

MA2601 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias**Profesora:** Salomé Martínez**Auxiliar:** Benjamín Vera Vera

Auxiliar 3

Preparación Control 1

26 de agosto de 2025

P1. Encuentre y describa la familia de soluciones de la siguiente ecuación diferencial

$$2xy \frac{dy}{dx} = a^2 + y^2 - x^2$$

P2. Consideremos una ecuación diferencial en la forma

$$y'(x) = P(x)F(y) + Q(x)G(y). \quad (1)$$

Supongamos, además, que F, G son diferenciables y tales que $\frac{F \cdot G' - G \cdot F'}{G} = c$ es constante.

- a) Muestre que con un cambio de variables adecuado, es posible transformar (1) en una ecuación lineal.
- b) Describa un método para resolver la ecuación de Bernoulli:

$$y'(x) = P(x)y + Q(x)y^n.$$

- c) Resuelva la ecuación

$$\frac{dy}{dx} + xy = \sqrt{y}.$$

P3. Sea y_1 solución de la ecuación de Ricatti

$$\frac{dy}{dx} = P(x) + Q(x)y + R(x)y^2. \quad (2)$$

Pruebe que si u es solución de la ecuación (de Bernoulli)

$$\frac{du}{dx} - (Q + 2Ry_1)u = Ru^2,$$

entonces $y = y_1 + u$ resuelve (2).

P4. Considere la curva $y(x)$ tal que en cada punto $P = (x_0, y(x_0))$, el segmento tangente a la curva que une P con el eje X tiene longitud constante a .

- a) Pruebe que la ecuación diferencial de $y(x)$ viene dada por

$$y'^2 a^2 = y^2 (1 + y'^2). \quad (3)$$

- b) Resuelva la ecuación (3).

P5. Un faro, ubicado en una isla en el origen de coordenadas, apunta constantemente hacia un barco pirata con un haz de luz que forma un ángulo θ con el eje X . El barco se escapa de la ubicación del faro con una trayectoria cuya tangente está siempre desfasada 45° respecto del ángulo θ . Determinar las posibles trayectorias seguidas por el barco en su escape.