

Versuch Nr.V702

## **Aktivierung mit Neutronen**

Niklas Düser  
niklas.dueser@tu-dortmund.de

Benedikt Sander  
benedikt.sander@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.1.2021

Abgabe: 2.2.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Zielsetzung</b>                                     | <b>3</b>  |
| <b>2</b> | <b>Theorie</b>   | <b>3</b>  |
| 2.1      | Kernreaktionen mit Neutronen . . . . .                 | 3         |
| 2.2      | Erzeugung niederenergetischer Neutronen . . . . .      | 4         |
| 2.3      | Untersuchung des Zerfalls instabiler Isotope . . . . . | 5         |
| 2.3.1    | Silber . . . . .                                       | 6         |
| 2.3.2    | Rhodium . . . . .                                      | 7         |
| <b>3</b> | <b>Durchführung</b>                                    | <b>7</b>  |
| 3.1      | Angaben zur Apparatur . . . . .                        | 7         |
| 3.2      | Nulleffekt . . . . .                                   | 7         |
| 3.3      | Vanadium . . . . .                                     | 8         |
| 3.4      | Rhodium . . . . .                                      | 8         |
| <b>4</b> | <b>Auswertung</b>                                      | <b>9</b>  |
| 4.1      | Nullrate . . . . .                                     | 9         |
| 4.2      | Vanadium . . . . .                                     | 9         |
| 4.3      | Rhodium . . . . .                                      | 14        |
| 4.3.1    | Halbwertszeit von $^{104}\text{Rh}$ . . . . .          | 16        |
| 4.3.2    | Halbwertszeit von $^{104}\text{Rh}$ . . . . .          | 16        |
| <b>5</b> | <b>Diskussion</b>                                      | <b>20</b> |
|          | <b>Literatur</b>                                       | <b>21</b> |

# 1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird eine Methode zur Bestimmung der Halbwertszeit  $T_{\frac{1}{2}}$  unterschiedlicher Atome durch Aktivierung mit Hilfe von Neutronen untersucht.

## 2 Theorie

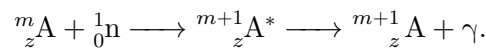
### 2.1 Kernreaktionen mit Neutronen

Kernreaktionen sind im allgemeinen Reaktionen eines Teilchens mit dem Kern eines Atoms. In diesem Versuch werden die Wechselwirkungen von Neutronen mit einem Kern genauer untersucht.

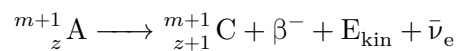
Absorbiert ein Kern A ein Neutron, bei solch einer Wechselwirkung, entsteht ein neuer Kern  $A^*$ . Dieser wird Zwischenkern oder Compound Kern genannt.

Der Kern  $A^*$  nimmt die kinetische und die Bindungsenergie des Neutrons auf und liegt somit energetisch über dem Kern A. Diese Energie wird dann innerhalb des Kerns auf die einzelnen Nukleonen verteilt. Somit reicht die Energie nicht mehr aus um ein Nukleon des Kerns wieder auszustoßen. Um nun wieder in den Grundzustand zurück zu kommen gibt der angeregter Kern Energie in Form eines  $\gamma$ -Quants nach etwa  $10 \cdot 10^{-16}$  s ab.

Es läuft folgende Reaktion ab:



Mit der Massenzahl m des Kern. Der hier entstandene Kern  ${}_z^{m+1}\text{A}$  ist meistens instabil, da er ein Neutron mehr hat als ein stabiler Kern gleicher Ordnungszahl. Aufgrund des emittierten  $\gamma$ -Quants ist der Kern jedoch nicht angeregt und somit relativ langlebig. Durch Emission eines Elektrons wird der Kern wieder stabil.



$\bar{\nu}_e$  ist hier ein Antineutrino. Dieses Antineutrino entsteht da die Masse des Kerns  ${}_z^{m+1}\text{A}$  größer als Massen der rechten Seite ist. Die restliche Masse ist nach der Beziehung

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

in kinetische Energie von Elektron und Antineutrino umgewandelt.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kern ein Neutron einfängt wird als Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  bezeichnet. Dieser gibt ein Verhältnis der Einfangwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von gewissen Materialeigenschaften an und hat somit die Einheit einer Fläche.

$$\sigma = \frac{u}{nKd}$$

Mit  $u$  der Einfänge,  $n$  der Neutronen pro Sekunde,  $d$  der Dicke und  $K$  der Atomdichte der Folie.  $\sigma$  wird angepasst an den Kernquerschnitt in  $b := 10 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$  angegeben. Da der Wirkungsquerschnitt stark von der kinetischen Energie der einfallenden Teilchen abhängt,

wird hier zwischen schnellen und langsamen Neutronen unterschieden. Die Wellenlänge eines Neutrons berechnet sich mittels der De-Broglie-Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{h}{m_n v}.$$

Hier ist  $h$  das Planksche Wirkungsquantum,  $m_n$  die Neutronenmasse und  $v$  die Geschwindigkeit des Neutrons.

Für große Geschwindigkeiten, und somit kleine Wellenlänge, im Verhältnis zum Kernradius  $R (\approx 10 \cdot 10^{-12} \text{ cm})$ , lassen sich geometrische Überlegungen auf die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit anwenden. Es besteht eine Analogie zur optischen Streuung von Wellen an verhältnismäßig großen Objekten.

Für große Wellenlängen entstehen wieder wie in der Analogie zur Optik Interferenzeffekte. Somit sind geometrische Überlegungen unbrauchbar.

Das Experiment zeigt eine Neutronengeschwindigkeit bei der der Wirkungsquerschnitt deutlich größer als der geometrische Querschnitt ist. Dieser Effekt entsteht wenn die Neutronenenergie gleich der Differenz zweier Energieniveaus im Zwischenkern ist. Die durch Breit und Wigner angegebene Formel

$$\sigma(E) = \sigma_0 \sqrt{\frac{E_{r_i}}{E}} \frac{\tilde{c}}{(E - E_{r_i})^2 + \tilde{c}}$$

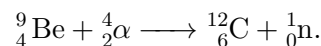
beschreibt den Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit der Neutronenenergie  $E$ . Hier sind  $\tilde{c}$  und  $\sigma_0$  charakterische Konstanten und  $E_{r_i}$  die Energieniveaus. Aus der Formel ist abzulesen, dass  $\sigma$  für  $E=E_{r_i}$  maximal wird. Ist  $E$  jedoch deutlich kleiner als  $E_{r_i}$ , kann  $(E - E_{r_i})^2$  als Konstante angenommen werden. Dadurch ist:

$$\sigma \sim \frac{1}{\sqrt{E}} \sim \frac{1}{v}.$$

Diese Antiproportionalität von  $\sigma$  und  $v$  deckt sich mit der Vorstellung, dass bei kleineren Geschwindigkeiten, das Neutron mehr Zeit hat um mit dem Kern zu Wechselwirken.

## 2.2 Erzeugung niederenergetischer Neutronen

Da die beschriebenen niederenergetischen Neutronen in der Natur aufgrund ihrer Instabilität nicht vorkommen, müssen sie zunächst in einer Kernreaktion freigesetzt werden. Dies geschieht in diesem Versuch durch den Beschuss von  ${}^9\text{Be}$ -Kernen mit  $\alpha$ -Teilchen:

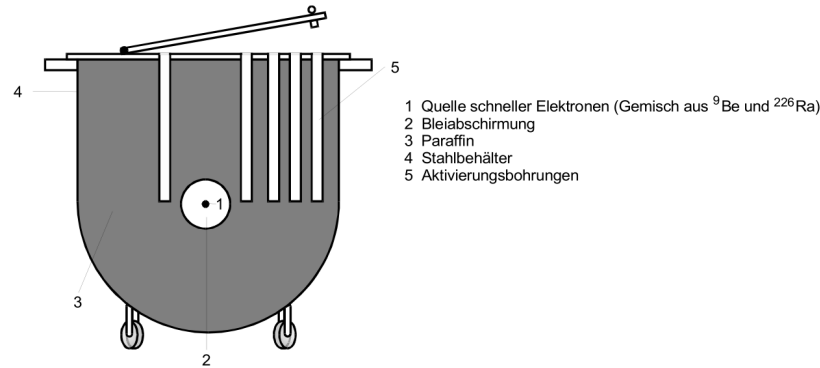


Die  $\alpha$ -Teilchen entstehen bei dem Zerfall von  ${}^{226}\text{Ra}$ -Kernen.

Die bei der Wechselwirkung mit den  ${}^9\text{Be}$ -Kernen frei werdenden Neutronen haben aber noch zu viel Energie und müssen abgebremst werden. Dies geht nach der Formel für elastische Stöße:

$$E = E_0 \frac{4Mn}{(M + m)^2}$$

am besten wenn die Massen der Stoßpartner möglichst gleich sind. Somit ist der optimale Stoßpartner Wasserstoff. Die Neutronenquelle wird deshalb von einem Mantel aus Paraffin ( $C_nH_{2n+2}$ ) umgeben (siehe Abb 1).

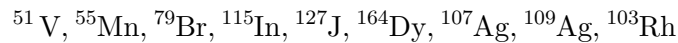


**Abbildung 1:** Querschnitt durch die hier verwendete Quelle für thermische Neutronen [7].

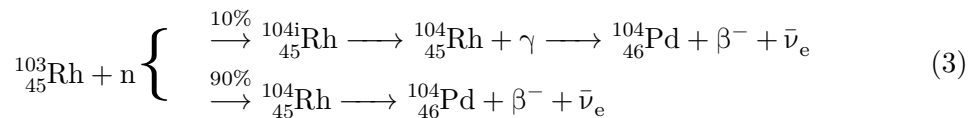
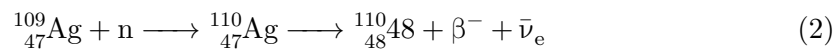
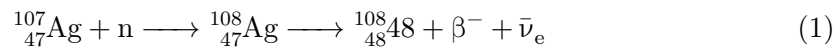
Die Neutronen haben nun bevor sie bei den zu aktivierenden Kernen ankommen die mittlere kinetische Energie des Paraffins. Dies entspricht bei 290 Kelvin in etwas 0,025 eV. Die Neutronen mit dieser Energie werden als thermische Neutronen bezeichnet.

## 2.3 Untersuchung des Zerfalls instabiler Isotope

Isotope die durch Wechselwirkungen mit Neutronen instabil werden, sind zum Beispiel die folgenden:



Die Halbwertszeiten der  $\beta^-$ -Zerfälle der instabilen Isotope liegen zwischen Sekunden und Stunden. Die Aktivierung und der Zerfall von Ag und Rh verläuft gemäß der folgenden Reaktionsgleichungen:



Die Zerfälle der anderen Isotope verhalten sich nach dem gleichen Schema von  $^{107}_{47}\text{Ag}$  und  $^{109}_{47}\text{Ag}$ . Ziel ist es nun die Halbwertszeiten der Zerfälle zu bestimmen. Dazu wird das Zerfalls Gesetz:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (4)$$

benötigt.  $N_0$  ist hier die Anzahl der zu Anfang vorhandenen Kerne und  $\lambda$  die Zerfallskonstante. Die Zerfallskonstante gibt an wie wahrscheinlich es ist, dass ein Kern zerfällt. Somit besteht ein direkter Zusammenhang zwischen  $\lambda$  und der Halbwertszeit  $T_{\frac{1}{2}}$ . Durch die Gleichung:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}$$

ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$T = \ln \left( \frac{2}{\lambda} \right).$$

Im Grunde wäre es nun möglich mittels Gleichung 4 die Halbwertszeit zu berechnen. Jedoch ist es in der Praxis schwierig, zuverlässig  $N(t)$  zu bestimmen. Es ist deutlich einfacher die frei werdende Strahlung bei den einzelnen Zerfällen zu messen. Daher wird eine Definition für  $N_{\Delta t}(t)$  eingeführt:

$$N_{\Delta t}(t) = N(t) - N(t + \Delta t).$$

Daraus folgt mittels Gleichung(4):

$$N_{\Delta t}(t) = N_0 e^{-\lambda t} - N_0 e^{-\lambda(t+\Delta t)} = N_0 (1 - e^{-\lambda \Delta t}) e^{-\lambda t}$$

und

$$\ln(N_{\Delta t}(t)) = \ln(N_0 (1 - e^{-\lambda \Delta t}) - \lambda t). \quad (5)$$

Aus der Gleichung ist zu erkennen, dass durch eine Ausgleichsgerade bestimmt werden kann, da

$$\ln(N_0 (1 - e^{-\lambda \Delta t}))$$

konstant ist.

Das Problem bei dieser Methode ist es, das richtige  $\Delta t$  zu wählen, da ein zu kleines  $\Delta t$  zu statistischen und ein zu großes  $\Delta t$  zu systematischen Fehlern führt.

### 2.3.1 Silber

Silber stellt ein Problem an dieses Verfahren da natürliches Silber zu 52,3 % aus  $^{107}\text{Ag}$  und zu 48,7% aus  $^{109}\text{Ag}$  besteht. Somit laufen zwei Zerfallsprozesse gleichzeitig ab sobald das Silber aktiviert wird. Jedoch zerfällt  $^{110}\text{Ag}$  deutlich schneller als  $^{108}\text{Ag}$ . Somit ist es möglich erst den Zerfall des langlebigen Isotop zu charakterisieren, nachdem das

kurzlebige Isotop so gut wie komplett zerfallen ist. Dann werden die Anschläge die auf das langlebige Isotop zurück zu führen sind, von den gesamt Anschlägen abgezogen. Mit den Daten ist es dann möglich auch für das kurzlebige Isotop eine Ausgleichsgerade aufzustellen und die Halbwertszeit zu bestimmen.

### 2.3.2 Rhodium

Beim aktivieren des Rhodiums entsteht nur zu 90%  $^{104}\text{Rh}$ , die restlichen 10% werden wie in 3 zu sehen zu  $^{104i}\text{Rh}$ , dieses geht dann durch Emission eine  $\gamma$ -Quants auch in ein  $^{104}\text{Rh}$  Kern über. Diese Prozesse laufen Zeitgleich mit unterschiedlichen Halbwertszeiten ab. Jedoch kann die  $\gamma$ -Strahlung detektiert werden und dann wie beim Silber in langlebige und kurzlebige Isotope getrennt und ausgerechnet werden.

## 3 Durchführung

### 3.1 Angaben zur Apparatur

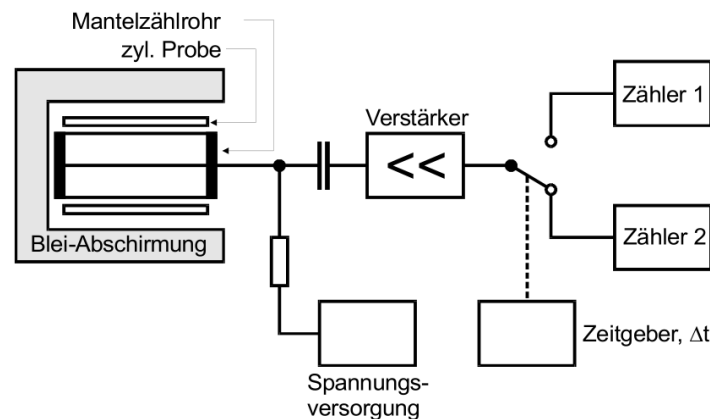


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus [7].

Die Messungen werden mit der Apparatur aus Abbildung(2) durchgeführt. Mittels eines Geiger-Müller-Zählrohrs wird ein konstanter Teil der durch die Proben ausgestrahlten  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung detektiert. Das Zählrohr ist mit Blei abgeschirmt um den Nulleffekt zu verringern. Die einzelnen Impulse des Zählrohrs werden verstärkt und dann abwechselnd an den Zählern 1 und 2 gezählt. Das Wechseln zwischen Zähler 1 und 2 geschieht durch den Zeitgeber. Dort wird das Zeitintervall  $\Delta t$  definiert.

### 3.2 Nulleffekt

Durch Höhenstrahlung und natürliche Radioaktivität misst das Zählrohr auch einkommende Strahlung selbst wenn keine aktivierte Probe in der Nähe des Zählrohrs ist. Diese Impulse stören bei der Berechnung der Halbwertszeiten. Um diesen Nulleffekt zu umgehen

muss er genau bestimmt werden, dazu wird mit einem Messintervall von  $t=300\text{s}$ , 7 mal die Hintergrundstrahlung gemessen.

### **3.3 Vanadium**

Zur Bestimmung einer Halbwertszeit eines Isotops mit einfachen Zerfall wird in diesem Versuch Vanadium genutzt. Dazu wird die Probe aktiviert, in das Geiger-Müller-Zählrohr gesteckt und dann in  $\Delta t = 30\text{s}$  Messintervallen die Strahlungsteilchen gemessen. Dies wird solange gemacht bis sich die Strahlung nicht mehr von der Hintergrundstrahlung unterscheiden lässt.

### **3.4 Rhodium**

Zur Bestimmung der Halbwertszeiten eines Isotopengemischs wird Rhodium genutzt. Die Messung wird analog zum Vanadium durchgeführt, nur die Messintervalle werden auf  $\Delta t=15\text{s}$  halbiert.



## 4 Auswertung

### 4.1 Nullrate

Die Nullrate  $N_0$  wird als Mittelwert aus fünf Messungen, die je über  $\Delta = 300\text{s}$  durchgeführt wurden, bestimmt.

Bei den Messungen wurden, ohne jegliche zusätzliche Anregung des Zählrohrs, folgende Werte gemessen:

$$N_0 = \{129, 143, 144, 136, 139, 126, 158\}$$

Gemittelt und auf  $\Delta = 30\text{s}$  normiert ergibt sich eine Zählrate von  $N_0 = 13.9286\text{s}$ , mit der auch im Folgenden gerechnet wird.

### 4.2 Vanadium

Für das Vanadium Isotop  $^{52}\text{V}$  ergeben sich die in Tab.1 dargestellten Messwerte inklusive ihrer  $\sqrt{N}$  Fehler.

Auf diese Werte wird nun im folgenden eine Funktion der Form

$$f(t) = A_0 e^{-\mu t} \quad (6)$$

gefitet.

Ein Fit dieser Form ist sinnvoll, da sich Zerfallsprozesse durch exponentielle Abnahme beschreiben lassen. In den später genutzten halblogarithmischen Grafiken erscheint diese Funktion dann linear.

Die Funktion wird also auf die Messwerte aus der Tabelle 1 gefitet. Dabei werden die Messwerte abzüglich der zuvor bestimmten normierten Nullrate genutzt.

So ergeben sich folgende Parameter:

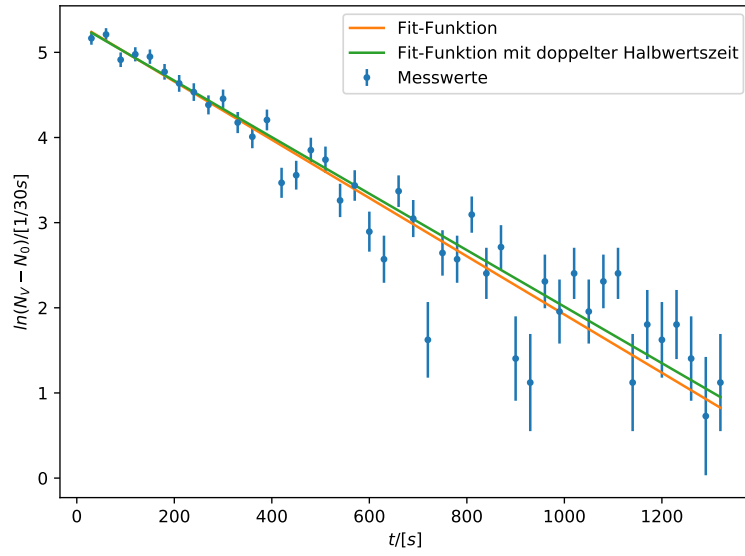
$$A_{V1} = (208,911\,82 \pm 5,541\,95)$$

$$\mu_{V1} = (0,003\,42 \pm 0,000\,12) \frac{1}{\text{s}}$$

Diese Funktion, inklusive der Messwerte abzüglich Nullrate und einer später bestimmten, genaueren Fit-Funktion finden sich in der Abbildung 3. Zum plotten wurden die Werte aus der Tabelle 2 genutzt, in welcher die Zerfallsanzahl logarithmisch aufgetragen wurde.

| $t / \text{s}$ | $N_V$ | $N_V - N_0$ | $\sqrt{N_V - N_0}$ |
|----------------|-------|-------------|--------------------|
| 30,0           | 189,0 | 175,0714    | 13,231             |
| 60,0           | 197,0 | 183,0714    | 13,530             |
| 90,0           | 150,0 | 136,0714    | 11,664             |
| 120,0          | 159,0 | 145,0714    | 12,044             |
| 150,0          | 155,0 | 141,0714    | 11,877             |
| 180,0          | 132,0 | 118,0714    | 10,866             |
| 210,0          | 117,0 | 103,0714    | 10,152             |
| 240,0          | 107,0 | 93,0714     | 9,6473             |
| 270,0          | 94,0  | 80,0714     | 8,9482             |
| 300,0          | 100,0 | 86,0714     | 9,2774             |
| 330,0          | 79,0  | 65,0714     | 8,0666             |
| 360,0          | 69,0  | 55,0714     | 7,4210             |
| 390,0          | 81,0  | 67,0714     | 8,1897             |
| 420,0          | 46,0  | 32,0714     | 5,6631             |
| 450,0          | 49,0  | 35,0714     | 5,9221             |
| 480,0          | 61,0  | 47,0714     | 6,8608             |
| 510,0          | 56,0  | 42,0714     | 6,4862             |
| 540,0          | 40,0  | 26,0714     | 5,1060             |
| 570,0          | 45,0  | 31,0714     | 5,5741             |
| 600,0          | 32,0  | 18,0714     | 4,2510             |
| 630,0          | 27,0  | 13,0714     | 3,6154             |
| 660,0          | 43,0  | 29,0714     | 5,3917             |
| 690,0          | 35,0  | 21,0714     | 4,5903             |
| 720,0          | 19,0  | 5,0714      | 2,2519             |
| 750,0          | 28,0  | 14,0714     | 3,7511             |
| 780,0          | 27,0  | 13,0714     | 3,6154             |
| 810,0          | 36,0  | 22,0714     | 4,6980             |
| 840,0          | 25,0  | 11,0714     | 3,3273             |
| 870,0          | 29,0  | 15,0714     | 3,8821             |
| 900,0          | 18,0  | 4,0714      | 2,0177             |
| 930,0          | 17,0  | 3,0714      | 1,7525             |
| 960,0          | 24,0  | 10,0714     | 3,1735             |
| 990,0          | 21,0  | 7,0714      | 2,6592             |
| 1020,0         | 25,0  | 11,0714     | 3,3273             |
| 1050,0         | 21,0  | 7,0714      | 2,6592             |
| 1080,0         | 24,0  | 10,0714     | 3,1735             |
| 1110,0         | 25,0  | 11,0714     | 3,3273             |
| 1140,0         | 17,0  | 3,0714      | 1,7525             |
| 1170,0         | 20,0  | 6,0714      | 2,4640             |
| 1200,0         | 19,0  | 5,0714      | 2,2519             |
| 1230,0         | 20,0  | 6,0714      | 2,4640             |
| 1260,0         | 18,0  | 4,0714      | 2,0177             |
| 1290,0         | 16,0  | 2,0714      | 1,4392             |
| 1320,0         | 17,0  | 3,0714      | 1,7525             |

**Tabelle 1:** Die Messwerte der Zerfallraten für Vanadium mit ihren korrespondierenden Zeiten. Zusätzlich auch noch ihr  $\sqrt{N}$  Fehler und die Raten abzüglich Nullraten.



**Abbildung 3:** Die Messwerte zur für den Zerfall von  $^{52}\text{V}$ , inklusive Fit-Funktion halblogarithmisch dargestellt.

Aus dem Parameter  $\mu$  lässt sich die Halbwertszeit des Isotops bestimmen. Dafür wird folgende Gleichung genutzt:

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\mu} \quad (7)$$

Damit lässt sich nun ein Wert und aus ihm auch direkt die relative Abweichung vom Theoriewert[4] bestimmen.

$$\begin{aligned} T_{\frac{1}{2}V_1} &= (202,616\,26 \pm 7,234\,60)\,\text{s} \\ T_{\frac{1}{2}\text{theo}} &= (224,58)\,\text{s} \\ \frac{T_{\frac{1}{2}\text{theo}} - T_{\frac{1}{2}V_1}}{T_{\frac{1}{2}\text{theo}}} &= (9,8 \pm 3,2)\,\% \end{aligned}$$

Anschließend wird noch einmal ein genauerer Fit erstellt, der nur Werte nutzt, die im Zeitintervall  $2 \cdot T_{\frac{1}{2}V_1}$  liegen.

Dadurch sollen die Auswirkungen der ungenauen Messungen für große  $t$  minimiert werden.

Als Fit der selben Form, wie in Gl.6, ergeben sich dann folgende Parameter:

$$A_{V_2} = (206,618\,00 \pm 9,440\,87)$$

$$\mu_{V_2} = (0,003\,32 \pm 0,000\,27) \frac{1}{s}$$

$$T_{\frac{1}{2}V_2} = (208,921\,48 \pm 16,748\,84) s$$

$$\frac{T_{\frac{1}{2} \text{ theo}} - T_{\frac{1}{2}V_2}}{T_{\frac{1}{2} \text{ theo}}} = (7 \pm 7) \%$$

Die Funktion ist auch in der Abb.3 zu sehen.

Im folgenden ist die Tabelle mit den, für Abb.3, genutzten logarithmierten Messwerten zu finden.

| $t / \text{s}$ | $\ln N_V - N_0$ | $\ln \sqrt{N_V - N_0}$ |
|----------------|-----------------|------------------------|
| 30,0           | 5,1651          | 0,0755                 |
| 60,0           | 5,2098          | 0,0739                 |
| 90,0           | 4,9131          | 0,0857                 |
| 120,0          | 4,9772          | 0,0830                 |
| 150,0          | 4,9492          | 0,0841                 |
| 180,0          | 4,7712          | 0,0920                 |
| 210,0          | 4,6354          | 0,0984                 |
| 240,0          | 4,5333          | 0,1036                 |
| 270,0          | 4,3829          | 0,1117                 |
| 300,0          | 4,4551          | 0,1077                 |
| 330,0          | 4,1754          | 0,1239                 |
| 360,0          | 4,0086          | 0,1347                 |
| 390,0          | 4,2057          | 0,1221                 |
| 420,0          | 3,4679          | 0,1765                 |
| 450,0          | 3,5573          | 0,1688                 |
| 480,0          | 3,8516          | 0,1457                 |
| 510,0          | 3,7393          | 0,1541                 |
| 540,0          | 3,2608          | 0,1958                 |
| 570,0          | 3,4362          | 0,1793                 |
| 600,0          | 2,8943          | 0,2352                 |
| 630,0          | 2,5704          | 0,2765                 |
| 660,0          | 3,3697          | 0,1854                 |
| 690,0          | 3,0479          | 0,2178                 |
| 720,0          | 1,6236          | 0,4440                 |
| 750,0          | 2,6441          | 0,2665                 |
| 780,0          | 2,5704          | 0,2765                 |
| 810,0          | 3,0942          | 0,2128                 |
| 840,0          | 2,4043          | 0,3005                 |
| 870,0          | 2,7128          | 0,2575                 |
| 900,0          | 1,4039          | 0,4955                 |
| 930,0          | 1,1221          | 0,5705                 |
| 960,0          | 2,3097          | 0,3151                 |
| 990,0          | 1,9560          | 0,3760                 |
| 1020,0         | 2,4043          | 0,3005                 |
| 1050,0         | 1,9560          | 0,3760                 |
| 1080,0         | 2,3097          | 0,3151                 |
| 1110,0         | 2,4043          | 0,3005                 |
| 1140,0         | 1,1221          | 0,5705                 |
| 1170,0         | 1,8035          | 0,4058                 |
| 1200,0         | 1,6236          | 0,4440                 |
| 1230,0         | 1,8035          | 0,4058                 |
| 1260,0         | 1,4039          | 0,4955                 |
| 1290,0         | 0,7282          | 0,6948                 |
| 1320,0         | 1,1221          | 0,5705                 |

**Tabelle 2:** Die Messwerte, die in 3 zum Ploten des halblogarithmischen Diagramms genutzt wurden.

### 4.3 Rhodium

Für die Messwerttabelle 3 von  $^{104}\text{Rh}$  und  $^{104i}\text{Rh}$  wurde von den Zählraten die Hälfte des oben berechneten Wertes der Nullrate genutzt, da für diesen Versuch die Messwerte in einem Intervall von  $\Delta t = 15\text{s}$  aufgenommen wurden, und nicht wie zuvor  $\Delta t = 30\text{s}$ .

In diesem Auswertungsteil wird, da sich die beiden Zerfälle für kleine Zeiten überlagern, erst der mit der größeren Halbwertszeit untersucht um durch Extrapolation seiner Zerfälle die des kurzlebigeren Isotops zu untersuchen.

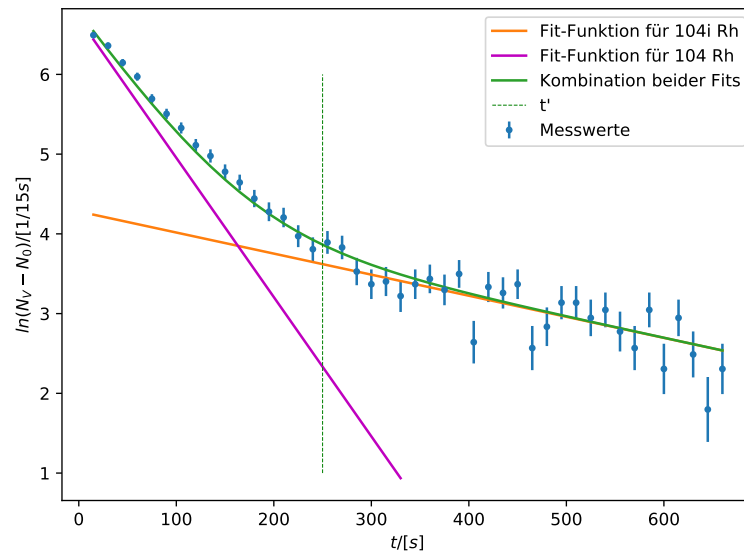
Die Messwerte dieses Zerfalles bestehen aus der Überlagerung zwei unterschiedlicher Zerfälle. Bei der Auswertung müssen diese also möglichst unabhängig voneinander untersucht werden. Für die Untersuchung wird dafür grafisch abgeschätzt ab welchem Punkt der Zerfall des kurzlebigeren Isotops  $^{104}\text{Rh}$  an Bedeutung verliert. Dafür wurde ein Wert von  $t' = 250\text{s}$  abgeschätzt.

Im Folgenden wurde aber sicherheitshalber erst, zur Bestimmung der Halbwertszeit von  $^{104i}\text{Rh}$ , Werte ab  $t' = 300\text{s}$ , genutzt.

Die Messwerte und die Aufteilung in zwei Intervalle sind in der folgenden Abbildung, Abb.4, noch einmal grafisch veranschaulicht. Dort sind auch die Fit-Funktionen der beiden Halbwertszeiten, sowie ihre Kombination aufgetragen.

Die Kombinationsfunktion hat dabei folgende Form, wobei die Parameter erst noch bestimmt werden müssen:

$$f_{\text{Kombi}}(t) = A_{Rh1}e^{-\mu_{Rh1}t} + A_{Rh2}e^{-\mu_{Rh2}t}$$



**Abbildung 4:** Die Messwerte zur für den Zerfall von  $^{104}\text{Rh}$  und  $^{104i}\text{Rh}$  halblogarithmisch dargestellt. Zusätzlich auch noch die Fit-Funktionen für beide Isotope einzeln und kombiniert. Außerdem auch noch der Punkt ab dem ein Abflachen des ersten Zerfalls zu beobachten ist.

| $t / s$ | $N_{Rh}$ | $N_R - \frac{1}{2}N_0$ | $\sqrt{N_{Rh} - \frac{1}{2}N_0}$ |
|---------|----------|------------------------|----------------------------------|
| 15,0    | 667,0    | 6,4922                 | 0,0389                           |
| 30,0    | 585,0    | 6,3596                 | 0,0415                           |
| 45,0    | 474,0    | 6,1464                 | 0,0462                           |
| 60,0    | 399,0    | 5,9713                 | 0,0505                           |
| 75,0    | 304,0    | 5,6938                 | 0,0580                           |
| 90,0    | 253,0    | 5,5054                 | 0,0637                           |
| 105,0   | 213,0    | 5,3280                 | 0,0696                           |
| 120,0   | 173,0    | 5,1122                 | 0,0776                           |
| 135,0   | 152,0    | 4,9769                 | 0,0830                           |
| 150,0   | 126,0    | 4,7794                 | 0,0916                           |
| 165,0   | 111,0    | 4,6447                 | 0,0980                           |
| 180,0   | 92,0     | 4,4430                 | 0,1084                           |
| 195,0   | 79,0     | 4,2771                 | 0,1178                           |
| 210,0   | 74,0     | 4,2052                 | 0,1221                           |
| 225,0   | 60,0     | 3,9709                 | 0,1373                           |
| 240,0   | 52,0     | 3,8074                 | 0,1490                           |
| 255,0   | 56,0     | 3,8925                 | 0,1428                           |
| 270,0   | 53,0     | 3,8294                 | 0,1473                           |
| 285,0   | 41,0     | 3,5274                 | 0,1714                           |
| 300,0   | 36,0     | 3,3685                 | 0,1855                           |
| 315,0   | 37,0     | 3,4023                 | 0,1824                           |
| 330,0   | 32,0     | 3,2203                 | 0,1998                           |
| 345,0   | 36,0     | 3,3685                 | 0,1855                           |
| 360,0   | 38,0     | 3,4351                 | 0,1795                           |
| 375,0   | 34,0     | 3,2971                 | 0,1923                           |
| 390,0   | 40,0     | 3,4975                 | 0,1739                           |
| 405,0   | 21,0     | 2,6416                 | 0,2669                           |
| 420,0   | 35,0     | 3,3334                 | 0,1888                           |
| 435,0   | 33,0     | 3,2594                 | 0,1959                           |
| 450,0   | 36,0     | 3,3685                 | 0,1855                           |
| 465,0   | 20,0     | 2,5676                 | 0,2769                           |
| 480,0   | 24,0     | 2,8353                 | 0,2422                           |
| 495,0   | 30,0     | 3,1370                 | 0,2083                           |
| 510,0   | 30,0     | 3,1370                 | 0,2083                           |
| 525,0   | 26,0     | 2,9463                 | 0,2292                           |
| 540,0   | 28,0     | 3,0462                 | 0,2180                           |
| 555,0   | 23,0     | 2,7748                 | 0,2497                           |
| 570,0   | 20,0     | 2,5676                 | 0,2769                           |
| 585,0   | 28,0     | 3,0462                 | 0,2180                           |
| 600,0   | 17,0     | 2,3061                 | 0,3156                           |
| 615,0   | 26,0     | 2,9463                 | 0,2292                           |
| 630,0   | 19,0     | 2,4878                 | 0,2882                           |
| 645,0   | 13,0     | 1,7976                 | 0,4070                           |
| 660,0   | 17,0     | 2,3061                 | 0,3156                           |

**Tabelle 3:** Die Messwerte der Zerfallraten für Rhodium mit ihren korrespondierenden Zeiten. Zusätzlich auch noch ihr  $\sqrt{N}$  Fehler und die Raten abzüglich Nullraten.

Für die Erstellung dieser Grafik wurden die logarithmierten Messwerte, die in der Tabelle 4 zu finden sind, genutzt.

#### 4.3.1 Halbwertszeit von $^{104i}\text{Rh}$

Nun wird für das zuvor beschriebene Intervall ein Fit auf die Messwerte bestimmt. Dafür wird die Funktion aus 6 genutzt.

Die Werte ergeben sich dann zu:

$$A_{Rh1} = (72,298\,55 \pm 16,061\,14)$$

$$\mu_{Rh1} = (0,002\,64 \pm 0,000\,50) \frac{1}{s}$$

Hieraus lassen sich die Werte für die Halbwertszeit, mit Gl.7, und die relative Abweichung vom Theoriewert[5] bestimmen.

$$T_{\frac{1}{2}^{104i}\text{Rh}} = (262,389\,00 \pm 49,690\,76) s$$

$$T_{\frac{1}{2}^{104i}\text{Rh theo}} = 260,4 s$$

$$\frac{T_{\frac{1}{2}^{104i}\text{Rh theo}} - T_{\frac{1}{2}^{104i}\text{Rh}}}{T_{\frac{1}{2}^{104i}\text{Rh theo}}} = (-1 \pm 19) \%$$

#### 4.3.2 Halbwertszeit von $^{104}\text{Rh}$

In diesem Abschnitt wird für das Zeitintervall kleiner als  $t'$  eine Bestimmung der Halbwertszeit von  $^{104}\text{Rh}$  vorgenommen.

Dafür wird ein nochmal kleineres Intervall gewählt, in dem die Einflüsse des langlebigeren Zerfalls wesentlich kleiner sind als die des kurzlebigeren. Für dieses Intervall werden dann mit Hilfe des Fits extrapolierte Zählraten errechnet, die dann von den tatsächlich gemessenen Raten abgezogen werden.

Diese neu errechneten Werte, inklusiver der Werte, die zum Zeichnen des Plots genutzt wurden, finden sich in der folgenden Tabelle 5.

Mit diesen Werten wird anschließend auch der Fit erstellt.



| $t / \text{s}$ | $\ln N_{Rh} - N_0$ | $\ln \sqrt{N_{Rh} - N_0}$ |
|----------------|--------------------|---------------------------|
| 15,0           | 6,4922             | 0,0389                    |
| 30,0           | 6,3596             | 0,0415                    |
| 45,0           | 6,1464             | 0,0462                    |
| 60,0           | 5,9713             | 0,0505                    |
| 75,0           | 5,6938             | 0,0580                    |
| 90,0           | 5,5054             | 0,0637                    |
| 105,0          | 5,3280             | 0,0696                    |
| 120,0          | 5,1122             | 0,0776                    |
| 135,0          | 4,9769             | 0,0830                    |
| 150,0          | 4,7794             | 0,0916                    |
| 165,0          | 4,6447             | 0,0980                    |
| 180,0          | 4,4430             | 0,1084                    |
| 195,0          | 4,2771             | 0,1178                    |
| 210,0          | 4,2052             | 0,1221                    |
| 225,0          | 3,9709             | 0,1373                    |
| 240,0          | 3,8074             | 0,1490                    |
| 255,0          | 3,8925             | 0,1428                    |
| 270,0          | 3,8294             | 0,1473                    |
| 285,0          | 3,5274             | 0,1714                    |
| 300,0          | 3,3685             | 0,1855                    |
| 315,0          | 3,4023             | 0,1824                    |
| 330,0          | 3,2203             | 0,1998                    |
| 345,0          | 3,3685             | 0,1855                    |
| 360,0          | 3,4351             | 0,1795                    |
| 375,0          | 3,2971             | 0,1923                    |
| 390,0          | 3,4975             | 0,1739                    |
| 405,0          | 2,6416             | 0,2669                    |
| 420,0          | 3,3334             | 0,1888                    |
| 435,0          | 3,2594             | 0,1959                    |
| 450,0          | 3,3685             | 0,1855                    |
| 465,0          | 2,5676             | 0,2769                    |
| 480,0          | 2,8353             | 0,2422                    |
| 495,0          | 3,1370             | 0,2083                    |
| 510,0          | 3,1370             | 0,2083                    |
| 525,0          | 2,9463             | 0,2292                    |
| 540,0          | 3,0462             | 0,2180                    |
| 555,0          | 2,7748             | 0,2497                    |
| 570,0          | 2,5676             | 0,2769                    |
| 585,0          | 3,0462             | 0,2180                    |
| 600,0          | 2,3061             | 0,3156                    |
| 615,0          | 2,9463             | 0,2292                    |
| 630,0          | 2,4878             | 0,2882                    |
| 645,0          | 1,7976             | 0,4070                    |
| 660,0          | 2,3061             | 0,3156                    |

**Tabelle 4:** Die Messwerte, die in 4 zum Ploten des halblogarithmischen Diagramms genutzt wurden.

| $t / s$ | $N_{Rh} - f_{Rh}(t)$ | $\sqrt{N_{Rh2} - f_{Rh}(t)}$ | $\ln N_{Rh2} - f_{Rh}(t)$ | $\ln \sqrt{N_{Rh2} - f_{Rh}(t)}$ |
|---------|----------------------|------------------------------|---------------------------|----------------------------------|
| 15,000  | 591,779              | 16,720                       | 6,383                     | 0,028                            |
| 30,000  | 506,739              | 17,425                       | 6,228                     | 0,034                            |
| 45,000  | 392,575              | 18,181                       | 5,973                     | 0,046                            |
| 60,000  | 314,284              | 18,991                       | 5,750                     | 0,060                            |
| 75,000  | 215,860              | 19,858                       | 5,375                     | 0,092                            |
| 90,000  | 161,297              | 20,786                       | 5,083                     | 0,129                            |
| 105,000 | 117,590              | 21,780                       | 4,767                     | 0,185                            |
| 120,000 | 73,734               | 22,843                       | 4,300                     | 0,310                            |
| 135,000 | 48,721               | 23,980                       | 3,886                     | 0,492                            |

**Tabelle 5:** Die Messwerte, die in 5 zum Ploten des halblogarithmischen Diagramms genutzt wurden. Es sind die Messwerte für dieses Intervall abzüglich der Funktionswerte des ersten Fits.

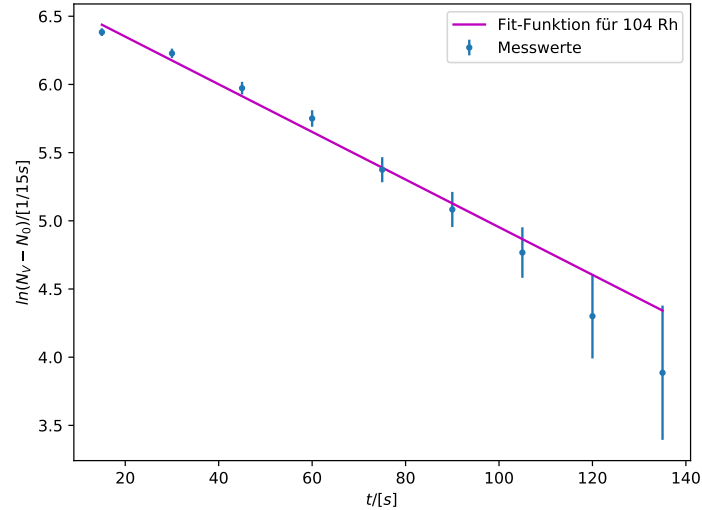
Hiermit lässt sich eine Fit Funktion erstellen, die relativ unabhängig vom Zerfall von  $^{104}\text{Rh}$  ist. Dafür wird wieder eine e-Funktion der Form der Gleichung 6 genutzt.

Dies führt zu den Werten:

$$A_{Rh2} = (812,204\,94 \pm 37,876\,90)$$

$$\mu_{Rh2} = (0,017\,47 \pm 0,001\,07) \frac{1}{s}$$

Für dieses Intervall lässt sich dies wie folgend grafisch darstellen.



**Abbildung 5:** Das Intervall, welches für die Untersuchung des kurzlebigeren Isotops genutzt wurde, inklusive Fit-Funktion.

Wie zuvor lassen sich aus dem zuvor bestimmten  $\mu_{Rh2}$  direkt die Werte für die Halb-

wertszeit und die die relative Abweichung vom Theoriewert[5] bestimmen.

$$\begin{aligned}
T_{\frac{1}{2}^{104}\text{Rh}} &= (39,687\,59 \pm 2,431\,49) \text{ s} \\
T_{\frac{1}{2}^{104}\text{Rh theo}} &= 42,3 \text{ s} \\
\frac{T_{\frac{1}{2}^{104}\text{Rh theo}} - T_{\frac{1}{2}^{104}\text{Rh}}}{T_{\frac{1}{2}^{104}\text{Rh theo}}} &= (6 \pm 6) \%
\end{aligned}$$

## 5 Diskussion

Da für diesen Versuch nur Messwerte zur Verfügung gestellt wurden fällt die Diskussion der Versuchsdurchführung natürlich an dieser Stelle weg.

Für  $^{52}\text{V}$  wurde eine Halbwertszeit von  $(202,616\,26 \pm 7,234\,60)\text{ s}$  berechnet, was einer relativen Abweichung vom Literaturwert von  $(9,8 \pm 3,2)\%$  entspricht. Dieses Ergebnis ist also wirklich gut gelungen.

Für diesen Zerfallsprozess wurde sogar noch eine zweite Fit-Funktion erstellt, welche diesmal aber nur Werte genutzt hat, die bis zur doppelten Halbwertszeit reichen. Damit wurde eine noch genauere Halbwertszeit von  $(208,921\,48 \pm 16,748\,84)\text{ s}$  mit einer Abweichung von  $(7 \pm 7)\%$  berechnet.

Allerdings ist hier der Fehler wesentlich größer, was vermutlich an der kleineren Menge an genutzten Messwerten liegt, weswegen der Fehler des Fits größer geworden ist.

Alles in allem ist diese Messreihe aber sehr gelungen. Abweichungen lassen sich unter anderem durch den wachsenden Einfluss der Nullrate für kleine Zerfallsraten erklären. Außerdem hätte noch eine höhere Genauigkeit erzielt werden können, wenn noch mehr Nullraten Messungen vorgenommen wären.

Die letzten beiden Punkte gelten auch für die Auswertung des Zerfalls von  $^{104}\text{Rh}$ .

Der Untersuchung des Zerfalls von  $^{104}\text{Rh}$  hat auch sehr gute Ergebnisse geliefert.

Zuerst wurde die Halbwertszeit von  $^{104i}\text{Rh}$  untersucht. Dabei wurde eine Halbwertszeit von  $(262,389\,00 \pm 49,690\,76)\text{ s}$  und eine Abweichung von  $(-1 \pm 19)\%$  errechnet. Diese Werte sind zwar sehr gut, allerdings gibt es bei dieser Bestimmung dieses Wertes zwei Probleme.

Erstens wurde das Intervall, aus dem die Messwerte genutzt werden etwas willkürlich gewählt, was den Einfluss des kurzlebigeren Isotops nicht ganz ausschließen lässt.

Zum anderen wird der Fehler bei spät aufgenommenen Messwerten, unter anderem wegen des wachsenden Einflusses der Nullrate, größer, was genaue Rechnungen erschwert. Die Werte sind nichtsdestotrotz sehr nah am Theoriewert.

Für die Untersuchung des Zerfalls von  $^{104}\text{Rh}$ , also das kurzlebigere Isotop, musste wieder halbwegs willkürlich ein Intervall bestimmt werden in dem die Untersuchung vorgenommen wurden. Außerdem sind die bestimmten Werte zusätzlich noch von den Werten des anderen Zerfalls abhängig. Da diese aber sehr gut geworden sind, ist dieser Fakt wohl eher zu vernachlässigen.

Die Rechnungen haben zu einer Halbwertszeit von  $(39,687\,59 \pm 2,431\,49)\text{ s}$  und einer Abweichung von  $(6 \pm 6)\%$  geführt, welche auch sehr gut sind.

Alles in allem hat der Versuch sehr gute Ergebnisse für die Halbwertszeiten der Isotope erzielt.

## Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] *Literaturwert für die Halbwertszeiten Vanadium-Isotopen*. 2021. URL: <https://www.internetchemie.info/chemische-elemente/vanadium-isotope.php> (besucht am 22.01.2021).
- [5] *Literaturwert für die Halbwertszeiten von Rhodium-Isotopen*. 2021. URL: <https://www.internetchemie.info/chemische-elemente/rhodium-isotope.php> (besucht am 22.01.2021).
- [6] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [7] *Versuchsanleitung zu Versuch V703 Aktivierung mit Neutronen*. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2021.