

Computer Arkitektur og Operativ Systemer

Denne forelæsning optages og gøres efterfølgende tilgængelig
på Moodle

MEDDEL VENLIGST UNDERVISEREN, HVIS DU IKKE ØNSKER, AT
OPTAGELSE FINDER STED

This lecture will be recorded and afterwards be made available
on Moodle

PLEASE INFORM THE LECTURER IF YOU DO NOT WANT
RECORDING TO TAKE PLACE

Computer Arkitektur og Operativ Systemer Repræsentation af tal

Forelæsning 2
Brian Nielsen

*Credits to
Randy Bryant & Dave O'Hallaron (CMU)*

Hvordan repræsenteres heltal (signed/unsigned)?

- Med w -bits kan vi indkode 2^w forskellige værdier

Unsigned

$$B2U(X) = \sum_{i=0}^{w-1} x_i \cdot 2^i$$

$$\begin{array}{rcccccl} 1 \cdot 2^3 & + & 0 \cdot 2^2 & + & 1 \cdot 2^1 & + & 0 \cdot 2^0 & = \\ 8 & + & 0 & + & 2 & + & 0 & = 10 \end{array}$$

$w=4$

1 0 1 0
 w_3, w_2, w_1, w_0

Two's Complement

$$B2T(X) = -x_{w-1} \cdot 2^{w-1} + \sum_{i=0}^{w-2} x_i \cdot 2^i$$

**Sign
Bit**

$$\begin{array}{rcccccl} -1 \cdot 2^3 & + & 0 \cdot 2^2 & + & 1 \cdot 2^1 & + & 0 \cdot 2^0 & = \\ -8 & + & 0 & + & 2 & + & 0 & = -6 \end{array}$$

Hvilke heltal kan repræsenteres med w-bits?

Unsigned Værdier

- $UMin=0$
000...0
- $UMax = 2^{w-1} + \dots + 2^1 + 2^0 = 2^w - 1$
111...1

Værdier for $W = 16$

	Decimal	Hex	Binary
UMax	65535	FF FF	11111111 11111111
TMax	32767	7F FF	01111111 11111111
TMin	-32768	80 00	10000000 00000000
-1	-1	FF FF	11111111 11111111
0	0	00 00	00000000 00000000

Værdier i Two's Complement

- $TMin = -2^{w-1}$
100...0
- $TMax = 2^{w-1} - 1$
011...1
- Minus 1
111...1

char: w=8
short int: w=16
int: w=32
long int: w=64

Hvordan håndteres konvertering imellem signed & unsigned?

- Hvad sker der i C?
- Hvad sker der på maskin-niveau når man konverterer fra signed til unsigned?

```
int tx,ty;  
unsigned ux,xy;
```

```
tx=ux;  
uy=ty;
```

Mulig difference mellem på 2^w
Alvorlige overraskelser ved blandede udtryk

Hvad sker der ved addition?

- **Overløb**, men veldefineret

- Unsigned

$$\text{UAdd}_w(u, v) = \begin{cases} u+v, & ,u+v \leq \text{UMax} \\ u+v - 2^w & ,u+v > \text{UMax} \end{cases}$$

$$=(u + v) \bmod 2^w$$

- Signed

$$\text{TAdd}_w(u, v) = \begin{cases} (u + v) - 2^w, & \text{TMax} < u+v \text{ (pos overløb)} \\ (u + v) & , \text{TMin} \leq u+v \leq \text{TMax (normalt)} \\ (u + v) + 2^w, & u+v < \text{TMin (neg overløb)} \end{cases}$$

- Bevarer normale regne-regler for addition af heltal ("Abelsk gruppe")!

Ex, $w=4$, $8+11=19$

1000

+ 1011

~~1~~0011 // $19 \bmod 2^4 = 3$

SIGNED Negativ overløb

Ex, $w=4$, $-7+-5=-12$

1001

+ 1011

~~1~~0100 = 4

//NB: $-12+2^4 = 4$

Bogen viser at man kan ræsonnere formelt om, hvad der sker på laveste maskin niveau!

I eksamineres ikke i **selve** beviserne – men sætningerne og en vis forståelse af baggrunden derfor

“Høk æ Hak” operationer (Shift-operations)

- Venstre skifte: $x \ll y$
- Højre skifte: $x \gg y$
 - Logisk skift
 - Fyldes med 0 til venstre
 - Aritmetisk skift
 - Gentag msb til højre

Multiplikation med operand, som er en potens af 2:

$u \ll k$ giver $u * 2^k$

Reelle tal og Floats

- Forstå grundideen i float-repræsentationen
- Forstå begrænsninger i repræsentationen
- Afrunding

Øvelserne

- Talområder, twos complement
- Blanding af signed, unsigned
- Detektion af overløb
- Bitshift, aritmetik med bit-shift
- Challenge 0: hvordan bytes kan fortolkes som forskellig information!!
- Challenge 1: Røve en bank!

Forsøg løsning (med hjælpelærer) inden I går til løsningerne!

Start med øvelserne senest 10.15!

