

MA3701 Optimización**Profesor:** Alejandro Jofré**Auxiliar:** Benjamín Vera Vera

Auxiliar 8

Dualidad y Programación Lineal

19 de noviembre de 2025

P1. Considere el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} \min_{x \in \mathbb{R}^n} \quad & f(x) \\ & Ax \leq b \in \mathbb{R}^m \\ & Cx = d \in \mathbb{R}^p. \end{aligned}$$

a) Definiendo el Lagrangeano $L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^\top (Ax - b) + \mu^\top (Cx - d)$, calcule el problema dual en términos de la función $f^* : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f^*(y) = \sup_{x \in \mathbb{R}^n} \{y^\top x - f(x)\}.$$

b) Deduzca a partir de lo anterior el problema dual de

$$\begin{aligned} \min_{x_i > 0} \quad & \sum_{i=1}^n x_i \log(x_i) \\ & Ax \leq b \in \mathbb{R}^m \\ & \mathbf{1}^\top x = 1. \end{aligned}$$

c) Nótese que el dual obtenido es sencillo de analizar. Sea (λ^*, μ^*) solución del cual. Obtenga a partir de esto un criterio de factibilidad para el primal y una solución en caso de que esta exista.

P2. Suponga que se cuenta con una red de transporte representada por un grafo dirigido $G = (V, E)$, el cual tiene dos nodos especiales. Un nodo *fuentes* $s \in V$ y un nodo *sumidero* $t \in V$. Sea $u_{i,j}$ la capacidad en el arco $(i, j) \in E$. Escriba el problema de maximizar el flujo saliente desde s de modo que se respeten las capacidades y en cada nodo salvo por, s, t , el flujo neto a través de estos nodos sea nulo.