

Préparation à l'agrégation externe de Sciences Sociales

Analyse 3

2023-2024

Exercice 1

1. Donner des équations en \mathbb{R}^2 des droites passant par les points A et B , par les points A et C , et par les points B et C , dans les cas suivants :
 - (a) $A : (0, 0)$, $B : (0, 1)$, $C : (1, 0)$
 - (b) $A : (0, 3)$, $B : (-2, 0)$, $C : (1, 2)$
2. Donner des équations en \mathbb{R}^3 des plans contenant les points A , B et C dans les cas suivants :
 - (a) $A : (-4, 0, 0)$, $B : (0, -2, 0)$, $C : (-1, 0, -1)$
 - (b) $A : (1, 2, 3)$, $B : (1, 3, 2)$, $C : (3, 1, 2)$

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$ par $f(x, y) = e^{\frac{x}{y}}$.

1. Montrer que f est une fonction homogène et préciser son degré.
2. Calculer les élasticités de f par rapport à x et y .

Exercice 3

Calculer, lorsqu'elles sont définies, les dérivées partielles premières et secondes des fonctions suivantes :

$$(a) f(x, y) = x^2 - y^2 - xy \quad (b) f(x, y) = \sqrt{x + 5y + 2}$$

$$(c) f(x, y) = e^{4-x^2-y^2} \quad (d) f(x, y) = \ln(4 - x^2 - y^2)$$

Déterminer les points critiques de f et pour chaque point critique donner les conclusions tirées de l'analyse de la matrice hessienne.