

**Versuch Nr.V353**

# **Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises**

Niklas Düser  
niklas.dueser@tu-dortmund.de

Benedikt Sander  
benedikt.sander@tu-dortmund.de

Durchführung: 4.05.2021

Abgabe: 11.05.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1	Zielsetzung . . . . .	3
1.2	Allgemeine Relaxionsgleichung . . . . .	3
1.3	Entladevorgang im RC-Kreis . . . . .	3
1.4	Aufladevorgang im RC-Kreis . . . . .	4
1.5	Relaxationsphänomene unter Einfluss einer periodischen Auslenkung . . .	5
1.6	Der RC-Kreis als Integrator . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Durchführung und Versuchsaufbau</b>	<b>7</b>
2.1	Zeitkonstante . . . . .	7
2.2	Amplitude der Kondensatorspannung in Abhängigkeit der Frequenz . . .	8
2.3	Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz . . . . .	8
2.4	RC-Kreis als Integrator . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>10</b>
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>15</b>
<b>5</b>	<b>Anhang</b>	<b>16</b>
5.1	Messwerte . . . . .	16
5.2	Aufbau . . . . .	19
	<b>Literatur</b>	<b>19</b>

# 1 Theoretische Grundlagen

## 1.1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden allgemein Relaxionsverhalten am Beispiel eines RC-Kreises untersucht.

## 1.2 Allgemeine Relaxionsgleichung

Eine Relaxion beschreibt das Verhalten wenn ein System angeregt wird und dann wieder nicht-oszillatorisch in seinen Ausgangszustand zurückkehrt.

Die Geschwindigkeit mit dem dies passiert ist die Ableitung der physikalischen Größe  $A$ . Diese ist meist proportional zur aktuellen Auslenkung vom Ausgangszustand der wieder bei  $A(\infty)$  erreicht wird:

$$\frac{dA}{dt} = c[A(t) - A(\infty)] \quad (1)$$

Die Integration dieser Gleichung:

$$\int_{A(0)}^{A(t)} \frac{dA'}{A' - A(\infty)} = \int_0^t dt'$$

liefert

$$\ln \frac{A(t) - A(\infty)}{A(0) - A(\infty)} = ct$$

oder

$$A(t) = A(\infty) + [A(0) - A(\infty)]e^{ct}. \quad (2)$$

Hier muss  $c < 0$  sein damit  $A(t)$  konvergiert.

## 1.3 Entladevorgang im RC-Kreis

Das Standardbeispiel für Relaxionsverhalten in der Physik sind das Aufladen und Entladen eines Kondensators über einen Widerstand (siehe Abbildung 1).

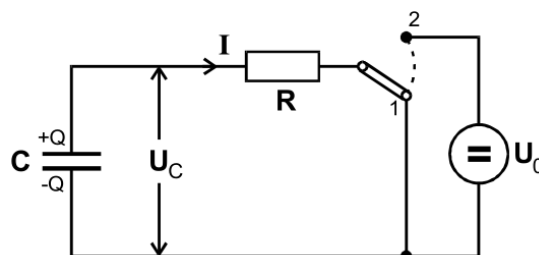


Abbildung 1: Entladung(1) und Aufladung(2) eines RC-Kreises.[5].

Zum Entladen wird wie in Abbildung 1 ein Kondensator mit Kapazität  $C$  mit der Ladung  $Q$  betrachtet. Damit ergibt sich die Kondensatorspannung  $U_C$  zu:

$$U_C = \frac{Q}{C} \quad (3)$$

damit berechnet sich nach dem ohmschen Gesetz die Stromstärke durch einen Widerstand  $R$  zu

$$I = \frac{U_C}{R}. \quad (4)$$

Auf einem Zeitintervall  $dt$  ändert sich die Ladung auf dem Kondensator somit um den Wert:

$$dQ = -Idt \quad (5)$$

Über die Gleichungen (3), (4) und (5) lässt sich nun eine Differentialgleichung für die Ladung auf dem Kondensator aufstellen:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}Q(t). \quad (6)$$

Da die Ladung auf dem Kondensator für große Zeit gegen 0 konvergiert hat die DGL6 die Form der Gleichung(1).

Nach Gleichung(2) ergibt die Integration:

$$Q(t) = Q(0)\exp(-t/RC).$$

## 1.4 Aufladevorgang im RC-Kreis

Analog zum Entladevorgang lässt sich eine Gleichung für den Aufladevorgang aufstellen. Hier ist der Kondensator über einen Widerstand  $R$  an eine Spannungsquelle der Spannung  $U_0$  angeschlossen. Die Randbedingungen ergeben sich somit zu:

$$Q(0) = 0 \quad \text{und} \quad Q(\infty) = CU_0$$

Der Aufladevorgang kann somit durch

$$Q(t) = CU_0(1 - \exp(-t/RC))$$

beschrieben werden. Hier wird der Ausdruck  $RC$  als Zeitkonstante bezeichnet. Sie gibt an mit welcher Geschwindigkeit der Endzustand wieder erreicht wird, innerhalb des Zeitraums  $\Delta T = RC$  verringert sich die Ladung des Kondensators um den Faktor

$$\frac{Q(t = RC)}{Q(0)} = \frac{1}{e} \approx 0,368.$$

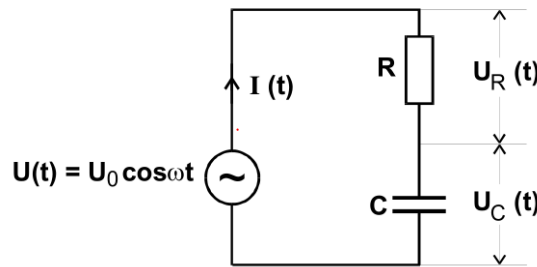
So sind 10 % des Ausgangswertes nach  $\Delta T = 2,3RC$  und 1% nach  $\Delta T = 4,6RC$  erreicht.

## 1.5 Relaxationsphänomene unter Einfluss einer periodischen Auslenkung

Ein mechanisches System unter Einfluss einer Kraft mit sinusförmiger Zeitabhängigkeit lässt sich analog zu einem RC-Kreis mit einer Sinusspannung beschreiben. Daher wird hier als repräsentatives Beispiel weiter ein RC-Kreis auf Relaxationsphänomene untersucht. Wird die Wechselspannung  $U(t)$  durch

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t)$$

beschrieben, so ist bei kleiner Kreisfrequenz  $\omega \ll 1/RC$ , die Spannung am Kondensator ungefähr gleich der Wechselspannung. Nimmt die Kreisfrequenz jedoch zu, entsteht eine Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen den beiden Spannungen und die Kondensatorspannung verliert an Amplitude. Im Folgenden wird nun diese Frequenzabhängigkeit weiter untersucht.



**Abbildung 2:** Ein Schaltungsbeispiel zur Untersuchung von Relaxationsphänomenen unter dem Einfluss periodischer Auslenkungen. [5].

Als Ansatz wird

$$U_C(t) = A(\omega) \cos(\omega t + \varphi\{\omega\}) \quad (7)$$

gewählt. Insgesamt lässt sich über das Schaltbild aus Abbildung (2) mittels des zweiten Kirchhoffschen Gesetz folgende Gleichung aufstellen.:

$$U(t) = U_R(t) + U_C(t). \quad (8)$$

Einsetzen von Gleichung (2) und  $U(t)$  ergibt somit:

$$U_0 \cos(\omega t) = I(t)R + A(\omega) \cos(\omega t + \varphi).$$

Des weiteren kann mittels Gleichung (3) und (5)  $I(t)$  durch  $U_C$  ausdrücken.

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} \quad (9)$$

Insgesamt ergibt sich nun also folgende Beziehung:

$$U_0 \cos(\omega t) = -A(\omega)RC \sin(\omega t + \varphi) + A(\omega) \cos(\omega t + \varphi). \quad (10)$$

Aus Gleichung(10) lässt sich mit  $\omega t = \frac{\pi}{2}$

$$0 = -\omega RC \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$$

aufstellen. Daraus folgt mit  $\sin(\varphi + \pi/2 = \cos(\varphi))$  und  $\cos(\varphi + \pi/2 = -\sin(\varphi))$ :

$$\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \tan\varphi(\omega) = -\omega RC$$

oder

$$\varphi(\omega) = \arctan(-\omega RC). \quad (11)$$

Somit wurde eine Gleichung für die Frequenzabhängigkeit der Phase aufgestellt. Aus dem Verlauf des arctan ist wie vorhergesagt abzulesen, dass bei kleinen Frequenzen die Phasenverschiebung  $\varphi$  gegen 0 geht, sich jedoch bei großen Frequenzen  $\pi/2$  annähert. Eine Phasenverschiebung von  $\varphi$  wird genau bei  $\omega = 1/RC$  erreicht.

Des weiteren folgt aus Gleichung(10) für  $\omega t + \varphi = \frac{\pi}{2}$ :

$$U_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = -A\omega RC,$$

und somit auch:

$$A(\omega) = -\frac{\sin\varphi}{\omega RC} U_0. \quad (12)$$

Mittels  $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$  wird nun aus (11)

$$\sin\varphi = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

Daraus folgt mit Gleichung(12)

$$A(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}.$$

Somit wurde nun eine Beziehung zwischen der Kondensatorsspannung und der Kreisfrequenz der Wechselspannung aufgestellt. Auch hier ist wieder abzulesen, dass für  $\omega \rightarrow 0$  die Amplitude der Kondensatorsspannung gleich der Amplitude der Wechselspannung ist. Ebenso ist abzulesen, dass die Amplitude der Kondensatorspannung für große  $\omega$  verschwindet und  $A(1/RC) = U_0/\sqrt{2}$  ist.

Aus diesem Verhalten lässt sich ableiten, dass der RC-Kreis gut als Tiefpass verwendet werden kann.

## 1.6 Der RC-Kreis als Integrator

Für den Fall, dass die Frequenz  $\omega \gg 1/RC$  lässt sich zeigen, dass die Kondensatorspannung  $U_C$  proportional zu  $\int U(t)dt$  ist. Somit ist der RC-Kreis in der Lage eine Spannung  $U(t)$  zu integrieren.

Ausgehend von Gleichung(8) gilt:

$$U(t) = U_R(t) + U_C(t) = I(t) \cdot R + U_C(t)$$

Hier wird dann noch  $I(t)$  aus Gleichung(9) eingesetzt.

$$U(t) = RC \frac{dU_C}{dt} + U_C(t) \quad (13)$$

Aus der Voraussetzung, dass  $\omega \gg 1/RC$  ist, ergibt sich nun, dass  $|U_C| \ll |U_R|$  und  $|U_C| \ll |U|$  sind. Somit lässt sich Gleichung(13) wie folgend annähern:

$$U(t) = RC \frac{dU_C}{dt},$$

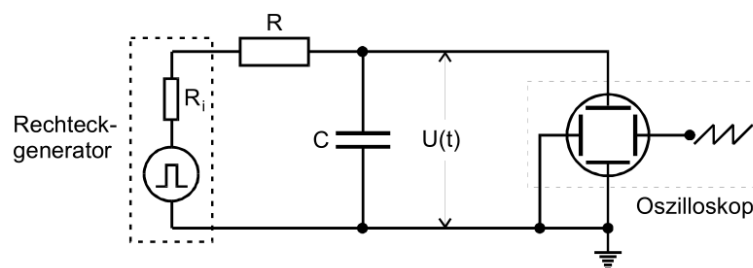
oder in integrierter Form:

$$U_C(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t U(t') dt'.$$

## 2 Durchführung und Versuchsaufbau

### 2.1 Zeitkonstante

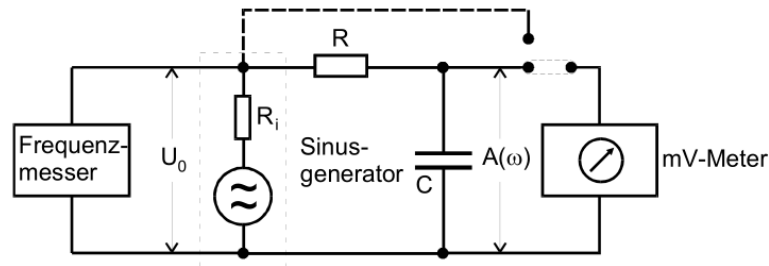
Im ersten Versuchsteil soll die Zeitkonste  $RC$  gemessen werden. In dieser Versuchsreihe wird an dem Oszilloskop die Schaltung nach Abbildung(4) aufgebaut. Hier wird nun das Aufladen oder Entladen eines Kondensator der Kapazität  $C$  über einen Widerstand  $R$  betrachtet. Dazu wird eine Rechteckspannung angelegt und die Achsenskallierung so angepasst, dass entweder der Aufladevorgang oder der Entladevorgang komplett abzulesen ist. Nun können 30 Wertepaare für  $U_C(t)$  abgelesen werden.



**Abbildung 3:** Schaltbild zur Bestimmung eines RC-Kreis durch Beobachtung des Auf- oder Entladevorganges des Kondensators.[5].

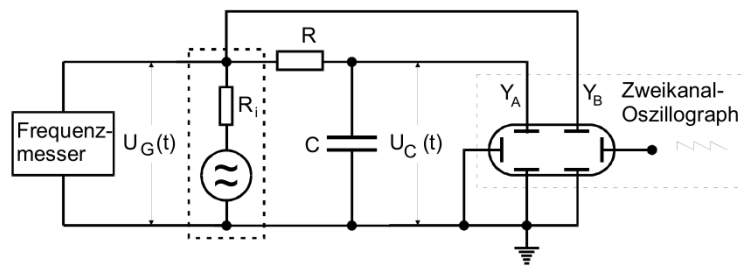
## 2.2 Amplitude der Kondensatorspannung in Abhängigkeit der Frequenz

Die zweite Messreihe wird mit dem Schaltbild aus Abbildung(4) durchgeführt. Hier wird ein Millivoltmeter genutzt um die Kondensatorspannung  $A$  in Abhängigkeit von der Frequenz zu messen. Die Frequenz soll dazu über 3 Zehnerpotenz variiert werden. Der Widerstand aus der Schaltung wird mit einem digitalen Ohmmeter vermessen.



**Abbildung 4:** Schaltbild zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannungsamplitude  $A$  in einem RC-Kreis.[5].

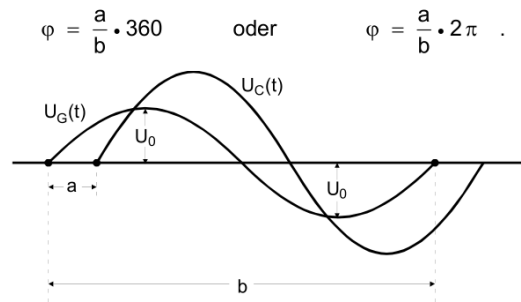
## 2.3 Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz



**Abbildung 5:** Schaltbild zur Bestimmung der Phasenverschiebung zwischen zwei Spannungen mit einem Zweikanal-Oszilloskop.[5].

Messreihe c) untersucht die Phasenverschiebung zwischen Generatorspannung und Kondensatorspannung. Dazu wird die Schaltung aus Abbildung(5) genutzt. Für Phasen  $\varphi > 0$  wird auf dem Schirm ein Bild wie in Abbildung(6) dazu sehen sein. Aus diesem Bild ist dann der zeitliche Abstand  $a$  der beiden Nulldurchgänge und die Länge  $b$  abzulesen.





**Abbildung 6:** Messung der Phasenverschiebung zwischen zwei Spannungen mit dem Zweistrahloszillograph.[5].

## 2.4 RC-Kreis als Integrator

Für diese Versuchsreihe wird wieder das Schaltbild aus Abbildung(5) genutzt. Die anliegende Spannung wird auf eine passende Frequenz eingestellt und dann der Reihe nach eine Rechteck-, Sinus und Dreiecksspannung angewandt. Nun wird der integrierte und der zu integrierende Spannungsverlauf auf dem Bildschirm angezeigt und abgelesen.

### 3 Auswertung

Für den ersten Teil der Auswertung wurde der Entladevorgang eines Kondensators untersucht.

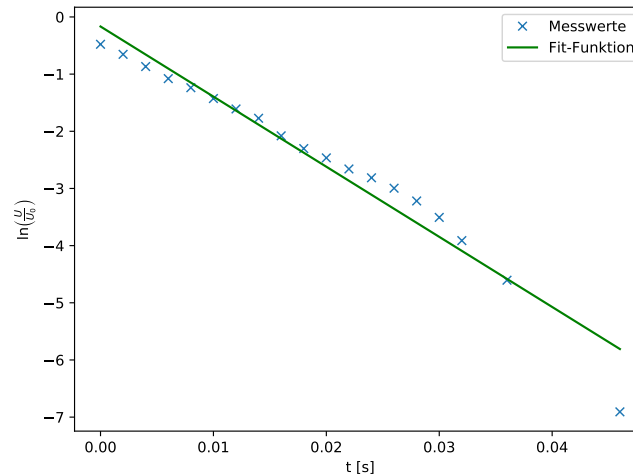
Dabei wurde die Kondensatorspannung und die Zeit seit Beginn des Entladevorgangs gemessen. Diese Messwerte finden sich in der Tabelle 1 und grafisch dargestellt in Abbildung 7.

In der Abbildung wurde der Logarithmus der Kondensatorspannung geteilt durch die angelegte Spannung gegen die Zeit aufgetragen.

Zusätzlich ist dort noch ein linearer Fit auf die halblogarithmischen Messwerte abgebildet. Dieser hat die Form:

$$\log \frac{U_C}{U_0} = -\frac{1}{RC_1} \cdot t + n$$

Wobei  $RC_1 = (0,0082 \pm 0,0004) \text{ s}$  und  $-0,16694 \pm 0,14582$  gilt. Dabei ist  $RC$  hier auch der zu bestimmende Wert der Zeitkonstanten.



**Abbildung 7:** Ein linearer Fit auf die halblogarithmischen dargestellten Messwerte von Spannung und Zeit.

Ein alternativer Weg zur Bestimmung von  $RC$  ist die Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung zu messen und auf diese Messwerte wieder eine Ausgleichsrechnung auszuführen.

Die dazu gehörigen Messwerte sind in der Tabelle 2 zu finden.

Die Ausgleichfunktion hat dabei folgende Form und die Rechnung führt zu folgendem Ergebnis:

$$U_C(\nu) = \frac{A}{\sqrt{1 + (RC_2)^2 \cdot \nu^2}}$$

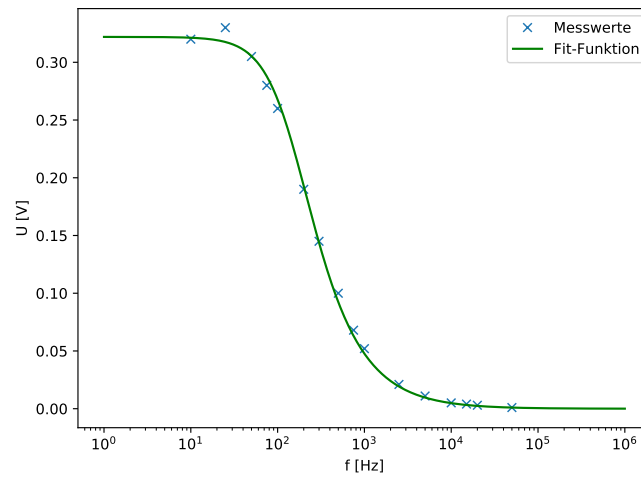
$$RC_2 = (0,0067 \pm 0,0002) \text{ s}$$

$$A = (0,3220 \pm 0,0031) \text{ V}$$

$U_C / \text{V}$	$\log \frac{U_C}{U_0}$	$t / \text{s}$
0,620	-0,478	0,000
0,520	-0,654	0,002
0,420	-0,868	0,004
0,340	-1,079	0,006
0,290	-1,238	0,008
0,240	-1,427	0,010
0,200	-1,609	0,012
0,170	-1,772	0,014
0,125	-2,079	0,016
0,100	-2,303	0,018
0,085	-2,465	0,020
0,070	-2,659	0,022
0,060	-2,813	0,024
0,050	-2,996	0,026
0,040	-3,219	0,028
0,030	-3,507	0,030
0,020	-3,912	0,032
0,010	-4,605	0,036
0,001	-6,908	0,046

**Tabelle 1:** Die Messwerte der abfallenden Kondensatorspannung in Abhängigkeit von der Zeit. Zusätzlich noch die für das Pslotten verwendeten logarithmierten Spannungswerte.

Diese Funktion lässt sich zusammen mit den Messwerten in Abbildung 8 dargestellt finden.



**Abbildung 8:** Die Messwerte der Kondensatorspannung aufgetragen gegen die logarithmierte Frequenz. Zusätzlich noch die Fit-Funktion.

$U_C / \text{V}$	$\nu / \text{Hz}$
0,320	10,000
0,330	25,000
0,305	50,000
0,280	75,000
0,260	100,000
0,190	200,000
0,145	300,000
0,100	500,000
0,068	750,000
0,052	1000,000
0,021	2500,000
0,011	5000,000
0,005	10 000,000
0,004	15 000,000
0,003	20 000,000
0,001	50 000,000

**Tabelle 2:** Die Messwerte der Spannung in Abhängigkeit von der Frequenz.

Die letzte Methode zur Bestimmung der Zeitkonstante ist die über die Phasenverschiebung.

Dabei wird die Phasenverschiebung der Kondensatorspannung von der angelegten Spannung, in Abhängigkeit von der Erzeugerfrequenz gemessen. Da die Phasenverschiebung hier nicht direkt gemessen werden kann wird der Laufzeitunterschied  $a$  gemessen und daraus die Verschiebung bestimmt. Dafür wird die Gleichung  $\phi = a \cdot \nu \cdot 2\pi$  genutzt.

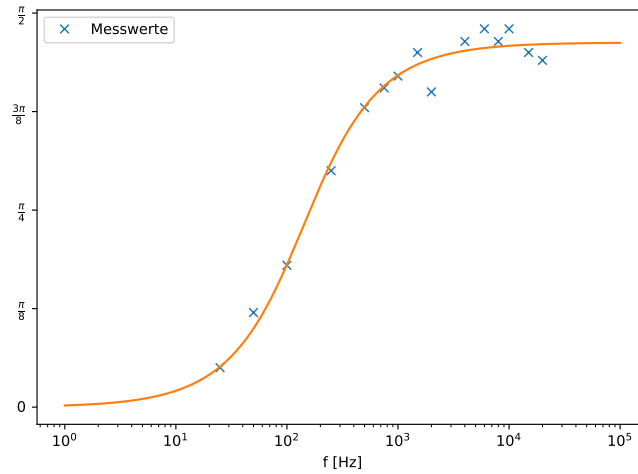
Diese Werte der Phasenverschiebung und des Laufzeitunterschieds sind in Tabelle 3 dargestellt.

Um nun aus der Phasenverschiebung die Zeitkonstante zu bestimmen muss eine Ausgleichsrechnung mit einem Arkustangens durchgeführt werden.

Diese Rechnung führt zu folgendem:

$$\begin{aligned}\phi(\nu) &= B \cdot \arctan(RC_3 \cdot \nu) \\ B &= 0,9253 \pm 0,0128 \\ RC_3 &= (0,007\,04 \pm 0,000\,61) \text{ s}\end{aligned}$$

Zu finden ist dies in Abbildung 9.



**Abbildung 9:** Die aus den Messwerten errechnete Phasenverschiebung aufgetragen gegen die logarithmierte Frequenz. Zusätzlich noch die Fit-Funktion in Form eines Arkustangens.

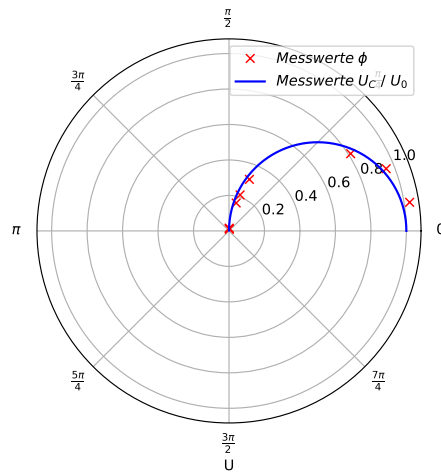
$a / \mu\text{s}$	$\phi / \text{rad}$	$f / \text{Hz}$
1,000	0,157	25,000
1,200	0,377	50,000
0,900	0,565	100,000
0,600	0,942	250,000
0,380	1,194	500,000
0,270	1,272	750,000
0,210	1,319	1000,000
0,150	1,414	1500,000
0,100	1,257	2000,000
0,058	1,458	4000,000
0,040	1,508	6000,000
0,029	1,458	8000,000
0,024	1,508	10 000,000
0,015	1,414	15 000,000
0,011	1,382	20 000,000

**Tabelle 3:** Der Laufzeitunterschied der beiden Spannungen, die daraus errechnete Phasenverschiebung und die damit korrespondierenden Frequenzen.

Wenn nun die Messwerte Spannungen in Abhängigkeit von der Frequenz und die damit in der dritten Messreihe korrespondierenden Phasenverschiebungen herausgesucht werden, lassen sich die in Tabelle 4 dargestellten Messwertpaare finden. Dabei wurden nur Werte genutzt für die identische Frequenzen in beiden Messreihen existieren.

Diese Messwerte lassen sich in einem Polardiagramm, wie in Abbildung 10 darstellen.

Dabei wird auch noch die Funktion 12 mit  $RC_1$  eingezeichnet.



**Abbildung 10:** Ein Polardiagramm der Messwerte.

$U / \text{V}$	$\phi / \text{rad}$
0,33	0,157 08
0,305	0,376 991
0,26	0,565 487
0,1	1,193 81
0,068	1,272 35
0,052	1,319 47
0,005 05	1,507 96
0,004	1,413 72
0,003	1,3823

**Tabelle 4:** Die Spannungen und Phasenverschiebungen die im Polardiagramm eingezeichnet sind.

## 4 Diskussion

Die verschiedenen Methoden zur Bestimmung der Zeitkonstante haben zu folgenden Ergebnissen geführt:

$$RC_1 = (0,0082 \pm 0,0004) \text{ s}$$

$$RC_2 = (0,0067 \pm 0,0002) \text{ s}$$

$$RC_3 = (0,00704 \pm 0,00061) \text{ s}$$

Dabei ist zu erkennen, dass sich alle drei Werte in der selben Größenordnung bewegen. Die geringste Abweichung voneinander ist dabei zwischen den Werten zu erkennen, welche über die Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung und über die Phasenverschiebung bestimmt wurden.

Ein Grund warum der Wert, welcher über die Entladungskurve des Kondensators bestimmt wurde, etwas stärker davon abweicht, ist, dass es hier nicht möglich war sehr genaue Messwerte vom Oszilloskop abzulesen.

Das Oszilloskop ermöglichte nämlich keine Feinjustierungen die ein genaueres ablesen ermöglicht hätten. Die Entladekurve konnte nämlich bei feineren Einstellung der Zeit und Spannung nicht komplett abgebildet werden, wodurch gröbere Einstellungen gewählt werden mussten.

Abgesehen davon verliefen die Messreihen aber ohne Probleme. Das ablesen der Werte vom Oszilloskop führt natürlich immer zu gewissen Ungenauigkeiten, diese konnten aber durch Feinjustierungen der Einstellungen minimiert werden.

Die Untersuchung des Relaxationsverhalten hat zu Werten für die Zeitkonstante  $RC$ , welche alle nur maximal eine relative Abweichung von maximal  $\approx 19\%$  voneinander haben, geführt.

Alles in allem ist dies aber ein zufriedenstellendes Ergebnis.

## 5 Anhang

### 5.1 Messwerte

✓ 353 Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises

a) Zeitkonstante eines RC-Gliedes  
 $U_0 = 1V$   $f = 32,27Hz$

$t$ in ms	$U$ in V
0	1,62
2	0,52
4	<del>0,3</del> 0,42
6	0,34
8	0,29
10	0,24
12	0,20
14	0,17
16	<del>0,2</del> 0,125
18	0,10
20	<del>0,07</del> <del>0,07</del> 0,085
22	0,07
24	0,06
26	0,05
28	0,04
30	0,03
32	0,02
36	0,01
46	0,001

Abbildung 11: Ein Foto der Messwerte im Protokollheft.



b) Amplitude der Kondensatorspannung  
in Abhängigkeit der Frequenz

f	U
10 Hz	0,32 V
25 Hz	0,33 V
50 Hz	0,305 V
75 Hz	0,28 V
100 Hz	0,26 V
200 Hz	0,19 V
300 Hz	0,145 V
500 Hz	0,10 V
750 Hz	0,068 V
1 kHz	0,052 V
2,5 kHz	0,021 V
5,0 kHz	0,011 V
10 kHz	<del>0,0505 V</del> 0,00505 V
15 kHz	0,004 V
20 kHz	0,003 V
50 kHz	0,001 V

Abbildung 12: Ein Foto der Messwerte im Protokollheft.

c) Phasenverschiebung zwischen Generator- und Kondensatorspannung von der Frequenz

f	a	b	b=T
25 Hz	1 ms	39 ms	$T = \frac{1}{f}$
50 Hz	1,2 ms	20 ms	
100 Hz	0,9 ms	10 ms	
250 Hz	0,6 ms		
500 Hz	0,38 ms		
750 Hz	0,27 ms		
1000 Hz	0,21 ms		
1500 Hz	<del>0,18 ms</del> 0,15 ms		
2 kHz	100 $\mu$ s		
4 kHz	58 $\mu$ s		
6 kHz	40 $\mu$ s		
8 kHz	29 $\mu$ s		
10 kHz	24 $\mu$ s		
15 kHz	15 $\mu$ s		
20 kHz	11 $\mu$ s		

f.s.

Abbildung 13: Ein Foto der Messwerte im Protokollheft.

## 5.2 Aufbau

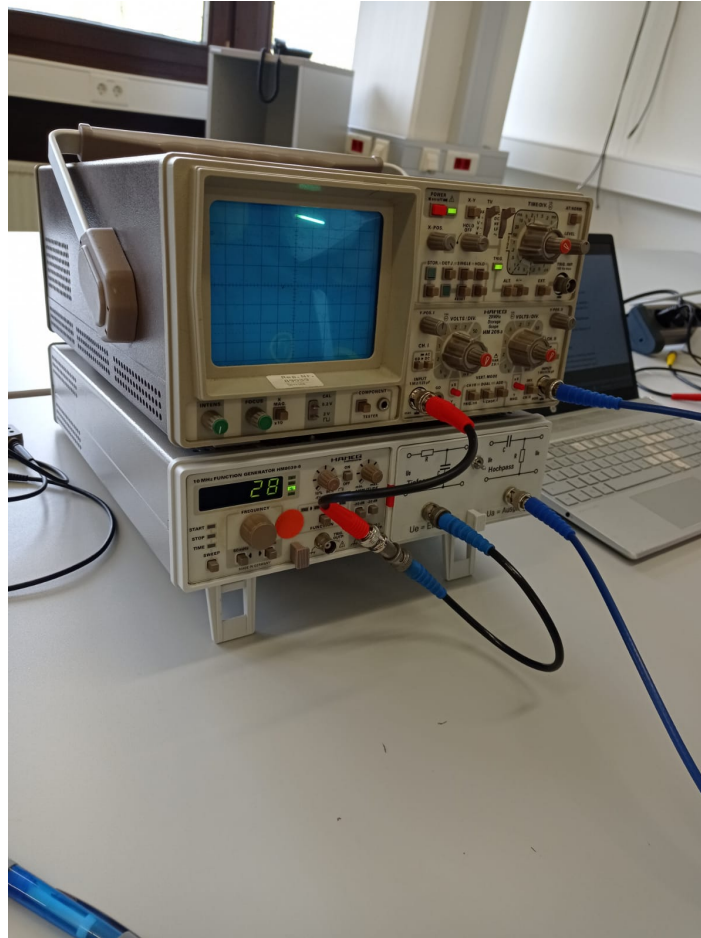


Abbildung 14: Ein Foto des Versuchsaufbaus.

## Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.

- [5] *Versuchsanleitung zu Versuch V353: "Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises"*.  
Fakultät Physik, TU Dortmund. 2021.