

MA2601-1 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias**Profesora:** Salome Martínez**Auxiliar:** Benjamín Vera Vera

Auxiliar 9

Transformada de Laplace

17 de octubre de 2025

P1. Resuelva utilizando la transformada de Laplace el siguiente problema de valor inicial

$$y'' + 9y = 2 \operatorname{sen}(3t), \quad t > 0$$

$$y(0) = 1$$

$$y'(0) = 0.$$

P2. (una EDO de coeficientes variables) Sabiendo que la ecuación

$$ty'' + y' + ty = 0$$

tiene una solución $y : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ con y', y'' de orden exponencial y que cumple $y(0) = 1, y'(0) = 0$:a) Demuestre que si $Y(s) = \mathcal{L}[y](s)$, entonces

$$(1 + s^2)Y'(s) + sY(s) = 0.$$

b) Demuestre que $Y(s) = \frac{1}{\sqrt{1+s^2}}$.**P3. (Laplace para sistemas)** Encuentre utilizando la transformada de Laplace las funciones u, v tales que

$$\frac{du}{dt} + u + \frac{dv}{dt} + v = 1$$

$$2\frac{du}{dt} + u + \frac{dv}{dt} = 0,$$

además de la condición inicial $u(0) = 1, v(0) = 0$.**P4.** La siguiente ecuación es la ecuación de movimiento de una masa unida a un resorte que se libera con velocidad cero cuando está deformado a una distancia $x = 1$ desde la posición de equilibrio. Después de $\frac{\pi}{2}$, la masa es golpeada con un martillo que ejerce un impulso instantáneo sobre ella:

$$x'' + 9x = -3\delta_{\frac{\pi}{2}}, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 0.$$

Determine la solución $x(t)$ para $t \geq 0$. Describa lo que le ocurre a la masa después de ser golpeada.