

MA5701 Optimización no Lineal**Profesor:** Alejandro Jofré**Auxiliar:** Benjamín Vera Vera

Auxiliar 3

Método del máximo descenso

18 de abril de 2025

P1. (Método del descenso para sistemas lineales) Sea $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matriz simétrica con entradas positivas en la diagonal, las cuales satisfacen la condición de dominancia estricta:

$$\forall i \in \{1, \dots, n\} : a_{ii} > \sum_{j \neq i} |a_{ij}|$$

- a) Pruebe que A es semidefinida positiva.
- b) Nos interesa, dado $b \in \mathbb{R}^n$, encontrar un método iterativo con garantías de convergencia para resolver el sistema lineal

$$Ax = b$$

en que, sin pérdida de generalidad, asumimos $a_{ii}=1/2$. Considere la función $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \frac{1}{2}(x^\top Ax - 2b^\top x).$$

Pruebe que f es convexa y 1-suave con respecto a una norma adecuada.

- c) Concluya de acuerdo al teorema visto en clases.