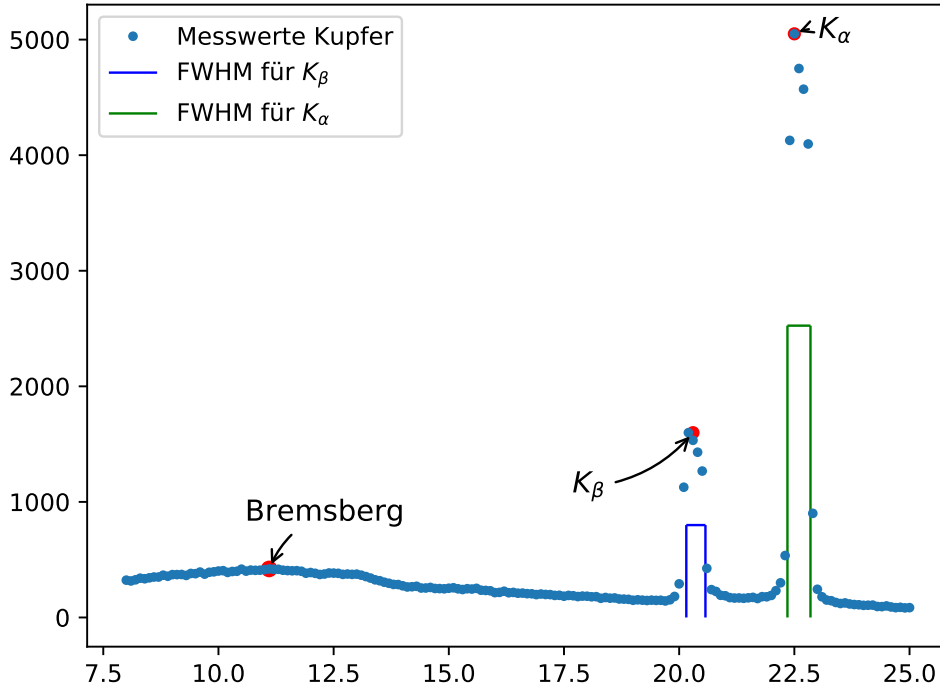




**Abbildung 5:** Die Messreihe zur Überprüfung der Bragg-Bedingung aufgetragen in einem  $\alpha$  -  $N$ - Diagramm.

**Tabelle 2:** Die Messwerte des Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
8,0	323,0	11,5	406,0	14,9	248,0	18,3	166,0	21,7	164,0
8,1	316,0	11,6	404,0	15,0	253,0	18,4	173,0	21,8	180,0
8,2	326,0	11,7	405,0	15,1	257,0	18,5	167,0	21,9	179,0
8,3	340,0	11,8	400,0	15,2	248,0	18,6	169,0	22,0	191,0
8,4	335,0	11,9	383,0	15,3	242,0	18,7	160,0	22,1	232,0
8,5	343,0	12,0	389,0	15,4	249,0	18,8	159,0	22,2	300,0
8,6	350,0	12,1	382,0	15,5	246,0	18,9	157,0	22,3	536,0
8,7	350,0	12,2	372,0	15,6	252,0	19,0	149,0	22,4	4128,0
8,8	366,0	12,3	376,0	15,7	236,0	19,1	153,0	22,5	5050,0
8,9	357,0	12,4	385,0	15,8	234,0	19,2	150,0	22,6	4750,0
9,0	371,0	12,5	384,0	15,9	231,0	19,3	147,0	22,7	4571,0
9,1	371,0	12,6	382,0	16,0	215,0	19,4	150,0	22,8	4097,0
9,2	372,0	12,7	373,0	16,1	217,0	19,5	148,0	22,9	901,0
9,3	364,0	12,8	376,0	16,2	227,0	19,6	149,0	23,0	244,0
9,4	381,0	12,9	373,0	16,3	214,0	19,7	143,0	23,1	179,0
9,5	379,0	13,0	375,0	16,4	217,0	19,8	153,0	23,2	151,0
9,6	393,0	13,1	366,0	16,5	210,0	19,9	182,0	23,3	145,0
9,7	375,0	13,2	354,0	16,6	211,0	20,0	291,0	23,4	130,0
9,8	391,0	13,3	341,0	16,7	206,0	20,1	1127,0	23,5	121,0
9,9	395,0	13,4	326,0	16,8	205,0	20,2	1599,0	23,6	126,0
10,0	402,0	13,5	318,0	16,9	198,0	20,3	1533,0	23,7	117,0
10,1	405,0	13,6	305,0	17,0	203,0	20,4	1430,0	23,8	112,0
10,2	390,0	13,7	296,0	17,1	199,0	20,5	1267,0	23,9	110,0
10,3	398,0	13,8	286,0	17,2	198,0	20,6	425,0	24,0	105,0
10,4	400,0	13,9	285,0	17,3	191,0	20,7	241,0	24,1	106,0
10,5	418,0	14,0	274,0	17,4	192,0	20,8	225,0	24,2	107,0
10,6	401,0	14,1	264,0	17,5	184,0	20,9	192,0	24,3	95,0
10,7	410,0	14,2	266,0	17,6	191,0	21,0	188,0	24,4	94,0
10,8	408,0	14,3	270,0	17,7	188,0	21,1	172,0	24,5	100,0
10,9	409,0	14,4	255,0	17,8	181,0	21,2	168,0	24,6	91,0
11,0	414,0	14,5	255,0	17,9	185,0	21,3	169,0	24,7	85,0
11,1	420,0	14,6	260,0	18,0	184,0	21,4	166,0	24,8	88,0
11,2	417,0	14,7	251,0	18,1	179,0	21,5	170,0	24,9	83,0
11,3	417,0	14,8	250,0	18,2	180,0	21,6	174,0	25,0	85,0
11,4	409,0								



**Abbildung 6:** Das Emissionsspektrum einer Kupfer-Röntgenröhre.

In dem Plot(6) werden die Daten aus Tabelle(2) grafisch dargestellt. Des Weiteren sind noch die Maxima der  $K_\alpha$  und  $K_\beta$ -Peaks, sowie auch der Bremsberg markiert. Diese werden aus den Messwerten direkt abgelesen. Der  $K_\alpha$ -Peak ist bei  $\theta = (22,50 \pm 0,20)^\circ$  mit einem  $N = 5050,0$  Imp/s zu finden. Die Halbwertsbreite(FWHM) werden durch die Punkte

$$\begin{aligned}\theta_{\text{FWHM},1} &= (22,35 \pm 0,20)^\circ & N_{\text{FWHM}} &= 2525,0 \text{ Imp/s} \\ \theta_{\text{FWHM},2} &= (22,85 \pm 0,20)^\circ\end{aligned}$$

beschrieben. Analog ergibt sich für den  $K_\beta$ -Peak ein Winkel von  $\theta = (20,3 \pm 2,0)^\circ$  bei einer Anschlagzahl von  $N = 1599$  Imp/s. Hier wird die Halbwertsbreite durch

$$\begin{aligned}\theta_{\text{FWHM},1} &= (20,16 \pm 0,20)^\circ & N_{\text{FWHM}} &= 799,5 \text{ Imp/s} \\ \theta_{\text{FWHM},2} &= (20,57 \pm 0,20)^\circ\end{aligned}$$

beschrieben. Die zugehörigen Energien können nun durch die Bragg-Bedingung nach

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (1)$$

berechnet werden.

$$\begin{aligned} E_{K,\alpha} &= (8043 \pm 70) \text{ eV} & \Delta E_{\text{FWHM},\alpha} &= (170 \pm 70) \text{ eV} \\ E_{K,\beta} &= (8872 \pm 40) \text{ eV} & \Delta E_{\text{FWHM},\beta} &= (180 \pm 90) \text{ eV} \end{aligned}$$

Das Auflösungsvermögen  $A = \frac{E_K}{\Delta E_{\text{FWHM}}}$  ergibt sich somit zu

$$\begin{aligned} A &= 48 \pm 20 \text{ für } K_\alpha \\ A &= 48 \pm 23 \text{ für } K_\beta \end{aligned}$$

Die Absorptionsenergie  $E_{\text{abs}} = 8980,47 \text{ eV}$  nach [11] wird nun mit den Energien der  $K_\alpha$  und  $K_\beta$ -Peaks genutzt um die Absorptionskoeffizienten  $\sigma_1, \sigma_2$  und  $\sigma_3$  nach den Formeln

$$\sigma_1 = z - \sqrt{\frac{E_{K,\text{abs}}}{R_\infty}} \quad (2)$$

$$\sigma_2 = z - 2 \cdot \sqrt{\frac{E_{K,\text{abs}} - E_{K,\alpha}}{R_\infty}} \quad (3)$$

$$\sigma_3 = z - 3 \cdot \sqrt{\frac{E_{K,\text{abs}} - E_{K,\beta}}{R_\infty}} \quad (4)$$

zu bestimmen. Dies ergibt dann

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 3,30 \\ \sigma_2 &= 12,40 \pm 0,60 \\ \sigma_3 &= 20,53 \pm 1,70 \end{aligned}$$

### 4.3 Analyse der Absorptionsspektren

Es werden nun verschiedene Metalle vor das Geiger-Müller-Zählrohr platziert und genau wie bei der Messreihe mit dem Kupferabsorber mit den Messzeiten  $t = 20 \text{ s}$  gemessen. Für alle diese Messreihen wird ein Intensitätsmaximum  $I_{\text{max}}$  und ein Intensitätsminimum  $I_{\text{min}}$  bestimmt. Aus diesen lässt sich dann nach der Formel

$$I_K = I_{\text{min}} + \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{2}$$

die Intensität an der Mitte der Kante ermittelt.

Der Zugehörige Winkel  $\theta$  wird berechnet in dem in die 2 umliegenden Punkte eine Verbindungsgerade der Form  $y = a \cdot x + b$  gelegt wird. Dies ergibt nun also für den Winkel

$$\theta_K = \frac{I_k - b}{a}$$

Ist dieser Wert berechnet kann nun mit der Formel

$$\sigma_K = z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 \cdot Z^4}{4}}$$

die Abschirmkonstante bestimmt werden.

#### 4.3.1 Zink

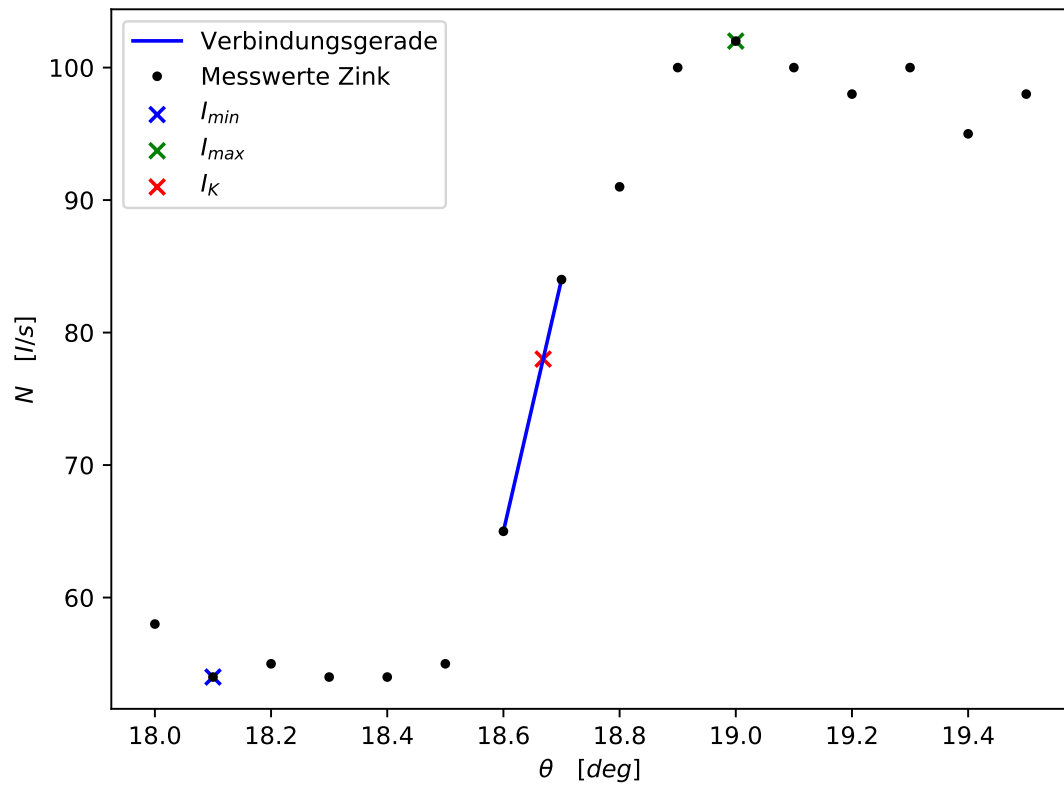
Die Daten der Messreihe Zink sind in Tabelle(3) aufgetragen und in Plot(7) eingezeichnet.

**Tabelle 3:** Die Werte der Messung mit einem Zinkabsorber.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
18,0	58,0
18,1	54,0
18,2	55,0
18,3	54,0
18,4	54,0
18,5	55,0
18,6	65,0
18,7	84,0
18,8	91,0
18,9	100,0
19,0	102,0
19,1	100,0
19,2	98,0
19,3	100,0
19,4	95,0
19,5	98,0

Das Maximum und Minimum, welche auch in Plot(7) eingezeichnet sind, und somit auch die Mitte der Kante, ergeben sich zu

$$\begin{aligned} I_{\min} &= 54 \text{ Imp/s} \\ I_{\max} &= 102 \text{ Imp/s} \\ I_K &= 78 \text{ Imp/s} . \end{aligned}$$



**Abbildung 7:** Die Messung zum Zinkabsorber.

Die Verbindungsgerade wird durch die Parameter

$$a = 189,99 \text{ Imp/s}^\circ$$

$$b = -348,99 \text{ Imp/s}$$

beschrieben und ergibt  $\theta_{\text{Zn}} = (18,67 \pm 0,05)^\circ$ . Daraus lässt sich dann die Energie zu  $E_{\text{Zn}} = (9616 \pm 25) \text{ eV}$  berechnen. Damit ergibt sich dann die Abschirmkonstante  $\sigma_{\text{Zn}} = 3,613 \pm 0,035$ .

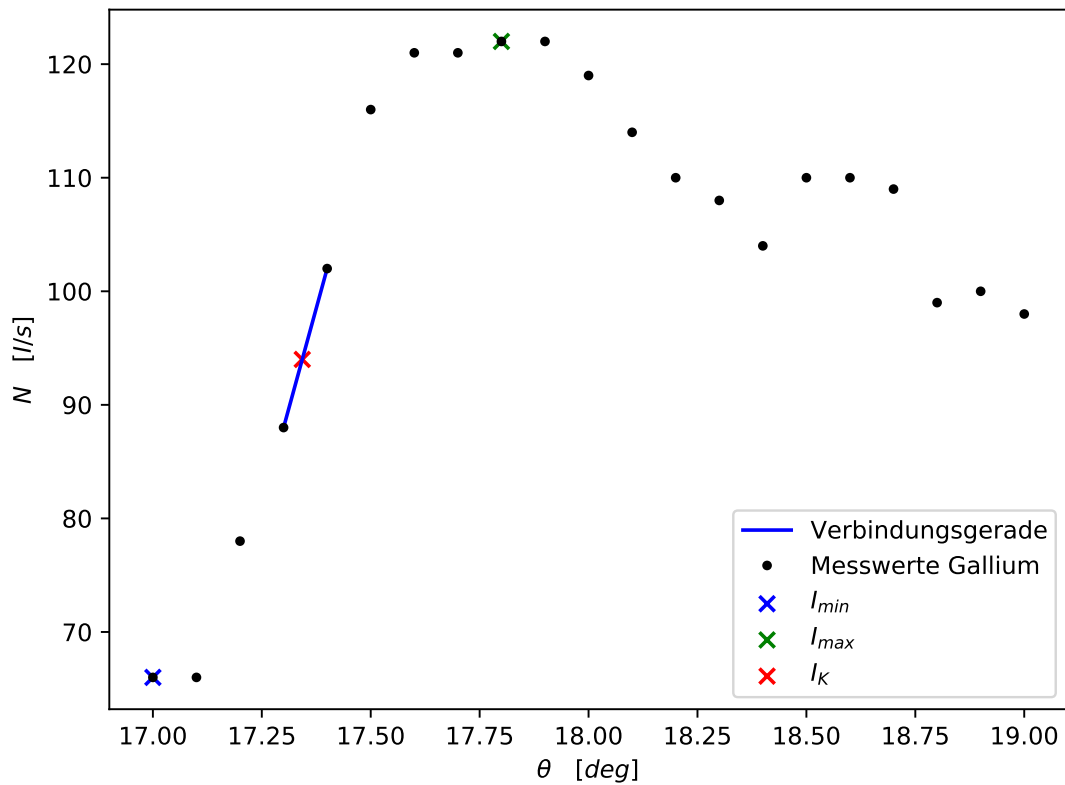
### 4.3.2 Gallium

Die Daten der Messreihe von Gallium sind in Tabelle(4) aufgetragen und in Plot(8) eingezeichnet.

**Tabelle 4:** Die Werte der Messung mit einem Absorber aus Gallium.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
17,0	66,0
17,1	66,0
17,2	78,0
17,3	88,0
17,4	102,0
17,5	116,0
17,6	121,0
17,7	121,0
17,8	122,0
17,9	122,0
18,0	119,0
18,1	114,0
18,2	110,0
18,3	108,0
18,4	104,0
18,5	110,0
18,6	110,0
18,7	109,0
18,8	99,0
18,9	100,0
19,0	98,0

Das Maximum und Minimum, welche auch in Plot(8) eingezeichnet sind, und somit die Mitte der Kante, ergeben sich zu



**Abbildung 8:** Die Messung zum Galliumabsorber.

$$\begin{aligned}
 I_{\min} &= 66 \text{ Imp/s} \\
 I_{\max} &= 122 \text{ Imp/s} \\
 I_K &= 94 \text{ Imp/s} .
 \end{aligned}$$

Die Verbindungsgerade wird durch die Parameter

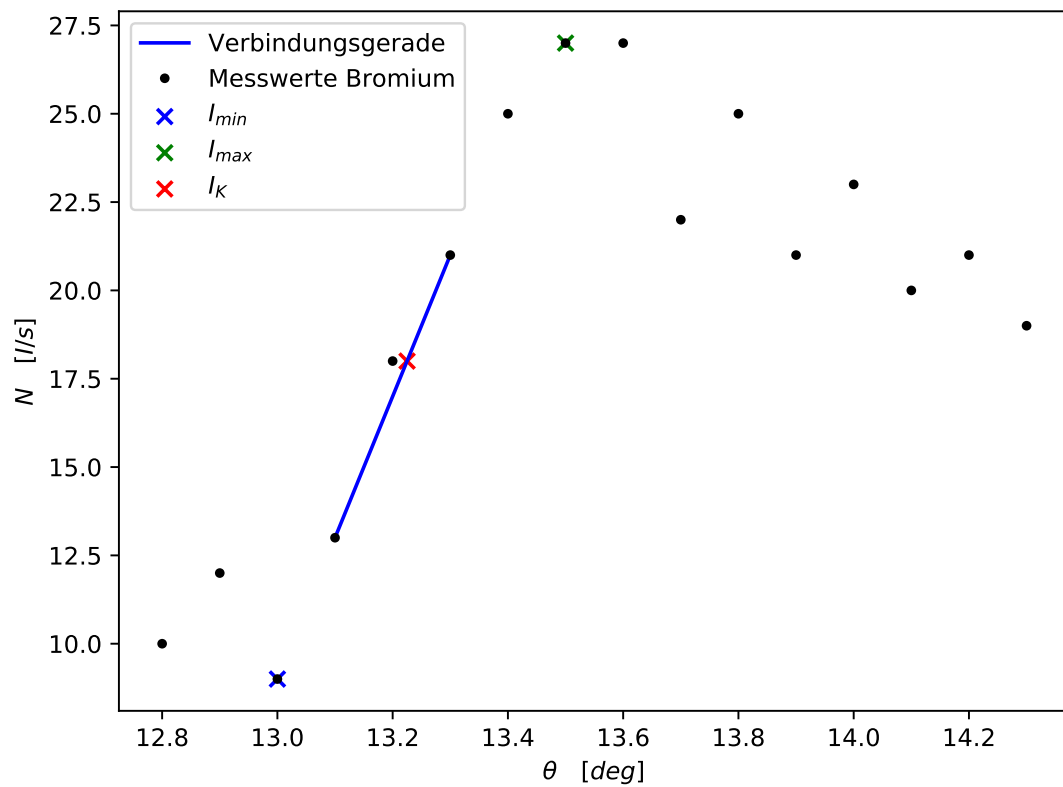
$$\begin{aligned}
 a &= 140,0 \text{ Imp/s}^\circ \\
 b &= -2334,0 \text{ Imp/s}
 \end{aligned}$$

beschrieben und ergibt  $\theta_{\text{Ga}} = (17,34 \pm 0,05)^\circ$ . Somit ist die Energie  $E_{\text{Ga}} = (10\,326 \pm 29) \text{ eV}$ . Hieraus berechnet sich die Abschirmkonstante  $\sigma_{\text{Ga}}$  zu  $3,67 \pm 0,40$ .

### 4.3.3 Bromium

Die Daten der Messreihe von Bromium sind in Tabelle(5) aufgetragen und werden in Plot(8) dargestellt.





**Abbildung 9:** Die Messung zum Bromabsorber.

**Tabelle 5:** Die Werte der Messung mit einem Bromabsorber.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
12,8	10,0
12,9	12,0
13,0	9,0
13,1	13,0
13,2	18,0
13,3	21,0
13,4	25,0
13,5	27,0
13,6	27,0
13,7	22,0
13,8	25,0
13,9	21,0
14,0	23,0
14,1	20,0
14,2	21,0
14,3	19,0

Das Maximum und Minimum, welche auch in Plot(9) eingezeichnet sind, und somit die Mitte der Kante, ergeben sich zu

$$\begin{aligned}I_{\min} &= 9 \text{ Imp/s} \\I_{\max} &= 27 \text{ Imp/s} \\I_K &= 18 \text{ Imp/s} .\end{aligned}$$

Die Verbindungsgerade wird durch die Parameter

$$\begin{aligned}a &= 40,0 \text{ Imp/s}^\circ \\b &= -511,0 \text{ Imp/s}\end{aligned}$$

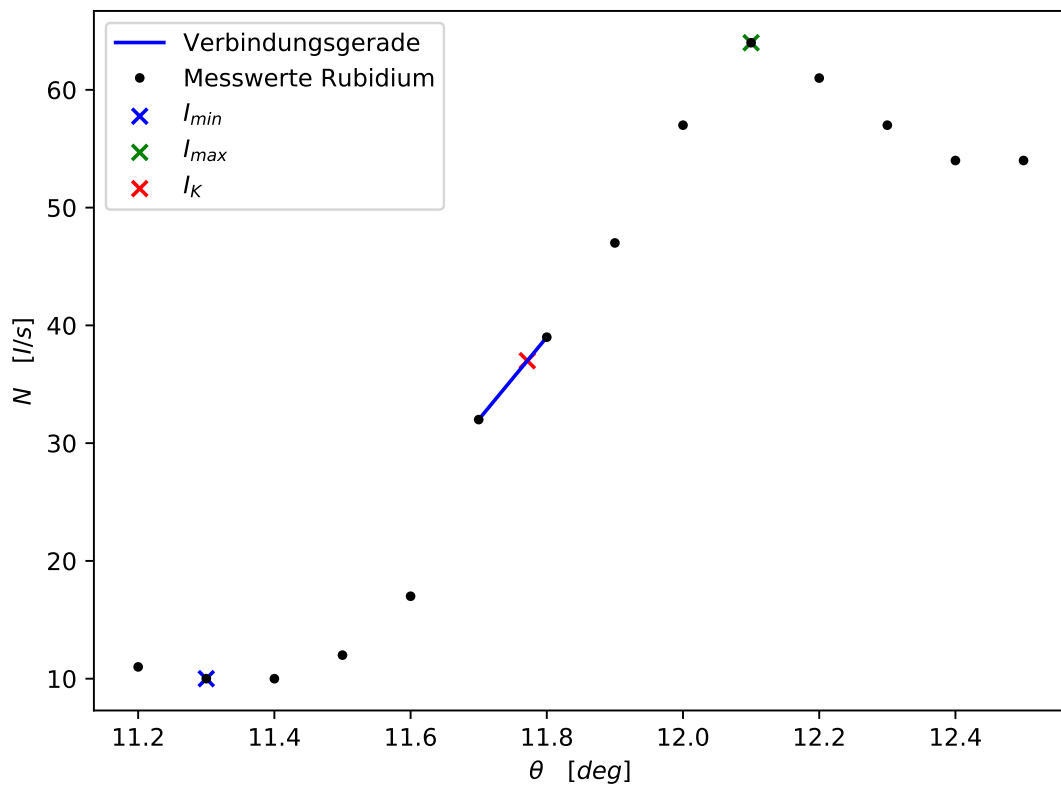
beschrieben und ergibt  $\theta_{\text{Bro}} = (13,22 \pm 0,05)^\circ$ . Die hieraus bestimmte Energie ist  $E_{\text{Bro}} = (13\,450 \pm 5) \text{ eV}$ , was zu dem Wert für die Abschirmkonstante  $\sigma_{\text{Bro}} = 3,87 \pm 0,06$  führt.

#### 4.3.4 Rubidium

Die Messdaten, die mit dem Rubidiumabsorber aufgenommen wurden, sind in Tabelle(6) aufgetragen und in Plot(10) grafisch dargestellt.

**Tabelle 6:** Die Werte der Messung mit einem Absorber aus Rubidium.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
11,2	11,0
11,3	10,0
11,4	10,0
11,5	12,0
11,6	17,0
11,7	32,0
11,8	39,0
11,9	47,0
12,0	57,0
12,1	64,0
12,2	61,0
12,3	57,0
12,4	54,0
12,5	54,0



**Abbildung 10:** Die Messung zum Absorber aus Rubidium.

Das Maximum und Minimum sind dort ebenfalls zu finden. Aus diesen Werten ergibt sich die Mitte der Kante zu

$$\begin{aligned}I_{\min} &= 10 \text{ Imp/s} \\I_{\max} &= 64 \text{ Imp/s} \\I_K &= 37 \text{ Imp/s} .\end{aligned}$$

Die Verbindungsgerade zwischen diesen Werten wird durch die Parameter

$$\begin{aligned}a &= 70,0 \text{ Imp/s}^\circ \\b &= -787,0 \text{ Imp/s}\end{aligned}$$

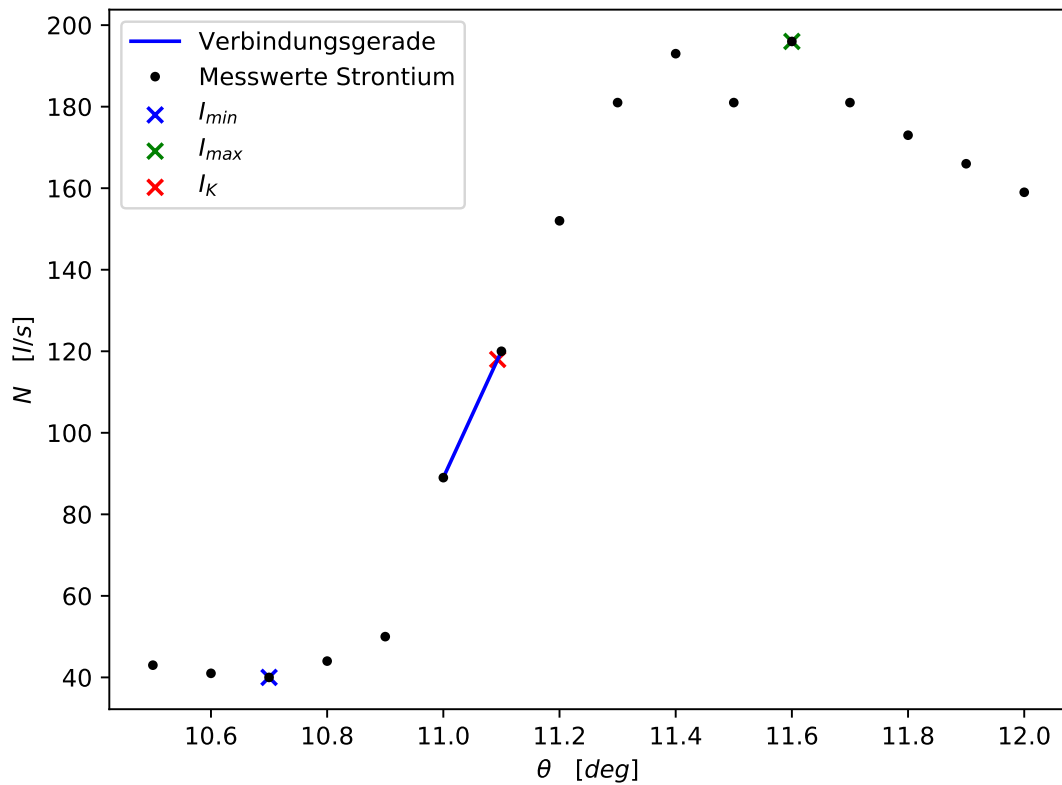
beschrieben und führt zu  $\theta_{\text{Rub}} = (11,77 \pm 0,05)^\circ$ . Die damit korrespondierende Energie ist  $E_{\text{Rub}} = (15\,090 \pm 5) \text{ eV}$ . Daraus ergibt sich für die Abschirmkonstante  $\sigma_{\text{Rub}} = 4,07 \pm 0,06$ .

#### 4.3.5 Strontium

Die Messwerte der Messreihe des Strontiumabsorbers sind in Tabelle(7) zu finden. Grafisch dargestellt sind diese in Plot(11) zu finden.

**Tabelle 7:** Die Werte der Messung mit einem Strontiumabsorber.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
11,2	11,0
11,3	10,0
11,4	10,0
11,5	12,0
11,6	17,0
11,7	32,0
11,8	39,0
11,9	47,0
12,0	57,0
12,1	64,0
12,2	61,0
12,3	57,0
12,4	54,0
12,5	54,0



**Abbildung 11:** Die Messung zum Strontiumabsorber.

Für das Maximum, Minimum und die Mitte der Kante, welche auch alle in Plot(11) zu finden sind, sind die Werte

$$\begin{aligned} I_{\min} &= 40 \text{ Imp/s} \\ I_{\max} &= 196 \text{ Imp/s} \\ I_K &= 118 \text{ Imp/s} . \end{aligned}$$

Für die Verbindungsgerade ergeben sich die Parameter zu

$$\begin{aligned} a &= 310,0 \text{ Imp/s}^\circ \\ b &= -3321,0 \text{ Imp/s} . \end{aligned}$$

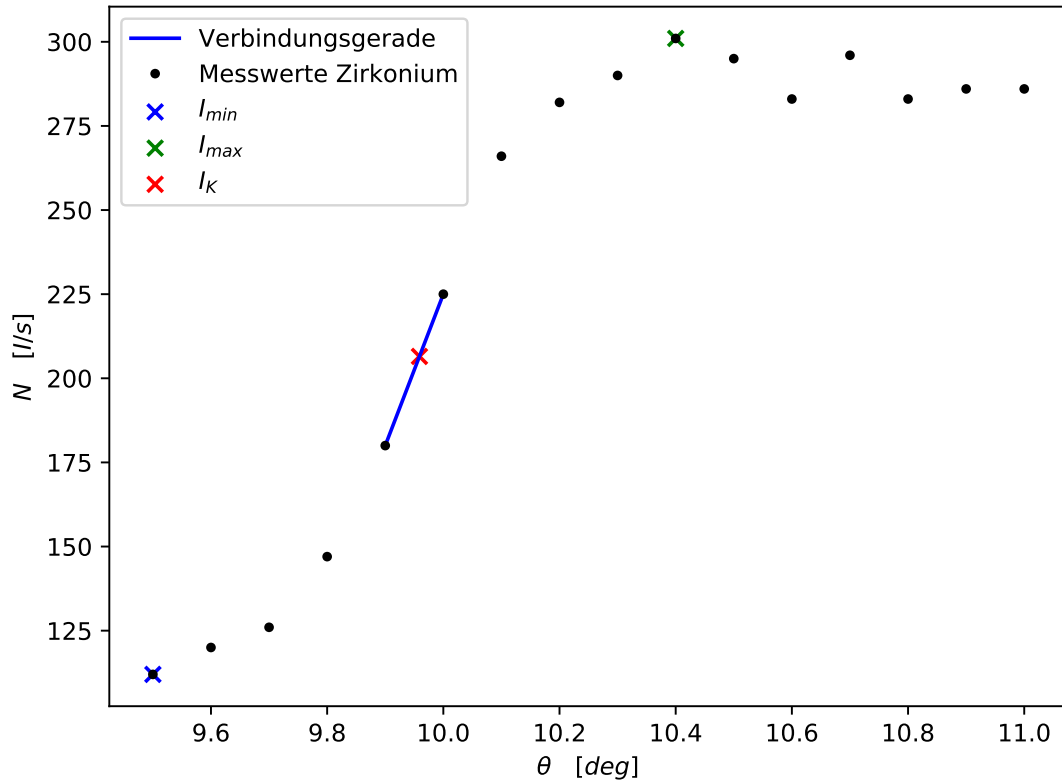
Damit berechnet sich  $\theta_{\text{Str}} = (11,09 \pm 0,05)^\circ$  und weiter auch die Energie  $E_{\text{Str}} = (16\,000 \pm 7) \text{ eV}$ . Dies ergibt dann für die Abschirmkonstante  $\sigma_{\text{Str}} = 4,11 \pm 0,08$ .

#### 4.3.6 Zirkonium

Die Daten der Messreihe von Zirkonium sind in Tabelle(8) aufgetragen und in Plot(12) eingezeichnet.

**Tabelle 8:** Die Werte der Messung mit einem Absorber aus Zirkonium.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
9,5	112,0
9,6	120,0
9,7	126,0
9,8	147,0
9,9	180,0
10,0	225,0
10,1	266,0
10,2	282,0
10,3	290,0
10,4	301,0
10,5	295,0
10,6	283,0
10,7	296,0
10,8	283,0
10,9	286,0
11,0	286,0



**Abbildung 12:** Die Messung zum Absorber aus Zirkonium.

Für das Maximum und Minimum, welche auch in Plot(12) eingezeichnet sind, und somit die Mitte der Kante, ergibt sich

$$\begin{aligned} I_{\min} &= 112 \text{ Imp/s} \\ I_{\max} &= 301 \text{ Imp/s} \\ I_K &= 206,5 \text{ Imp/s} . \end{aligned}$$

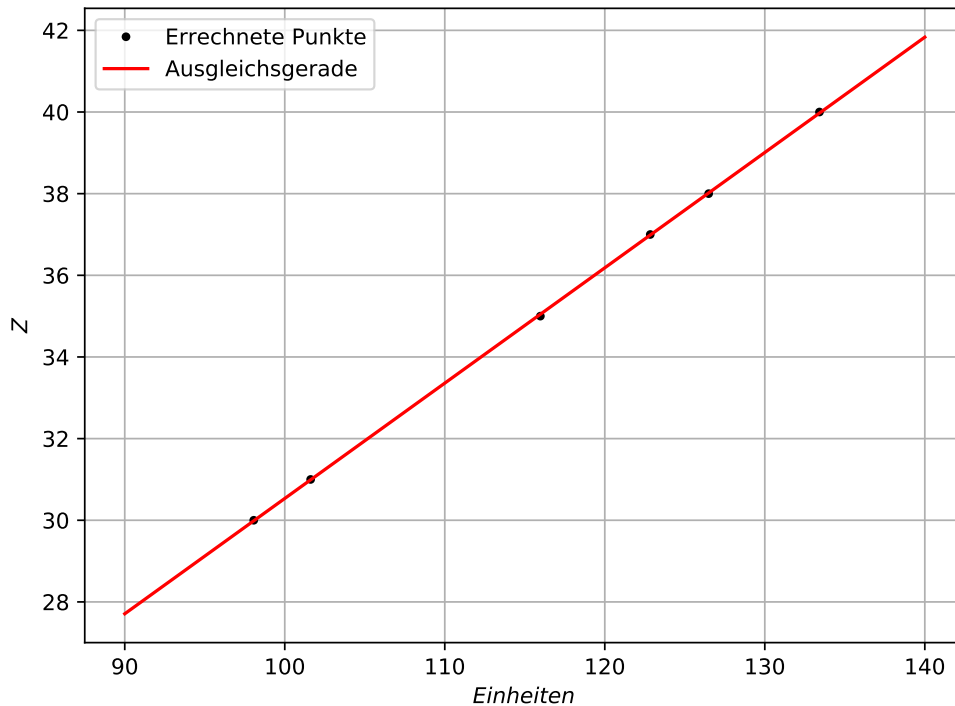
Die Verbindungsgerade wird durch die Parameter

$$\begin{aligned} a &= 449,99 \text{ Imp/s}^\circ \\ b &= -4274,0 \text{ Imp/s} \end{aligned}$$

beschrieben und ergibt  $\theta_{\text{Zir}} = (9,96 \pm 0,05)^\circ$ . Die daraus resultierende Energie ist  $E_{\text{Zir}} = (17\,800 \pm 9) \text{ eV}$ . Hieraus berechnet sich die Abschirmkonstante  $\sigma_{\text{Zir}}$  zu  $4,30 \pm 0,09$ .

#### 4.4 Rydbergenergie

Die zuvor berechneten Werte werden jetzt benutzt um die Rydbergenergie zu bestimmen. Dazu werden die Wurzeln der Absorptionsenergien  $E_K$  gegen die Ordnungszahl des jeweiligen Materials geplottet. Dies wurde in Abbildung(13) durchgeführt.



**Abbildung 13:** Die Wurzel der ermittelten Absorptionsenergien aufgetragen gegen die Ordnungszahl  $Z$ .

Wie in Plot(13) zu sehen werden die Daten durch eine Ausgleichsgerade der Form  $y = m \cdot x + b$  gefittet. Diese Gerade wird durch die Werte

$$m = (0,2826 \pm 0,0010) \text{ } 1/\sqrt{\text{eV}}$$

$$b = 2,29 \pm 0,11$$

beschrieben. Aus dem Mosleyschen-Gesetz folgt dann für die Rydbergenergie

$$R_{\infty} \cdot h = \frac{1}{m^2} \text{ .}$$

Dies führt nun zu einem Wert von

$$R_{\infty} = (12,53 \pm 0,08) \text{ eV} \text{ .}$$



## 5 Diskussion

Die Bragg-Bedingung konnte gut bestätigt werden. Der gemessene Maximalwert bei  $\alpha = 28,2^\circ$  liegt sehr nah an dem theoretisch berechnetem Sollwinkel von  $28^\circ$ . Zwischen den Werten liegt nur eine Abweichung von 0,7 %.

Würde diese Bedingung nicht so gut bestätigt werden gäbe es einen systematischen Fehler in der Apparatur und die darauf gemessenen Spektren könnten nicht den jeweiligen Peaks zugeordnet werden.

Auch die Analyse des Emissionsspektrums von Kupfer hat gute Werte ergeben.

**Tabelle 9:** Der Vergleich der  $K_\alpha$  und  $K_\beta$  Linie mit den Literatur Werten.

Linie	$E_{K,\text{Vers}} / \text{eV}$	$E_{K,\text{Theo}} / \text{eV}$	Abweichung /%
$\alpha$	8043	8109	0.40
$\beta$	8872	8914	0.12

Nun werden die Abschirmkonstanten der anderen Metalle mit den Literaturwerten verglichen. Dies ist in Tabelle(10) zu finden. Die Abweichungen sind auch hier sehr gering. Die bestehenden Abweichungen könnten daher kommen, dass das Röntgengerät nur in Diskreten Werten misst und die exakten Stellen vielleicht nicht getroffen wurden.

**Tabelle 10:** Vergleich der Abschirmkonstanten

Metall	$\sigma_{\text{Vers}}$	$\sigma_{\text{Theo}} [13]$	Abweichung /%
Zn	3.61	3.56	1.46
Ga	3.67	3.62	1.34
Bro	3.87	3.84	0.67
Rub	4.07	3.95	2.92
Str	4.11	3.99	2.93
Zir	4.30	4.39	2.13

Zuletzt wird noch die Berechnung der Rydbergenergie diskutiert. Diese wurde aus der linearen Regression zu

$$R_{\infty, \text{Vers}} = 12,53 \text{ eV}$$

$$R_{\infty, \text{Theo}} = 13,6 \text{ eV}$$

berechnet.

Daraus ergibt sich eine Abweichung von 8,52 %. Diese ist insgesamt noch relativ genau, jedoch relativ groß im Vergleich zu den bisher berechneten Abweichungen.

Der Grund für diese Abweichung könnte sein, dass die Rechnung auf bereits fehlerbehafteten Werten aufbaut, oder es könnte auch sein, dass in der Rechnung noch kleinere

quantenmechanische Effekte nicht betrachtet worden sind, welche noch einen Einfluss auf das Ergebnis haben würden.

Alles in allem sind die Ergebnisse aber sehr gut geworden.

## Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] *Literaturwert für die Elementarladung*. 2020. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Elementarladung.html> (besucht am 05.12.2020).
- [5] *Literaturwert für die Lichtgeschwindigkeit c*. 2020. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/lichtgeschwindigkeit/9012> (besucht am 05.12.2020).
- [6] *Literaturwert für die Ruhemasse eines Elektrons*. 2020. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Elektron.html> (besucht am 05.12.2020).
- [7] *Literaturwerte für das plancksche Wirkungsquantum*. 2020. URL: [https://www.chemie.de/lexikon/Plancksches\\_Wirkungsquantum.html](https://www.chemie.de/lexikon/Plancksches_Wirkungsquantum.html) (besucht am 05.12.2020).
- [8] *Literaturwerte für die Rydberg-Konstante und Energie*. 2020. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Rydberg-Konstante.html> (besucht am 06.12.2021).
- [9] *Literaturwerte für die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante*. 2020. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Feinstrukturkonstante.html>.
- [10] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [11] National Institute of Standards und Technology. *X-Ray Transition Database*. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/XrayTrans/search.pl?element=Cu&trans=All&lower=&upper=&units=eV> (besucht am 10.05.2021).
- [12] *Versuchsanleitung zu Versuch V602: "Röntgenemission und -absorption"*. Fakultät Phyik, TU Dortmund. 2021.
- [13] *X-Ray Absorption edges*. URL: [http://skuld.bmsc.washington.edu/scatter/AS\\_periodic.html](http://skuld.bmsc.washington.edu/scatter/AS_periodic.html) (besucht am 10.05.2021).