

Análisis del Modelo de Neuronas de Izhikevich

Juan R. Anabalón,^{*} Ignacio Benjamín Ceballos,^{**} and Bruno D'Ambrosio^{***}

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación,

Universidad Nacional de Córdoba, Ciudad Universitaria, 5000 Córdoba, Argentina and

Universidad Nacional de Cuyo, Padre Jorge Contreras 1300. Parque General San Martín. M5502JMA. Mendoza, Argentina

El modelo de neuronas caóticas de Izhikevich representa un avance considerable en la neurociencia computacional al ofrecer un marco matemático que refleja estrechamente el comportamiento de las neuronas biológicas, a pesar de ser un modelo antiguo sigue siendo de especial interés para los investigadores del área. Este trabajo busca modelar y replicar el comportamiento dinámico de neuronas individuales mediante el modelo de Izhikevich. La simulación de este modelo se realiza utilizando el método de Runge-Kutta de orden 4 para capturar distintos tipos de disparo neuronal. Además, se implementa una red neuronal basada en este modelo utilizando el método de Euler-Maruyama para simular la interacción entre neuronas. Los resultados demuestran la capacidad del modelo para reproducir diferentes tipos de actividad neuronal, así como el comportamiento y la dinámica de una red de neuronas.

I. INTRODUCCIÓN

Las neuronas artificiales son modelos matemáticos diseñados para simular el comportamiento de las neuronas biológicas, siendo una parte clave de la neurociencia computacional. Entre los diferentes modelos disponibles, el modelo de Izhikevich[1] se destaca por lograr un equilibrio entre la plausibilidad biológica del modelo de Hodgking-Huxley[2] y la eficiencia computacional de los modelos integrate and fire[3]. Esto lo vuelve especialmente útil para el estudio de grandes redes neuronales y su dinámica. El objetivo de este trabajo es simular y analizar el modelo de Izhikevich tanto para neuronas individuales como para redes, empleando métodos numéricos clásicos para la integración de las ecuaciones diferenciales que lo conforman[1].

II. TEORÍA

El modelo Izhikevich se describe mediante una ecuación diferencial ordinaria bidimensional:

$$\frac{dv}{dt} = 0,04v^2 + 5v + 140 - u + I \quad (1)$$

$$\frac{du}{dt} = a(bv - u) \quad (2)$$

y una condición de reseteo: si $v \geq 30$ mV, \Rightarrow

$$\begin{cases} v \leftarrow c, \\ u \leftarrow u + d. \end{cases}$$

Donde (1) es la ecuación que representa la membrana y (v) es el potencial de membrana de la neurona, (u) es la variable de recuperación que representa la inactivación de los canales de sodio, e (I) es la corriente de entrada. Mientras que (2) representa la ecuación de recuperación, donde (a) y (b) son parámetros que determinan la dinámica de recuperación de las mismas. Cuando el potencial de membrana (v) alcanza un umbral, se produce un "disparo" (spike), y el modelo se reinicia a un nuevo estado.

Los parámetros a, b, c y d representan:

- **a**: Controla la escala temporal de la variable de recuperación. Valores pequeños implican recuperación lenta.
- **b**: Determina la sensibilidad de u a las fluctuaciones subumbral de v. Valores altos acoplan más fuertemente v y u, lo que puede generar oscilaciones subumbrales y disparos de bajo umbral.
- **c**: Define el valor de reinicio del potencial de membrana después del pico, influido por conductancias rápidas de K de alto umbral.
- **d**: Define el incremento de u tras el pico, causado por conductancias lentas de Na y K de alto umbral.

III. RESULTADOS

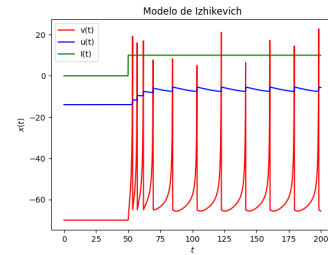


Figura 1: Simulación del modelo de Izhikevich para el caso general.

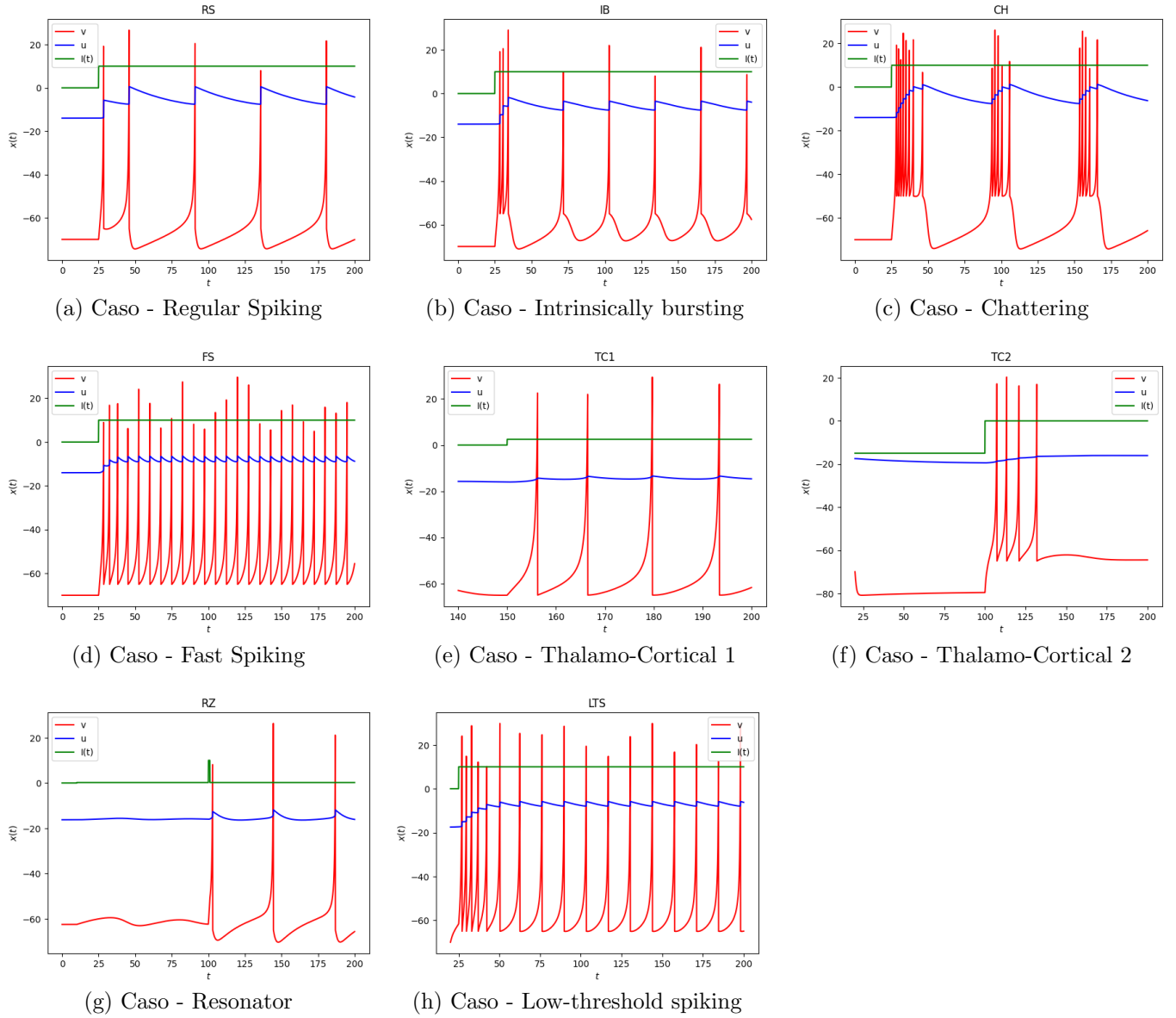


Figura 2: Simulaciones del modelo de Izhikevich para diferentes tipos de neuronas. Cada panel muestra el potencial de membrana (v), la variable de recuperación (u) y la corriente de entrada (I) a lo largo del tiempo para el caso indicado en su leyenda.

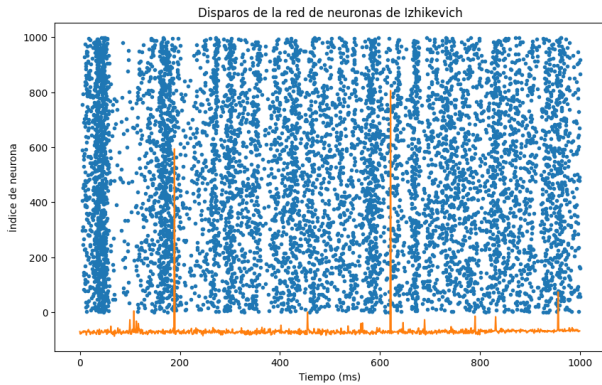


Figura 3: Simulación del modelo de Izhikevich para una red neuronal.

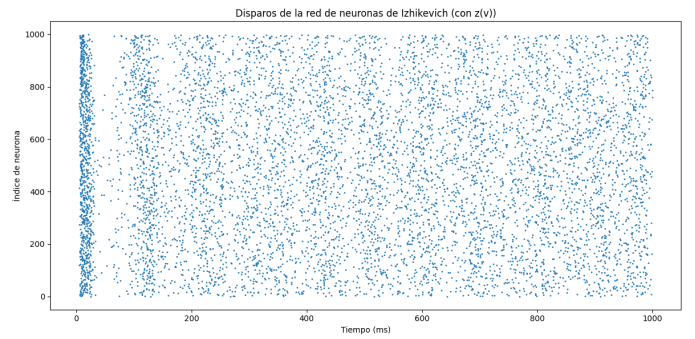


Figura 4: Activación gradual que suaviza la dinámica del sistema.

La figura 3 muestra para ciertos parámetros, el comportamiento y patrones de disparo de la red de neuronas. El gráfico naranja muestra la tasa de disparo promedio en función del índice de la neurona.

IV. DISCUSIÓN

El modelo de Izhikevich logra reproducir con alta eficiencia patrones de disparo neuronales complejos, usando solo dos ecuaciones y cuatro parámetros. Esta simplicidad permite simular redes grandes en tiempo real, durante las simulaciones se modificaron diferentes parámetros de la red para experimentar con el rendimiento iniciando con $N_e=800$ y $N_i=200$ y aumentando a $N_e=1800$ y $N_i=1200$ sin sacrificar rendimiento en un computador convencional. Al modificarlos se ha podido observar que conforme aumentan las neuronas excitatorias, mayor es la tasa de disparo promedio, mientras que si se aumenta el número de neuronas inhibitorias, menor es la tasa de disparo aumentando la precisión temporal, un caso extremo observado, pero muy gráfico es el de aumentar a $N_e=10800$ y $N_i=1200$ donde la tasa de disparo es radicalmente alta para luego regularse adecuadamente si se aumenta $N_i=10200$. Por otra parte, la versatilidad del modelo es confirmada al emular múltiples tipos neuronales corticales y talámicos Al reemplazar funciones binarias como Θv por activaciones $z(v)$ permiten que la activación sináptica no sea binaria sino gradual, lo que mejora la estabilidad numérica y se capturan mejor las interacciones subumbrales, ampliando el alcance funcional del modelo sin sacrificar rendimiento computacional. Por lo tanto, en Izhikevich, donde la precisión temporal y la resonancia son relevantes, $z(v)$ ofrece una representación más rica y flexible que la activación de $\Theta(v)$.

V. CONCLUSIÓN

Al observar los resultados se puede comprobar que los comportamientos de cada tipo específico de neurona en los gráficos corresponden inequívocamente con el correspondiente comportamiento biológico.

Caso general: Es una simulación con los parámetros por defecto, con un tiempo de recuperación de la variable u moderado. Lo cual da una recuperación lenta pero no demasiado, como se observa comunmente. Su parámetro reinicio de voltaje es bajo lo cual aumenta la frecuencia de disparo con respecto a rs .

RS (Regular Spiking): Neuronas predominantes en corteza, que exhiben disparos con adaptación progresiva de frecuencia. Su parámetro de reinicio y salto tras disparo generan un tren de picos con aumento creciente en el intervalo interespiga, reflejando la adaptación de frecuencia de disparo. Por esto, en el gráfico se observan intervalos interespiga que se alargan progresivamente.

IB (Intrinsically Bursting): Muestran ráfagas estereotípicas de varios picos seguidas por picos individuales repetitivos. Los parámetros facilitan la acumulación temporal de la variable de recuperación u , causando cambio de ráfagas a disparos individuales.

CH (Chattering): Patrón de disparo en neuronas donde se producen ráfagas rápidas y repetitivas de picos muy juntos en el tiempo, en respuesta a un estímulo constante.

FS (Fast Spiking): Pueden disparar periódicamente con alta frecuencia con una cadencia constante y muy corta. Un valor pequeño de a permite una recuperación rápida, permitiendo que casi no se tenga que adaptar. Genera picos rápidos y sostenidos, en respuesta a estímulos fuertes.

LTS (Low-threshold spiking): Disparan trenes de frecuencia alta pero con adaptación notable debido a un umbral bajo. Es decir, son Neuronas de bajo umbral que pueden disparar con menos estimulación, por esto se pueden observar esas rafagas iniciales inmediatas y repetitivas seguidas de rafagas mas constantes luego de su adaptación.

TC y TC2 (Thalamo-Cortical): Estas neuronas muestran dos modos de disparo, con potencial de rebote luego de hiperpolarización, modeladas para simular actividad talamocortical que contribuye a oscilaciones corticales. Se notan claramente las diferencias entre ambos modos de disparo, mientras que TC1 un modo de disparo regular y periodico, TC2 evidencia la hiperpolarización con esa pausa que sucede luego de una secuencia de disparos.

RZ (Resonator): Exhiben oscilaciones subumbrales con capacidad para resonar a frecuencias específicas, las cuales se ven como ondulaciones de baja amplitud antes de llegar al primer pico.

El hecho de que estos comportamientos se reproduzcan adecuadamente demuestra la eficacia del modelo. En este caso una importante fuente de error numerico puede ser el paso temporal y las condiciones iniciales que se tomen. Por otra parte, el uso de $z(v)$ en el modelo neuronal suaviza la dinámica del sistema, mejora la estabilidad numérica en simulaciones grandes y permite que neuronas subumbrales influyan sinápticamente en otras, reproduciendo mejor la interacción cortical real.

-
- * juanrodrigo@anabalon.org;
<https://www.anabalon.org>
- ** benjamin.ceballos@mi.unc.edu.ar
- *** bruno.dambrosio@mi.unc.edu.ar
- [1] E. M. Izhikevich, *Simple Model of Spiking Neurons* (IEEE TRANSACTIONS ON NEURAL NETWORKS, 2003).
- [2] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve, *The Journal of Physiology* **117**, 500 (1952).
- [3] L. Lapicque, Recherches quantitatives sur l'excitation électrique des nerfs traitée comme une polarisation, *Journal de Physiologie et de Pathologie Générale* **9**, 620 (1907).