

Récapitulatif simplification expression booléenne

Postulats	
$/0 = 1$	$/1 = 0$
$0 + 0 = 0$	$0.0 = 0$
$0+1 = 1$	$0.1 = 0$
$1+0 = 1$	$1.0 = 0$
$1+1 = 1$	$1.1 = 1$
Théorème sur une seule variable	
$a + 1 = 1$	$a . 1 = a$
$a + 0 = a$	$a . 0 = 0$
$a + a = a$	$a . a = a$
$a + /a = 1$	$a . /a = 0$
Lois pour plusieurs variables	
Loi de commutativité	
$a + b = b + a$	$a . b = b . a$
Loi d'associativité	
$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a . (b . c) = (a . b) . c$
Loi de distributivité	
$(a + b) . (b + c) = (a . b) + (a . c) + (b . b) + (b . c)$	$a . (b+c) = (a . b) + (a . c)$
Loi de De Morgan	
$/ (a + b) = /a . /b$ La négation d'une addition logique de deux variables booléennes a et b peut être transformée en un produit de la négation de chacune des variables	$/ (a . b) = /a + /b$ La négation d'un produit logique de deux variables a et b est équivalent à la somme logique de la négation de chacune des variables
Loi d'absorption	
$a + a . b = a$	$a . (a+b) = (a . a) + (a.b) = a$
Si dans une expression une variable est additionnée à un produit où elle y est présente, l'expression totale est réduite à cette variable, en d'autres mots, la sortie ne dépendra que de cette variable	

Exemple 1 :

Table de vérité :

a	b	s
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

$/a./b$

$/a.b$

L'expression booléenne s peut s'écrire :

$$s = (/a./b) + (/a.b)$$

$$s = /a.(/a+/b+b) \quad /b+b = 1 \quad /a+1 = /a$$

$$s = /a$$

Exemple 2 :

Table de verité :

a	b	c	s
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

$\neg a \cdot \neg b \cdot \neg c$

$\neg a \cdot \neg b \cdot c$

$\neg a \cdot b \cdot c$

$a \cdot \neg b \cdot \neg c$

$$s = m_0 + m_1 + m_2 + m_3$$

$$s = (\neg a \cdot \neg b \cdot \neg c) + (\neg a \cdot \neg b \cdot c) + (\neg a \cdot b \cdot c) + (a \cdot \neg b \cdot \neg c)$$

$$s = (\neg b \cdot \neg c) + (\neg a \cdot c)$$

$$\begin{aligned} m_0 + m_3 &= \neg a \cdot (\neg b \cdot \neg c) + a \cdot (\neg b \cdot \neg c) \\ &= \neg b \cdot \neg c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_1 + m_2 &= (\neg a \cdot \neg b \cdot c) + (\neg a \cdot b \cdot c) \\ &= \neg a \cdot c \end{aligned}$$