

Durée de préparation : 1 heure 30.

Question de cours :

Donner la définition de l'indépendance de deux événements, de deux variables aléatoires réelles discrètes.

Exercice 1

1. On considère la configuration ci-dessous, composée de cinq cases juxtaposées.



On peut colorier en noir les cases de la configuration, sans jamais, toutefois, colorier deux cases voisines :

autorisé :  interdit : 

Quel est le nombre u_5 de motifs différents que l'on peut construire selon ce procédé ? (le motif "tout blanc" étant comptabilisé)

2. Calculer, selon le même principe qu'à la question 1, le nombre u_3 de motifs possibles avec une configuration formée de trois cases, puis le nombre u_4 de motifs possibles avec une configuration de quatre cases. Vérifier l'égalité $u_3 + u_4 = u_5$.
3. Pour une configuration formée de n cases juxtaposées (avec $n \geq 1$), on appelle u_n le nombre de motifs différents possibles (toujours en considérant le cas "tout blanc" comme un motif). Démontrer, pour tout entier naturel $n \geq 3$, la relation $u_n = u_{n-2} + u_{n-1}$.
4. On considère la matrice A définie par

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Démontrer que pour tout entier naturel $n \geq 3$, on a : $A^n = A^{n-1} + A^{n-2}$.

5. Démontrer que pour tout entier $n \geq 3$, on a

$$A^{n+1} = \begin{pmatrix} u_{n-2} & u_{n-1} \\ u_{n-1} & u_n \end{pmatrix}.$$

Exercice 2

La répartition des salaires mensuels en euros d'une entreprise est donnée par le tableau suivant :

Salaire	Nombre de salariés
[1200; 1500[50
[1500; 2000[120
[2000; 2500[30
[2500; 3000[10
[3000; 5000[4

1. Calculer le salaire moyen ainsi que l'écart-type de cette distribution.
2. Calculer les fréquences et les fréquences cumulées de la distribution de la masse salariale (masse salariale détenue par chaque catégorie d'individus, c'est-à-dire total des salaires pour chaque classe).
3. À partir du tableau précédent, calculer la médiale. Calculer également la médiane. Que vous indique la comparaison entre la médiane et la médiale ?
4. Tracer la courbe de Lorenz.
5. Après avoir rappelé ce que mesure l'indice de Gini et comment il se calcule, calculer et interpréter l'indice de Gini.