جبر بول و البوابات المنطقية

BooLean Algebra and Logic Gates

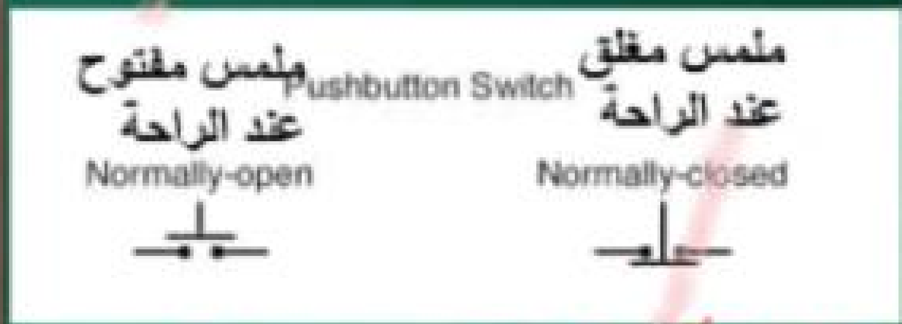
Science That Benefits

جبر بول

تمهيد : هو الجبر المنطقي الذي طرحه العالم الرياضي و الفيلسوف الإنجليزي جورج بول سنة 1847 وهو مجموعة من المتغيرات الممثلة بحالتين هما : 0،1 وهاتين الحالتين ليس لهما قيمة حسابية و إنما يمثلان حالة فيزيائية فقط .

متغيرات الدخول :

$\bar{a}$ a

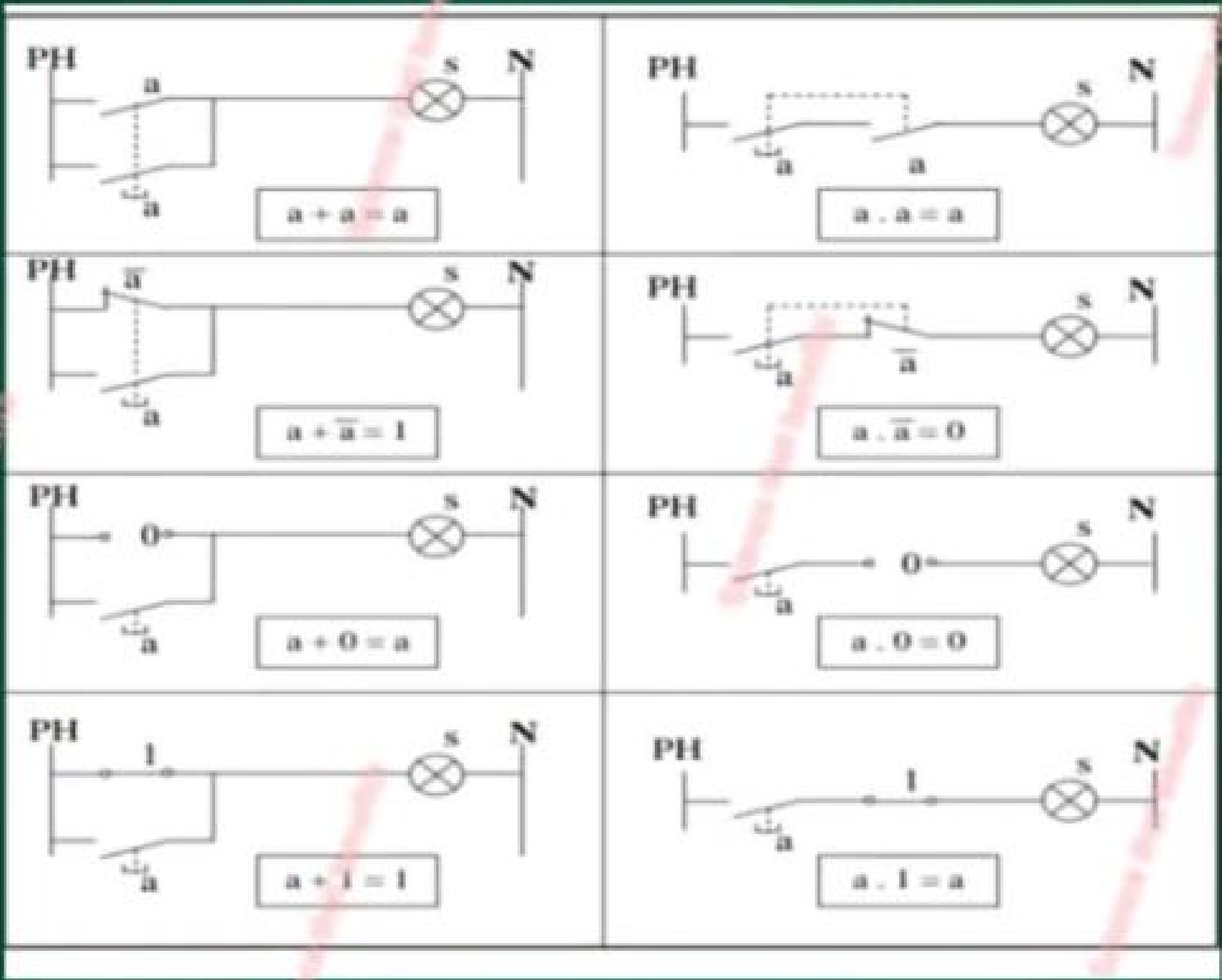


بدون تأثير $\bar{a}=1$
بالتأثير $\bar{a}=0$

بدون تأثير $a=0$
بالتأثير $a=1$

متغيرات الخروج :

القواعد الأساسية لجبر بول



ملاحظة : العلاقات الأساسية المستعملة في جبر بول هي :
نعم ،لا، و ،أو.
نرمز للعلاقة و ب (.) وللعلاقة أو ب (+) ولا تعنيان الضرب و الجمع الرياضي.

القوانين الأساسية :

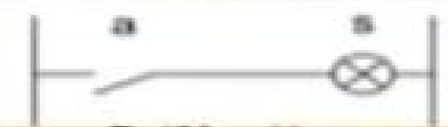
قانون التبديل	الجمع المنطقي عملية تبديلية	$a+b=b+a$
	الضرب المنطقي عملية تبديلية	$a.b= b.a$
قانون التجميع	الجمع المنطقي عملية تجميعية	$(a+b)+c= a+(b+c)$
	الضرب المنطقي عملية تجميعية	$(a.b).c=a.(b.c)$
قانون التوزيع	الجمع المنطقي توزيعي على الضرب	$a+ (b.c)=(a+b).(a+c)$
	الضرب المنطقي توزيعي على الجمع المنطقي	$a.(b+c)=a.b+a.c$
نظرية دي مورقان	$\overline{a+b}=\overline{a}.\overline{b}$ $\overline{a}+ab=\overline{a}+b$	$\overline{a.b}=\overline{a}+\overline{b}$ $a+\overline{a}.b=a+b$

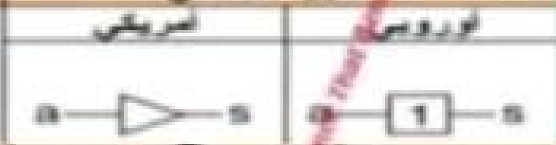
التمثيل المنطقي	التمثيل الكهربائي	جدول الحقيقة	المعادلة المنطقية

الدالة نعم

$s = a$

a	s
0	0
1	1

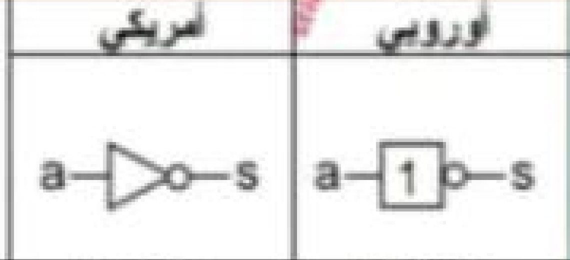




دالة النفي (لا)

$s = \overline{a}$

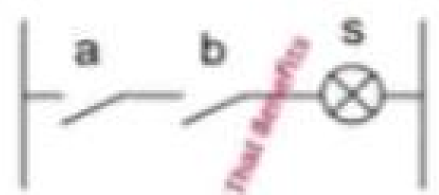
a	s
0	1
1	0

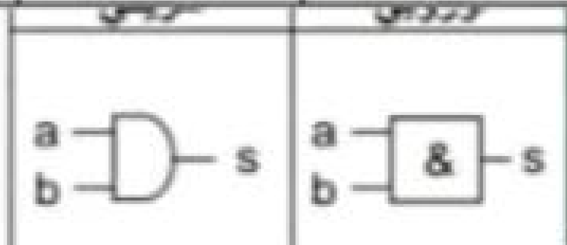


الدالة و (And)

$s = a.b$

a	b	s
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1





الدالة أو (OR)

$s = a + b$

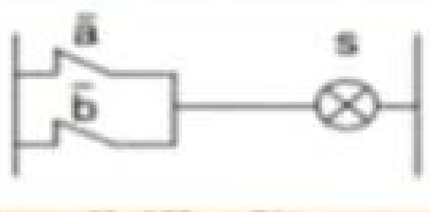
a	b	s
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

الدالة لاو (Nand)

$s = \overline{a.b}$

$s = \overline{a} + \overline{b}$

a	b	s
0	0	1
0	1	1
1	0	1
[illegible]	1	0

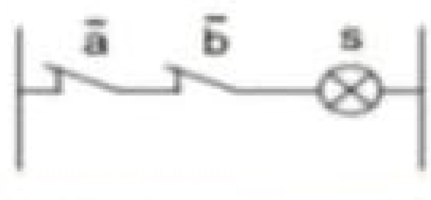


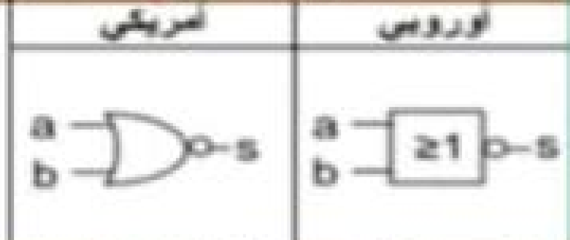
الدالة لا أو (NOR)

$s = \overline{a + b}$

$s = \overline{a}.\overline{b}$

a	b	s
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

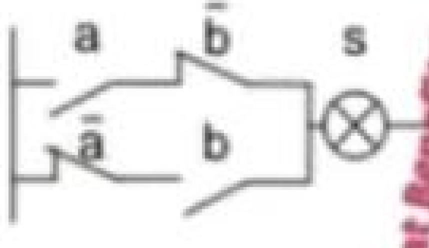


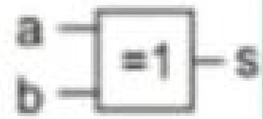
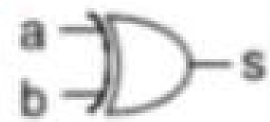


الدالة أو إستبعادي XOR

$$s = a \oplus b$$
$$s = a\bar{b} + \bar{a}b$$

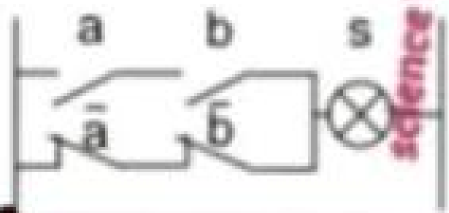
a	b	s
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

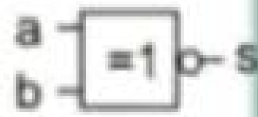
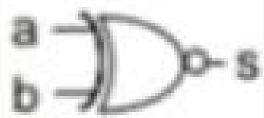


أوروبي	أمريكي
	

$$s = \overline{a \oplus b}$$
$$s = ab + \bar{a}\bar{b}$$

a	b	s
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



أوروبي	أمريكي
	

الدالة لا أو إستبعادي (NXOR)


الدوال المنطقية
الأساسية
جدول
الحقيقة
البوابات
المنطقية
الدارة
الكهربائية
المعادلة
المنطقية

تركيب الدوال المنطقية :

هو استخراج المعادلة المنطقية انطلاقا من جدول الحقيقة من أهم الطرق : **طريقة جمع الجداءات** : وهي جمع جداء حالات متغيرات الدخول التي تجعل الدالة معرفة بالقيمة (1)، نأخذ المتغير منفي إذا كان (=0) وغير منفي إذا كان (=1)

تحويل الدوال المنطقية :

هو استخراج جدول الحقيقة انطلاقا من المعادلة المنطقية بحيث تكتب المعادلة على شكل جمع جداءات المتغيرات والحالات التي تظهر في المعادلة تعرف الدالة من أجلها بالقيمة "1" والبقية بالقيمة(0).

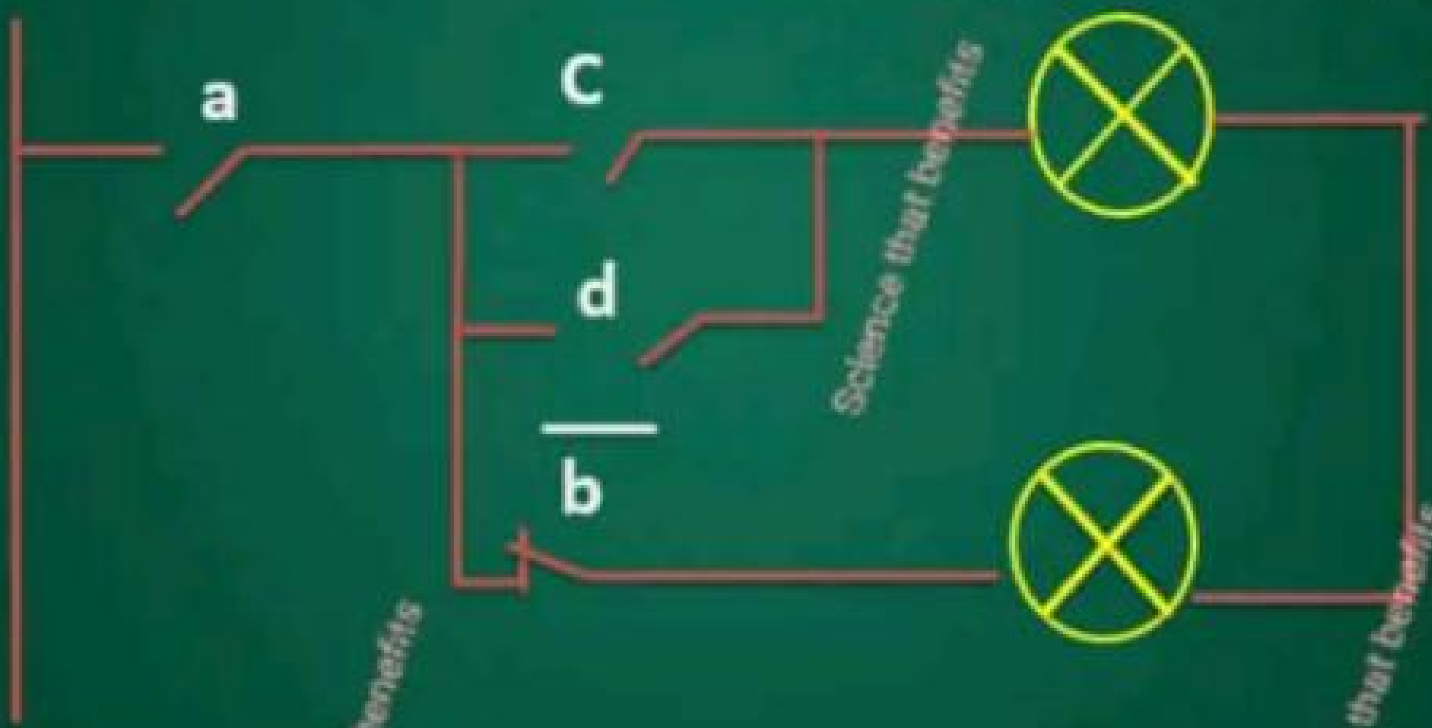
التمرين 1:

ليكن التصميم الكهربائي التالي :

-أوجد المعادلة المنطقية لِ S1وS2

-بسط المعادلة بالطريقة الجبرية و باستعمال جدول كارنو

-أرسم التمثيل المنطقي لِ S1وS2




تبسيط المعادلات
المنطقية

تبسيط المعادلات المنطقية :

تبسيط دالة منطقية في جبر بول عملية مهمة جدا ، إذ تسمح لنا بالحصول على تصميم منطقي باستعمال عدد قليل من البوابات المنطقية .

ويتم التبسيط بطريقتين :

الطريقة الجبرية	جدول كارنو

الطريقة الجبرية :

لتبسيط دالة منطقية بالطريقة الجبرية نستعمل القواعد القوانين المعروفة في جبر جورج بول + نظرية دي مورقان

$a+a=a$, $a+\bar{a}=1$, $a+1=1$, $a+0=a$	الجمع المنطقي
$a.a=a$, $a.\bar{a}=0$, $a.1=a$, $a.0=0$	الجداء المنطقي
$S=a+\bar{a}b=(a+\bar{a})(a+b)=a+b$	الجمع المنطقي توزيعي على الجداء المنطقي
$S=ab+a\bar{b}c=a(b+\bar{b}c)=$ $a((b+b).(b+c))=a(b+c)$	العامل المشترك
$S=(a+b).(a+\bar{b}+c)$ $=a.a+a.\bar{b}+a.c+ab+\bar{b}.b+bc$ $=a(1+\bar{b}+b+c)+bc$ $=a+bc$	التوزيع

حالة 4 متغيرات للدخول : $S=f(a,b,c,d)$ عدد الخانات

$16=2^4$

عدد حالات الخروج = 16

ab \ cd	00	01	11	10
00	S0	S1	S3	S2
01	S4	S5	S7	S6
11	S12	S13	S15	S14
10	S8	S9	S11	S10

التبسيط بواسطة جدول كارنو :

لتبسيط دالة منطقية بطريقة كارنو نتبع الخطوات التالية :

-ننقل جدول الحقيقة إلى جدول كارنو .

- نكون تجمعات من الخانات المتجاورة التي تحتوي على نفس الحالة المنطقية (1) بشرط أن يكون عدد الخانات في التجمع من قوى العدد 2

باستعمال جدول كارنو :

هو عبارة عن جدول مربع أو مستطيل حسب عدد متغيرات الدخول حيث تجمع فيه جميع حالات المخرج ويتكون من 2^n خانة (n عدد متغيرات الدخول)

حالة متغيرين للدخول :

a \ b	0	1
0	S0	S1
1	S2	S3

$S=f(a,b)$ عدد الخانات $4=2^2$

حالة 3 متغيرات للدخول :

$S=f(a,b,c)$, عدد الخانات $8=2^3$

a \ bc	00	01	11	10
0	S0	S1	S3	S2
1	S4	S5	S7	S6

باستعمال جدول كارنو :

هو عبارة عن جدول مربع أو مستطيل حسب عدد متغيرات الدخول حيث تجمع فيه جميع حالات المخرج ويتكون من 2^n خانة (n عدد متغيرات الدخول)

حالة متغيرين للدخول :

a \ b	0	1
0	S0	S1
1	S2	S3

$S=f(a,b)$ عدد الخانات $4=2^2$

حالة 3 متغيرات للدخول :

$,S=f(a,b,c)$ عدد الخانات $8=2^3$

a \ bc	00	01	11	10
0	S0	S1	S3	S2
1	S4	S5	S7	S6

أمثلة :

a \ b	0	1
0	0	1
1	1	0

$S1 = a\,\overline{b} + \overline{a}\,b$

bc \ a	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	0	1	0

$S2 = \overline{a}\,b + b\,c$

a \ b	0	1
0	1	1
1	1	0

$S2 = \overline{a} + \overline{b}$

bc \ a	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	1	0

$S3 = C$

cd ab	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	1	1	1	1

$$S1 = a\bar{b} + c$$

Cd ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

$$S1 = \bar{b}\bar{d} + bd$$