

## Formelsammlung: Mathematik

### Grundrechenregeln:

Kommutativgesetz

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Distributivgesetz

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Assoziativgesetz

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Punktrechnung vor Strichrechnung

$$a + b \cdot c$$

### Potenzrechnung:

Addition  $a^b + a^b = 2a^b$

Subtraktion  $a^b - a^b = 0$

Multiplikation  $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$

$$a^b \cdot c^b = (a \cdot c)^b$$

Division  $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$   $\frac{1}{a} = a^{-1}$   $\frac{a^b}{c^b} = \left(\frac{a}{c}\right)^b$

Wurzel als Potenz  $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{\frac{n}{n}} = a$   $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

### Binome:

Potenzieren von Summen

erstes „Binomisches Gesetz“:

$$(a + b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2)$$

zweites „Binomisches Gesetz“:

$$(a - b)^2 = (a^2 - 2ab + b^2)$$

drittes „Binomisches Gesetz“:  
alternative binomische Formel

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

**Ebenfalls wie bekannte Binome ist folgende Formel sehr nützlich**

$$(A + X)(A + Y) = A^2 + \underbrace{(X + Y)}_{\text{Summe}} A + \underbrace{XY}_{\text{Produkt}}$$

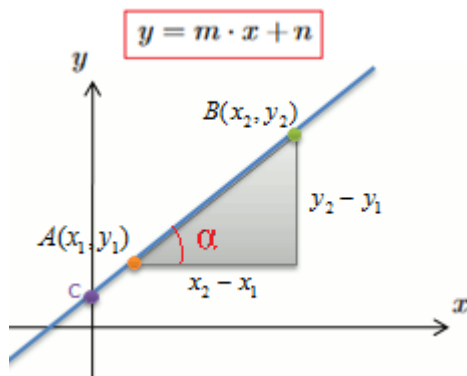
### Exponentiellem Wachstum bzw. Zerfall

Für alle regelmässige konstante Wachstumsvorgänge verwendbar( wie z.B. Zinseszins, Bevölkerungswachstum, etc.)

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

- $K_n$  = Endwert
- $K_0$  = Anfangswert
- $p$  = Wachstumsrate (%)
- $n$  = Laufzeit (meist Jahre)

## Lineare Funktionen

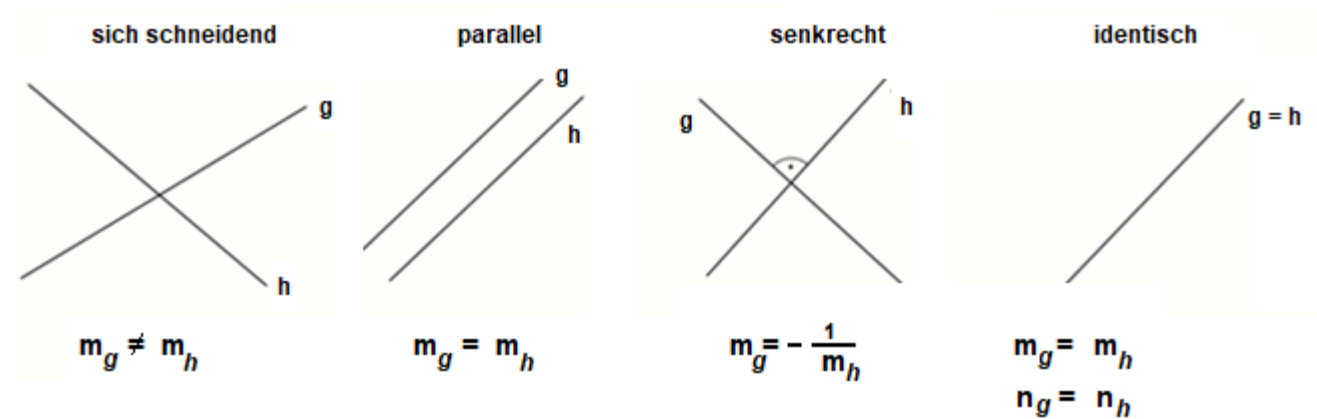


$m = \text{Steigung} = \tan(\alpha)$

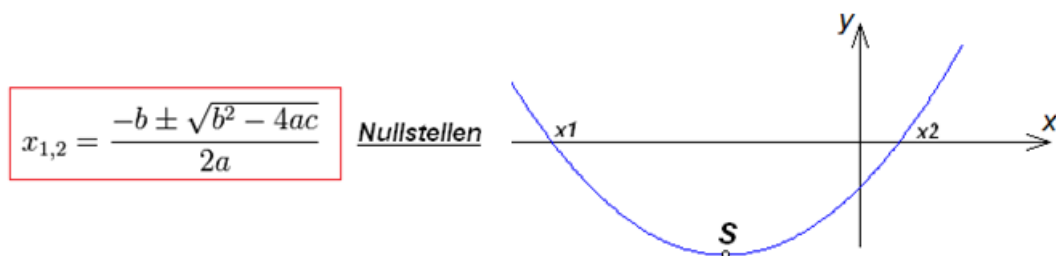
$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$$

$n = y\text{-Achsenabschnitt}$   
(wo die Gerade die  $y$ -Achse schneidet)

## Verschiedene Lagen von Geraden in der Ebene (2D)



## Quadratische Funktionen



**Scheitelkoordinaten** für die allgemeine quadratische Funktion

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$S\left(-\frac{b}{2a} \mid c - \frac{b^2}{4a}\right)$$

**Scheitelkoordinaten** für die quadratischen Funktionen in Normalform

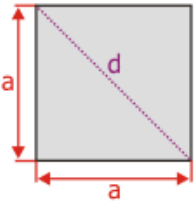
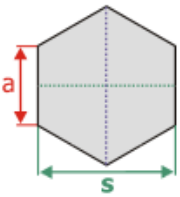
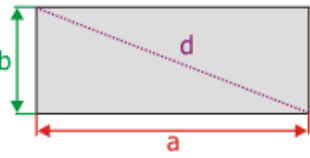
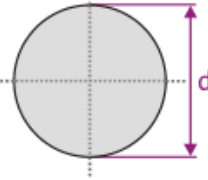
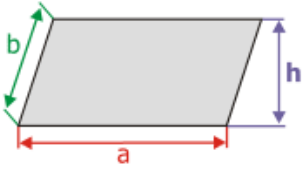
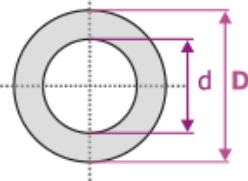
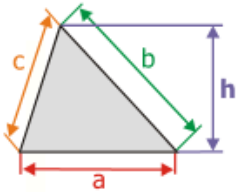
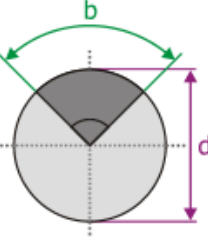
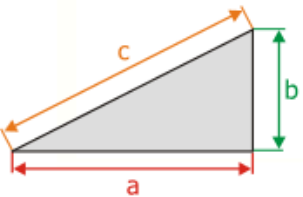
$$y = x^2 + px + c$$

$$S\left(-\frac{p}{2} \mid -\frac{p^2}{4} + c\right)$$

**Scheitelform** einer quadratischen Funktion:  $y = (x - d)^2 + c$

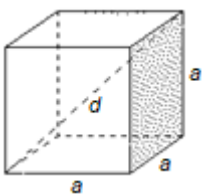
$$S(d \mid c)$$

## Flächen

<b>Quadrat</b>  $A = a^2$ $d = a \cdot 1,414$ $u = 4a$	<b>Reguläres Sechseck</b>  $s = a \sqrt{3}$ $= a \cdot 1,732$ $A = \frac{3a^2}{2} \cdot \sqrt{3}$
<b>Rechteck</b>  $A = a \cdot b$ $a = A / b$ $b = A / a$ $u = 2 \cdot (a + b)$ $a = u / 2 - b$ $d = \sqrt{a^2 + b^2}$	<b>Kreis</b>  $u = d \cdot \pi$ $d = \frac{u}{\pi}$ $A = \frac{d^2 \pi}{4}$
<b>Parallelogramm</b>  $A = a \cdot h$ $a = A / h$ $h = A / a$ $u = 2 \cdot (a + b)$ $a = u / 2 - b$	<b>Kreisring</b>  $A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$ $D = \sqrt{\frac{4A}{\pi} + d^2}$ $d = \sqrt{D^2 - \frac{4A}{\pi}}$
<b>Dreieck</b>  $A = a \cdot h / 2$ $a = 2A / h$ $h = 2A / a$ $u = a + b + c$ $a = u - (b + c)$	<b>Kreisausschnitt (Sektor)</b>  $b = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$ $A = \frac{b \cdot d}{4}$ $d = \frac{4 \cdot A}{b}$ $d = \frac{360 \cdot b}{\pi \cdot \alpha}$
<b>Rechtwinkliges Dreieck (Pythagoras)</b>  $c^2 = a^2 + b^2$ $b^2 = c^2 - a^2$ $a^2 = c^2 - b^2$ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$	<p><b>Quelle:</b> <a href="http://www.lernen-mit-spass.ch">www.lernen-mit-spass.ch</a></p>

## Körper

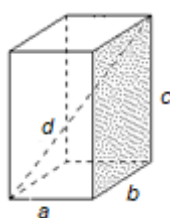
Würfel



$$O = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

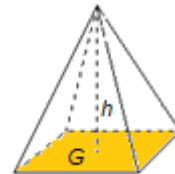
Quader



$$O = 2(ab + bc + ca)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

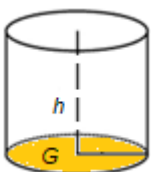
Pyramide



$$O = G + M$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

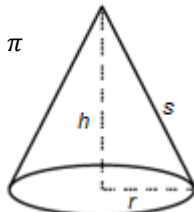
Zylinder



$$O = 2 \cdot G + 2r\pi$$

$$V = r^2 \pi h$$

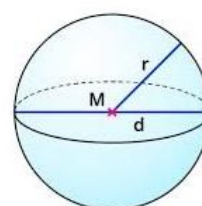
Kegel



$$O = r^2 \pi + r \pi s$$

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$$

Kugel



$$O = 4r^2 \pi$$

$$V = \frac{4r^3}{3} \cdot \pi$$

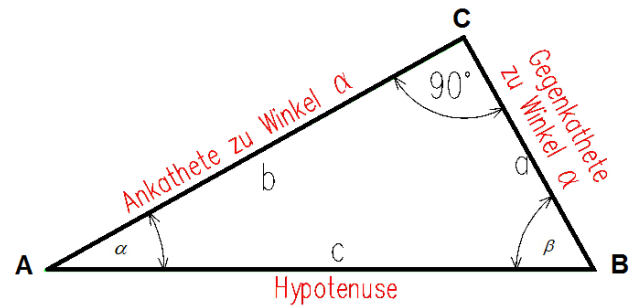
## Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c} = \cos \beta$$

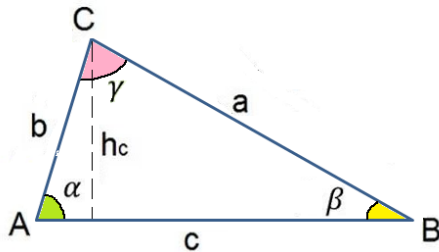
$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c} = \sin \beta$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{a}{b} = \cot \beta$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Gegenkathete von } \alpha} = \frac{b}{a} = \tan \beta$$



## Sinussatz



$$\sin \alpha = \frac{h_c}{b} \quad \sin \beta = \frac{h_c}{a}$$

$$h_c = \sin \alpha \cdot b \quad h_c = \sin \beta \cdot a$$

$$\sin \alpha \cdot b = \sin \beta \cdot a$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

**Gilt in allen Dreiecken!**