

Versuch Nr.V14

Tomographie mit Gamma Strahlung

Niklas Düser

niklas.dueser@tu-dortmund.de

Benedikt Sander

benedikt.sander@tu-dortmund.de

Durchführung: 30.05.2022

Abgabe: .05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Das Ziel dieses Versuches ist es, mittels Tomographie als bildgebendes Verfahren, die Zusammensetzung von Würfeln verschiedener Materialien zu untersuchen. Dabei werden über die Licht-Materie-Wechselwirkung der γ -Strahlung verschiedene Spektren aufgenommen, die analysiert werden.

2 Theorie

Die Tomographie allgemein ist ein bildgebendes Verfahren, bei dem räumliche Strukturen eines dreidimensionalen Körpers durch Querschnittsbilder untersucht werden. Dabei wird der Körper mit γ -Strahlung beschossen. Aus den transmittierten Intensitäten und der Startintensität I_0 lassen sich dann Rückschlüsse auf die Zusammensetzung des Körpers schließen. Unterschiedliche Materialien besitzen nämlich unterschiedliche Absorptionskoeffizienten μ_0 , weswegen sie unterschiedlich viel Strahlung absorbieren.

Wenn ein Körper dann unter verschiedenen Winkeln bestrahlt wird, wodurch unterschiedliche Projektionen erhalten werden, lässt die Summe der Messungen Folgerungen über die dreidimensionale Zusammensetzung zu.

Für die Absorption von Strahlung in Materie beschreibt das Beer-Lambertsche-Gesetz die transmittierte Intensität I im Verhältnis zur Anfangsintensität I_0 .

$$I = I_0 \exp \left(- \sum_{i=1}^N \mu_i d_i \right) \quad (1)$$

Dabei ist μ_i der materialspezifische Absorptionskoeffizient des i -ten Materials und d_i die Schichtdicke dieses Materials.

Dies lässt sich dann für unterschiedliche Projektionen zu einem linearen Gleichungssystem umformen. Dafür wird Gleichung 1 nach den Absorptionskoeffizienten und den Dicken umgestellt.

$$\ln \left(\frac{I_0}{I} \right) = \sum_{i=1}^N \mu_i d_i \quad (2)$$

Dies lässt sich dann in Matrixschreibweise als

$$\vec{I} = (A^T A)^{-1} A^T \vec{\mu} \quad (3)$$

schreiben. Dabei setzt sich \vec{I} aus den gemessenen Intensitäten des transmittierten Lichts zusammen, $\vec{\mu}$ aus den Absorptionskoeffizienten der verschiedenen Materialien und in der Matrix A sind die verschiedenen Schichtficken der Materialien zu finden.

2.1 Spektrum von ^{137}Cs

^{137}Cs ist ein Alkalimetall, welches über β^- -Zerfall zu ^{137}Ba zerfällt. Dabei befindet sich das Barium-Atom mit 93,5 % Wahrscheinlichkeit im angeregten Zustand. Beim Zurückfallen

in den Grundzustand emittiert es ein γ -Quant der Energie 662 keV. Der Zerfallsprozess ist in Abbildung 1 grafisch veranschaulicht.

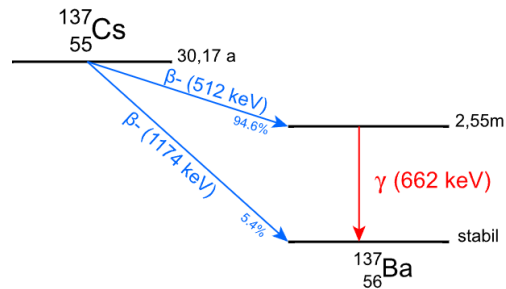


Abbildung 1: Eine schematische Darstellung des Zerfalls von ^{137}Cs zu ^{137}Ba [leifi].

2.2 Licht-Materie-Wechselwirkung

Die Absorption von Strahlung in Materie lässt sich über drei unterschiedliche Prozesse erklären. Die Auftrittswahrscheinlichkeit dieser Effekte hängt von der Energie des Photons ab. Für unterschiedliche Energiebereiche überwiegen unterschiedliche Effekte.

- **Comptoneffekt**

Beim Comptoneffekt trifft das Photon auf ein freies Elektron und vollführt einen inelastischen Stoß. Dabei findet ein Energieübertrag statt, welcher zu einer Wellenlängenänderung beim Photon führt. Des Weiteren ändern sich auch die Ausbreitungsrichtungen des Elektrons und Photons.

Dieser Prozess tritt über das gesamte γ -Spektrum auf, überwiegt aber für mittlere Energien.

- **Photoeffekt**

Der Photoeffekt tritt am häufigsten bei kleinen bis mittleren γ -Photonenenergien auf. Bei ihm trifft ein Photon auf ein gebundenes Elektron, überträgt ihm seine gesamte Energie und löst es so aus dem Material. Dieser Effekt tritt nur auf wenn die materialspezifische Austrittsarbeit geleistet wird. Die Differenz aus Austrittsarbeit und Photonenenergien erhält das Elektron als kinetische Energie.

- **Paarbildung**

Für die Paarbildung wird eine Photonenenergie von 1,022 MeV benötigt, was der Ruhemasse zweier Elektronen entspricht. Bei der Paarbildung wandelt ein Photon, welches sich in der Nähe eines anderen Teilchens befindet, seine Energie in ein Elektron-Positron-Paar um. Dieser Prozess überwiegt für hohe Energien, wird hier aber nicht betrachtet, da der Zerfall von ^{137}Cs Photonen mit einer Energie von nur 662 keV erzeugt, sodass er Effekt nicht auftreten kann.

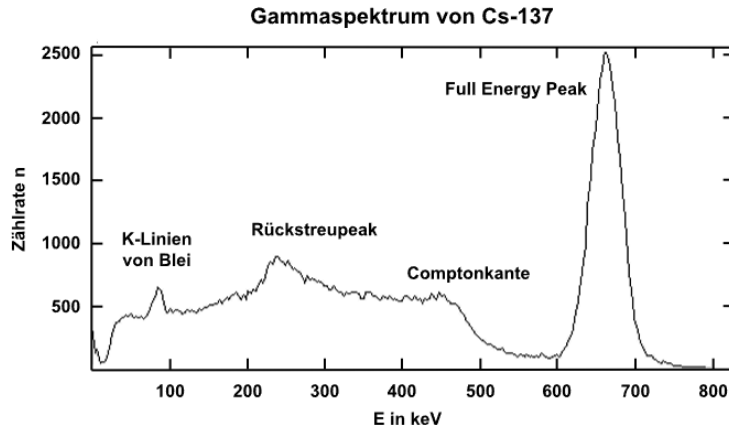


Abbildung 2: Das am Szintillationszähler gemessene Intensitätsspektrum für ^{137}Cs [leifi].

Das Intensitätsspektrum, das hinter der Probe gemessen wird, hat die Form des Spektrums in Abbildung 2. In der Abbildung sind dabei auch die unterschiedlichen Effekte die sich auf das Spektrum auswirken mit ihren Namen gekennzeichnet.

Die Comptonkante liegt bei der Energie, bei der der maximale Energieübertrag vom Photon aufs Elektron stattfindet. Dies ist also die maximale Energie die durch den Comptoneffekt freigewordene Elektronen besitzen können. Vor der Kante befindet sich das Comptonspektrum mit allen möglichen Elektronen-Energien, die durch den Comptoneffekt erzeugt werden können.

Der Photopeak wird durch die Elektronen erzeugt, welche über den Photoeffekt aus dem Material gelöst werden und genau die Energie von 662 keV der Photonen erhalten.

Der Rückstreupeak wird von Quanten erzeugt, welche vom Präparat in die entgegengesetzte Richtung bewegen, dann aber an einem anderen Material, wie einer Halterung über den Comptoneffekt wieder in Richtung des Zählers zurück gestreut werden.

Die *K*-Linien von Blei entstehen über Anregung von Elektronen in den Blei-Abschirmungen, die dann die Energie der *K*-Linie von Blei besitzen.

3 Aufbau

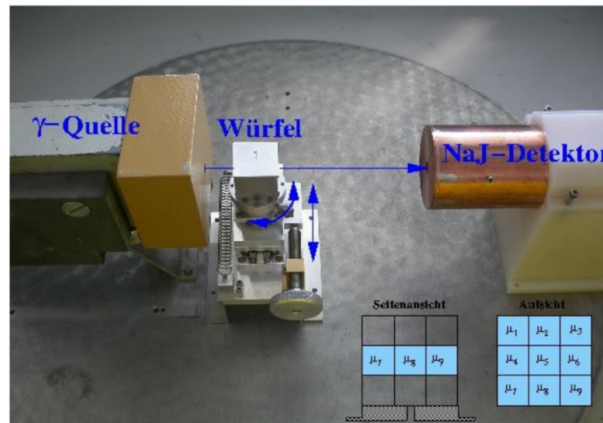


Abbildung 3: Der Aufbau des [V14].

Der Versuchsaufbau, welcher in Abbildung 3 zu sehen ist, besteht aus einer Cäsium-Probe als γ -Strahler, einem Probenwürfel der auf einer rotier- und verschiebbaren Plattform befestigt ist, und einem NaI-Szintillationszähler.

Die Probe wird dabei von Bleiblöcken abgeschirmt, so dass sie effektiv nur in Richtung des Probenwürfels strahlt. Im Strahlengang hinter dem Würfel befindet sich der Szintillationszähler um die Strahlung zu detektieren. Dies geschieht über Exzitonen, die in dem Material, durch die Strahlung angeregt werden und beim Zerfall wieder Photonen emittieren. Diese werden dann von einem Photodetektor gemessen. Dafür muss der Szintillator aber transparent für seine eigenen erzeugten Wellenlängen sein.

Hinter den Detektor ist noch ein Diskriminator geschaltet, welcher Impulse unter einer bestimmten Grenze blockiert, um so den Untergrund herauszufiltern. Dieser leitet das Messsignal an einen Multichannelanalyzer weiter, welcher die Zählraten abhängig von den korrespondierenden Photonenergien histogrammiert, was sich dann über einen Computer ausgeben lässt.

4 Projektionen

Um über die Gleichung 3 die Absorptionskoeffizienten bestimmen zu können muss die Matrix A definiert werden, welche für unterschiedliche Projektionen die korrespondierenden Schichtdicken zu den Absorptionskoeffizienten angibt. Die unterschiedlichen genutzten Projektionen sind in Abbildung 4 dargestellt.

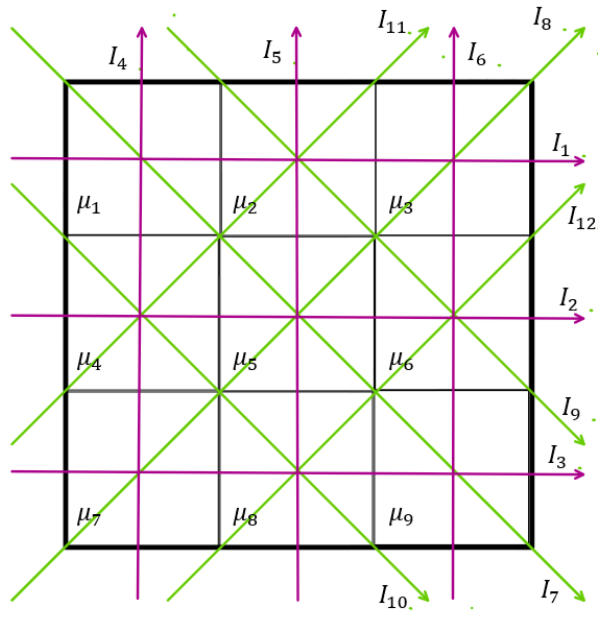


Abbildung 4: Eine schematische Darstellung der einzelnen Projektionen.

Nach Abbildung 4 ergibt sich beispielsweise für die Projektionen I_7 nach Gleichung 2, für die siebte Komponente der Matrix A

$$\ln \left(\frac{I_0}{I_7} \right) = \mu_1 \cdot \sqrt{2}d + \mu_5 \cdot \sqrt{2}d + \mu_9 \cdot \sqrt{2}d \quad .$$

Dies aufgestellt für alle Projektionen und in Matrixform gebracht führt für die Distanzen zu der Matrix

$$A\vec{\mu} = d \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \\ \mu_5 \\ \mu_6 \\ \mu_7 \\ \mu_8 \\ \mu_9 \end{pmatrix} \quad . \quad (4)$$

5 Durchführung

Zuerst wird der ^{137}Cs -Strahler in einer Bleihalterung befestigt. Während keine Probe sich im Strahlengang befindet wird die Grundintensität I_0 gemessen. Dafür wird auf dem Computer im Programm MAESTRO eine Messdauer von 240 s eingestellt. Aus den Ergebnissen lässt sich dann die Höhe und Halbwertsbreite des Photopeaks ablesen.

Anschließend wird eine Messreihe mit dem Würfel 1 durchgeführt. Dieser besteht nur aus dem Aluminiumgehäuse, welches die anderen Würfel umgibt. Dafür wird der Würfel im Strahlengang platziert und für drei Projektionen die damit korrespondierenden Spektren aufgenommen.

Dieses Vorgehen wird für die Würfel 2 und 3, welche aus reinen Materialien bestehen, wiederholt. Die möglichen Materialien sind dabei Aluminium, Messing, Delrin, Blei und Eisen.

Der Würfel 4 besteht aus neun kleineren Elementarwürfeln, welche auch aus diesen Materialien bestehen. Dieser wird zuletzt in den Strahlengang gesetzt und dort die mittlere Ebene für alle zwölf möglichen Projektionen ausgemessen.

6 Auswertung

6.1 Spektrum der ^{137}Cs -Quelle

Das Spektrum des Strahlers wurde in diesem Versuch mit einem NaI-Szintillationsdetektor aufgenommen. In Abbildung ?? sind die Ergebnisse der Aufnahme in einem Histogramm dargestellt, auf der X-Achse sind die Channels des Multichannelanalyser abgebildet.

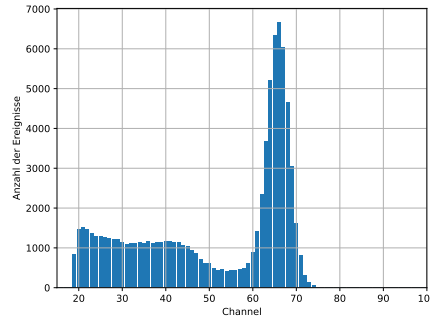


Abbildung 5: Das Aufgenommene Spektrum der Cs-Quelle.

In der Abbildung ?? sind nur die Anzahl der Ereignisse gegen die Channel aufgetragen. Die Energie der Strahlung wird von dem Multichannelanalyser nicht vermessen. Jedoch lässt sich aus der Literatur [**Peak**] entnehmen, dass der Photopeak des ^{137}Cs -Strahlers bei $E_P = 662 \text{ keV}$ zu finden ist. Dieser Photopeak der Strahlungsquelle ist in Abbildung ?? ca. bei Channel 65 zu finden. Bei Channel 43 ist die Comptonkante mit $E_C = 478 \text{ keV}$ und bei Channel 21 ist der Rückstrahlpeak.

6.2 Würfel 1

Zunächst wird die Nullrate bestimmt welche durch die Aluminiumhülle dringt und alle folgenden Würfel umgibt. Die in dieser Messreihe bestimmten Intensitäten des Photopeaks wird daher als Nullrate N_0 für die folgenden Messungen benutzt. Hier wird dazwischen unterschieden wie der Strahl durch den Block dringt, entweder gerade, also senkrecht zu einer Zeite, oder auf einer Haupt- oder Nebendiagonalen. Da es sich hier um ein Zählexperiment handelt, ist der Fehler Poissonverteilt: $\sigma_N = \sqrt{N}$. Auswertung der Netarea mit den Messdaten aus ?? ergibt für die Nullrate die Werte aus Tabelle 1.

Tabelle 1: Die gemessene Anzahl der Ereignisse und die entsprechende Zählrate der Messung des leeren Würfels 1, der nur aus der Aluminiumhülle besteht.

Strahlengang	N
Gerade	3704 ± 190
Hauptdiagonale	3636 ± 190
Nebendiagonale	3796 ± 190

6.3 Würfel 2

Da Würfel 2 homogen ist, und aufgrund der geringen Dichte große Statistik erzeugt, wurden für diesen Block nur 2 Messreihen durchgeführt. Mit einer Netarea von $N_G = 30323$ für die Gerade und $N_D = 29521$ für die Diagonale berechnen sich die Absorptionskoeffizienten zu $\mu_G = (0,0699 \pm 0,0026) \text{ 1/cm}$ und $\mu_D = (0,0491 \pm 0,0018) \text{ 1/cm}$. Dazu wird die Formel

$$\mu = \frac{\ln\left(\frac{N_0}{N}\right)}{d}, \quad (5)$$

mit der Nullrate N_0 der Netarea N und der Länge d welche die Strahlung innerhalb des Aluminiumgehäuses durchquert. Im Mittel ergibt sich für Block 2 ein Absorptionskoeffizienten von:

$$\mu_{\text{Würfel 2}} = (0,0595 \pm 0,0016) \text{ 1/cm}. \quad (6)$$

6.4 Würfel 3

Würfel 3 ist auch homogen, jedoch ließ seine hohe Dichte bereits auf einen hohen Absorptionskoeffizienten schließen. Um bessere Werte sicherzustellen, wurden daher für diesen Block mehr Messreihen durchgeführt:

Tabelle 2: Die Messwerte und daraus errechneten Werte der Messung des Würfel 3.

Projektion	N	$\mu / (1/\text{cm})$
Gerade	1330	$1,112 \pm 0,009$
Gerade	1375	$1,101 \pm 0,009$
Gerade	1366	$1,103 \pm 0,009$
Diagonale	614	$0,962 \pm 0,010$
Diagonale	568	$0,980 \pm 0,010$
Nebendiagonale	2258	$0,998 \pm 0,008$

Im Mittel ergibt dies einen Absorptionskoeffizienten von $\mu_{\text{Würfel 3}} = (1,045 \pm 0,004) \text{ 1/cm}$.

6.5 Würfel 4

Würfel 4 besteht insgesamt aus 27 kleineren jeweils homogenen Würfeln. In diesem Versuch wird eine horizontale Ebene mit 9 Würfeln mittels 12 Projektionen ausgewertet. Die Projektionen und die Zugehörige Matrix A sind in der Durchführung erklärt und dargestellt. Mittels dem Vektor an Intensitäten \vec{I} ergeben sich nach der Formel des Kleinste-Quadrate Fittes:

$$\vec{\mu} = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \vec{I} \quad (7)$$

die einzelnen Absorptionskoeffizienten für die 9 kleinen Blöcke. In dieser Transformation, transformieren sich die Unsicherheiten nach der Formel:

$$V[\vec{\mu}] = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T V[\vec{I}] A \cdot ((A^T \cdot A)^{-1})^T. \quad (8)$$

$V[\vec{\mu}]$ ist hier eine Kovarianzmatrix welche die Unsicherheiten der einzelnen Absorptionskoeffizienten μ_i auf der Hauptdiagonalen hat. In Tabelle ?? sind nun die Projektionen mit den gemessenen Events und den nach

$$I_i = \ln \left(\frac{N_{G/D/N}}{N_i} \right) \quad (9)$$

berechneten Intensitäten. $N_{G/D/N}$ steht hier für die Nullrate, je nachdem ob der Strahl gerade(G) durch den Block geht oder eine Haupt(D)-, oder Nebendiagonale(N) durchstrahlt.

Tabelle 3: Die gemessenen Anzahlen der Ereignisse unter dem Photopeak und die daraus errechneten Werte I_i von der Messung des Würfels 4.

Projektion	N	$I / (1/s)$
I_1	10 972	$1,226 \pm 0,010$
I_2	11 123	$1,212 \pm 0,010$
I_3	10 915	$1,231 \pm 0,010$
I_4	29 942	$0,222 \pm 0,007$
I_5	1475	$3,233 \pm 0,026$
I_6	29 503	$11,968 \pm 0,029$
I_7	6745	$1,712 \pm 0,013$
I_8	58 814	$1,861 \pm 0,014$
I_9	7040	$1,670 \pm 0,012$
I_{10}	7959	$1,547 \pm 0,012$
I_{11}	7281	$1,636 \pm 0,012$
I_{12}	9338	$1,387 \pm 0,011$

Die mit diesen Werten berechneten Absorptionskoeffizienten sind in Tabelle ?? zu finden. Da diese Ergebnisse in Teilen unphysikalisch sind, werden erst in der Diskussion physikalische Interpretationen der Ergebnisse durchgeführt.

Tabelle 4: Die ermittelten Werte für die Absorptionskoeffizienten der verschiedenen kleineren Würfel.

Würfel	$\mu / (1/\text{cm})$
1	$-0,8506 \pm 0,0088$
2	$0,3600 \pm 0,0080$
3	$4,0970 \pm 0,0119$
4	$1,2653 \pm 0,0064$
5	$-0,0721 \pm 0,0090$
6	$1,2207 \pm 0,0063$
7	$-0,1298 \pm 0,0089$
8	$0,2287 \pm 0,0079$
9	$4,1127 \pm 0,0118$

7 Diskussion