

**MA3701 Optimización****Profesor:** Alejandro Jofré**Auxiliar:** Benjamín Vera Vera

# Auxiliar 8

*Dualidad y Programación Lineal*  
19 de noviembre de 2025

**P1.** Considere el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} & \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \\ & Ax \leq b \in \mathbb{R}^m \\ & Cx = d \in \mathbb{R}^p. \end{aligned}$$

- a) Definiendo el Lagrangeano  $L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^\top(Ax - b) + \mu^\top(Cx - d)$ , calcule el problema dual en términos de la función  $f^* : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f^*(y) = \sup_{x \in \mathbb{R}^n} \{y^\top x - f(x)\}.$$

- b) Deduzca a partir de lo anterior el problema dual de

$$\begin{aligned} & \min_{x_i > 0} \sum_{i=1}^n x_i \log(x_i) \\ & Ax \leq b \in \mathbb{R}^m \\ & \mathbf{1}^\top x = 1. \end{aligned}$$

- c) Nótese que el dual obtenido es sencillo de analizar. Sea  $(\lambda^*, \mu^*)$  solución del dual. Obtenga a partir de esto un criterio de factibilidad para el primal y una solución en caso de que esta exista.

**P2.** Suponga que se cuenta con una red de transporte representada por un grafo dirigido  $G = (V, E)$ , el cual tiene dos nodos especiales. Un nodo *fuente*  $s \in V$  y un nodo *sumidero*  $t \in V$ . Sea  $u_{i,j}$  la capacidad en el arco  $(i, j) \in E$ . Escriba el problema de maximizar el flujo saliente desde  $s$  de modo que se respeten las capacidades y en cada nodo salvo por,  $s, t$ , el flujo neto a través de estos nodos sea nulo.