$with(combinat):$

Workshop 1 - Sociale netværk

En gruppe mennesker er ved at opstarte et nyt socialt medie og gør sig
nogle overvejelser om, hvordan det skal fungere. Indtil videre er mængden af
brugere på mediet givet ved

$$A = \{Tom, Mia, Bob, Liv, Kim, Noa, Gry\}.$$

Som udgangspunkt er det lavet sådan, at man kan følge andre brugere (lige-
som på f.eks. Instagram og Twitter). Dette giver anledning til en relation på
A sådan at (a, b) ∈ R (også skrevet aRb) hvis person a følger person b. På
Figur 1 er illustreret, hvem der

følger hvem på nuværende tidspunkt (som udgangspunkt følger man sig selv, da man kan se sine egne opslag).

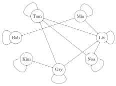


Figure 1: En pil fra en person til en anden betyder, at den første person
følger den anden. F.eks. gælder det, at Mia følger Bob.

Delopgave 1

1.

Opskriv relatiionen beskrevet ovenfor og vist i Figur 1

Som man får beskrevet "Dette

giver anledning til en relation på A sådan at (a, b) ∈ R (også skrevet aRb) hvis person a følger person b". Dvs. at hvis Mia følger Bob, så er $(Mia, Bob) \in R$. På figur et kan alle disse aflæses og man får følgende:

$$R = \{(Bob, Bob), (Kim, Kim), (Kim, Gry), (Gry, Gry), (Gry, Liv), (Gry, Tom), (Noa, Noa), (Noa, Tom), (Liv, Liv), (Liv, Tom), (Liv, Noa), (Mia, Mia), (Mia, Bob), (Mia, Liv), (Tom, Tom)\}$$

2.
Hvad er kardinaliteten af relationen?

Kardinaliteten er antallet af

elementer i mængden. Vi har her at hvert par er et element.

Tæller man elementerne kommer man frem til at $|R| = 15$.

3.
Relationen kan også beskrives som en delmængde af et kartesisk produkt. Hvilket kartesisk produkt er der tale om, og hvad er kardinaliteten af det?

Hvis man kigger på mængden $A = \{Tom, Mia, Bob, Liv, Kim, Noa, Gry\}$.
Finder man det kartesiske produkt $A \times A$ får man alle mængde svarende til at alle følger hinanden.

$$A := \{Tom, Mia, Bob, Liv, Kim, Noa, Gry\} :$$

$T := cartprod([A, A])$:
while not $T[finished]$
do $T[nextvalue]()$ **end**
do:

Denne mængde svarer til at alle følger alle. I relation sker dette ikke, men alle par som er i relation er også i $A \times A = A^2$.
Derfor må det gælde at $R \subseteq A^2$

Kardinaliteten af et kartesisk produkt ur givet ved $|A \times B| = |A| \cdot |B|$. Da |A| = 7, får man at $|A^2| = 49$.

Dvs. at der bliver snakket om det kartesiske pradukt $A \times A$ og kardanaliteten af dette er $|A^2| = 49$.

.

4. Der skal skrives mere

Gør rede for om relationen er reeksiv, symmetrisk, transitiv, anti-

symmetrisk og argumentér hvorfor/hvorfor ikke den besidder hver af egenskaberne. Tænk også over, hvad det har af betydning for et socialt netværk, hvis den besidder disse egenskaber.

For at en relation skal være refleksiv skal det gælde at $(a, a) \in R\ \forall\ a \in A.$ Siden at man automatisk følger sig selv, må det betyde at at relationen or reflektiv.

For at en relation skal være symmetrisk skal det gælde at $(b, a) \in R\ \land\ (a, b) \in R\quad \forall\ a, b \in R$. På figuren vil det svarer til at der skulle være to linjer mellem to forskellige personer. Da dette aldrig sker er det nemt at se at relationen ikke er symmetrisk.

For at en relation skal være transitiv skal det gælde at hvis aRb og bRc så skal aRc $\forall\ a \in R$. Så hvis Kim følger Gry og Gry følger Liv så skal Kim følge Liv. Det gør Kim ikke så relationen er altså ikke transitiv.

For at en relation skal vore anti-symmetrisk hvis $\forall\ a, b \in R$ og $(a, b) \in R$ og $(b, a) \in R$ så skal $a = b$. Det betyder at man ikke må kunne se to linjer mellem to forskellige personer. Når man følger sig selv har man sådan set en situation hvor $(a, b) \in R$ og $(b, a) \in R$, men her er $a = b$, da det er sig selv man følger. Relationen må derfor vøre anti-symmetrisk.

Delopgave 2 (teksterne skal

ændres)

En af overvejelserne for mediet går på, at hvis en person slår noget op, så vil
alle, der følger den person, også slå det op (en form for automatisk retweet).
Dette kan så medføre en kædereaktion, så hvis $x_1Rx_2, x_2Rx_3, \ldots x_{n-1}Rx_n$. Så får vi sådan set, at x_1 følger x_n altså at x_1Rx_n. Så de har to muligheder. 1: Hvis x_n slår noget op, kommer det ud til x_{n-1} og x_{n-2}. 2: Hvis x_n slår noget op, kommer det ud til $x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots x_2, x_1$.

1.

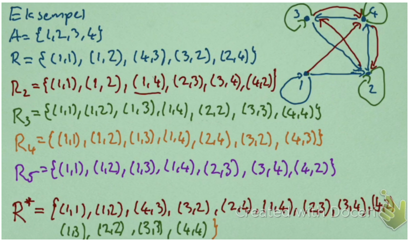
Beskriv hvad de to muligheder svarer til ud fra begreber om relationer. Mulighed 2, svarer til en aukning, men hvilken

aukning svarer det til?

Mulighed 1, svarer til at at relation bliver transitiv. Da man vil kunne skrive det som følgende $x_{n-2}Rx_{n-1}$ og $x_{n-1}Rx_n$ så er $x_{n-2}Rx_n$.

Der er tale om den transitive aflukning, da hvis der bliver lagt et opslag op går det hele vejen ned til dit start punkt. Det vvil svare til at x_n vil svare til et punkt hvor du ville kunne og x_1 er start punktet og alle de andre punkter er vejen derhen.

Se video 1.4 om aflukninger hvis det er.



2.

Opskriv den omtalte aukning for relationen i Figur 1. Dette er en ny relation, som vi kalder S. Denne kan konstrueres med følgende formel

$R^{*} = + \bigcup_{i=1}^{\infty} R^{i}$. Man kan dog nøjes med kun at gøre det op til |A|, som i dette tilfælde er 7.

$R = \{ (Bob, Bob), (Kim, Kim), (Kim, Gry), (Gry, Gry), (Gry, Tom), (Gry, Liv),$
$(Noa, Noa), (Noa, Tom), (Liv, Liv), (Liv, Noa), (Liv, Tom), (Mia,$

$Mia)$

$(Mia, Liv), (Mia, Bob),$
$(Tom, Tom)\}$

$R^2 = \{(Bob, Bob), (Kim, Kim), (Kim, Gry), (Gry, Gry), (Gry, Tom), (Gry, Liv),$

$(Noa, Noa), (Noa, Tom), (Liv, Liv), (Liv, Noa), (Liv, Tom), (Mia, Mia)$

$(Mia, Liv), (Mia, Bob), (Tom, Tom), (Mia, Tom), (Mia, Noa), (Kim, Liv),$

$(Kim, Tom)\}$

$R^3 = \{(Bob, Bob), (Kim, Kim), (Kim, Gry), (Gry, Gry), (Gry, Tom), (Gry, Liv),$

$(Noa, Noa), (Noa, Tom), (Liv, Liv), (Liv, Noa), (Liv, Tom), (Mia, Mia)$

$(Mia, Liv), (Mia, Bob), (Tom, Tom), (Mia, Tom), (Mia, Noa), (Kim, Liv),$

$(Kim, Tom), (Kim, Noa)\}$

$R^3 = R^4 = R^5 = R^6 = R^7 = R^* = S$

Delopgave 3

1.

Betragt nu følgende mængder

$$\boldsymbol{F_{Tom} = \{a \in A \mid (a, Tom) \in S\}}$$

$$\boldsymbol{F_{Noa} = \{a \in A \mid (a, Noa) \in S\}}$$

Hvad beskriver mængderne? Hvilke elementer indeholder $\boldsymbol{F_{Tom}}$, $\boldsymbol{F_{Noa}}$ og $\boldsymbol{F_{Tom} \cap F_{Noa}}$.

Mængderne beskriver hvem der følger dem både direkte og indirekte.

$F_{Tom} = \{(Gry, Tom), (Noa,$

$Tom), (Liv, Tom), (Tom, Tom), (Mia, Tom), (Kim, Tom)\}$

$$F_{Noa} = \{(Noa, Noa), (Liv, Noa), (Mia, Noa), (Kim, Noa)\}$$

$$F_{Tom} \cap F_{Noa} = \{(Gry, Tom), (Noa, Noa), (Noa, Tom), (Liv, Noa), (Liv, Tom), (Tom, Tom), (Mia, Tom), (Mia, Noa), (Kim, Tom), (Kim, Noa)\}$$

2.

Lad $\boldsymbol{B \subseteq A}$ og betragt $\boldsymbol{G_{Tom} = \{ b \in B \mid (b, Tom) \in S \}}$. Vis, at $\boldsymbol{G_{Tom} \subseteq F_{Tom}}$.

$$G_{Tom} = \{ b \in B \mid (b, Tom) \in S \} \subseteq \{ a \in A \mid (a, Tom) \in S$$

}

Mængderne afhenger af to andre mængder, men eller er de fuldstænig ens. siden $B \subseteq A$ kan du højst have lige mange mulige i G_{Tom} da alle de matches du har i G_{Tom} også er matches i F_{Tom}.