AL1 - INITIATION AU CALCUL MATRICIEL

TI-82 STATS – TI-83 Plus – TI-84 Plus

Mots-clés : matrices, ES Spécialité, produit de matrices.

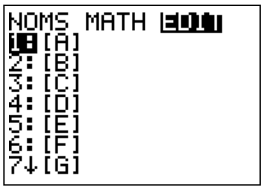
1. Objectifs

Introduire des matrices (tableau résumant une situation), multiplier une matrice par une matrice colonne, multiplier deux matrices. Ce TP est largement inspiré par l'exemple 1 des commentaires du programme officiel.

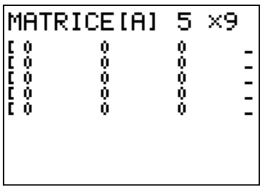
2. Résolution

Remarque : la calculatrice est en **MODE Flott**.

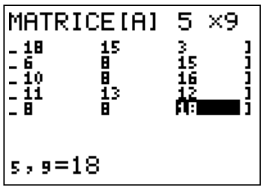
1) Pour entrer la matrice [A], matrice de 5 lignes et de 9 colonnes :
- accéder à l'éditeur de matrice par **2nd [MATRIX]**, sélectionner **EDIT** et valider avec **ENTER** (*écran* 1) ;
- donner les dimensions avec la séquence **5 ENTER 9 ENTER** (*écran* 2) ;
- saisir les coefficients ligne par ligne en validant chacun des coefficients avec la touche **ENTER** (*écran* 3).



écran 1



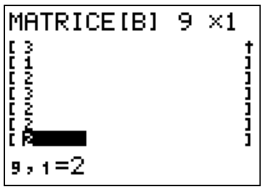
écran 2



écran 3

Une matrice 4×7 aura 4 lignes et 7 colonnes.
$A_{(2,4)}$ représente le coefficient de la 2e ligne et de la 4e colonne.
Pour obtenir $A_{(2,4)} = 11$, taper la séquence suivante :

2nd [MATRIX] 1 (2,4) ENTER.



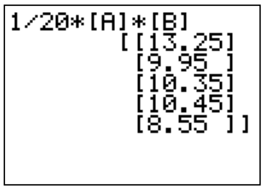
écran 4

2) Moyennes pondérées

a) Les moyennes pondérées d'Abdel et Diana sont respectivement : 13,25 et 10,45.

b) Pour la méthode de Victor :
- afficher la matrice B par la séquence : **2nd [MATRIX] EDIT 2** ;
- demander 9 lignes et 1 colonne : **9 ENTER 1 ENTER** ;
- puis saisir les coefficients, validés par **ENTER** (*écran* 4) ;
- revenir dans l'écran de calcul par **2nd [QUIT]**.
- calculer $\frac{1}{20} A \times B$ avec la séquence :

1 ÷ 20 × 2nd [MATRIX] 1 × 2nd [MATRIX] 2.

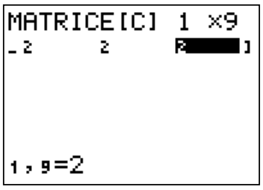


écran 5

On obtient le résultat ci-contre (*écran* 5).
On vérifie que le calcul de $\frac{1}{20} B \times A$ provoque un écran d'erreur (*écran* 6), car on a multiplié une matrice 9×1 par une matrice 5×9.
$\frac{1}{20} A \times B$ donne la moyenne pondérée de chacun des élèves.

écran 6

c) Pour la méthode d'Henri :



écran 7

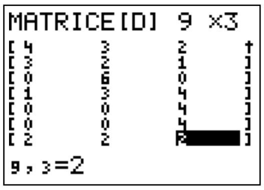
• entrer la matrice ligne C (*écran* 7) ;

• calculer $\frac{1}{20} A \times C$: on obtient l'*écran* 6, le calcul est impossible ;

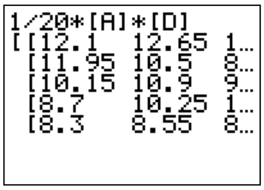
• calculer $\frac{1}{20}$ $C \times A$: le calcul est aussi impossible, on obtient le même écran d'erreur.

d) On complète :
A est une matrice de a lignes et b colonnes ;
B est une matrice de c lignes et d colonnes ;
pour pouvoir effectuer le produit $A \times B$, il faut que $b = c$.

3) La matrice D est une matrice à 9 lignes, car A est une matrice 5×9 et l'on calcule le produit $A \times D$. Donc D est une matrice 9×3. Chaque ligne correspond à une matière et chaque colonne à une section.
On entre la matrice D (*écran* 8), puis on effectue le calcul (*écran* 9) :
Abdel a une moyenne de 12,1 pour la section L, 12,65 pour la section ES et 14 pour la section S.



écran 8



écran 9

Remarque :
En passant à 5 le coefficient de l'EPS dans toutes les sections, tous les élèves auraient la moyenne dans toutes les sections.

4) E est une matrice 1×5.
A est une matrice 5×9.
Donc on peut effectuer le produit, et l'on obtient une matrice 1×9.
Le premier 10,2 représente la moyenne en Français des notes des cinq élèves.
Chaque note est la moyenne des notes obtenues par les cinq élèves dans une matière.

AL1 - INITIATION AU CALCUL MATRICIEL

Voici un tableau représentant les notes obtenues par 5 élèves d'une classe de seconde :

	français	histoire géographie	LV1	LV2	SES	math	physique	biologie	EPS
Abdel	14	12	13	12	14	16	18	15	3
Benoît	12	13	12	11	10	4	6	8	15
Chloë	9	10	11	8	12	9	10	8	16
Diana	8	7	9	8	11	14	11	13	12
Erwann	8	9	7	4	9	6	8	8	18

Ce tableau peut être représenté en mathématiques par la matrice A qui comporte 5 lignes et 9 colonnes.

1) Rentrer dans la calculatrice la matrice représentant les notes.
On les placera dans la matrice [A] qui aura 5 lignes et 9 colonnes.
Recopier et compléter :

une matrice 4×7 aura … lignes et … colonnes.

Sur l'écran de la calculatrice, (2,4) désigne le coefficient de la i-ième ligne et de la j-ième colonne.
Pour la matrice [A], on notera ce coefficient [A](2,4) ; alors $A_{(2,4)} = \ldots$.

2) On voudrait affecter aux matières les coefficients suivants :

- Français : 3 ;
- Histoire-Géographie : 2 ;
- LV1 : 3 ;
- LV2 : 1 ;
- Sciences Économiques et Sociales : 2 ;
- Mathématiques : 3 ;
- Physique : 2 ;
- Biologie : 2 ;
- Éducation Physique et Sportive : 2.

a) Sans utiliser les matrices, calculer les moyennes pondérées d'Abdel et Diana.

b) Victor décide de représenter ces coefficients dans un vecteur colonne $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ qu'il saisit dans la matrice [B] de sa calculatrice.

Il tente de calculer, sur sa calculatrice, les produits de matrices :

$$\frac{1}{20}[A] \times [B] \text{ et } \frac{1}{20}[B] \times [A].$$

Que lui arrive-t-il ? Expliquer les résultats obtenus en utilisant les matrices A et B.

c) Henri lui décide de représenter ces coefficients par un vecteur ligne, $C = (3\ 2\ 3\ 1\ 2\ 3\ 2\ 2\ 2)$ qu'il saisit dans la matrice [C] de sa calculatrice.

Il tente de calculer avec sa calculatrice les matrices :

$$\frac{1}{20}[C] \times [A] \text{ et } \frac{1}{20}[A] \times [C].$$

Que lui arrive-t-il ? Expliquez les résultats obtenus à l'aide des matrices A et C.

d) Recopier et compléter :
- A est une matrice de a lignes et b colonnes ;
- B est une matrice de c lignes et d colonnes ;
- pour pouvoir effectuer le produit $A \times B$, il faut que … .

3) Maintenant les coefficients dépendent de la section choisie :
• pour une section littéraire, les coefficients sont (total des coefficients = 20) :
français : 6 ; H-G : 4 ; LV1 : 4 ; LV2 : 3 ; SES : 0 ; math : 1 ; physique : 0 ; biologie : 0 ; EPS : 2 ;
• pour une section économique, les coefficients sont : (total des coefficients = 20) :
français : 2 ; H-G : 2 ; LV1 : 3 ; LV2 : 2 ; SES : 6 ; math : 3 ; physique : 0 ; biologie : 0 ; EPS : 2 ;
• pour une section scientifique, les coefficients sont : (total des coefficients = 20) :
français : 2 ; H-G : 1 ; LV1 : 2 ; LV2 : 1 ; SES : 0 ; math : 4 ; physique : 4 ; biologie : 4 ; EPS : 2.

On voudrait pour chaque élève pouvoir calculer la moyenne qu'il obtiendrait dans chacune des sections.
On entre ces coefficients dans une matrice [D], puis on effectue le produit $\frac{1}{20}[A] \times [D]$.
Quelles sont les dimensions de la matrice D ?
Choisir 3 coefficients de cette matrice et expliciter par une phrase ce qu'ils représentent concrètement.

4) On considère la matrice E de 1 ligne et de 5 colonnes dont tous les coefficients sont égaux à 1.
Peut-on effectuer $\frac{1}{5}[E] \times [A]$?
Si oui, quelles seront les dimensions de la matrice résultat ? Que représente chacun de ses coefficients ?