

MA3701 Optimización**Profesor:** Alejandro Jofré**Auxiliar:** Benjamín Vera Vera

Examen

Tiempo: 3:00

9 de diciembre de 2025

P1. Considere el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} \min_{x,y} (x+y-6)^2 \\ x^2 + y^2 = 1. \end{aligned}$$

- a) Encuentre todos los puntos críticos de este problema.
- b) Utilice la condición suficiente de segundo orden para decidir cuáles de los puntos críticos obtenidos son mínimos locales del problema.

P2. Sea la función $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \sqrt{\|x\|^2 + 1}.$$

- a) Calcule $\nabla f(x)$.
- b) Considere la regla de iteración por método de máximo descenso aplicada a f a partir de $x_0 \neq 0$ y con paso α . Encuentre una expresión analítica para la iteración siguiente x_{k+1} en términos de la iteración actual x_k y el paso escogido α .
- c) Utilizando lo anterior, encuentre una fórmula para α_k^* el paso correspondiente a la búsqueda de línea exacta en la iteración k .

P3. a) Utilizando el algoritmo Simplex, resuelva el siguiente problema de optimización lineal:

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & -2x_1 - x_2 \\ \text{s.a.} \quad & -x_1 + x_2 \leq -1, \\ & -x_1 - 2x_2 \leq -2, \\ & x_2 \leq 1, \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Entregue los maximizadores x_1, x_2 así como el valor óptimo del problema.

- b) Utilice el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino más corto entre x_0 y x_9 en el grafo de la figura 1.

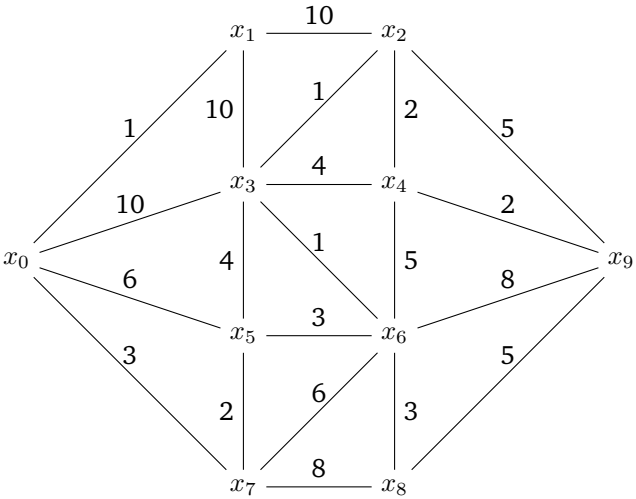


Figura 1: Grafo pregunta 3