

MA3701 Optimización**Profesor:** Alejandro Jofré**Auxiliar:** Benjamín Vera Vera

Auxiliar 7

Repaso

8 de octubre de 2025

P1. Considere el método de descenso de gradiente sobre la función $f(x) = x^2$ a paso constante $\alpha > 0$.

- a) Dado $x_0 \neq 0$, encuentre una expresión analítica para x_n . Muestre que no hay convergencia si $\alpha = 1$. Evalúe la convergencia también para $\alpha = 0,01, 0,0001$.
- b) Muestre que para $\alpha = \frac{1}{L}$ con L la constante de Lipschitz de $f'(x)$, el método obtiene convergencia en un solo paso desde cualquier $x_0 \in \mathbb{R}$.
- c) Sea $\varphi(\alpha) = f(x_n + \alpha p_n)$ con $p_n = -f'(x_n)$. Dado $x_n = 1$, pruebe que $\alpha = 1$ no satisface la condición de Armijo para ningún $c_1 > 0$.
- d) Suponiendo que $\alpha = 0,0001$ cumple la condición de curvatura, encuentre un intervalo para c_2 . Evalúe en base a esto lo que podría estar sucediendo con la convergencia.

P2. Considere el problema de optimización siguiente

$$\min_x \{tx - \log(x)\}$$

en que $t > 0$ es un parámetro fijo.

- a) Encuentre el minimizador global x^* de esta función.
- b) Dado $x > 0$, encuentre x^+ , la siguiente iteración de acuerdo al método de Newton. Pruebe que la convergencia $x_n \rightarrow x^*$ de esta iteración es cuadrática en un intervalo I a determinar por usted.