

Versuch Nr.V51

Schaltungen mit Operationsverstärkern

Jana Schlücking
jana.schluecking@tu-dortmund.de

Benedikt Sander
benedikt.sander@tu-dortmund.de

Durchführung: 16.01.2023

Abgabe: 06.02.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Eigenschaften	3
2.2	Schaltbeispiele mit Operationsverstärkern	5
2.2.1	Invertierter Linearverstärker	5
2.2.2	Umkehrintegrator	6
2.2.3	Invertierter Differenzierer	7
2.2.4	Nichtinvertierter Schmitt-Trigger	8
2.2.5	Signalgenerator	9
3	Aufbau und Durchführung	10
3.1	Invertierter Linearverstärker	10
3.2	Umkehrintegrator	10
3.3	Invertierter Differenzierer	10
3.4	Nichtinvertierter Schmitt-Trigger	10
3.5	Signalgenerator	10
4	Auswertung	11
4.1	Invertierter Linearverstärker	11
4.2	Umkehrintegrator	14
4.3	Invertierter Differenzierer	17
4.4	Nichtinvertierter Schmitt-Trigger	19
4.5	Signalgenerator	20
5	Diskussion	22
6	Anhang	24

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird der Operationsverstärker näher betrachtet. Dazu werden Anwendungsbeispiele eines Operationsverstärkers in Schaltungen realisiert und auf ihre Eigenschaften untersucht. Insbesondere werden die Unterschiede eines realen und eines idealen Operationsverstärker aufgezeigt.

2 Theorie

Es werden im folgenden Abschnitt die theoretischen Grundlagen von Operationsverstärkern dargelegt.

2.1 Eigenschaften

Ein Operationsverstärker ist ein Differenzverstärker. Das bedeutet, dass die Ausgangsspannung proportional ist zu der Differenz der beiden eingehenden Spannungen

$$U_A = V \cdot (U_P - U_N) .$$

Die Ausgangsspannung ist damit in der Phase von U_P , welche am positiven, nicht-invertierenden Eingang liegt (+), und gegenphasig zur Spannung U_N , welche am invertierenden Eingang (−) liegt. Dies ist in Abbildung 1 in einem Schaltbild dargestellt. Das dreieckige Symbol ist mittlerweile veraltet, das neue Symbol ist ein Rechteck, wie es in den nachfolgenden Schaltungen zu sehen ist. Die Proportionalität der Ausgangsspannung zur

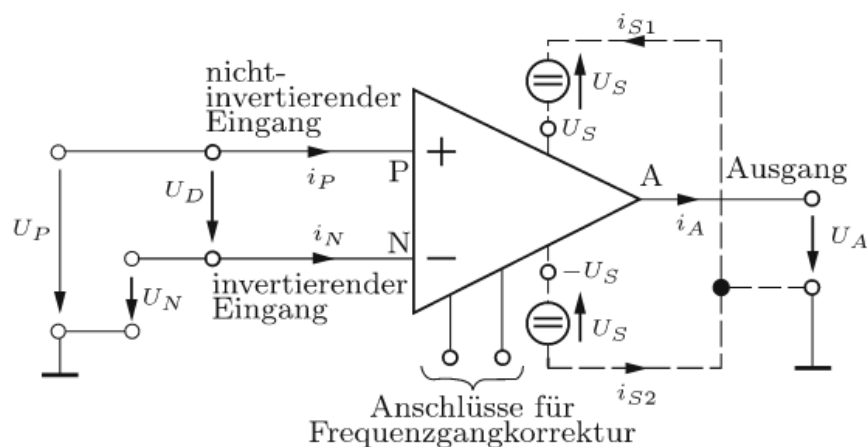


Abbildung 1: Die Schaltung eines Operationsverstärkers. Die Betriebsspannung U_B wird normalerweise nicht eingezeichnet. [2]

Differenz der Eingangsspannungen gilt nur für

$$-U_S < U_A < U_S ,$$

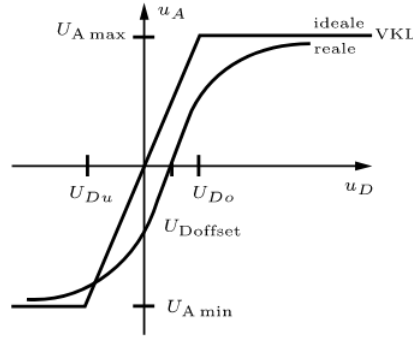


Abbildung 2: Die Kennlinie eines idealen und eines realen Operationsverstärkers. [2]

außerhalb von diesem Bereich ist die Ausgangsspannung entsprechend $\pm U_S$. Dies ist visuell dargestellt in Abbildung 2. In Abbildung 2 ist bei der Kennlinie des idealen Operationsverstärkers zu sehen, dass die die Ausgangsspannung U_A linear mit der Eingangsspannungsdifferenz U_D geht in dem Bereich, wo die Bedingung $-U_S < U_A < U_S$ gilt. Die Spannungsdifferenzen, bei denen diese Sättigung einsetzt, werden U_{Du} und U_{Do} genannt.

Hier in der Abbildung werden Unterschiede zwischen einem idealen und einem realen Operationsverstärkern aufgewiesen. Bei einem idealen Operationsverstärker beträgt die Leerlaufverstärkung $V = \infty$, die Eingangswiderstände $r_{e,p}$ und $r_{e,n}$ sind hierbei auch unendlich groß, damit in dem Operationsverstärker kein Strom fließt. Der Ausgangswiderstand r_A ist dabei gleich 0. Die Übertragungsbandbreite geht von 0 bis ∞ , es findet keine Phasendrehung statt.

Im Gegensatz dazu hat ein realer Operationsverstärker eine Leerlaufverstärkung von $V \propto 10^4$ - 10^6 . Die Eingangswiderstände sind nicht unendlich groß, aber üblicherweise größer als $1\text{ M}\Omega$. Der Ausgangswiderstand ist im Bereich von $10\text{ }\Omega$ - $1000\text{ }\Omega$. Die Übertragungsbandbreite hat eine obere Grenze, die sich im Bereich von 10 Hz bis 10 kHz liegt. Es tritt eine Phasendrehung auf.

Aus den Unterschieden des realen Operationsverstärkers zu einem Idealen, folgen nur geringe Unterschiede, die kleine Korrekturen in den Rechnungen fordern. Jedoch treten ein paar Phänomene auf, die im folgenden Abschnitt besprochen werden.

Falls an beiden Eingängen die gleiche Spannung U_{Gl} anliegt, sollte es bei einem idealen Operationsverstärker zu einer Ausgangsspannung $U_A = 0\text{ V}$ kommen, bei einem realen misst man aber die Ausgangsspannung ΔU_A . Dieses Phänomen wird Gleichtaktverstärkung genannt und parametrisiert durch

$$V_{Gl} = \frac{\Delta U_A}{U_{Gl}}.$$

Zudem ist eine Offsetspannung zu messen, da eine Ausgangsspannung zu messen ist, falls

beide Eingangsspannungen 0 betragen. Die Offsetspannung U_0 ist als

$$U_0 = U_P - U_N$$

definiert, wobei die Eingangsspannungen so gewählt sind, dass $U_A = 0$ gilt.

Dadurch, dass es bei einem realen Operationsverstärker zu endlichen Eingangswiderständen kommt, gibt es einen endlichen Eingangsruhestrom

$$I_B = \frac{1}{2} (I_P + I_N) .$$

Analog lässt sich ein Offsetstrom I_0 definieren,

$$I_0 = I_P - I_N \quad \text{bei } U_P = U_N = 0 .$$

Abschließend sind die Differenzwiderstände

$$r_P = \begin{cases} \frac{\Delta U_P}{\Delta I_P}, & U_N = 0 \\ \frac{\Delta U_N}{\Delta I_N}, & U_P = 0 \end{cases} ,$$

und der Gleichtakteingangswiderstand

$$r_{Gl} = \frac{U_{Gl}}{I_{Gl}}$$

zu nennen.

Durch diese Phänomene ist die leicht unterschiedliche Kennlinie in Abbildung 2 zu erklären.

2.2 Schaltbeispiele mit Operationsverstärkern

Im folgenden Abschnitt werden die im Versuch genutzten Schaltungen vorgestellt.

2.2.1 Invertierter Linearverstärker

Da die Ausgangsspannung bei einem normalen realen Operationsverstärker schnell in den gesättigten Bereich geht, kann stattdessen ein invertierte Linearverstärker genutzt werden. Dazu wird die Ausgangsspannung über einen Widerstand R_2 in den invertierten Eingang des Operationsverstärkers gegeben, wie es in Abbildung 3 zu sehen ist. Dieses Vorgehen wird auch Gegenkopplung genannt. Bei einer Zunahme der Ausgangsspannung kommt es zu einer Abnahme der Eingangsspannung.

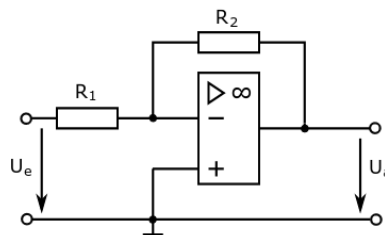


Abbildung 3: Das Schaltbild eines gegengekoppelten invertierten Linearverstärker.

[14]

Nach der Proportionalität der Ausgangsspannung zur Differenz der Eingangsspannungen gilt hier

$$U_N = -\frac{U_A}{V}. \quad (1)$$

Für den Knotenpunkt vor dem invertierten Eingang gilt bei $I_N = 0$ demnach

$$\frac{U_N - U_1}{U_A - U_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_N}.$$

Hieraus folgt für die Verstärkung V' :

$$\frac{1}{V'} = -\frac{U_1}{U_A} = \frac{1}{V} + \frac{R_1}{R_N} \left(1 + \frac{1}{V}\right) \approx \frac{1}{V} + \frac{R_1}{R_N},$$

wobei die Näherung $V \gg 1$ genutzt wird. Es ist gut zu sehen, dass die Verstärkung bei $\frac{R_N}{R_1} \ll V$ quasi nur noch von dem Verhältnis der Widerstände abhängig ist. Da die Verstärkung V stark schwanken kann, beispielsweise aufgrund der Temperatur, erhöht diese Gegenkopplung damit die Stabilität des Verstärkers. Mit dem Faktor

$$g := \frac{V}{V'}$$

wird der Ausgangswiderstand verkleinert. Außerdem wird die Bandbreite um g erhöht, wie es in Abbildung 4 zu sehen ist.

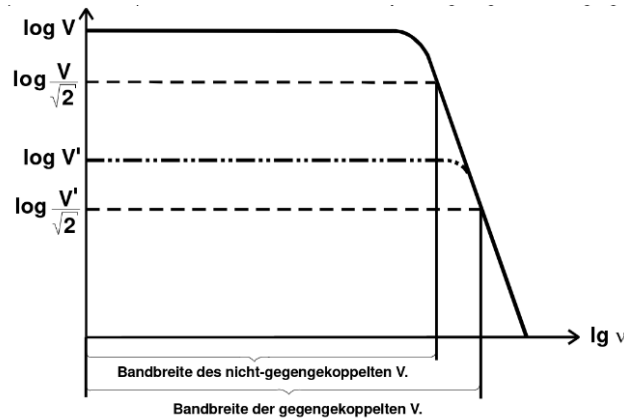


Abbildung 4: Frequenzgang des Linearverstärkers. [1]

2.2.2 Umkehrintegrator

Ein Umkehrintegrator lässt sich wie in Abbildung 5 aufbauen. Hier ist unterschiedlich zum Invertierten Linearverstärker ein Kondensator in dem Rückkopplungszweig eingebaut.

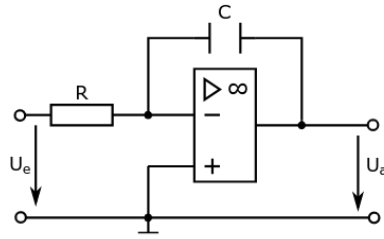


Abbildung 5: Das Schaltbild eines Umkehrintegrators. [14]

Laut der Knotenregel ergibt sich für den Knotenpunkt vor dem invertierten Eingang

$$I_1 + I_C = 0,$$

wobei hier schon $I_N = 0$ gesetzt wurde wegen der verschwindenden Spannung U_N . Es gilt

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}$$

$$\int I_C dt = CU_A,$$

sodass sich die Ausgangsspannung zu

$$U_A = -\frac{1}{RC} \int U_1 dt$$

berechnet. Die Ausgangsspannung ergibt sich also aus dem Integral der Eingangsspannung, welches den Namen der Schaltung motiviert.

Für eine Eingangsspannung $U_1 = U_0 \sin(\omega t)$ folgt somit eine Ausgangsspannung

$$U_A = \frac{U_0}{RC\omega} \cos(\omega t). \quad (2)$$

2.2.3 Invertierter Differenzierer

Ein invertierter Differenzierer ist in Abbildung 6 zu sehen. Es ist zu erkennen, dass sich zum Umkehrintegrator nur die Platzierung des Widerstandes und des Kondensators vertauscht hat.

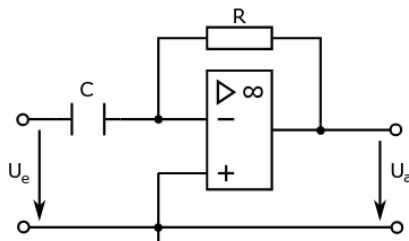


Abbildung 6: Das Schaltbild eines invertierten Differenzierers. [14]

Die Knotenregel für den Knotenpunkt vor dem invertierten Eingang ergibt hier

$$I_1 + I_A = 0,$$

wobei sich die einzelnen Ströme zu

$$I_1 = \dot{Q} = C \cdot \dot{U}_1$$

$$I_A = \frac{U_A}{I_A}$$

ergeben. Dadurch steht die Ausgangsspannung in einem Zusammenhang mit der zeitlichen Ableitung der Eingangsspannung

$$U_A = -RC \cdot \dot{U}_1.$$

Für eine sinusförmige Eingangsspannung $U_1 = U_0 \sin(\omega t)$ ergibt sich dann eine Ausgangsspannung

$$U_A = -RCU_0\omega \cdot \cos(\omega t), \quad (3)$$

welche eine lineare Proportionalität zur Frequenz hat.

2.2.4 Nichtinvertierter Schmitt-Trigger

Bei dieser Schaltung wird die Ausgangsspannung über einen Widerstand in den nicht-invertierten Eingang des Operationsverstärkers gegeben. Dies ist in Abbildung 7 visualisiert.

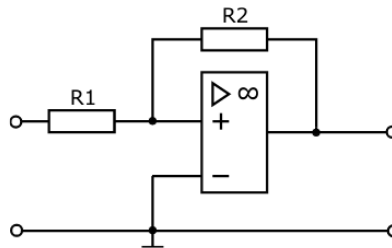


Abbildung 7: Das Schaltbild einer Schmitt-Triggerschaltung. [14]

Es kommt somit zu einer Mitkopplung, ein größeres Ausgangssignal ergibt ein größeres Eingangssignal, sodass es ein recht instabiles Verhalten gibt und die Ausgangsspannung sprunghaft auf $\pm U_S$ geht, sobald die Eingangsspannung bestimmte Schwellenwerte erreicht. Dies ist in Abbildung 8 nochmal dargestellt. Das Ausgangssignal ist also eine Rechteckspannung.

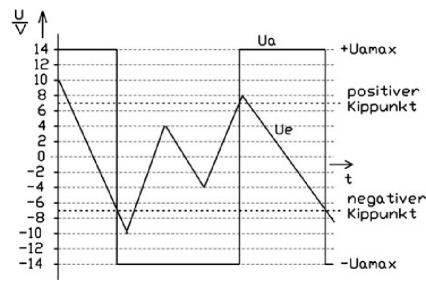


Abbildung 8: Ein U_E - U_A Diagramm des Schmitt-Triggers. [3]

Die Schwellwerte der Eingangsspannung lauten

$$-\frac{R_1}{R_P}U_S \quad \text{und} \quad \frac{R_1}{R_P}U_S.$$

2.2.5 Signalgenerator

Wird ein Schmitt-Trigger mit einem Umkehrintegrator nachgeschaltet, wie es in Abbildung 9 gezeichnet ist, so fängt das System spontan an zu schwingen.

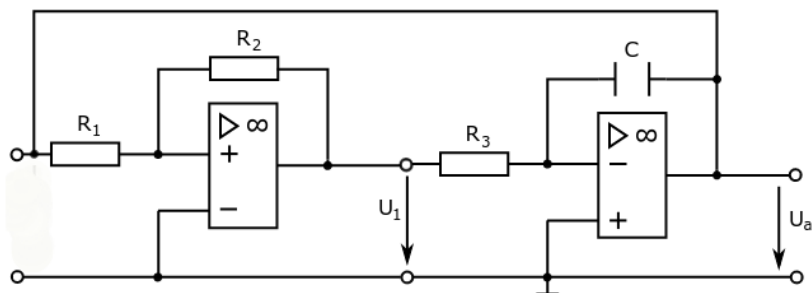


Abbildung 9: Das Schaltbild eines Signalgenerators. [14]

Die konstante Spannung, die aus dem Schmitt-Trigger kommt, wird integriert. Die Ausgangsspannung aus dem Umkehr-Integrator, wird als U_1 genutzt, sodass die Eingangsspannung des Schmitt-Triggers einen Schwellenwert erreicht. In den Integrator wird eine konstante Spannung mit anderem Vorzeichen gegeben. Insgesamt ergibt sich als Ausgangsspannung eine Dreiecksspannung mit

$$\text{Frequenz :} \quad \nu_{\text{Dreieck}} = \frac{R_2}{4CR_1R_3} \quad \text{und} \quad \text{Amplitude :} \quad A = U_{\text{max}} \frac{R_1}{R_2}.$$

3 Aufbau und Durchführung

Zur Durchführung des Versuches stehen ein Frequenzgenerator, ein Spannungsgenerator und ein elektronisches Oszilloskop zur Verfügung. Die Schaltungen werden mithilfe von entsprechenden Steckelementen auf einer Steckplatte realisiert.

Alle Messungen wurden bei einer Betriebsspannung von $U_S = 15\text{ V}$ gemacht.

3.1 Invertierter Linearverstärker

Es wird die Schaltung, wie sie in Abbildung 3 zu sehen ist, aufgebaut. Dabei werden die Widerstände $R_1 = 1\text{ k}\Omega$ und $R_2 = 100\text{ k}\Omega$ verwendet. Dann wird die Frequenz der Eingangsspannung erhöht, sodass über mehrere Dekaden Werte aufgenommen werden, und bei den verschiedenen Frequenzen jeweils die Amplitude der Ausgangsspannung und die Phasendifferenz zwischen Ein- und Ausgangsspannung erfasst.

Das gleiche Vorgehen wird für zwei andere Widerstandsverhältnisse wiederholt.

3.2 Umkehrintegrator

Die Schaltung wird analog zu Abbildung 5 aufgebaut mit $R = 10\text{ k}\Omega$ und $C = 100\text{ nF}$. Es werden für verschiedene Frequenzen bei einer Sinuseingangsspannung die Amplitude der Ein- und Ausgangsspannungen gemessen. Anschließend werden für eine Sinus-, eine Dreiecks- und eine Rechteckspannung Fotos am Oszilloskop gemacht und die Rohdaten gespeichert.

3.3 Invertierter Differenzierer

Die Schaltung wird nach Abbildung 6 aufgebaut, wobei der Widerstand hier $R = 100\text{ k}\Omega$ beträgt und der Kondensator $C = 22\text{ nF}$. Analog zum Vorgehen beim Umkehrintegrator werden bei einer sinusförmigen Eingangsspannung für verschiedene Frequenzen die Amplituden der Ein- und Ausgangsspannung aufgenommen. Auch hier werden jeweils für eine Sinus-, Dreieck- und Rechteckspannung Fotos mit dem Oszilloskop gemacht und die Rohdaten gespeichert.

3.4 Nichtinvertierter Schmitt-Trigger

Es wird die Schaltung analog zur Abbildung 7 mit den Widerständen $R_1 = 10\text{ k}\Omega$ und $R_2 = 100\text{ k}\Omega$ aufgebaut. Es wird nun die Amplitude der Eingangsspannung langsam erhöht, bis die Ausgangsspannung kippt. Dieser Schwellenwert wird notiert. Sonst kann auch eine Dreiecksspannung mit einer Amplitude größer als der vermutete Schwellenwert eingestellt werden und dann die Schwellspannung mit dem Oszilloskop an mehreren Stellen ausgemessen werden.

3.5 Signalgenerator

Die Schaltung wird anhand Abbildung 9 aufgebaut mit den Bauteilen $R_1 = 10\text{ k}\Omega$, $R_2 = 100\text{ k}\Omega$, $R_3 = 1\text{ k}\Omega$ und $C = 1\text{ }\mu\text{F}$. Es werden am Oszilloskop die Spannungen U_1

und U_A beobachtet und als Bild und Rohdatei gespeichert.

4 Auswertung

Im Folgenden werden die Kenngrößen verschiedener Operationsverstärkeraufbauten untersucht. Außerdem werden auch Eigenschaften wie das Integrieren einer Eingangsspannung oder das generieren eines Signals betrachtet.

4.1 Invertierter Linearverstärker

Für den invertierten Linearverstärker wurden die Amplituden des Eingangssignals U_E und des Ausgangssignals U_A für drei verschiedene Verstärkungsfaktoren V aufgenommen. Dies ergibt die theoretischen Leerlaufverstärkungen

$$\begin{aligned} V_{1,\text{theo}} &= \frac{R_2}{R_1} &= \frac{10 \cdot 10^3 \Omega}{1 \cdot 10^3 \Omega} &= 10 \\ V_{2,\text{theo}} & &= \frac{100 \cdot 10^3 \Omega}{1 \cdot 10^3 \Omega} &= 100 \\ V_{3,\text{theo}} & &= \frac{68 \cdot 10^3 \Omega}{1 \cdot 10^3 \Omega} &= 68 . \end{aligned}$$

Die mit den Messreihen korrespondierenden Messwerte sind in den Tabellen 3, 4 und 5 dargestellt. Grafisch sind die mit V_1 korrespondierenden Messwerte in Abbildung 12 doppelt-logarithmisch aufgetragen. Dabei sind die Werte, für die der Verstärkungsfaktor ungefähr konstant ist, eingezeichnet. Über das Mitteln dieser Werte berechnet sich die Leerlaufverstärkung zu

$$V_1 = 10,27 \pm 0,13$$

berechnen. Die Abweichung ergibt sich dabei über die Standardabweichung

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} .$$

Auf der Flanke eingezeichneten Messwerte wird ein linearer Fit der Form

$$V(f) = m \cdot f + n$$

berechnet. Da die Linearität allerdings bei doppelt-logarithmischen Daten auftritt, ergibt sich für die Fit-Funktion

$$\ln(V) = m \cdot \ln\left(\frac{f}{\text{Hz}}\right) + n . \quad (4)$$

Die Fitparameter errechnen sich damit zu

$$\begin{aligned} m &= -0,59 \pm 0,05 \\ n &= 8,04 \pm 0,59 . \end{aligned}$$

Über diese lässt sich die Grenzfrequenz f_{Grenz} bestimmen, bei der der Verstärkungsfaktor den Wert $\frac{V_i}{\sqrt{2}}$ annimmt. Für f_{Grenz} gilt damit

$$\ln\left(\frac{V_i}{\sqrt{2}}\right) = m \cdot \ln(f_{\text{Grenz},i}) + n$$

$$\Leftrightarrow f_{\text{Grenz},i} = \exp\left(\ln\left(\frac{\frac{V_i}{\sqrt{2}} - n}{m}\right)\right)$$

$$f_{\text{Grenz},i} = (27,05 \pm 35,70) \text{ kHz} .$$

Des Weiteren wird noch das Bandbreitenprodukt, zu

$$V_1 \cdot f_{\text{Grenz},1} = (277,84 \pm 366,65) \text{ kHz}$$

bestimmt. Die große Abweichung bei der Grenzfrequenz lässt sich vermutlich auf den großen Einfluss der Fehlerfortpflanzung über das Exponentieren, Logarithmieren und Dividieren in der Berechnung zurückführen.

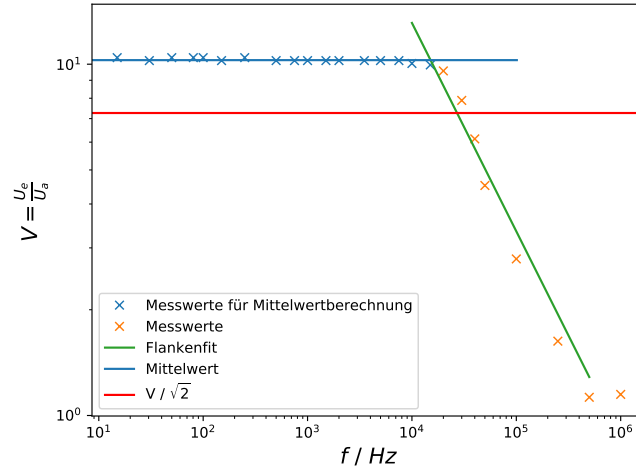


Abbildung 10: Die Messwerte des Verstärkungsfaktors des invertierenden Linearverstärkers für $V_{1,\text{theo}}$ doppelt-logarithmisch aufgetragen.

Das Vorgehen wird analog für den Verstärkungsfaktor V_2 durchgeführt. Die Messdaten und die für die einzelnen Auswertungen genutzten Datenbereiche sind in Abbildung 11 grafisch dargestellt. Für die gemittelte Leerlaufverstärkung ergibt sich

$$V_2 = (96,00 \pm 1,15) .$$

Die Fitparameter des Flanken-Fits errechnen sich zu

$$m = -1,01 \pm 0,05$$

$$n = 13,03 \pm 0,55 .$$

Daraus folgt für die Grenzfrequenz und das Bandbreitenprodukt

$$f_{\text{Grenz},2} = (63,34 \pm 44,04) \text{ kHz}$$

$$V_2 \cdot f_{\text{Grenz},2} = (608,15 \pm 422,78) \text{ kHz} .$$

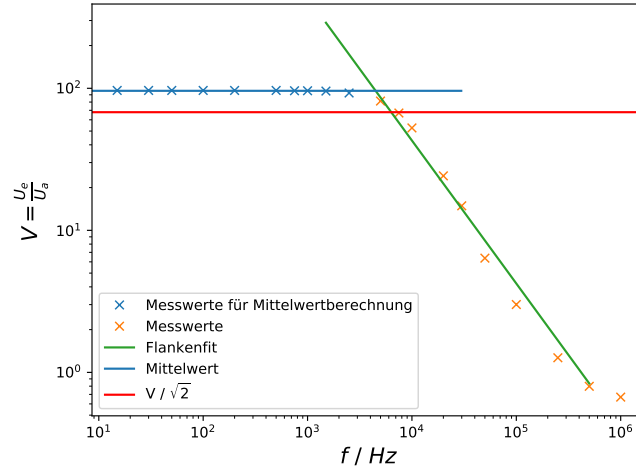


Abbildung 11: Die Messwerte des Verstärkungsfaktors des invertierenden Linearverstärkers für $V_{2,\text{theo}}$ doppelt-logarithmisch aufgetragen.

Für den Verstärkungsfaktor V_3 werden wieder dieselben Faktoren bestimmt. Dabei ist die grafische Darstellung in Abbildung 11. Für die gemittelte Leerlaufverstärkung ergibt sich

$$V_3 = (67,45 \pm 1,40) .$$

Die Fitparameter des Flanken-Fits errechnen sich zu

$$m = -1,01 \pm 0,04$$

$$n = 13,14 \pm 0,48 .$$

Damit ergibt sich für die Grenzfrequenz und das Bandbreitenprodukt

$$f_{\text{Grenz},3} = (94,92 \pm 58,61) \text{ kHz}$$

$$V_3 \cdot f_{\text{Grenz},3} = (640,26 \pm 395,13) \text{ kHz} .$$

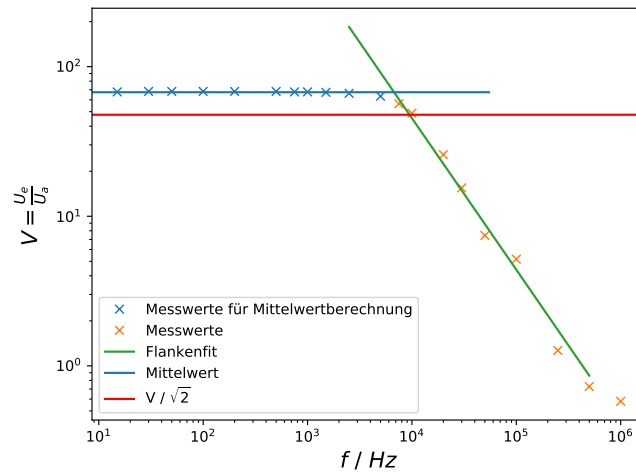


Abbildung 12: Die Messwerte des Verstärkungsfaktors des invertierenden Linearverstärkers für $V_{3,\text{theo}}$ doppellogarithmisch aufgetragen.

Zuletzt wird in Abbildung 13 die Phasendifferenz zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung für die verschiedenen Leerlaufverstärkungen dargestellt. Die Phasenverschiebung folgen dabei der Form einer Sigmoid- oder arccot-Funktion.

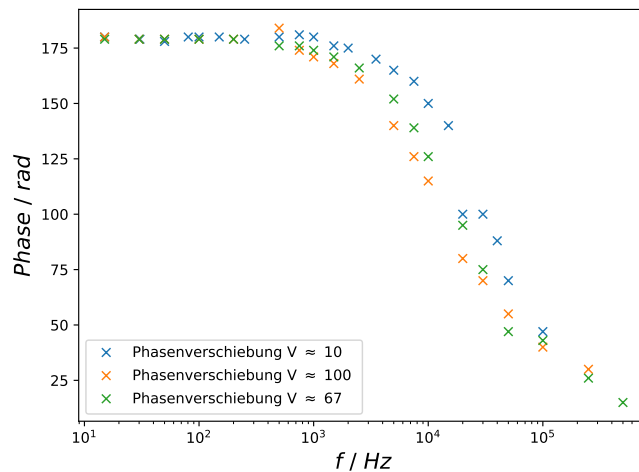


Abbildung 13: Die Messwerte der Phasenverschiebung für die Verstärkungsfaktoren $V_1 = 10$, $V_2 = 100$ und $V_3 = 67$ des invertierenden Linearverstärkers gegen die Frequenz aufgetragen.

4.2 Umkehrintegrator

Für den Umkehrintegrator wurde ein Widerstand $R_1 = 10\text{ k}\Omega$ und ein Kondensator mit der Kapazität $C = 100\text{ nF}$ verwendet. Die aufgenommenen Messwerte der Eingangs- und

Ausgangsspannung, die damit korrespondierenden Frequenzen und Phasen sind in Tabelle 6 zu finden. Für die Auswertung wurden aus den Spannungen die Verstärkungsfaktoren berechnet und diese über die Frequenz f gegen die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ doppelt-logarithmisch aufgetragen. Dies ist in Abbildung 14 dargestellt. Auf die dargestellten Messdaten wird nach Gleichung 4 eine Ausgleichsrechnung durchgeführt. Dabei soll die Proportionalität zum Inversen von ω für den Integrator und zu ω für den Differenzierer gezeigt werden. Außerdem soll der Faktor RC identifiziert werden. Für den Koeffizienten-Vergleich muss die Fit-Funktion umgestellt werden.

$$\begin{aligned}\ln(V) &= m \cdot \ln\left(\frac{\omega}{\text{Hz}}\right) + n \\ \Rightarrow V &= \exp(m \cdot \ln(\omega)) \cdot \exp(n) \\ V &= \omega^m \cdot \exp(n)\end{aligned}$$

Im Vergleich mit den Gleichungen 2 und 3 zeigt sich, dass für den Integrator

$$m \approx -1 \quad \text{und} \quad \exp(n) = \frac{1}{RC} \quad (5)$$

gelten muss. Für den Differenzierer gilt

$$m \approx 1 \quad \text{und} \quad \exp(n) = RC. \quad (6)$$

Für den in Abbildung 14 dargestellten Fit wurden die Parameter

$$\begin{aligned}m &= -0,81 \pm 0,02 \\ n &= 5,83 \pm 0,11 \\ RC_{\text{Int}} &= (2,9 \pm 0,3) \text{ ms}.\end{aligned}$$

errechnet. Der theoretische Wert

$$RC_{\text{Theo,Int}} = 1 \text{ ms}$$

ist dabei über die Proportionalität auch abgebildet.

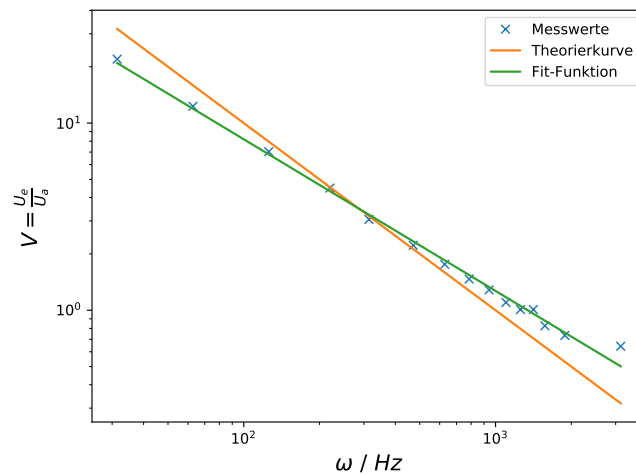


Abbildung 14: Die Messwerte des Verstärkungsfaktors des Umkehrintegrators gegen die Kreisfrequenz aufgetragen. Des Weiteren ist noch eine Theoriekurve und der Fit eingezeichnet.

In den Abbildungen 15, 16 und 17 sind die Ausgabe des Oszilloskop für eine Sinus-, Dreieck- und Rechteck-Eingangsspannung dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass wie erwartet die Sinusspannung zu einer Kosinusspannung integriert wurde, die Dreiecksspannung zu einer Sinusspannung und die Rechteckspannung zu einer Dreiecksspannung.

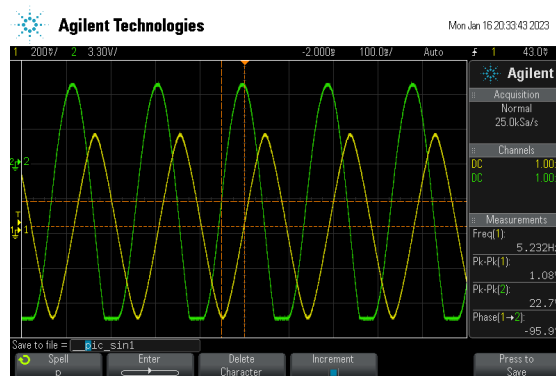


Abbildung 15: Die Ausgabe des Ausgangssignals für den Integrator inklusive des Sinus-Eingangssignals.

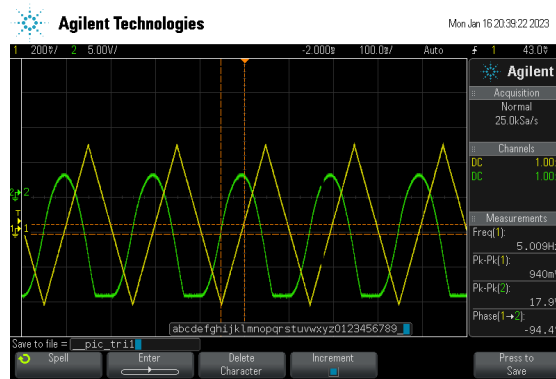


Abbildung 16: Die Ausgabe des Ausgangssignals für den Integrator inklusive des Dreieck-Eingangssignals.

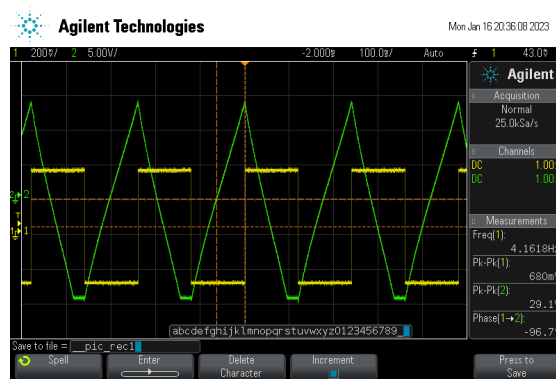


Abbildung 17: Die Ausgabe des Ausgangssignals für den Integrator inklusive des Rechteck-Eingangssignals.

4.3 Invertierter Differenzierer

Für den Differenzierer mit $R_1 = 100\text{ k}\Omega$ und dem Kondensator $C = 22\text{ nF}$ ist das Vorgehen analog. Zuerst wird ein Fit auf die, aus den in der Tabelle 7 zu findenden Messwerte, errechneten Verstärkungsfaktoren bestimmt. Anschließend wird über Vergleich mit Gleichung 6 RC bestimmt. Die Parameter der Ausgleichsrechnung wurden zu

$$m = 0,95 \pm 0,02$$

$$n = -6,02 \pm 0,14$$

$$RC_{\text{Diff}} = (2,4 \pm 0,3)\text{ ms} .$$

errechnet. Für den theoretischen Wert gilt

$$RC_{\text{Theo,Diff}} = 2,2\text{ ms} .$$

Der Theoriewert ist inklusive der Ausgleichsgerade und der Messwerte in Abbildung 18 zu finden.

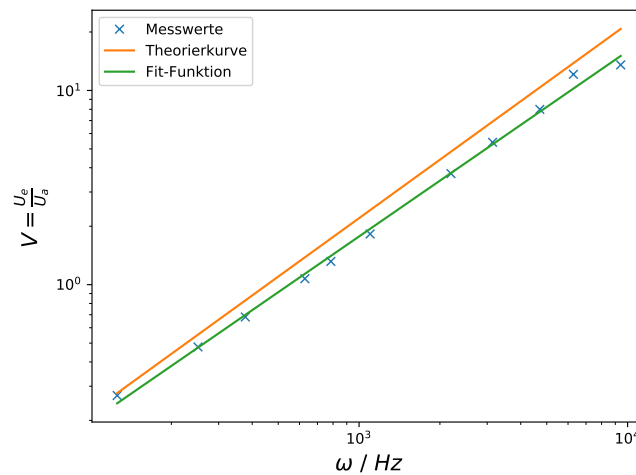


Abbildung 18: Die Messwerte des Verstärkungsfaktors des invertierten Differenzierers gegen die Kreisfrequenz aufgetragen. Des Weiteren ist noch eine Theorierkurve und der Fit eingezeichnet.

In den Abbildungen 19, 20 und 21 sind die wieder die Ausgaben des Oszilloskops für eine Sinus-, Dreieck- und Rechteck-Eingangsspannung dargestellt. Dabei sollen die Eingangsspannungen diesmal differenziert werden. Die Sinusspannung wird also zu einer Kosinusspannung differenziert. Für die Dreiecksspannung wird eine Rechteckspannung erwartet, und für die Rechteckspannung Delta-Peaks. Allerdings ergibt sich für die Rechteckspannung an den Kanten zwar ein Peak, dieser nimmt danach aber stark oszillierend ungefähr linear ab. Für die Dreiecksspannung ergibt sich an den Kuppen eine starke Anregung, deren Amplitude stark oszillierend ungefähr exponentiell fällt.

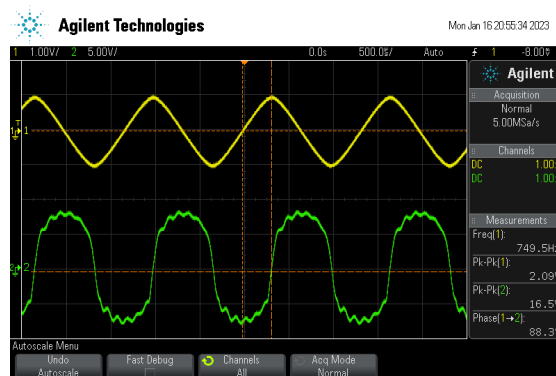


Abbildung 19: Die Ausgabe des Ausgangssignals für den Differenzierer inklusive des Sinus-Eingangssignals.

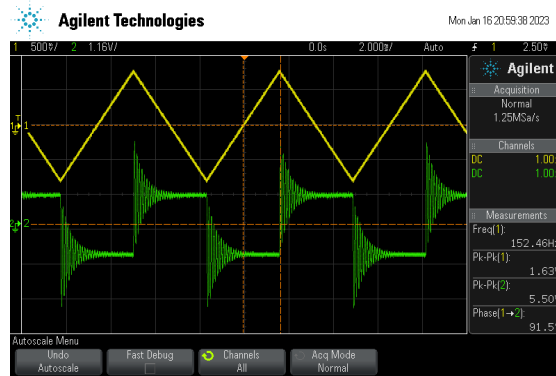


Abbildung 20: Die Ausgabe des Ausgangssignals für den Differenzierer inklusive des Dreieck-Eingangssignals.

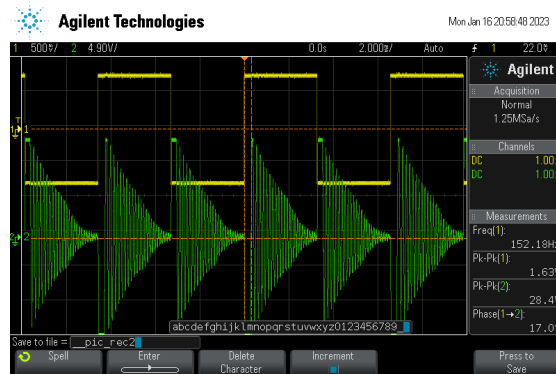


Abbildung 21: Die Ausgabe des Ausgangssignals für den Differenzierer inklusive des Rechteck-Eingangssignals.

4.4 Nichtinvertierter Schmitt-Trigger

Für den Schmitt-Trigger werden für ein angelegtes Dreieckssignal die Kippspannungen der Ausgangsspannung abgelesen. Die abgelesenen Werte sind in Tabelle 1 zu finden, das Messsignal in Abbildung 22. Außerdem wurden die Widerstände $R_1 = 10\text{ k}\Omega$ und $R_2 = 100\text{ k}\Omega$ verwendet. Da die Betriebsspannung $U_b = 14\text{ V}$, die am Schmitt-Trigger anliegt, symmetrisch ist, berechnet sich die theoretische Kippspannung $U_{\text{Kipp,Theo}}$ zu

$$U_{\text{Kipp,Theo}} = \frac{R_1}{R_2} U_b = \pm 1,4\text{ V}.$$

Tabelle 1: Messdaten zur Bestimmung der Kippspannung des Schmitt-Triggers.

t / ms	$U_{\text{Kipp}} / \text{V}$
$369 \cdot 10^{-3}$	1,8625
1,71	-1,6625
-1,04	-1,675
-2,35	1,8625

Über das Mitteln der in der Tabelle aufgeführten positiven und negativen Kippspannungen ergibt sich

$$U_{\text{Kipp},+} = 1,8625 \text{ V}$$

$$U_{\text{Kipp},-} = (-1,669 \pm 0,006) \text{ V} .$$

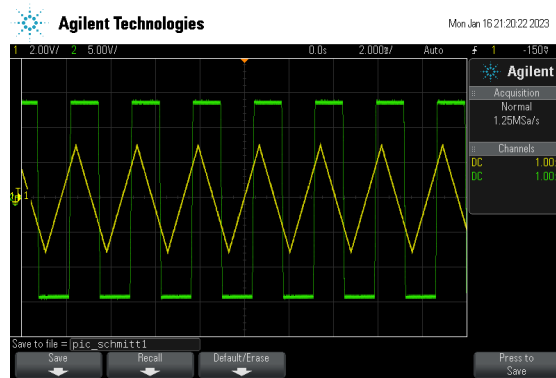


Abbildung 22: Die Ausgabe der Dreieckseingangsspannung und der Rechteckausgangsspannung die zur Bestimmung der Kippspannung des Schmitt-Triggers verwendet wird.

4.5 Signalgenerator

Zuletzt wird hinter dem Schmitt-Trigger noch ein Integrator aufgebaut, um ein Signal zu erzeugen. Dafür werden die Bauteile $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ verwendet. Darüber lassen sich die theoretische maximale Amplitude $U_{\text{max,Theo}}$ und die theoretische Frequenz f_{Theo} des Dreieckssignals bestimmen. Diese ergeben sich zu

$$U_{\text{max,Theo}} = U_b \frac{R_1}{R_2} = 1,375 \text{ V}$$

$$f_{\text{Theo}} = \frac{R_2}{4R_1 R_3 C} = 2,5 \text{ kHz} .$$

Dabei wurde $U_a = 13,75 \text{ V}$ als halbe „Peak-to-Peak“-Amplitude des Rechtecksignals aus Abbildung 23 abgelesen. Für die mit dem Oszilloskop bestimmten Werte gilt

$$U_{\text{max,mess}} = 2,65 \text{ V}$$

$$f_{\text{mess}} = 1,64 \text{ kHz} .$$

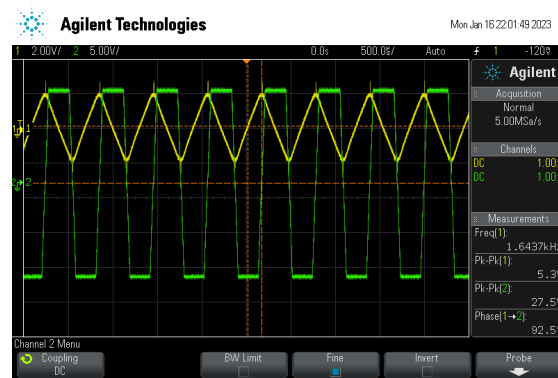


Abbildung 23: Die Ausgabe des Signalgenerators, wobei die Rechteckspannung hinter dem Schmitt-Trigger und die Dreiecksspannung am Ende des Generators abgegriffen wurden.

5 Diskussion

Die Durchführung des Versuchs lief ohne Probleme ab. Es konnte für die Operationsverstärker symmetrische Betriebsspannungen eingestellt werden.

Für die Auswertung des Linearverstärkers gab es keine Probleme, bis auf die Grenzfrequenzen, die teilweise Abweichungen besitzen, die nominal größer sind als die errechneten Frequenzen. Dies lässt sich vermutlich darauf zurückführen, dass bei der Berechnung logarithmiert, exponentiert und dividiert wird, wodurch die Fehlerfortpflanzung einen großen Einfluss besitzt. Die errechneten Leerlaufverstärkungen besitzen aber, wie in Tabelle 2 zu erkennen, nur eine geringe Abweichung von den Theoriewerten.

Der für den Integrator errechnete Wert besitzt zwar eine große relative Abweichung, bewegt sich aber in der richtigen Größenordnung. Die Grafiken der integrierten Funktionen entsprechen den Erwartungen.

Für den Differenzierer sind die Abweichungen von der Theorie deutlich kleiner, allerdings entsprechen die Grafiken für die Dreiecksspannung und die Rechteckspannung nicht den Erwartungen. Dies ist in den Abbildungen 20 und 21 zu finden. Da das Ergebnis für die Sinusspannung stimmt, ist nicht davon auszugehen, dass etwas falsch verkabelt ist. Dies wird auch dadurch unterstrichen, dass die Werte nah an der Theorie liegen und zur vorigen Messung nur zwei Bauteile ausgetauscht werden mussten. Ein Grund könnten langsame Entladungen des Kondensators sein, wodurch keine klaren Peaks entstehen, sondern die auftretenden Entladungen.

Tabelle 2: Relative Abweichung von den errechneten Theoriewerten für die einzelnen errechneten Parameter. Dabei werden die Ergebnisse in der Reihenfolge invertierter Linearverstärker, Integrator, Differenzierer, Schmitt-Trigger und Signalgenerator aufgeführt.

Größe	Parameter	Literaturwert	relative Abweichung
V_1	$10,27 \pm 0,13$	10	$-2,70 \%$
V_2	$96,00 \pm 1,15$	100	4%
V_3	$67,45 \pm 1,40$	68	$0,81 \%$
RC_{Int}	$(2,9 \pm 0,3) \text{ ms}$	1 ms	$(-192,76 \pm 32,00) \%$
RC_{Diff}	$(2,4 \pm 0,3) \text{ ms}$	2,2 ms	$(-10,76 \pm 15,04) \%$
$U_{\text{Kipp},+}$	1,86 V	1,4 V	$-33,04 \%$
$U_{\text{Kipp},-}$	$(-1,669 \pm 0,006) \text{ V}$	1,4 V	$(-19,20 \pm 0,45) \%$
U_{max}	2,65 V	1,375 V	$80,73 \%$
f_{Dreieck}	1,64 kHz	2,5 kHz	34%

Die Ergebnisse des Schmitt-Triggers liegen über den errechneten, sind aber trotzdem in

derselben Größenordnung. Dieses Ergebnis könnte verbessert werden, wenn für jeden der Werte über mehr als zwei Messwerte gemittelt werden würde.

Der Signalgenerator liefert wie zu erwarten ein Dreieckssignal. Allerdings ist die gemessene Frequenz größer und die maximale Amplitude kleiner als die theoretisch berechneten. Dies könnte sich darüber erklären lassen, dass hier ein sehr komplizierter Aufbau betrachtet wird, in dem nicht betrachtete Innenwiderstände, Leerlaufspannungen oder Toleranzbereiche, einen größeren Einfluss haben können.

Alles in allem liegen die Ergebnisse aber nah an der Theorie und sind somit zufriedenstellend.

6 Anhang

Tabelle 3: Die Messwerte für die Messung des invertierenden Linearverstärkers mit V_1 .

f / Hz	U_e / V	U_a / V	Phase / rad
15	0,205	2,14	180
30,5	0,209	2,14	179
50	0,205	2,14	178
80,5	0,205	2,14	180
100	0,205	2,14	180
150	0,209	2,14	180
250	0,205	2,14	179
500	0,209	2,14	180
750	0,209	2,14	181
1000	0,209	2,14	180
1500	0,209	2,14	176
2000	0,209	2,14	175
3500	0,209	2,14	170
5000	0,209	2,14	165
7500	0,209	2,14	160
10 000	0,209	2,1	150
15 000	0,209	2,08	140
20 000	0,209	2	100
30 000	0,213	1,68	100
40 000	0,217	1,33	88
50 000	0,217	0,98	70
100 000	0,215	0,6	47
250 000	0,215	0,35	
500 000	0,213	0,24	
$1 \cdot 10^{-6}$	0,209	0,24	

Tabelle 4: Die Messwerte für die Messung des invertierenden Linearverstärkers mit V_2 .

f / Hz	U_e / V	U_a / V	Phase / rad
15	0,205	19,8	180
30	0,205	19,8	179
50	0,205	19,8	179
100	0,205	19,8	179
200	0,205	19,8	179
500	0,205	19,8	184
750	0,205	19,7	174
1000	0,205	19,7	171
1500	0,205	19,6	168
2500	0,205	19	161
5000	0,209	17	140
7500	0,209	14	126
10 000	0,211	11,1	115
20 000	0,215	5,2	80
30 000	0,215	3,2	70
50 000	0,215	1,37	55
100 000	0,213	0,64	40
250 000	0,213	0,27	30
500 000	0,213	0,17	
$1 \cdot 10^6$	0,209	0,14	

Tabelle 5: Die Messwerte für die Messung des invertierenden Linearverstärkers mit V_3 .

f / Hz	U_e / V	U_a / V	Phase / rad
15	0,205	13,9	179
30	0,205	14	179
50	0,205	14	179
100	0,205	14	179
200	0,205	14	179
500	0,205	14	176
750	0,205	13,9	176
1000	0,205	13,9	174
1500	0,205	13,8	171
2500	0,205	13,6	166
5000	0,205	13	152
7500	0,209	11,8	139
10 000	0,209	10,2	126
20 000	0,213	5,5	95
30 000	0,213	3,3	75
50 000	0,215	1,6	47
100 000	0,213	1,1	43
250 000	0,213	0,27	26
500 000	0,213	0,155	15
$1 \cdot 10^6$	0,207	0,12	

Tabelle 6: Die Messwerte für die Messung des Integrators.

f / Hz	U_e / V	U_a / V	Phase / rad
5	1,07	23,5	96
10	1,09	13,4	94
20	1,08	7,6	93
35	1,09	4,9	92
50	1,08	3,3	90
75	1,08	2,4	89
100	1,08	1,9	89
125	1,09	1,6	91
150	1,09	1,4	89
175	1,09	1,2	90
200	1,09	1,1	87
225	1,09	1,1	83
250	1,09	0,9	90
300	1,09	0,8	80
500	1,09	0,7	80

Tabelle 7: Die Messwerte für die Messung des Differenzierers.

f / Hz	U_e / V	U_a / V	Phase / rad
20	2,01	0,54	90
40	2,01	0,96	90
60	2,01	1,37	90
100	2,05	2,2	91
125	2,05	2,7	91
175	2,05	3,74	90
350	2,09	7,8	90
500	2,09	11,3	90
750	2,09	16,7	90
1000	2,09	25,3	90
1500	2,09	28,3	150

Literatur

- [1] *alte Versuchsanleitung zum Versuch V51: „Schaltungen mit Operationsverstärkern“*. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2019.
- [2] Ludwig Brabetz, Oliver Haas und Christian Spieker. *Gleichstromnetze, Operationsverstärkerschaltungen, elektrische und magnetische Felder*. Berlin, München, Boston: De Gruyter Oldenbourg, 2015. ISBN: 9783110351521. DOI: doi:10.1515/9783110351521. URL: <https://doi.org/10.1515/9783110351521>.
- [3] Joachim Federau. *Operationsverstärker*. Springer Vieweg Wiesbaden, 2017. ISBN: 978-3-658-16372-3. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-658-16373-0>. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-658-16373-0>.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [5] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [6] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [7] *Literaturwert für die Elementarladung*. 2020. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Elementarladung.html> (besucht am 05.12.2020).
- [8] *Literaturwert für die Lichtgeschwindigkeit c*. 2020. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/lichtgeschwindigkeit/9012> (besucht am 05.12.2020).
- [9] *Literaturwert für die Ruhemasse eines Elektrons*. 2020. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Elektron.html> (besucht am 05.12.2020).
- [10] *Literaturwerte für das plancksche Wirkungsquantum*. 2020. URL: https://www.chemie.de/lexikon/Plancksches_Wirkungsquantum.html (besucht am 05.12.2020).
- [11] *Literaturwerte für die Rydberg-Konstante und Energie*. 2020. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Rydberg-Konstante.html> (besucht am 06.12.2021).
- [12] *Literaturwerte für die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante*. 2020. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Feinstrukturkonstante.html>.
- [13] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [14] *Versuchsanleitung zu Versuch V51: „Operationsverstärker“*. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2023.