

Versuch Nr.21

# Optisches Pumpen

Niklas Düser  
niklas.dueser@tu-dortmund.de

Benedikt Sander  
benedikt.sander@tu-dortmund.de

Durchführung: 25.04.2022

Abgabe: .05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Energielevelstruktur des Rubidium-Atoms . . . . .	3
2.1.1	Die einfachen Niveaus und die Feinstruktur . . . . .	3
2.1.2	Die Hyperfeinstruktur und der Zeeman-Effekt . . . . .	4
2.1.3	Der quadratische Zeeman-Effekt . . . . .	5
2.2	Das optische Pumpen . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>8</b>
3.1	Aufbau . . . . .	8
3.2	Durchführung . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>10</b>
4.1	Magnetfelder . . . . .	10
4.2	Gyromagnetische Faktoren . . . . .	10
4.3	Kernspin . . . . .	12
4.4	Isotopenverhältnis . . . . .	13
4.5	Quadratischer Zeemann-Effekt . . . . .	13

# 1 Zielsetzung

Das Ziel dieses Versuchs ist es die Rubidium-Isotope  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$  mittels Hochfrequenzspektroskopie zu untersuchen.

Dafür werden Elektronen durch optisches Pumpen in angeregte Zustände versetzt. Diese Zustände lassen sich dann mittels radio-frequenter magnetischen Feldern untersuchen.

## 2 Theorie

### 2.1 Energielevelstruktur des Rubidium-Atoms

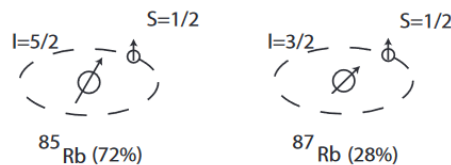
#### 2.1.1 Die einfachen Niveaus und die Feinstruktur

Das Rubidium-Atom gehört zu ersten Hauptgruppe. Das heißt, dass es nur ein Elektron in der äußersten Schale besitzt.

Dies macht es sehr geeignet für diesen Versuch, da damit nur ein Elektronenspin beachtet werden muss.

Der Unterschied zwischen den beiden Isotopen sind ihre Kernspins  $I$ .  $^{85}\text{Rb}$  hat einen Kernspin von  $I = \frac{5}{2}$  und  $^{87}\text{Rb}$  von  $I = \frac{3}{2}$ .

Der Aufbau inklusive Spins ist auch in Abbildung 1 noch einmal dargestellt.



**Abbildung 1:** Die Rubidium-Isotope und ihre Spins schematisch dargestellt[pump\_1].

Die Energieniveaus des Valenzelektrons hängen in erster Ordnung von der Hauptquantenzahl  $n$  ab, welche beschreibt im wievielten angeregten Zustand sich das Elektron befindet. Für jeden dieser Zustände kann das Elektron unterschiedliche Bahndrehimpulse annehmen. Genauer gilt  $l \in [0, n - 1]$ . Im Grundzustand gilt also  $l = 0$ .

Dieser Effekt hat die größten Energiedifferenzen  $\Delta E$  zwischen seinen Niveaus.

Dies sind aber nicht alle Effekte die zur Aufspaltung der Energieniveaus des Elektrons beitragen. Des Weiteren muss noch beachtet werden, dass der Elektronenspin  $s = \frac{1}{2}$  an seinen Bahndrehimpuls koppelt.

Dies ist die sogenannte  $LS$ -Kopplung oder Feinstruktur.

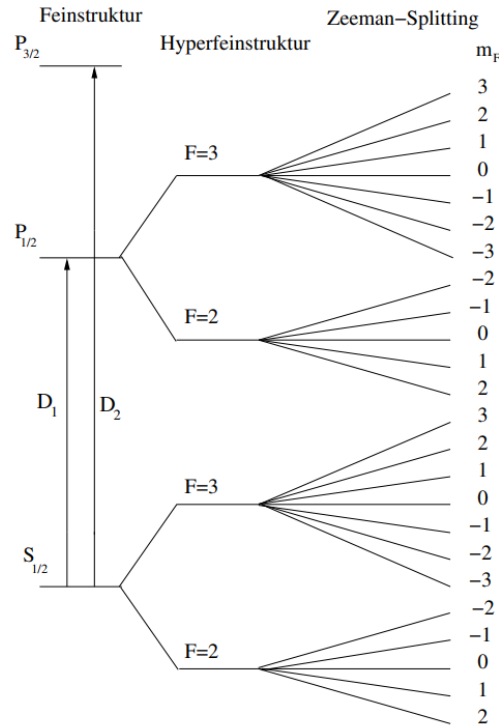
Stark vereinfacht gesagt wechselwirkt der Elektronenspin mit dem Magnetfeld, dass durch seine Bewegung entsteht, wodurch sich die Energieniveaus in  $s$  und  $l$  aufspalten.

Die Aufspaltung kann dabei durch  $J$ , den Spin der gesamten Schale beschrieben werden. Dabei kann  $J$  Werte von  $|L - S|$  bis  $|L + S|$  annehmen.

Im Vergleich mit den  $n$ -Niveaus sind die Energiedifferenzen deutlich kleiner.

Im Versuch wird die Aufspaltung im Grundniveau  $S_{1/2}$  und im ersten angeregten Zustand  $P_{1/2}$  betrachtet.

Die Aufspaltung in der Feinstruktur und die weiteren Aufspaltungen in der Hyperfeinstruktur und dem Zeeman-Effekt sind in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** Die Aufspaltung der Energieniveaus von  $^{85}\text{Rb}$  in der Feinstruktur, Hyperfeinstruktur und unter dem Zeeman-Effekt.

Auf der  $y$ -Achse ist dabei die Energie. Die Indices der Energieniveaus stehen für die Werte die von  $J$  angenommen werden [pump\_2].

### 2.1.2 Die Hyperfeinstruktur und der Zeeman-Effekt

Ein zusätzlicher Effekt, der zu einer noch feineren Aufspaltung in den Energien führt, ist die Hyperfeinstruktur.

Sie entsteht daraus, dass der Gesamtspin des Atoms  $F$  die Eigenwerte  $|I - J|$  bis  $|I + J|$  besitzt.

Je nach Wert des Bahndrehimpulses  $J$  und des Kernspins  $I$  ist der sich ergebende Zustand energetisch günstiger oder ungünstiger, wodurch unterschiedliche Energieniveaus entstehen.

Abbildung 2 zeigt dies für  $^{85}\text{Rb}$ .

Wenn nun noch ein externes Magnetfeld angelegt wird tritt noch eine weitere Aufspaltung

auf.

Dies ist der sogenannte Zeeman-Effekt und er hebt die Entartung der Energie in der magnetischen Quantenzahl  $m$  auf.

Diese Quantenzahl beschreibt dabei die Projektion des Spins auf das externe Magnetfeld. Je nach Orientierung des Atomspins ist die Stärke der Kopplung zwischen magnetischem Moment und Magnetfeld also unterschiedlich.

$m$  hat dabei die  $2F + 1$  Eigenwerte von  $-F$  bis  $F$ .

Für kleine externe Magnetfelder  $B$  ergeben sich die Zeeman-Niveaus zu

$$E_Z = g_F \mu_B m |B| \quad . \quad (1)$$

Sie beschreiben dabei die Abweichung von den Hyperfein-Niveaus in Abhängigkeit von der Stärke des Magnetfelds  $|B|$ , der magnetischen Quantenzahl  $m$ , dem Bohrschen Magneton  $\mu_b$  und dem gyromagnetischen Verhältnis, oder Landé-Faktor  $g_F$ .

Der Landé-Faktor  $g_F$  ist dabei nicht der des Elektrons. Für ihn gilt

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}$$

mit

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad .$$

Das Bohrsche Magneton setzt sich aus

$$\mu_b = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

zusammen.  $e$  ist die Elektronenladung[**e0**],  $\hbar$  das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum[**Planck**] und  $m_e$  die Elektronenmasse[**m\_e**].

### 2.1.3 Der quadratische Zeeman-Effekt

In Anwesenheit schwacher Magnetfelder ist der Hamilton-Operator des Zeeman-Terms diagonal und seine Energieeigenwerte lassen sich durch Gleichung 1 ausdrücken.

Für sehr starke Magnetfelder wird der auftretende Effekt Paschen-Back-Effekt genannt. Dieser besitzt wieder einen diagonalisierten Hamilton-Operator. Allerdings in einer anderen Basis.

In der Übergangsregion der beiden Effekten sind daher noch zusätzliche quadratische Terme vonnöten um die Energieniveaus anzunähern.

In niedrigster Ordnung Störungstheorie führt dies dann zu

$$\Delta E_Z = g_F \mu_0 B + g_F^2 \mu_0^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E_{\text{Hyp}}} \quad . \quad (2)$$

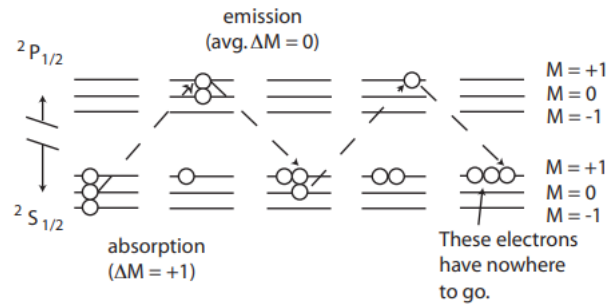
Dabei ist  $E_{\text{Hyp}}$  die Energiedifferenz der Hyperfeinstruktur-niveaus.

## 2.2 Das optische Pumpen

Zuallererst befinden sich die Rubidium-Atome im thermischen Gleichgewicht. Das heißt, dass die Valenzelektronen aller Atome einer Boltzmann-Verteilung folgen. Bei angeschaltetem Magnetfeld sind sie also so über die Zeeman-Niveaus verteilt.

Optisches Pumpen ist dabei nun die gezielte Erzeugung einer Abweichung von den Besetzungszahlen im thermischen Gleichgewicht, mit optischen Mitteln.

Der ganze Vorgang ist schematisch in Abbildung 3 zu sehen.



**Abbildung 3:** Der Ablauf des optischen Pumpens schematisch für das Wasserstoff-Atom dargestellt[pump\_1].

Für das Rubidium-Gas liegen die Hyperfein-Niveaus nah genug beieinander, als dass sie ziemlich ähnlich wahrscheinlich von Elektronen besetzt sind.

Es herrscht also gleiche Wahrscheinlichkeiten für alle  $F$ -Zustände mit jedem  $m$ .

Wenn ein Elektron nun von einem Photon angeregt wird kann sich die Quantenzahl  $m$  nur um  $\pm 1$  oder gar nicht ändern.

Bei rechts zirkular polarisiertem Licht, welches sich parallel zum Magnetfeld ausbreitet, muss gelten  $\Delta m = +1$ . Bei links zirkular polarisiertem Licht wäre es  $\Delta m = -1$  und bei linear polarisiertem  $\Delta m = 0$ .

In diesem Fall wird das Rubidium-Gas mit rechts zirkular polarisiertem Licht bestrahlt, welches die Energie des  $D_1$ -Übergangs besitzt.

Die Elektronen, die sich im Grundniveau  $S_{\frac{1}{2}}$  der Feinstruktur befinden, werden dabei in den nächst höheren Zustand, das  $P_{\frac{1}{2}}$ -Niveau angeregt.

Dabei wird die magnetische Quantenzahl  $m$  dann um 1 erhöht. Dies geht natürlich nur für Werte von  $m$ , für die ein Zustand  $m + 1$  möglich ist.

Ist dieser Übergang nicht möglich können die Elektronen nicht angeregt werden.

Diesen Zustand verlässt das Elektron dann wieder, in dem es über spontane Emission ein Photon emittiert und in den Grundzustand zurückkehrt. Dieses Photon kann stochastisch jede Form haben und daher  $m$  mit  $\Delta m = \pm 1, 0$  ändern.

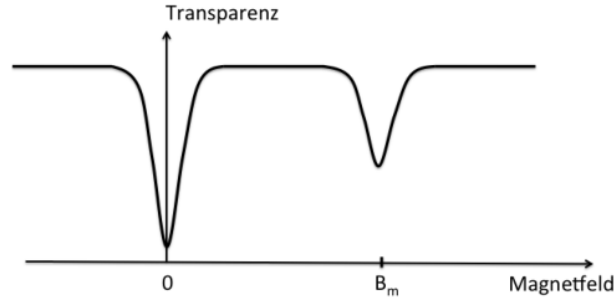
Mit der Zeit sammeln sich dann die Elektronen in den Zuständen, in denen sie nicht angeregt werden können.

Natürlich tritt bei diesem Vorgang auch induzierte Emission auf. Das heißt, wenn ein Photon die Energie des Übergangs besitzt, kann es die Emission bei einem angeregten

Elektron die Emission eines anderen Photons induzieren. Das emittierte Photon besitzt dabei dieselben Eigenschaften wie das induzierende. Bei diesem Vorgang fällt das Elektron wieder in seinen Ausgangszustand zurück.

Da das Photon aber auch rechts zirkular polarisiert ist, gilt  $\Delta m = -1$ , wodurch das Elektron wieder in seinem Ausgangszustand landet.

Dieser Vorgang verzögert also nur das optische Pumpen, verhindert es aber nicht.



**Abbildung 4:** Eine Skizze des Plots, der die Transparenz des Gases gegen das Magnetfeld aufträgt. Besonders zu beachten ist dabei der Transparenzabfall bei  $B_m$  [V21].

Das Gas ist also nun transparent. Diese Eigenschaft kann es nur verlieren, wenn die Elektronen wieder einen Zustand annehmen, aus dem heraus sie angeregt werden können. Dies könnte wieder über spontane Emission geschehen, wobei in ein anderes Zeeman-Niveau gewechselt wird. Die Wahrscheinlichkeit dieses Übergangs ist allerdings proportional zu  $\nu^3$  und daher hier zu vernachlässigen.

Alternativ könnte das Magnetfeld abgeschaltet werden, wodurch keine Zeeman-Aufspaltung mehr auftritt und  $m$  daher keine relevante Quantenzahl mehr wäre. Das Gas wäre dann wieder intransparent, siehe Abbildung 4.

Wenn nun aber ein Magnetfeld angelegt werden wird, mit der Frequenz des Übergangs der Zeeman-Niveaus, würde die induzierte Emission auftreten. Dabei würden die Elektronen wieder über die Zustände verteilt und das Gas undurchsichtig.

Es muss also gelten

$$\omega_{RF} = \frac{g_F \mu_B}{\hbar} \cdot |B_m| \quad (3)$$

oder

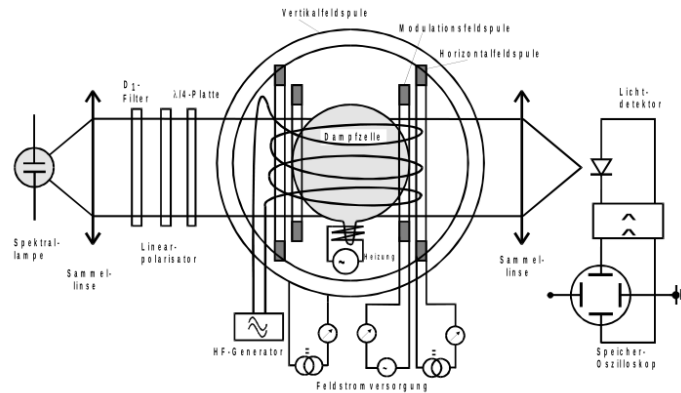
$$|B_m| = \frac{\hbar \cdot \omega_{RF}}{g_F \mu_B} \quad .$$

Mit  $\omega_{RF}$  als Frequenz des radio-frequenten Magnetfeldes.

Diese Abhängigkeit ist in Abbildung 4 schematisch dargestellt.

## 3 Durchführung

### 3.1 Aufbau



**Abbildung 5:** Der Aufbau für das optische Pumpen schematisch dargestellt [.]

Der Aufbau des Versuchs ist in Abbildung ?? schematisch dargestellt.

Er teilt sich dabei in einen optischen und einen Messaufbau auf. Der reale optische Aufbau ist in Abbildung ?? zu finden und der Messaufbau in Abbildung ??.

Im optischen Aufbau strahlt eine Rubidium-Spektrallampe auf eine Kollimations-Linse, die den Strahl bündelt. Anschließend trifft das Licht auf einen Filter, der alle Frequenzen bis auf die  $D_1$ -Linie von Rubidium, mit  $\lambda = 794,8 \text{ nm}$ , herausfiltert. Danach wird das Licht erst linear polarisiert um dann mit einer  $\frac{\lambda}{4}$ -Platte zirkular polarisiert.

Dieses Licht trifft dann auf die Dampfzelle, welche den Rubidium-Dampf enthält. Der Dampf wird mit einem kleinen Ofen erwärmt um den optimalen Dampfdruck zu gewährleisten. Dies sollte eine halbe Stunde vor den Messungen geschehen.

Die Dampfzelle ist von drei Helmholtzspulen und einer weiteren Spule umgeben.

Eine der Helmholtzspulen ist dabei so aufgebaut, dass die Magnetfeldlinien ihres Feldes senkrecht auf dem Tisch stehen. Dies dient später dazu die vertikale Komponente des Erdmagnetfeldes ausgleichen zu können.

Die anderen beiden Helmholtzspulen sind so aufgebaut, dass ihr Feld parallel zum Strahlengang ist. Eine der Spulen ist die sogenannte Sweep-Spule. Für sie kann ein Startwert, ein Endwert und ein Durchlaufzeitraum eingestellt werden, der von dem Feld durchlaufen wird.

Die andere ist die Horizontalfeld-Spule. Mit ihr wird ein zusätzliches Feld angelegt, welches auf das Feld der Sweep-Spule addiert wird, da diese nur einen kleinen Feldstärkenbereich abdecken kann.

Die letzte Spule ist die RF-Spule oder ‚radio-frequency‘-Spule. Sie erzeugt ein Magnetwechselfeld, welches die Dampfzelle durchsetzt.

Ihre Frequenz kann variiert werden.



Hinter der Dampfzelle im Strahlengang befindet sich noch eine Sammellinse, welche den Lichtstrahl auf einen Photodetektor bündelt. Dieser ist an ein Oszilloskop und ein Galvanometer angeschlossen.

Zusätzlich werden noch Steuergeräte genutzt, mit denen die Stromstärke der Spulen eingestellt werden kann. Die RF-Spule ist an einen Impulsgenerator angeschlossen, mit dem die Frequenzen variiert werden können.

### 3.2 Durchführung

Zuerst werden alle optische Bauteile so im Strahlengang positioniert, dass die am Galvanometer gemessene Stromstärke maximal wird.

Anschließend wird bei abgeschaltetem RF-Feld ein Sweep-Feld angelegt. Dadurch ist beim Nulldurchgang des Magnetfeldes eine Resonanzstelle auf dem Oszilloskop zu erkennen. Nun wird das Feld der Vertikal-Spule so eingestellt, dass diese Stellen möglichst schmal werden. Wenn dies geschieht, ist das Erdmagnetfeld in dieser Komponente kompensiert. Nun wird der Aufbau so verschoben, dass der Strahlengang parallel zur vertikal Komponente des Erdmagnetfeldes liegt.

Dabei wird der Tisch verschoben und wieder die Breite der Resonanzstelle minimiert. Dazu kann ein Kompass unterstützend genutzt werden.

Für die Messung wird das Horizontalfeld zunächst auf null gestellt. Die Sweep-Spule wird auf das maximale Intervall eingestellt und darauf, dass sie das gesamte Intervall durchläuft. Dieses ist ein Bereich von einem Ampere.

Das RF-Feld wird nun auf 100 kHz gestellt. Dies führt dazu, dass auf dem Oszilloskop zusätzlich zur Resonanzstelle bei  $B = 0$  zwei weitere Resonanzstellen erscheinen.

Um sie auszumessen wird für die Sweep-Spule ein fester Wert eingestellt und dieser bis zum Erreichen der Stelle verändert. Aus der mit der Resonanzstelle gemessenen korrespondierenden Stromstärke kann später das Magnetfeld errechnet werden.

Dies wird für beide Resonanzstellen abgelesen.

Dieser Vorgang wird für Frequenzen der RF-Spule von 100 kHz bis 1 MHz in 100 kHz-Schritten wiederholt. Sie wird dabei mit einer Sinus-Spannung mit einer Amplitude von 4 aA betrieben.

Wenn sich die Resonanzen nicht mehr auf dem Oszilloskop darstellen lassen, da die Reichweite der Sweep-Spule nicht ausreichend ist, muss zusätzlich die andere Horizontalfeld-Spule angeschaltet werden.

Diese kann mit einem Stromgenerator angesteuert werden, dessen Ausgabe mit einem Ampere-Meter gemessen wird. Der Maximalstrom für die Spule beträgt dabei 3 A.

Zusätzlich sollte noch ein Foto eines typischen Oszilloskopbildes aufgenommen werden.

## 4 Auswertung

### 4.1 Magnetfelder

Die Magnetfeldstärke einer Helmholtzspule berechnet sich nach der Formel:

$$B = \mu_0 \frac{8IN}{\sqrt{125}R}. \quad (4)$$

Mit den Windungszahlen der Spulen  $N$  und dem Radius  $R$  der Spulen:

$$\begin{aligned} R_{\text{Sweep}} &= 16,39 \text{ cm} & N_{\text{Sweep}} &= 11 \\ R_{\text{Horizontal}} &= 15,79 \text{ cm} & N_{\text{Horizontal}} &= 154 \\ R_{\text{Vertikal}} &= 11,735 \text{ cm} & N_{\text{Vertikal}} &= 20 \end{aligned}$$

lässt sich aus den Stromstärken aus Tabelle (??) und (??) die gesamt horizontalkomponente des Magnetfeldes nach

$$B_{\text{Gesamt}} = B_{\text{Sweep}} + B_{\text{Horizontal}}$$

berechnen. Diese Ergebnisse für diese Berechnung sind auch in Tabelle(??) eingetragen. Die Stromstärke der Vertikal-Spule bei dem der Effekt des Erdmagnetfeldes minimal war, wurde bei 0,23 A gemessen. Danach berechnet sich die Erdmagnetfeldstärke zu 35,24  $\mu\text{T}$

### 4.2 Gyromagnetische Faktoren

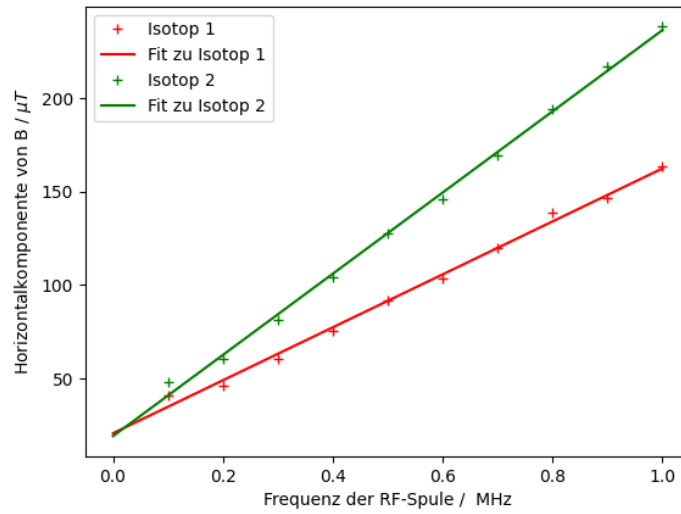
Die Formel(1) lässt sich zu

$$B = \frac{\hbar}{g_F \mu_B} \cdot \omega$$

umstellen. In Abbildung(6) ist die Magnetfeldstärke gegen die RF-Frequenz gezeichnet. Hier lässt sich nun die Steigung der beiden Geraden mittels Gleichung(4.2) als  $m = \frac{\hbar}{g_F \mu_B}$  identifizieren. Diese Steigung lässt sich wiederum zum gyromagnetischen Faktor

$$g_F = \frac{\hbar}{m \mu_B} \quad (5)$$

umstellen.



**Abbildung 6:** Die gemessenen Daten aus Tabelle(??) geplotted mit den berechneten linearen Regressionen.

Die Parameter der beiden Regressionen wurden zu:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= (1,42 \pm 0,04) \cdot 10^{-10} \frac{\text{T}}{\text{Hz}} & b_1 &= (2,08 \pm 0,22) \text{ T} \\
 m_2 &= (2,17 \pm 0,04) \cdot 10^{-10} \frac{\text{T}}{\text{Hz}} & b_2 &= (1,92 \pm 0,23) \text{ T}
 \end{aligned}$$

bestimmt. Werden diese Steigungen nun in Gleichung(5) eingesetzt, ergibt sich für die die gyromagnetischen Faktoren:

$$\begin{aligned}
 \text{Isotop 1: } g_{\text{F}} &= 0,504 \pm 0,013 \\
 \text{Isotop 2: } g_{\text{F}} &= 0,329 \pm 0,006
 \end{aligned}$$

$\omega_{\text{RF}} / \text{MHz}$	$I_{\text{Sweep},1} / \text{A}$	$I_{\text{Sweep},2} / \text{A}$
0.1	0.682	0.795
0.2	0.475	0.710
0.3	0.710	1.060
0.4	0.237	0.715
0.5	0.210	0.805
0.6	0.265	0.970
0.7	0.240	1.065
0.8	0.405	0.887
0.9	0.245	0.687
1.0	0.385	0.750

**Tabelle 1:** Tabelle der RF Frequenzen und den gemessenen Stromstärken der Sweep-Spule.

$I_{\text{Hor},1} / \text{A}$	$I_{\text{Hor},2} / \text{A}$	$B_1 / \mu\text{T}$	$B_2 / \mu\text{T}$
0.00	0.00	41.1	47.9
0.02	0.02	46.6	60.3
0.02	0.02	60.3	81.5
0.07	0.07	75.6	104.5
0.09	0.09	91.6	127.5
0.10	0.10	103.6	146.2
0.12	0.12	119.7	169.5
0.13	0.16	138.4	193.8
0.15	0.20	146.3	216.5
0.16	0.22	163.5	238.1

**Tabelle 2:** Tabelle der Stromstärke in der Horizontalspule und der gesamt Magnetfeldstärke in horizontal Richtung.

### 4.3 Kernspin

Der Kernspin der Isotope lässt sich mittels

$$I = \frac{1}{2} \left| \frac{g_J}{g_F} - 1 \right| \quad (6)$$

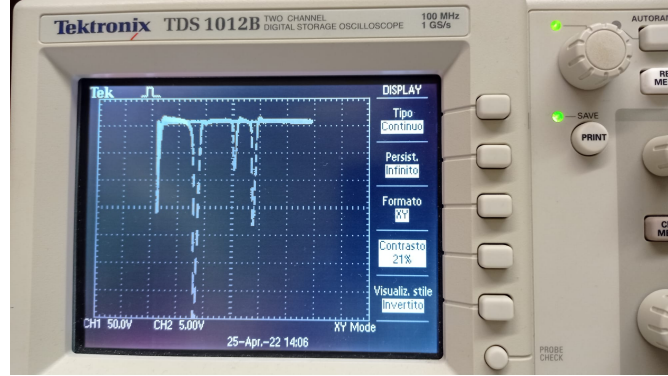
berechnen. Hier ist  $g_F$  der Landé-Faktor. Werden die berechneten gyromagnetischen Faktoren  $g_J$ , in diese Formel eingesetzt, ergibt sich für die Kernspins:

$$I_1 = 1,48 \pm 0,05$$

$$I_2 = 2,54 \pm 0,05$$

## 4.4 Isotopenverhältnis

Zur Bestimmung des Isotopenverhältnisses wurde bei einer RF Frequenz von 100 kHz die Peaktiefe der Magnetfeldstärke abgelesen, da diese auch proportional zum Isotopenverhältnis der beiden RB Isotope.



**Abbildung 7:** Ein typisches Oszilloskopbild der Transitivität gegen die horizontalkomponente des Magnetfeldes. Der tiefste Peak auf der linken Seite des Bildes spiegelt die Stelle dar, an dem die Horizontalmagnetfeldstärke 0 ist. Rechts daneben ist ein kleiner Peak, der durch die stimulierte Emission von Isotop 1 entsteht. Der etwas größere Peak auf der rechten Seite entsteht durch die stimulierte Emission von Isotop 2.

Bei einer RF-Frequenz von 100 kHz wurde mit für das erste Isotop eine Peaktiefe von  $N_1 = 9$  Punkten, für das zweite Isotop wurde eine Tiefe von  $N_2 = 19$  Punkten gemessen. Mit diesen Messungen lässt sich der Anteil im Gas nach

$$A_i = \frac{N_1 + N_2}{N_i} \quad (7)$$

berechnen. Die berechneten Anteile ergeben sich dann zu:

Isotop 1: 32,14%

Isotop 2: 67,86%

## 4.5 Quadratischer Zeemann-Effekt

Die Effekte des Quadratischen Zeemaneffektes wurden nach Gleichung(2) berechnet. Für das erste Isotop wurden dazu die Werte:

$$\begin{aligned} M_F &= -1 \\ B_{\max} &= 163 \mu\text{T} \\ \Delta E_{\text{Hyp}} &= 4,53 \cdot 10^{-24} \text{ J} \end{aligned}$$

verwendet, dies führt zu einem quadratischem Zeemaneffekt von  $Z_{\text{Zee,quad},1} = (3,84 \pm 0,02) \cdot 10^{-31} \text{ J}$ . Der Lineare Zeemaneffekt berechnet sich zu  $Z_{\text{Zee,linear},1} = (7,63 \pm 0,02) \cdot 10^{-28} \text{ J}$

Für das zweite Isotop wurden die Werte:

$$\begin{aligned}M_{\text{F}} &= -2 \\B_{\text{max}} &= 238 \text{ }\mu\text{T} \\\Delta E_{\text{Hyp}} &= 2,01 \cdot 10^{-24} \text{ J}\end{aligned}$$

verwendet. Hiermit berechnet sich der quadratische Zeemaneffekt zu  $Z_{\text{Zee,quad},2} = (1,31 \pm 0,04) \cdot 10^{-30} \text{ J}$  und der lineare Zeemaneffekt zu  $Z_{\text{Zee,linear},2} = (7,26 \pm 0,12) \cdot 10^{-28} \text{ J}$ .