

**MA3701 Optimización****Profesor:** Alejandro Jofré**Auxiliar:** Benjamín Vera Vera

# Auxiliar 7

*Repaso*  
8 de octubre de 2025

- P1.** Considere el método de descenso de gradiente sobre la función  $f(x) = x^2$  a paso constante  $\alpha > 0$ .
- Dado  $x_0 \neq 0$ , encuentre una expresión analítica para  $x_n$ . Muestre que no hay convergencia si  $\alpha = 1$ . Evalúe la convergencia también para  $\alpha = 0,01, 0,0001$ .
  - Muestre que para  $\alpha = \frac{1}{L}$  con  $L$  la constante de Lipschitz de  $f'(x)$ , el método obtiene convergencia en un solo paso desde cualquier  $x_0 \in \mathbb{R}$ .
  - Sea  $\varphi(\alpha) = f(x_n + \alpha p_n)$  con  $p_n = -f'(x_n)$ . Dado  $x_n = 1$ , pruebe que  $\alpha = 1$  no satisface la condición de Armijo para ningún  $c_1 > 0$ .
  - Suponiendo que  $\alpha = 0,0001$  cumple la condición de curvatura, encuentre un intervalo para  $c_2$ . Evalúe en base a esto lo que podría estar sucediendo con la convergencia.

- P2.** Considere el problema de optimización siguiente

$$\min_x \{tx - \log(x)\}$$

en que  $t > 0$  es un parámetro fijo.

- Encuentre el minimizador global  $x^*$  de esta función.
- Dado  $x > 0$ , encuentre  $x^+$ , la siguiente iteración de acuerdo al método de Newton. Pruebe que la convergencia  $x_n \rightarrow x^*$  de esta iteración es cuadrática en un intervalo  $I$  a determinar por usted.