

# Préparation à l'agrégation externe de Sciences Sociales

Analyse 3

2022-2023

## Exercice 1

1. Donner des équations en  $\mathbb{R}^2$  des droites passant par les points  $A$  et  $B$ , par les points  $A$  et  $C$ , et par les points  $B$  et  $C$ , dans les cas suivants :
  - (a)  $A : (0, 0)$ ,  $B : (0, 1)$ ,  $C : (1, 0)$
  - (b)  $A : (0, 3)$ ,  $B : (-2, 0)$ ,  $C : (1, 2)$
2. Donner des équations en  $\mathbb{R}^3$  des plans contenant les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  dans les cas suivants :
  - (a)  $A : (-4, 0, 0)$ ,  $B : (0, -2, 0)$ ,  $C : (-1, 0, -1)$
  - (b)  $A : (1, 2, 3)$ ,  $B : (1, 3, 2)$ ,  $C : (3, 1, 2)$

## Exercice 2

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$  par  $f(x, y) = e^{\frac{x}{y}}$ .

1. Montrer que  $f$  est une fonction homogène et préciser son degré.
2. Calculer les élasticités de  $f$  par rapport à  $x$  et  $y$ .

## Exercice 3

Calculer, lorsqu'elles sont définies, les dérivées partielles premières et secondes des fonctions suivantes :

$$(a) f(x, y) = x^2 - y^2 - xy \quad (b) f(x, y) = \sqrt{x + 5y + 2}$$

$$(c) f(x, y) = e^{4-x^2-y^2} \quad (d) f(x, y) = \ln(4 - x^2 - y^2)$$

Déterminer les points critiques de  $f$  et pour chaque point critique donner les conclusions tirées de l'analyse de la matrice hessienne.