

**Messtechnische Bestimmung und Simulation
der Kernverluste in
weichmagnetischen Materialien**

Alexander Stadler

Erlangen – 2009

**Messtechnische Bestimmung und Simulation
der Kernverluste in
weichmagnetischen Materialien**

Der Technischen Fakultät der
Universität Erlangen–Nürnberg

zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von

Alexander Stadler

Erlangen – 2009

Als Dissertation genehmigt von
der Technischen Fakultät der
Universität Erlangen–Nürnberg

Tag der Einreichung: 17. April 2009
Tag der Promotion: 3. Dezember 2009
Dekan: Prof. Dr.-Ing. R. German
Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. M. Albach
Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. habil. G. Herold

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Elektromagnetische Felder der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen–Nürnberg.

Mein Doktorvater Herr Prof. Dr.-Ing. Manfred Albach hat die Arbeit angeregt, mit großem Interesse unterstützt und gefördert. Ihm gilt mein ganz besonderer Dank. Danken möchte ich auch meinem zweiten Gutachter Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. habil. Gerhard Herold für sein Interesse an meiner Arbeit sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernhard Piepenbreier, Herrn Prof. Dr. rer. nat. Christoph Pflaum und Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Dürbaum für ihre Beteiligung am Rigorosum.

Besondere fachliche Unterstützung und Anregung fand ich in der guten kollegialen Zusammenarbeit und in den vielen interessanten Diskussionen mit Herrn Dr.-Ing. Hans Roßmanith, Herrn Daniel Kübrich und Herrn Norbert Altmann. Ich danke ihnen, ebenso wie allen Mitarbeitern des Lehrstuhls für Elektromagnetische Felder, für ihre Hilfe und das angenehme Betriebsklima.

Ich danke auch den Studenten Frau Florence Macary, Herrn Simon Chromy, Herrn Johannes Hippeli, Herrn Florian Geling, Herrn Martin Schmidt, Herrn Bastian Lins und Herrn Andreas Lindner, die im Rahmen ihrer Studien- und Diplomarbeiten oder als studentische Hilfskräfte kreativ und engagiert einen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet haben.

Ein herzliches Dankeschön gilt auch meinen Eltern, durch deren Beistand, Verständnis und Motivation mir die Verwirklichung dieser Arbeit wesentlich erleichtert wurde.

Kurzfassung

Die Erfordernisse des Klimaschutzes und die rasante Steigerung der Energiepreise der letzten Jahre machen einen effizienteren Umgang mit elektrischer Energie sowohl unter ökologischen als auch unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten unabdingbar. Das Forschungs- und Entwicklungsziel der Leistungselektronik besteht dabei in der fortschreitenden Verbesserung des Wirkungsgrades. Besonders leistungselektronische Schaltungen kleiner bis mittlerer Leistungen (bis hin zu einigen kW) stehen wegen ihrer vielfältigen Anwendung und des herrschenden hohen Kostendrucks im Fokus. Die genauere Betrachtung der Schaltungen zeigt, dass die weitere Optimierung bei den passiven und hierbei insbesondere bei den induktiven Bauelementen ansetzen muss.

Ziel der Entwicklung ist die optimale Realisierung der Induktivitätswerte. Dies erfordert eine möglichst exakte Simulation der Anordnung aus Kern und Wicklung. Aufgrund des stark nichtlinearen Verhaltens der im betrachteten Leistungsbereich vorrangig eingesetzten Ferritmaterialien bereitet die Berechnung der zu erwartenden Kernverlustleistung bei der Simulation der induktiven Bauelemente erhebliche Probleme. Die üblicherweise verwendeten empirischen Näherungsformeln erlauben lediglich die bloße Wiedergabe gemessener bzw. vom Hersteller zur Verfügung gestellter Daten, deren Umfang für die praktische Anwendung jedoch bei weitem nicht ausreichend ist. Um diesen Schwachpunkt zu beheben und zusätzlich das elementare Verständnis der in den magnetischen Materialien ablaufenden Prozesse zu erweitern, wird in der vorliegenden Arbeit ein völlig neuer Ansatz verfolgt, mit dem Ziel, die Verlustleistung in den Kernen durch eine exakte Lösung der Maxwell'schen Gleichungen zu berechnen. Dies verlangt die genaue Kenntnis der benötigten Materialparameter und deren Abhängigkeiten von den Einfluss nehmenden Größen sowie die physikalisch richtige Interpretation der verschiedenen beteiligten Verlustmechanismen.

Zur Messung der Verlustleistung und zur Beschaffung der nötigen Materialparameter wurde im Rahmen der Arbeit eine Reihe von Labor- und Versuchsaufbauten erstellt, deren geforderte Messgenauigkeit durch eine umfangreiche theoretische Fehlerrechnung sichergestellt werden konnte. Im Zusammenspiel von Messung und Simulation wurde so ein Modell der Ferritmaterialien entwickelt, dessen allgemein gültige Beschreibung den direkten Einsatz in kommerziellen Feldsimulationsprogrammen erlaubt – z.B. nach der Finite Elemente Methode (FEM). Zusätzlich ermöglicht die Lösung der Maxwell'schen Gleichungen für die Materialproben eine Verifikation der Materialparameter bereits während der Extraktion, wodurch die Fehleranfälligkeit auf ein Minimum reduziert wird.

Die wesentlichen Abhängigkeiten der Kernverluste sind am Beispiel mehrerer Ferritmaterialien für den praxisrelevanten Fall untersucht und in zahlreichen Diagrammen und Tabellen verdeutlicht. Die Arbeit schließt mit einem umfangreichen Verzeichnis der wichtigsten Literaturstellen zum gegenwärtigen Stand der Forschung und Technik im Bereich Simulation und Messtechnik von induktiven Bauelementen.

Abstract

Considering climate protection requirements and rapidly rising energy prices, energy saving technology has become essential to realize the ecological and economical objectives. Improving the power efficiency is now a permanent challenge of research and development in power electronics. Here, the focus is put especially on small to medium power electronic systems (up to some kW), due to their widespread applications and high cost pressure. A survey of power electronic circuits shows that further optimization has to be based on the passives and particularly on the inductive components.

The aim of the development process is to find an optimum component design related to the desired inductance value(s). Therefore simulations of the assembly of core and coil have to be as accurate as possible. Due to the strong nonlinear behavior of the ferrite material usually preferred in that power range, the calculation of the core losses can lead to considerable problems. Conventional approximate formulas based on previously measured data or information supplied by the manufacturer are often inadequate for practical applications. To close the gap and to extend the basic knowledge of the magnetizing processes, the new approach of this thesis is to calculate core losses by means of solving Maxwell's equations. Therefore the material properties have to be known in detail, including their dependencies on the influencing quantities. Of course, an interpretation of the different loss mechanisms has to be in agreement with physics.

A measurement test set-up was assembled to obtain the power loss and derive the material properties. Its measurement accuracy has been determined by a detailed error analysis and fulfills the requirements. By combination of measurement and simulation, the development of a very comprehensive ferrite model became possible, thus offering the opportunity to use this model also in commercial field simulation software – e.g. the finite element method (FEM). By solving Maxwell's equations for the ferrite specimens, the material properties can be verified immediately after the extraction process, hereby restricting errors to a minimum.

All major dependencies of the core losses are investigated under practical conditions using specimens of different ferrite materials. The results are illustrated in various figures and tables. Finally, a reference list has been added, where the current state of the art in research and technology for simulation and measurement of inductive components can be found.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
1.1 Anwendung und wirtschaftliche Bedeutung	1
1.2 Zielsetzung	2
1.3 Ausgangspunkt für weitere Untersuchungen	3
1.3.1 Optimierungsstrategie für leistungselektronische Schaltungen	3
1.3.2 Verfügbare Materialparameter der Ferritmaterialien	4
1.3.3 Beschreibung der spezifischen Hystereseverluste	5
1.4 Vorgehensweise und Überblick	14
2 Beschreibung der Versuchsaufbauten und der physikalischen Messgrößen	16
2.1 Kleinsignalmessaufbauten zur Materialcharakterisierung	16
2.1.1 Messung der elektrischen Leitfähigkeit und der Kleinsignalpermittivität	17
2.1.2 Messung der Kleinsignalpermeabilität	26
2.1.3 Algorithmus zur Bestimmung der spezifischen Kleinsignalmaterialialeigenschaften	34
2.2 Automatisierter Großsignal-Messplatz	39
2.2.1 Messprinzip und gemessene physikalische Größen	39
2.2.2 Technische Realisierung	43
2.2.3 Algorithmus zur Bestimmung der spezifischen Großsignalmaterialialeigenschaften	48
3 Untersuchung der Messgenauigkeit	56
3.1 Berechnung der systematischen Messfehler	56
3.1.1 Aussteuerungsabhängigkeit der Permeabilität	56
3.1.2 Verzögerungszeiten in den Signalpfaden	68
3.1.3 Fehlerströme im Sekundär- und Gleichstromkreis und der Einfluss von Wickelkapazitäten	78
3.1.4 Wirbelströme im Kern	90
3.1.5 Nicht ideale Kopplung der Messwicklungen	95
3.2 Vergleich mit Herstellerdaten	106
4 Messtechnische Analyse der Kernverluste	110
4.1 Einfluss von Frequenz und Aussteuerung (Flussdichte)	110
4.2 Variation der Temperatur	115
4.3 Einfluss der Stromform	122
4.4 Verhalten bei Gleichfeld-Vormagnetisierung	125

5 Simulation auf Basis der spezifischen Materialeigenschaften	131
5.1 Simulation der Kernverluste im stationären Betrieb	131
5.1.1 Simulation der Ringkernproben	131
5.1.2 Überprüfung der Konsistenz von Modell und Simulation	134
5.1.3 Simulation anderer Kerngeometrien am Beispiel des E-Kerns .	137
5.2 Simulation des transienten Verhaltens der Bauelemente	141
5.2.1 Transiente Beschreibung der Hysterese	141
5.2.2 Lösung für kleine Aussteuerungen	142
5.2.3 Lösung für Aussteuerungen bis in die Sättigung	144
5.2.4 Algorithmus zur Anpassung des Modells an gemessene Daten .	146
5.2.5 Betrachtung des stationären Zustands	150
6 Zusammenfassung und Ausblick	157
6.1 Zusammenfassung	157
6.2 Ausblick	157
6.2.1 Erweiterung der Versuchsaufbauten	157
6.2.2 Ergänzung der theoretischen Untersuchungen	158
Literaturverzeichnis	159
Eigene Veröffentlichungen im Rahmen der Arbeit	170
Normenverzeichnis	172
Verzeichnis der Abbildungen	173
Tabellenverzeichnis	176
Formelzeichen und Abkürzungen	177

1 Einleitung

1.1 Anwendung und wirtschaftliche Bedeutung

Aufgabe der Leistungselektronik ist es, elektrische Energie möglichst effizient in die von unterschiedlichen Anwendungen benötigte Form umzuwandeln bzw. deren Leistungsfluss zu steuern [Har06]. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich dabei auf einen Bereich, in dem gewöhnlich weichmagnetische Ferrite in den induktiven Komponenten eingesetzt werden, also auf Leistungen bis hin zu einigen kW. Die Verbreitung leistungselektronischer Schaltungen dieser Klasse hat weltweit ein nahezu unüberschaubares Ausmaß erreicht. Abbildung 1 zeigt ein modernes PC-Netzteil mit 300W Leistung zur Umwandlung der Netzspannung in Gleichspannung (AC/DC-Wandler).



Abbildung 1: PC-Netzteil mit 300W Leistung

Der Markt für solche Geräte ist durch starke Nachfrage und Konkurrenz geprägt, dies sorgt für hohe Umsätze bei niedrigen Gewinnmargen. Einen guten Eindruck vom erreichten Marktvolumen gibt die Entwicklung des schnell wachsenden Internets. Die US-amerikanische Firma AMD® gab eine 2007 fertig gestellte Studie [Koo07] in Auftrag, den Stromverbrauch der global installierten Serverkapazität und deren Infrastruktur, insbesondere der benötigten Kühlanlagen, abzuschätzen. Die wichtigsten Zahlen sind in Tabelle 1 aufgeführt. Das Ergebnis: Im Jahr 2005 wurden 123 TWh elektrische Energie umgesetzt. Dabei konnte ca. die Hälfte den Servern selbst zugerechnet werden, die andere Hälfte entfiel auf die Entsorgung der Abwärme. Bei einer ebenfalls in [Koo07] ermittelten durchschnittlichen Leistung der Geräte von 257 W ergeben sich mehr als 27 Mio. Server-Netzteile in ununterbrochenem Betrieb. Die Geräte der Anwender sind dabei nicht mitgezählt. In günstigen Belastungsfällen erreichen hochwertige Industrie-Schaltnetzgeräte gegenwärtig einen Wirkungsgrad von 80-90% [Buc07]. Ältere Geräte und die Schaltnetzteile von Desktop-PCs im Niedrigpreis-Segment liegen eher in der Gegend von 75% [Sie07].

Den Kühlaufwand mitgerechnet, entstanden somit im Jahr 2005 Kosten in einer Größenordnung von 1.4 Mrd. US-\$ (im Mittel 80% Wirkungsgrad angenommen) nur aufgrund der Verlustleistung der Server-Netzteile, das entspricht mehr als 50 US-\$ Kosten pro Gerät und Jahr. Der Anschaffungspreis der Netzteile tritt somit im Laufe der Betriebszeit gegenüber den verursachten Kosten für Betrieb und Kühlung durch den geringen Wirkungsgrad schnell in den Hintergrund.

Jahr	2000	2003	2004	2005
Anzahl der Servergeräte [Mio.]	14.114	20.125	24.746	27.282
Durchschnittliche Leistung pro Gerät [W]	236	255	252	257
Gesamtleistung ohne Kühlaufwand [GW]	3.3	5.1	6.2	7.0
Gesamtleistung inkl. Kühlaufwand [GW]	6.7	10.2	12.5	14.0
Energieverbrauch ohne Kühlaufwand [TWh]	29	45	55	61
Energieverbrauch inkl. Kühlaufwand [TWh]	58	90	109	123
Energiekosten inkl. Kühlaufwand [Mrd. US-\$]	3.1	5.0	6.1	7.2

Tabelle 1: Energieverbrauch aller Servergeräte weltweit [Koo07]

Die Notwendigkeit einer weiteren Optimierung der Wandlertechnik ergibt sich somit sowohl unter finanziellen Gesichtspunkten als auch im Zuge der gegenwärtigen Klimaschutzbereich. Einen Vorreiter dieser Entwicklung bildet die von den Firmen Google® und Intel® gegründete Initiative „Climate Savers Computing Initiative“ [Cli07]. Ihr Ziel ist eine schrittweise Anhebung der unteren Grenze des Wirkungsgrades von PC-Netzteilen. Bei halber Last der Geräte sollen ab Juli 2008 mindestens 85% Wirkungsgrad erreicht werden, ab dem Jahr 2010 schließlich über 90%. Für Servergeräte gelten noch 5% höhere Grenzen. Eine intensive Zusammenarbeit mit der US-Umweltbehörde EPA verspricht die Umsetzung in Form von verbindlichen Richtlinien bzw. mit Hilfe von finanziellen Anreizen.

1.2 Zielsetzung

In der Vergangenheit lag der Fokus bei der Optimierung leistungselektronischer Schaltungen im Wesentlichen auf der Verbesserung der Halbleiterschalter und der Integration von Leistungsschaltern mit Ansteuerung, Schutzfunktionen und Steuerlogik. Die passiven Bauelemente wurden dabei vernachlässigt. Die Betrachtung existierender Schaltungen zeigt, dass eine Verbesserung des Wirkungsgrades, eine Kosteneinsparung und Erhöhung der Leistungsdichte (Miniaturisierung) bei den passiven und hierbei insbesondere bei den induktiven Komponenten ansetzen muss [Bat03], [Eri01] und [Moh02].

Im Rahmen dieser Forschungsarbeit wurde zunächst ein automatisierter Labormessplatz zur Bestimmung der schwer zugänglichen nichtlinearen Materialparameter realisiert. Die Messmöglichkeiten decken die wesentlichen in der Praxis auftretenden Fälle ab, d.h. die Ferritmaterialien können bei gleichzeitig hohen Frequenzen und hoher Aussteuerung gemessen werden, wobei auch unterschiedliche Temperaturen und

Stromformen eingestellt werden können. Diese Messungen müssen an geometrisch einfachen und damit leicht berechenbaren Kernen (Toroiden) durchgeführt werden, um eine zuverlässige Extraktion der Materialdaten zu ermöglichen. Ergänzt werden die Versuchsaufbauten durch weitere Messeinrichtungen zur Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit des Kernmaterials sowie weiterer gebräuchlicher Kleinsignalgrößen, die für die Simulation der elektromagnetischen Felder in den Kernen benötigt werden. Ausgehend von diesen Informationen werden drei Ziele angestrebt:

1. Eine analytische Beschreibung der verschiedenen nichtlinearen Verlustmechanismen in den Kernen als Funktion unterschiedlicher physikalischer Einflussgrößen wie Frequenz, Aussteuerung und Temperatur.
2. Eine genaue Analyse der FlussdichteVerteilung in verschiedenen Kernformen und, darauf aufbauend, eine ortsabhängige Verlustleistungsdichtebestimmung.
3. Die Einarbeitung der gewonnenen Materialdatensätze in bereits vorhandene Simulationstools, mit der sich daraus ergebenden Möglichkeit, die Bauformen der Kerne gezielt zu optimieren.

Die folgenden Abschnitte enthalten eine Bestandsaufnahme zum aktuellen Kenntnisstand sowie eine Übersicht über die gegenwärtigen Forschungsthemen im Hinblick auf die Optimierung induktiver Komponenten für leistungselektronische Schaltungen. Die Darstellung beschränkt sich auf die im Rahmen der Arbeit relevanten Fragestellungen.

1.3 Ausgangspunkt für weitere Untersuchungen

1.3.1 Optimierungsstrategie für leistungselektronische Schaltungen

Die übliche Vorgehensweise bei der Optimierung leistungselektronischer Schaltungen besteht darin, diese Schaltungen zunächst mit Hilfe von Simulatoren zu untersuchen. Der Einfluss unterschiedlicher Induktivitätswerte und Übersetzungsverhältnisse von Spulen und Transformatoren auf die Stromformen wird dabei bereits erfasst. Aufgabe ist es nun, die festgelegten Werte für die Induktivitäten möglichst optimal zu realisieren. Wesentliche Kriterien sind dabei die Gesamtverluste von Kern und Wicklung, die Baugröße, die entstehenden Kosten und das EMV-Verhalten der gesamten Anordnung. Als Freiheitsgrade verbleiben zunächst:

1. Die Auswahl einer geeigneten Kerngeometrie.
2. Die Wahl eines der Stromform angepassten Ferritmaterials.
3. Die Anzahl der Windungen im Zusammenspiel mit der Luftspaltlänge.
4. Die Verteilung der Windungen im Wickelfenster.
5. Die Auswahl geeigneter Drähte (Volldraht, Litze, Folie).

Die Punkte 3 bis 5 haben unmittelbar Auswirkungen auf die Verluste in den Wicklungen, während die Punkte 1 bis 4 die Kernverluste beeinflussen. Zur Ermittlung und Minimierung der Kernverluste muss einerseits die Feldverteilung im Kern möglichst genau bekannt sein, andererseits sind die Materialeigenschaften und deren nichtlineares Verhalten sowohl für die Feldverteilung selbst, als auch für die Verlustmechanismen von ausschlaggebender Bedeutung.

1.3.2 Verfügbare Materialparameter der Ferritmaterialien

Die für die Optimierung entscheidenden Materialkenngrößen Permeabilität μ und Leitfähigkeit κ hängen im Wesentlichen von drei Parametern ab: Von der Frequenz f , dem Spitzenvwert der magnetischen Flussdichte \hat{B} (Aussteuerung des Kernmaterials) und der Temperatur T_c . Abbildung 2 zeigt den Bereich der üblicherweise von den Herstellern angegebenen Daten. Diese werden bei sinusförmigem Stromverlauf an kleinen Ringkernproben gemessen [IEC-60404-6].

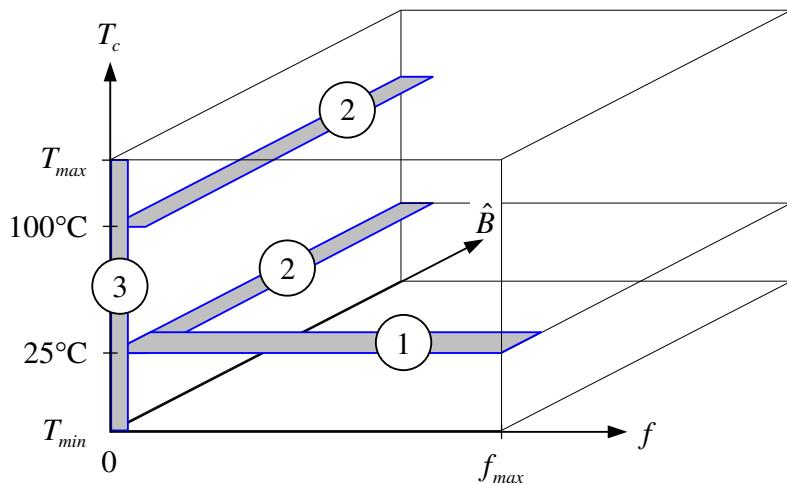


Abbildung 2: Herstellerangaben zur Permeabilität

Bereich 1 kennzeichnet die Frequenzabhängigkeit der Permeabilität bei Umgebungstemperatur. Ihr Verlauf wird in Datenblättern als komplexe Permeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$ angegeben. Für kleine Frequenzen geht die komplexe Permeabilität in die Anfangspermeabilität μ_i über. Die Aussteuerungsabhängigkeit wird in Bereich 2 erfasst. Angegeben werden meist die Verläufe der Amplitudenpermeabilität μ_a bei ausgewählten Temperaturen (z.B. bei 25°C und 100°C) und kleinen Frequenzen. Die Temperaturabhängigkeit von μ_i beschreibt Bereich 3. Die Daten gelten wiederum nur bei niedrigen Frequenzen.

In [Alb95] werden analytische Zusammenhänge abgeleitet, mit deren Hilfe der in Abbildung 2 dargestellte Datenbereich bei handelsüblichen Ferritmaterialien erweitert werden kann. Zunächst wird die Amplitudenpermeabilität μ_a bei kleiner Frequenz über den gesamten Temperaturbereich beschrieben (Bereich 4 in Abbildung 3). Die Anfangspermeabilität μ_i ist bei gebräuchlichen Materialien über einen relativ großen Frequenzbereich annähernd konstant. Es bietet sich demnach die Möglichkeit, die Temperaturabhängigkeit, die zunächst nur bei kleiner Frequenz im Bereich 3 in Abbildung 2

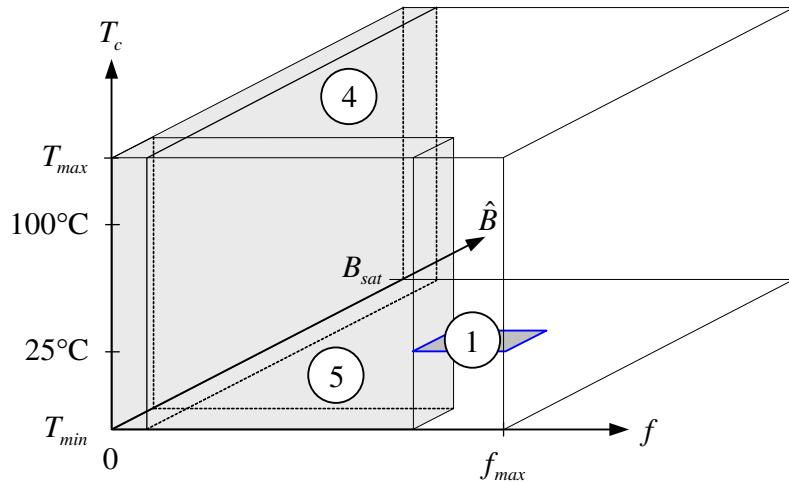


Abbildung 3: Bereiche mit bekanntem Verhalten der Permeabilität

gegeben ist, im angesprochenen Frequenzbereich zu extrapolieren (Bereich 5 in Abbildung 3).

Bei der für die Wirbelstromverluste im Kern verantwortlichen und von der Frequenz und der Temperatur abhängigen elektrischen Leitfähigkeit κ sind die vorhandenen Informationen noch spärlicher [Sne88]. Häufig wird als einziger Zahlenwert die Leitfähigkeit für Gleichstrom bei Umgebungstemperatur angegeben.

Für eine optimale Auslegung induktiver Komponenten, die in elektronischen Schaltungen bei gleichzeitig auftretenden hohen Schaltfrequenzen und großen Signalamplituden über einen weiten Temperaturbereich eingesetzt werden sollen, sind die zur Verfügung stehenden Informationen nicht ausreichend.

1.3.3 Beschreibung der spezifischen Hystereseverluste

Wie im Kapitel 1.3.1 beschrieben, stellen die zu erwartenden Gesamtverluste der Anordnung aus Kern und Wicklung ein wesentliches Kriterium für eine optimale Realisierung der gewünschten Induktivitäten dar. Die Gesamtverluste der Bauelemente setzen sich anteilig aus den Wicklungsverlusten und den Kernverlusten zusammen. Beide können näherungsweise getrennt voneinander berechnet werden. Für die Berechnung der Wicklungsverluste muss bei parallel geführten (Litz-)Drähten bzw. Folienlagen zunächst die Aufteilung der Ströme zwischen den einzelnen Drähten bzw. Folien bestimmt werden. Die Gesamtverluste der Wicklung erhält man anschließend über eine exakte Berechnung der Stromdichteverteilungen innerhalb der einzelnen Leiterquerschnitte unter Berücksichtigung des Skin- und Proximityeffekts [Alb06b], [Alb07a]. Die Berechnung der elektromagnetischen Felder stellt bei analytischen Verfahren schon für einfache Anordnungen eine erhebliche mathematische Herausforderung dar. Bei numerischen Verfahren liegt die Schwierigkeit hauptsächlich darin, eine geeignete Ortsauflösung (Diskretisierung) bei großen Windungszahlen und kleinen Drahtdurchmessern zu finden. Auf die Berechnung der Wicklungsverluste wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter eingegangen, hier wird auf [Alb00], [Alb01], [Bro93], [Che94], [Che95], [Dow66], [Gra90], [Nan03], [Sul99] und [Sul01] verwiesen.

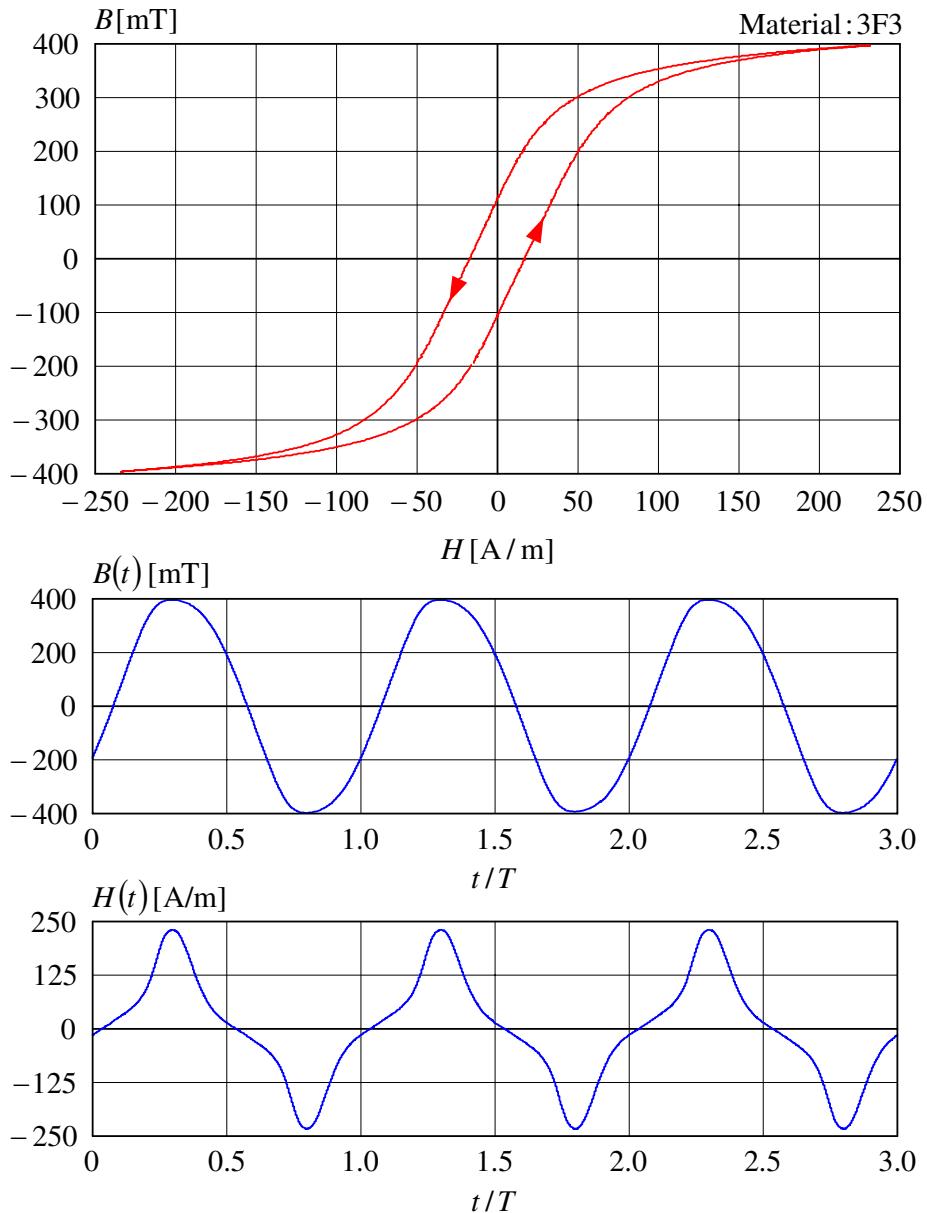


Abbildung 4: Darstellung der Hysterese-Schleife (Messung: $f = 10 \text{ kHz}$)

Die Problematik bei der Berechnung der zu erwartenden Kernverluste liegt im stark nichtlinearen Verhalten der Ferritmaterialien. Bevor die übliche Beschreibung der spezifischen Hystereseverluste genauer erläutert wird, folgt zunächst eine Beschreibung der relevanten physikalischen Größen. Im Rahmen der Arbeit wird davon ausgegangen, dass der Vektor der magnetischen Flussdichte \vec{B} und der Vektor der magnetischen Feldstärke \vec{H} grundsätzlich parallel sind. Kann die Richtung der Feldgrößen mit Hilfe eines einzigen als bekannt vorausgesetzten Einheitsvektors beschrieben werden, werden anstelle der Vektorbeschreibung die skalaren Größen $B(t)$ und $H(t)$ verwendet. Wird das Kernmaterial in diesem Fall periodisch und symmetrisch ausgesteuert, wird im statio-nären Zustand die bekannte Hystereseschleife gegen den Uhrzeigersinn umlaufen.

Abbildung 4 zeigt die Hystereseschleife, die sich für das Material 3F3 [Fer08] bei einer Aussteuerung von $\hat{B} \approx 400$ mT im unteren Frequenzbereich ergibt. Die zeitlichen Verläufe der magnetischen Flussdichte und der magnetischen Feldstärke sind im unteren Teil der Abbildung eingezeichnet. Wie die Größen $B(t)$ und $H(t)$ messtechnisch zugänglich gemacht werden können, soll an dieser Stelle nicht näher erläutert werden. An den Zeitverläufen der Feldgrößen ist jedoch erkennbar, dass die Probe von einer harmonischen Spannungsquelle erregt wurde, wodurch die magnetische Flussdichte einen näherungsweise sinusförmigen Verlauf annimmt. Auf die Abfolge der Prozesse beim Umlauf der Schleife sowie die in der Literatur üblichen Kenngrößen der Hystereseschleife wird hier zunächst nicht näher eingegangen (s. z.B. [Kro93]). Werden die Feldgrößen $B(t)$ und $H(t)$ im Weiteren als bekannt vorausgesetzt, lautet die dem magnetisierbaren Material lokal zugeführte Leistung (pro Volumen):

$$p_m(t) = H(t) \cdot \frac{\partial B(t)}{\partial t}. \quad (1)$$

Mit der zugeführten Leistung wird der Energieinhalt des Feldes laufend geändert, zusätzlich wird Magnetisierungsarbeit verrichtet. Im Gegensatz zu dem im Feld zwischen gespeicherten Energieanteil, ist der Anteil an Energie, der in einer Periode zur laufenden Änderung der Magnetisierung aufgewandt wird, verloren und wird in Wärme umgesetzt. Das zeigt sich daran, dass der zeitliche Mittelwert

$$\bar{p}_m = \frac{1}{T} \int_0^T p_m(t) dt \quad (2)$$

der zugeführten Leistung pro Volumen größer Null wird, sobald die Hystereseschleife eine geometrische Fläche einschließt. Da transiente Vorgänge bei der Berechnung der Kernverluste nicht von Interesse sind, ist die durch (2) definierte mittlere magnetische Verlustleistung pro Volumen die zur Berechnung der Kernverluste relevante physikalische Größe. Die Verlustleistung ist dabei zur Schleifenfläche proportional. Kann zusätzlich davon ausgegangen werden, dass die Form der Schleife von der Umlaufgeschwindigkeit unabhängig ist – man spricht in diesem Fall auch von „statischer Hysterese“ – ist die Verlustleistung zusätzlich auch zur Frequenz proportional. Die reinen Ummagnetisierungsverluste bilden jedoch nur einen Anteil der materialabhängigen „spezifischen“ Kernverluste. Jedes ferromagnetische Material besitzt eine unvermeidliche elektrische Leitfähigkeit. Weil sich die magnetische Flussdichte beim Umlaufen der Hystereseschleife laufend ändert, werden nach dem Induktionsgesetz in der zum Magnetfeld senkrechten Ebene Spannungen induziert. Infolge dieser Spannungen kommen im Material Wirbelströme zum Fließen, die das Magnetfeld abschwächen. Da die Wirbelströme nicht verlustfrei fließen können, führen sie zu einer Erhöhung der Kernverluste im betrachteten Materialvolumen. Ummagnetisierungsverluste und Wirbelstromverluste können bei der Untersuchung einer realen Probe des Materials nach außen hin nicht voneinander unterschieden werden. Es muss schon bei der Auslegung des Kerns versucht werden, die Ausbreitung der Wirbelströme räumlich zu begrenzen, damit die Wirbelstromverluste minimiert werden können. Zu diesem Zweck werden bei niederfrequenten 50 Hz-Drosseln bzw. -Transformatoren die Kerne aus einzelnen dünnen Blechen aufgebaut, die elektrisch voneinander isoliert sind. Bei Ferritmaterialien wird eine andere Methode mit gleichem Ziel angewandt.

Es werden Körner hochpermeabler und somit auch elektrisch stark leitfähiger ferromagnetischer Materialien durch einen Sinterprozess¹ in eine elektrisch relativ schwach leitfähige Oxidmatrix eingebunden [Dro97], [Hub84], [Ots91], [Sat84] und [Sne88]. So werden großflächige (makroskopische) Wirbelströme in ihrer Ausbreitung stark behindert, mikroskopische Wirbelströme auf Kornebene bleiben hiervon unberührt. Eine weitere Eigenschaft, die insbesondere bei Mn-Zn Ferriten stark ausgeprägt ist, sind die extrem hohen Dielektrizitätszahlen bis in den Bereich von $\epsilon_r = 10^6$. Die Oberflächen der voneinander isolierten Körner der Ferromagnetika stellen im Wesentlichen Äquipotentialflächen dar, die untereinander wie die Platten einer Vielzahl zusammengeschalteter mikroskopisch kleiner Kondensatoren wirken. Mit steigender Frequenz beginnen dabei über die Oxidschichten dielektrische Verschiebungsströme zu fließen, die ihrerseits die Verlustleistung ansteigen lassen. Eine Übersicht der verschiedenen Verlustmechanismen und der zugehörigen mittleren lokalen Verlustleistungen (pro Volumen), unter der Annahme rein harmonischer Feldgrößen, ist in Abbildung 8 dargestellt.

Um den Einfluss der makroskopischen Wirbelströme und damit das geometrieabhängige Verhalten der Kernverluste bei der Messung möglichst klein zu halten, ist darauf zu achten, dass, jeweils abhängig vom gewünschten Frequenzbereich, genügend kleine Proben verwendet werden. Zusätzlich muss durch eine geeignete Probengeometrie dafür gesorgt werden, dass das gesamte Materialvolumen mit annähernd derselben magnetischen Flussdichte ausgesteuert wird und eine möglichst homogene Temperaturverteilung aufweist. Sind diese Voraussetzungen erfüllt und kann davon ausgegangen werden, dass die übrigen Messfehler in Grenzen bleiben, sind die gemessenen Verlustwerte um das geometrieabhängige Verhalten der Kerne bereinigt und können damit auf das Volumen der Probe normiert werden. Auf diese Weise erhält man die gesuchten spezifischen Kernverluste pro Volumen \bar{p}_v des jeweiligen Materials.

Der am weitesten verbreitete Ansatz zur Modellierung der spezifischen Kernverluste beruht auf der Arbeit von C. P. Steinmetz (1892) [Ste92]. Die um einen Term zur Beschreibung des Temperaturverhaltens [Mul93] ergänzte empirische Formel zur Beschreibung der spezifischen Kernverluste pro Volumen lautet:

$$\bar{p}_v(f, \hat{B}, \tau_c) = C_m \cdot \left(\frac{f}{\text{Hz}}\right)^x \cdot \left(\frac{\hat{B}}{\text{T}}\right)^y \cdot (c_{t2} \cdot \tau_c^2 - c_{t1} \cdot \tau_c + c_t) \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^3} \quad \text{mit} \quad \tau_c = \frac{T_c}{100^\circ\text{C}}. \quad (3)$$

Die Formel beschreibt die mittlere Verlustleistung pro Volumeneinheit des jeweiligen Materials bei einer festen Temperatur T_c als Funktion der Frequenz f und der Aussteuerung \hat{B} mit Hilfe der dimensionslosen Koeffizienten C_m , x , y , c_{t2} , c_{t1} und c_t . Die Koeffizienten C_m , x und y findet man in der Literatur (z.B. [Mul93]) inzwischen für die meisten kommerziell erhältlichen Materialien, wobei in manchen Fällen verschiedene Parametersätze für unterschiedliche Frequenzbereiche angegeben werden. Dabei ist zu beachten, dass die Koeffizienten bei näherungsweise sinusförmigen Stromformen bestimmt werden.

¹Beim Sintern werden Pulvermassen so geformt, dass zunächst ein minimaler Zusammenhalt der Pulverpartikel gegeben ist. Dieser vorgepresste sog. Grünling wird im Anschluss durch Wärmebehandlung unterhalb der Schmelztemperatur verdichtet und ausgehärtet.

Material: 3F3	C_m	x	y	c_{t2}	c_{t1}	c_t
$20 \text{ kHz} \leq f < 100 \text{ kHz}$	293.4	0.973	2.62	2.5	5.33	3.83
$100 \text{ kHz} \leq f < 400 \text{ kHz}$	$3.98 \cdot 10^{-3}$	1.91	2.41	0.56	1.73	2.17
$400 \text{ kHz} \leq f < 700 \text{ kHz}$	$2.1 \cdot 10^{-4}$	2.12	2.29	1.36	2.32	1.96

Tabelle 2: Steinmetz-Koeffizienten des Materials 3F3

Die Koeffizienten können damit nicht ohne Weiteres bei anderen Stromformen angewendet werden (s. Kapitel 4.3). Die Temperaturparameter c_{t2} , c_{t1} und c_t müssen aus den entsprechenden Datenblattkurven grundsätzlich selbst abgeleitet werden. In Tabelle 2 sind die Parametersätze am Beispiel des Materials 3F3 für die unterschiedlichen Frequenzbereiche aufgelistet. Die Frequenzabhängigkeit der Kernverluste in (3) ist durch den Exponenten x bestimmt. Betrachtet man die zugehörigen Zahlenwerte von x in Tabelle 2, kann zunächst festgestellt werden, dass die Kernverluste im unteren Frequenzbereich $20 \text{ kHz} \leq f \leq 100 \text{ kHz}$ wegen $x \approx 1$ im Wesentlichen Folge der oben beschriebenen statischen Hysterese sind. Im höheren Frequenzbereich dagegen, sind die Verluste wegen $x \approx 2$ nahezu vollständig durch die im Idealfall quadratisch mit der Frequenz ansteigenden [Alb06b] Wirbelstromverluste bestimmt. Auch die für den Exponenten y angegebenen Werte, welche die Abhängigkeit der Kernverluste von der Aussteuerung \hat{B} beschreiben, können durch einfache theoretische Betrachtungen erklärt werden. Im Bereich kleiner Aussteuerungen, der gut durch die Rayleigh-Gesetze [Ray87] beschrieben werden kann, steigt die Verlustleistung nach (56) mit der dritten Potenz von \hat{H} und damit auch mit der dritten Potenz der Aussteuerung \hat{B} , wenn sich die Aussteuerung noch im Rayleigh-Bereich befindet und die Amplitudenpermeabilität μ_a in (48) noch näherungsweise der Anfangspermeabilität μ_i entspricht.

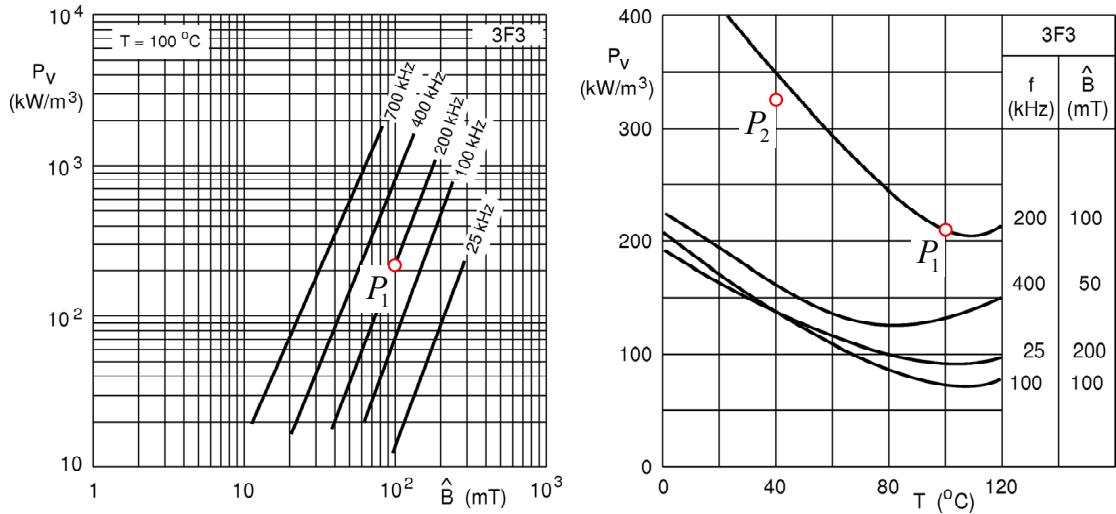


Abbildung 5: Auszüge aus dem Herstellerdatenblatt [Fer08] (Material: 3F3)

Bei größeren Aussteuerungen ändert sich die Hystereseschleife bis zum Erreichen der Sättigung nur noch in der Größe, nicht mehr in der Form. In diesem Bereich würde die Verlustleistung nach den in Abbildung 8 dargestellten Zusammenhängen quadratisch mit \hat{H} bzw. \hat{B} ansteigen. Die Zahlenwerte des Exponenten y , in Tabelle 2, liegen zwischen zwei und drei und bestätigen damit die Erwartung. In Abbildung 5 sind zwei Diagramme aus dem Herstellerdatenblatt des Materials 3F3 dargestellt. Das Diagramm auf der linken Seite zeigt die Abhängigkeit der spezifischen Kernverluste pro Volumen bei $T_c = 100^\circ\text{C}$ als Funktion der Aussteuerung mit der Frequenz als Parameter. Im rechten Bild ist der Verlauf von \bar{p}_v als Funktion der Temperatur für bestimmte Wertepaare aus Frequenz und Aussteuerung dargestellt. Um die Anwendung der oben beschriebenen Steinmetz-Formel genauer zu verdeutlichen, soll zunächst der mit P_1 bezeichnete Punkt in den beiden Diagrammen aus Abbildung 5, mit Hilfe der Koeffizienten aus Tabelle 2, über (3) berechnet werden. Die Formel lautet für $f = 200 \text{ kHz}$, $\hat{B} = 100 \text{ mT}$ und $T_c = 100^\circ\text{C}$:

$$\bar{p}_v(P_1) = 3.98 \cdot 10^{-3} \cdot (200 \cdot 10^3)^{1.91} \cdot (100 \cdot 10^{-3})^{2.41} \cdot \underbrace{(c_{t2} - c_{t1} + c_t)}_{=1} \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^3} \approx 206 \frac{\text{kW}}{\text{m}^3}.$$

Die Koeffizienten c_{t2} , c_{t1} und c_t sind dabei so normiert, dass bei $T_c = 100^\circ\text{C}$ immer $c_{t2} - c_{t1} + c_t = 1$ gilt. Mit Hilfe der Koeffizienten können nun auch die spezifischen Kernverluste pro Volumen bei einer anderen Temperatur (Punkt P_2 im rechten Diagramm in Abbildung 5) berechnet werden. Die Formel lautet für $f = 200 \text{ kHz}$, $\hat{B} = 100 \text{ mT}$ und $T_c = 40^\circ\text{C}$:

$$\begin{aligned} \bar{p}_v(P_2) &= 3.98 \cdot 10^{-3} \cdot (200 \cdot 10^3)^{1.91} \cdot (100 \cdot 10^{-3})^{2.41} \cdot \\ &\quad \cdot (0.56 \cdot 0.4^2 - 1.73 \cdot 0.4 + 2.17) \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^3} \approx 324 \frac{\text{kW}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$

Der berechnete Wert weicht in diesem Fall ca. 10% von der Messkurve aus dem Datenblatt ab, da der Parametersatz aus Tabelle 2 anhand mehrerer Messkurven angepasst wurde.

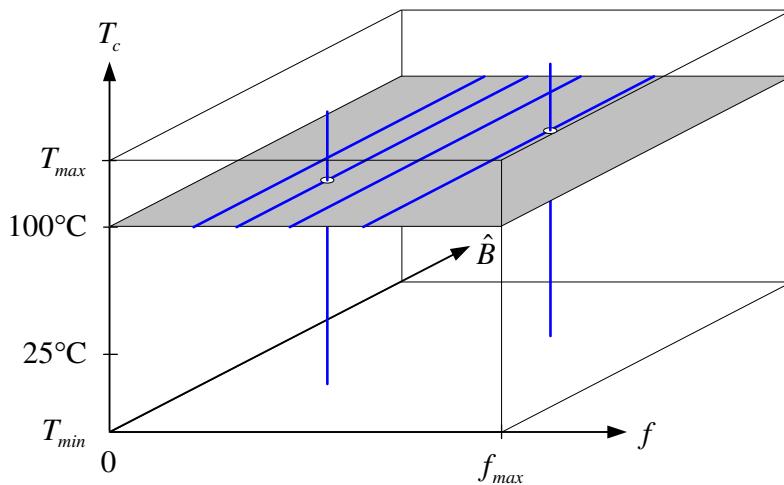


Abbildung 6: Herstellerangaben zu den Kernverlusten

Die Temperaturkoeffizienten c_{t2} , c_{t1} und c_t sind selbst frequenz- und aussteuerungsabhängig und können immer nur an eine Kurve des rechten Diagramms in Abbildung 5 optimal angepasst werden (senkrechte Linien in Abbildung 6). Die zur Verfügung stehenden Herstellerangaben zu den Kernverlusten beschränken sich also auf die in Abbildung 6 markierten Bereiche. Ein optimiertes Spulendesign kann auf Basis dieser Daten nicht durchgeführt werden. Es ist somit unausweichlich, eigene Messungen an geeigneten Materialproben durchzuführen und die ermittelten Daten in erweiterte Modelle mit einzubeziehen.

In Tabelle 3 ist eine Reihe von Messungen der spezifischen Kernverluste pro Volumen aufgelistet. Die Werte wurden bei Raumtemperatur $T_c = 25^\circ\text{C}$ und einer Aussteuerung von $\hat{B} = 50 \text{ mT}$, jeweils anhand von zwei unterschiedlichen Probengrößen der Materialien 3E6, 3E25 und 3F3, gemessen. Hier zeigt sich ein weiterer wesentlicher Schwachpunkt bei der Berechnung der Kernverluste mit Hilfe der Steinmetz-Formel. Wie oben erwähnt, kann das geometrieabhängige Verhalten der Kernverluste, also der Einfluss der Kerngröße und insbesondere der Größe und Form der Querschnittsfläche mit (3) nicht berücksichtigt werden, weil der Anteil makroskopischer Wirbelströme an den Kernverlusten sowie eine mögliche inhomogene FlussdichteVerteilung innerhalb des Kernvolumens vernachlässigt werden. Betrachtet man jedoch die in Tabelle 3 aufgelisteten Werte, wird deutlich, dass diese Näherung in der Praxis nicht immer gültig ist. Bei den beiden Materialien mit einer relativ hohen gemessenen elektrischen Leitfähigkeit 3E6 ($\kappa \approx 5$) und 3E25 ($\kappa \approx 10$), zeigen sich bei den jeweils größeren Kernen bereits ab einer Frequenz von 50 kHz deutlich erhöhte Werte der auf das Kernvolumen normierten spezifischen Kernverluste. Bei der höchsten Messfrequenz fallen die Messwerte der jeweils größeren Proben schließlich 2.6 mal (3E6) bzw. 3.1 mal (3E25) höher aus. Um den Einfluss der Streuung der Materialeigenschaften möglichst klein zu halten, wurden einerseits die Messwerte mehrerer Proben derselben Größe gemittelt, andererseits ausschließlich Proben derselben Herstellerlieferung verwendet.

$\bar{P}_v [\text{mW/cm}^3]$	3E6 ($\kappa \approx 5$)		3E25 ($\kappa \approx 14$)		3F3 ($\kappa \approx 0.12$)	
	R16	R36	R36	R63	R16	R36
10 kHz	0.46	0.50	0.41	0.62	2.53	2.41
50 kHz	5.54	7.71	3.73	7.39	15.39	14.86
100 kHz	19.67	30.04	14.09	28.67	33.96	33.37
300 kHz	141.39	264.10	135.15	313.44	148.47	142.86
500 kHz	340.90	755.80	378.07	1011.95	343.58	357.59
700 kHz	653.42	1604.48	763.24	2197.79	651.35	650.96
800 kHz	832.80	2056.27	1015.16	3013.93	845.99	848.12
900 kHz	1053.94	2757.56	1303.08	4102.99	1063.40	1103.03

Tabelle 3: Mittlere Verlustleistung \bar{P}_v pro Volumen ($\hat{B} = 50 \text{ mT}$, $T_c = 25^\circ\text{C}$)

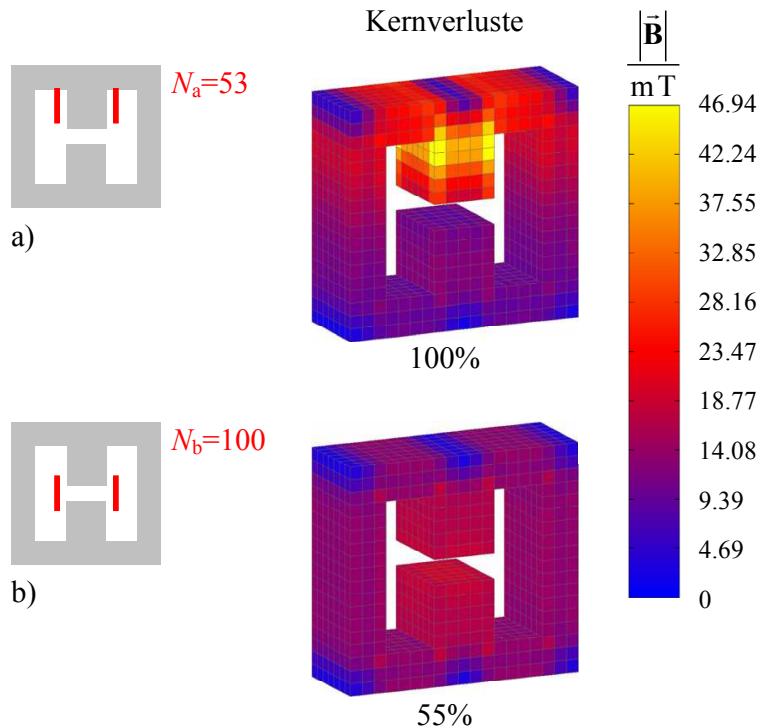


Abbildung 7: Vergleich der Kernverluste bei konstanter Induktivität [Sta05d]

Betrachtet man nun die Ergebnisse für das Material 3F3, das eine wesentlich geringere elektrische Leitfähigkeit ($\kappa \approx 0.12$) besitzt, stellt man fest, dass sich in diesem Fall die spezifischen Kernverluste pro Volumen auch bei der höchsten Messfrequenz lediglich um ca. 4% erhöhen. Das lässt den Schluss zu, dass die Kernverluste im Fall der Materialien 3E6 und 3E25 bereits zu einem erheblichen Anteil durch die oben beschriebenen makroskopischen Wirbelströme bestimmt sind.

Auch bei Materialien, deren elektrische Leitfähigkeit so gering ist, dass makroskopische Wirbelströme im betrachteten Frequenzbereich vernachlässigt werden können, kann eine inhomogene Verteilung der magnetischen Flussdichte innerhalb der Kerne starke Abweichungen bei Verwendung der Steinmetz-Formel (3) zur Folge haben. Abbildung 7 zeigt einen Auszug aus der entsprechenden Untersuchung [Sta05d]. Es wurde derselbe Induktivitätswert, unter Verwendung desselben Kerns und derselben Luftspaltbreite, auf zwei unterschiedliche Arten realisiert. Wie im Bild a) dargestellt, ist die auf dem Mittelschenkel platzierte Wicklung mit $N_a = 53$ Windungen zunächst so weit wie möglich vom zentralen Luftspalt entfernt angebracht. Für diese Anordnung wurde die Verteilung der magnetischen Flussdichte mit Hilfe des in [Sta04b] vorgestellten Integralgleichungsverfahrens ermittelt. Die Kernverluste sind durch Summation der über (3) berechneten Teilverluste der durch die Diskretisierung festgelegten Teilvolumina bestimmt. Der so ermittelte Wert bildet den Referenzwert von 100%. Bild b) zeigt nun eine alternative Anordnung mit gleichem Induktivitätswert. In diesem Fall wurde die Wicklung zentral über dem Luftspalt angebracht. Weil die einzelnen Windungen nun im Streufeld des Luftspalts liegen und somit von einem geringeren magnetischen Fluss durchströmt werden, musste die Windungszahl dieser Anordnung auf $N_b = 100$ erhöht werden, um den Induktivitätswert der im Bild a) dargestellten Anordnung

$\mu = \mu' - j\mu''$	$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$	κ	Materialparameter
$\hat{B} = \mu \hat{H}$	$\hat{D} = \varepsilon \hat{E}$	$\hat{J} = \kappa \hat{E}$	Feldgrößen (komplexe Amplituden)
$p_m(t) = H(t) \cdot \frac{\partial B(t)}{\partial t}$	$p_d(t) = E(t) \cdot \frac{\partial D(t)}{\partial t}$	$p_e(t) = E(t) \cdot J(t)$	Zugeführte Leistung pro Volumen
$\bar{p}_m = \frac{1}{T} \int_0^T p_m(t) dt$	$\bar{p}_d = \frac{1}{T} \int_0^T p_d(t) dt$	$\bar{p}_e = \frac{1}{T} \int_0^T p_e(t) dt$	Mittlere Verlustleistung pro Volumen
$\boxed{\bar{p}_m = \frac{1}{2} \omega \mu'' \hat{H}^2}$	$\boxed{\bar{p}_d = \frac{1}{2} \omega \varepsilon'' \hat{E}^2}$	$\boxed{\bar{p}_e = \frac{1}{2} \kappa \hat{E}^2}$	
$\boxed{\bar{p}_v = \bar{p}_m + \bar{p}_d + \bar{p}_e}$			Gesamte Verlustleistung pro Volumen

Abbildung 8: Übersicht über die verschiedenen Verlustmechanismen (Sinus)

zu erhalten. Im Rahmen der Untersuchung lieferte eine erneute Berechnung der Kernverluste einen Wert von lediglich 55% des Referenzwertes, Ursache ist die resultierende wesentlich homogener FlussdichteVerteilung innerhalb des Kernvolumens. Die im Bild der Referenzanordnung erkennbare starke Feldüberhöhung unterhalb der Wicklung tritt in diesem Fall nicht mehr auf. Da die Kernverluste in jedem Teilvolumen mit dem Betrag der Flussdichte – wie oben beschrieben – mindestens quadratisch ansteigen, führen lokale Feldüberhöhungen zu einem höheren Mittelwert über alle Teilvolumina, als dies bei einer gleichmäßigeren Verteilung der magnetischen Flussdichte wie in b) der Fall wäre. Würde man zur Auswertung der Kernverluste von einer homogenen Aussteuerung des gesamten Kernvolumens ausgehen, ergäben sich bei der Auswertung der beiden Fälle jeweils dieselben Kernverluste. Eine optimale Auslegung der Anordnung aus Kern und Wicklung kann auf diese Weise aber nicht erzielt werden, denn im Fall b) sind die Wicklungsverluste (Proximityeffekt) höher als im Fall a). Um einen optimalen Kompromiss zwischen Wicklungs- und Kernverlusten zu finden, müssen beide Anteile so genau wie möglich berechnet werden.

Ziel der Arbeit ist es daher, durch Messung der Materialien sowohl die Kernverluste, als auch die spezifischen Materialeigenschaften wie Permeabilität, Permittivität und elektrische Leitfähigkeit zu bestimmen, um dann die elektromagnetischen Felder in beliebigen Kernformen zu berechnen. Auf Basis der Feldverteilung können die Kernverluste schließlich unter Berücksichtigung der in Abbildung 8 tabellierten Verlustmechanismen exakt berechnet werden. Im nun folgenden Kapitel wird ein Überblick über die einzelnen Schritte des erarbeiteten Gesamtkonzeptes aus „Messung“ und „Simulation“ gegeben.

1.4 Vorgehensweise und Überblick

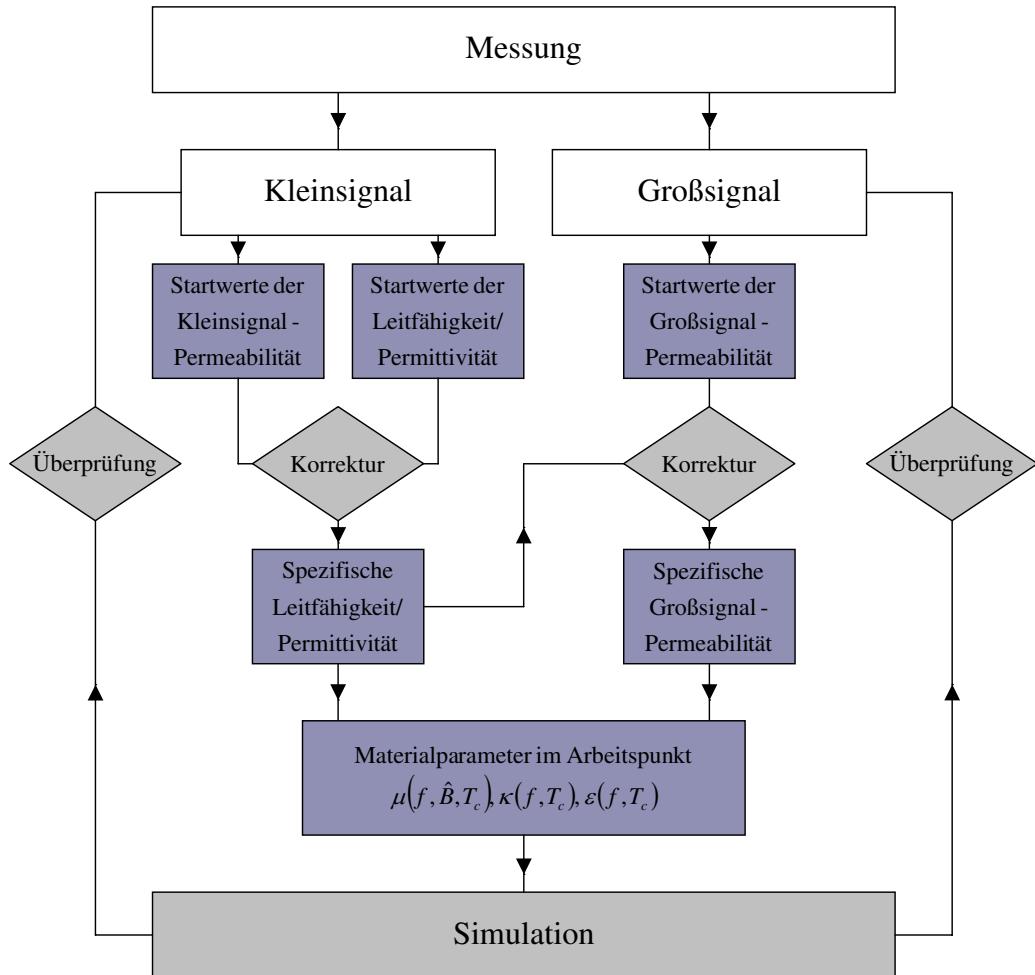


Abbildung 9: Übersicht über das Gesamtkonzept aus Messung und Simulation

In Abbildung 9 ist ein Überblick des Gesamtkonzeptes aus Messung und Simulation in Form eines Flussdiagramms dargestellt. Die Grundlage des Verfahrens bilden die im Kapitel 2 beschriebenen Messaufbauten zur Ermittlung der Kernverluste und der spezifischen Materialparameter der Ferritmaterialien, die für eine spätere Simulation der elektromagnetischen Felder in beliebigen Kernformen benötigt werden. Zu diesem Zweck werden unterschiedliche Messungen an geeigneten Proben durchgeführt, die prinzipiell in Klein- und Großsignalmessungen untergliedert sind.

Die Kleinsignalmessungen werden im Kapitel 2.1 ausführlich beschrieben und dienen im Wesentlichen der Ermittlung der elektrischen Leitfähigkeit und der Permittivität der Materialien bei unterschiedlichen Frequenzen und Temperaturen. Bei den Messungen stellte sich heraus, dass Feldverdrängungseffekte infolge von Wirbelströmen nicht in allen Fällen durch die Wahl entsprechend kleiner Proben verhindert werden können. Die Messwerte zur Bestimmung der Materialparameter wie Permeabilität, elektrische Leitfähigkeit und Permittivität müssen daher, basierend auf einem Modell

des Probenverhaltens, nachträglich korrigiert werden, um den Einfluss der Feldverdrängungseffekte herausrechnen zu können. Im Fall der Kleinsignalmessungen wird dabei für eine exakte Simulation des Probenverhaltens auch die Kleinsignalpermeabilität benötigt, die alleine zu diesem Zweck bestimmt wird.

Zur Messung der Kernverluste unter realistischen Bedingungen, d.h. bei Großsignalaussteuerung, hohen Frequenzen und Temperaturen sowie unter dem Einfluss einer Gleichfeld-Voraussteuerung des Materials bei unterschiedlichen Stromformen, dient der entwickelte Großsignalmessplatz. Seine Funktion und technische Realisierung wird ausführlich im Kapitel 2.2 erläutert. Aus den Großsignalmessungen kann gleichzeitig auch die Permeabilität des Materials im Arbeitspunkt aus Frequenz, Aussteuerung und Temperatur gewonnen werden. Dabei muss wiederum auf den spezifischen Wert der Großsignalpermeabilität rückgerechnet werden, indem die Feldverdrängungseffekte innerhalb der Proben simuliert werden. Zur Simulation werden die Werte der spezifischen elektrischen Leitfähigkeit und der spezifischen Permittivität des Materials verwendet, die zuvor bei derselben Frequenz und Temperatur ermittelt wurden. Die Konsistenz des Verfahrens ist dadurch gegeben, dass die spezifischen Materialdaten durch eine Simulation der einzelnen Messprozesse auf Basis der Materialdaten noch einmal überprüft werden können. Die Materialparameter im jeweiligen Arbeitspunkt aus Frequenz, Aussteuerung und Temperatur gelten erst dann als verifiziert, wenn sich die Messwerte dabei bestätigen.

Die im Rahmen der Arbeit entwickelten Methoden zur Simulation des Verhaltens der Proben sowie zur Lösung der elektromagnetischen Felder in den Ferritkernen, werden im Kapitel 5 beschrieben. Dabei kann im Wesentlichen zwischen den im Kapitel 5.1 dargestellten Methoden zur Simulation des stationären Zustands, der insbesondere für die Berechnung der zu erwartenden Verlustleistung relevant ist, und den im Kapitel 5.2 beschriebenen Methoden zur Berechnung der Transienten unterschieden werden. Das transiente Verhalten wurde zur Simulation des Klemmenverhaltens der nichtlinearen Bauelemente abgeleitet. Im Kapitel 5.1.3 wird am Beispiel von E-Kernen gezeigt, wie die elektromagnetischen Felder auf Basis der ermittelten spezifischen Materialparameter in beliebigen Kernformen berechnet werden können. In diesem Fall wurden die Simulationen mit Hilfe der kommerziell erhältlichen Software COMSOL® durchgeführt. Der universelle Ansatz zur Beschreibung des Materialverhaltens erweist sich hier als Vorteil, da die Materialdaten ohne weitere Konvertierung im Programm übernommen werden können.

Ergänzt wird die Arbeit durch die im Kapitel 3 beschriebene ausführliche Untersuchung der zu erwartenden Messfehler der Versuchsaufbauten sowie eine geordnete Darstellung der im Rahmen der Arbeit durchgeföhrten Messreihen und deren Auswertung im Kapitel 4. Im Kapitel 6 sind die wichtigsten Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst und ein Ausblick auf mögliche weitergehende Untersuchungen. Abschließend findet sich ein Verzeichnis der wichtigsten relevanten Literaturstellen und der zugrunde liegenden Normen.

2 Beschreibung der Versuchsaufbauten und der physikalischen Messgrößen

Im folgenden Kapitel werden die im Rahmen der Arbeit erstellten Versuchsaufbauten sowie die damit erfassten physikalischen Messgrößen beschrieben. Die im Kapitel 2.1 vorgestellten Kleinsignalmessungen mit den in den Abbildungen 10 und 17 dargestellten koaxialen Messhülsen dienen dabei ausschließlich der Ermittlung der elektrischen Leitfähigkeit und der dielektrischen Eigenschaften der Ferritmaterialien bei verschiedenen Temperaturen. Bei Kenntnis dieser Materialeigenschaften können Feldverdrängungseffekte innerhalb der Proben berücksichtigt werden. Dadurch wird ermöglicht, auch bei Großsignalaussteuerung auf die für eine spätere Simulation der elektromagnetischen Felder in den Ferritmaterialien benötigten spezifischen (von der Größe der untersuchten Proben unabhängigen) Materialeigenschaften zu schließen. Die Messung der Proben unter realen Bedingungen, d.h. bei Großsignalaussteuerung unter dem Einfluss hoher Frequenzen und Temperaturen sowie bei unterschiedlichen Stromformen und Gleichanteilen in den magnetisierenden Strömen, erfolgt mit Hilfe des im Kapitel 2.2 beschriebenen automatisierten Messplatzes. Der Aufbau dient sowohl der Messung der Kernverluste als auch der Ermittlung der spezifischen magnetischen Eigenschaften der Materialien unter den erwähnten Bedingungen. Die Bestimmung der spezifischen Werte setzt ein Modell des Materialverhaltens voraus, mit Hilfe dessen später auch die Verluste bei anderen Kerngeometrien simuliert werden können. Die Konsistenz dieses Modells wird in den Kapiteln 2.2.3 und 5.1.2 überprüft. Dazu werden zunächst die spezifischen Materialeigenschaften an einer kleinen Ringkernprobe ermittelt. Anschließend wird die zu erwartende Verlustleistung einer größeren Probe desselben Materials auf Basis dieser Daten berechnet und schließlich zur Verifikation des Modells gemessen. Dabei zeigt sich, dass die Zunahme der Verlustleistung in dem für die praktische Anwendung relevanten Frequenzbereich nicht alleine durch die Zunahme des Kernvolumens erklärt werden kann. Eine ausreichend genaue Vorhersage wird erst durch die Simulation der elektromagnetischen Felder innerhalb des Kernvolumens auf Basis der ermittelten spezifischen Materialeigenschaften möglich.

2.1 Kleinsignalmessaufbauten zur Materialcharakterisierung

Ausgangspunkt der entwickelten Methode zur Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit und der dielektrischen Eigenschaften der Ferritmaterialien sind die Vorarbeiten von C. F. Foo [Foo98], H. Saotome [Sao97], Y. Sakaki [Sak93] und D. M. Zhang [Zha99a], [Zha99b]. Die Autoren kontaktierten Proben der Kernmaterialien zur Bestimmung der Materialeigenschaften. Die Simulationsergebnisse der Kernverluste auf Basis dieser Daten zeigen jedoch im höheren Frequenzbereich, und dabei insbesondere bei größeren Kernquerschnitten, deutliche Abweichungen gegenüber den gemessenen Werten. Die Ursache der Ungenauigkeit wird von den Autoren nicht vollständig geklärt. Zur Abhilfe wird stattdessen eine Korrekturformel abgeleitet. Da Feldverdrängungseffekte in den Proben während der Extraktion der Materialdaten nicht berücksichtigt werden, wird vermutet, dass die Ursache darin begründet ist.

Um die Ergebnisse zu verbessern, wird in der vorliegenden Arbeit ein Modell der kontaktierten Kernprobe abgeleitet. Damit können die extrahierten Materialdaten durch eine Simulation des Messprozesses nochmals verifiziert werden. Es wird sich an späterer Stelle zeigen, dass die Berücksichtigung der Feldverdrängungseffekte, in dem für die praktische Anwendung relevanten Frequenz- und Temperaturbereich, für eine akzeptable Genauigkeit der Simulationsergebnisse wesentlich ist. Zur exakten Berechnung der elektromagnetischen Felder innerhalb der kontaktierten Probe wird auch die Kleinsignalpermeabilität des Probenmaterials benötigt. Die in Abbildung 17 dargestellte Hülse, deren Funktion ausführlich im Kapitel 2.1.2 erläutert wird, dient alleine diesem Zweck. Sämtliche erfassten Materialparameter werden bei Ferritmaterialien erheblich von der Temperatur beeinflusst. Daher wurden die koaxialen Messhülsen so konstruiert, dass die Messungen auch innerhalb des in Abbildung 37 dargestellten Wärmeschranks durchgeführt werden können.

2.1.1 Messung der elektrischen Leitfähigkeit und der Kleinsignalpermittivität

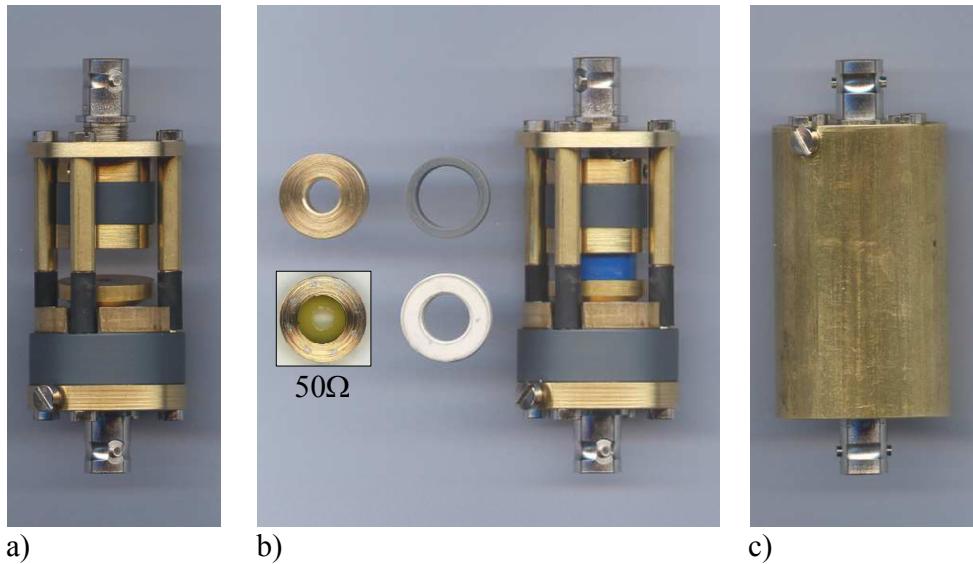


Abbildung 10: Vorrichtung zur Messung der Kleinsignalmaterialgrößen κ und ϵ

Abbildung 10 zeigt die zur Messung der elektrischen Leitfähigkeit und der Kleinsignalpermittivität angefertigte koaxiale Hülse – in Abbildung 10 a) im geöffneten Zustand. Wie die Skizze des Modells in Abbildung 11 zeigt, kann ein Ringkern mit rechteckförmigem Querschnitt zwischen dem schwimmend gelagerten unteren Teller und dem, in einem Gewinde geführten oberen Stempel, festgespannt werden. Die metallischen Teile der Hülse bestehen aus Messing, die elektrisch isolierenden Kunststoffteile aus hitzefestem Makrolon® (abgebildet ist eine identische Version mit PVC als Werkstoff). An den angelöteten Buchsen können BNC-Kabel für eine Vierdraht-Impedanzmessung angeschlossen werden. Als Proben kommen nachbearbeitete handelsübliche Ringkerne zum Einsatz.

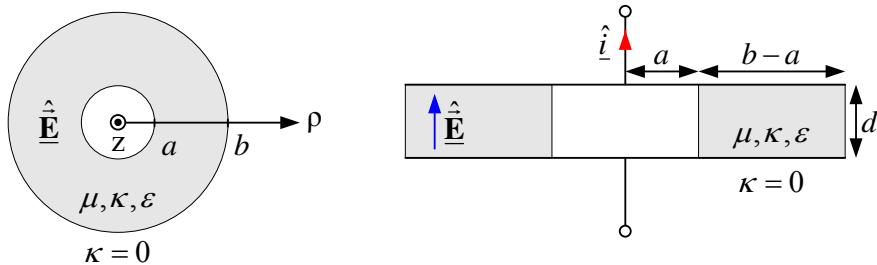


Abbildung 11: Ringkern mit leitfähiger Verbindung zu hochleitfähigen Scheiben

Die Ringkerne bieten zum einen den Vorteil einer leichten Verfügbarkeit, zum anderen wird so die Gefahr, die Materialeigenschaften durch eine starke mechanische und thermische Beanspruchung beim Fräsen spezieller Probengeometrien aus dem Vollmaterial zu verändern, auf ein Minimum reduziert. Die einzige nötigen Arbeitsvorgänge beim Ringkern sind das Abfräsen der Ober- und Unterseite und das Honen der sich dabei ergebenden Oberfläche. Versuche in [Gel08] zeigten, dass die durch diese Bearbeitungsschritte hervorgerufenen Materialveränderungen vernachlässigt werden können. Ein weiterer Vorteil im Vergleich zu einer Scheibe aus Vollmaterial ohne den zentralen Ausschnitt, ist beim Ringkern der wesentlich schwächer ausgeprägte Feldverdrängungseffekt (Skineffekt).

Als Problem erwies es sich bei ersten Versuchen, zwischen den abgeschliffenen Oberflächen der Ferritkerne und den Messingtellern, einen zuverlässigen Kontakt herzustellen. Ohne weitere Behandlung der Oberflächen, musste ein erheblicher Anpressdruck aufgebracht werden, bis die Messergebnisse stabil und vom Druck unabhängig waren. Kleinere Proben konnten dem nötigen Anpressdruck häufig nicht widerstehen und zerbrachen. Die Reproduzierbarkeit der Messergebnisse war ebenfalls sehr schlecht. Daher wurde zunächst in einem weiteren Schritt versucht, den Übergangswiderstand mit leitfähigen Pasten, Klebstoffen und anderen plastisch deformierbaren Materialien (z.B. Graphit) zu verringern, was die Ergebnisse bereits deutlich verbesserte. Als im Vergleich beste Lösung erwies es sich schließlich, die Oberflächen der Kerne galvanisch zu vergolden. Das Aufdampfen (sog. „sputtern“) einer Goldschicht auf die Oberflächen reicht dabei jedoch nicht aus. Die Goldschichten waren bei entsprechenden Versuchen zu dünn und mechanisch nicht stabil genug. Dieses Problem tritt beim galvanischen Vergolden unter Verwendung eines handelsüblichen Galvanisiersets nicht auf. Die damit aufgetragenen Schichten sind ausreichend dick und schleifen sich auch nach mehreren Messzyklen nicht ab. Das Vergolden hat zusätzlich den Vorteil, dass die Oberflächen vor einem Oxidationsprozess dauerhaft geschützt sind, zusätzlich wird eine sehr gute Reproduzierbarkeit der Ergebnisse erzielt.

Die Hülsen mit den eingespannten Proben wurden mit Hilfe des Vierdraht-Messadapters HP 16048A am HP 4194A Impedanzanalysator vermessen. Der Vierdraht-Messadapter ist von der Firma Hewlett-Packard® bis zu einer maximalen Frequenz von 15 MHz spezifiziert [Hew96]. Diese Spezifikation wird durch die unvermeidliche weitere Verlängerung der Kabelstrecken mittels hitzefester BNC-Kabel bei Messungen innerhalb des Wärmeschanks verlassen. Wird die Messfrequenz jedoch in diesem Fall auf maximal 1-2 MHz beschränkt, sind die Ergebnisse noch ausreichend genau.

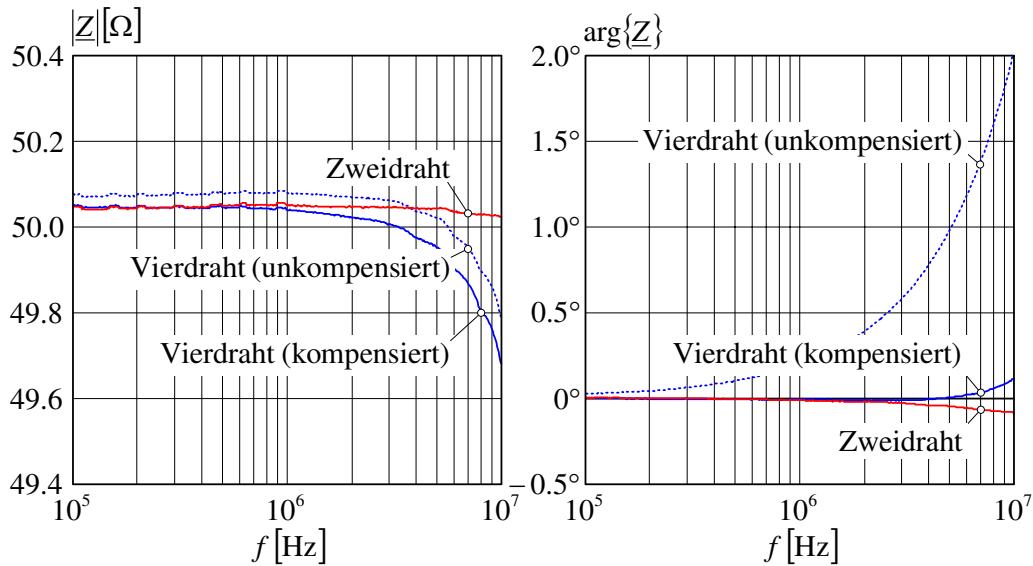


Abbildung 12: Messung des 50Ω Referenzwiderstands anstelle des Probenkerns

Um die Funktionsfähigkeit und erzielbare Genauigkeit des Messprinzips zu testen, wurde zunächst ein eigens zu diesem Zweck angefertigter 50Ω Widerstand anstelle des Probenkerns in der Hülse gemessen. Dieser Widerstand ist aus mehreren parallel geschalteten, radial angeordneten SMD-Widerständen aufgebaut. Seine Ausmaße sind an die zu messenden Kernproben angelehnt, damit sich ähnliche Streufelder im Luftraum, wie im Fall der Probenmessung ausbilden. Der scheibenförmige Messwiderstand ist in Abbildung 10 b) gezeigt und dort mit 50Ω bezeichnet. Der Einfluss der Kabelstrecken und Anschlüsse des Vierdraht-Messadapters kann direkt am Impedanzanalysator kompensiert werden, um den tatsächlichen Impedanzverlauf des Messobjekts zu erhalten. Zu diesem Zweck müssen die Messdaten sowohl bei kurzgeschlossenen („short“) als auch leerlaufenden („open“) Leitungen des Adapters aufgenommen werden. Die Kompensation erfolgt anschließend automatisch. Damit auch der Störeinfluss der Hülse selbst kompensiert wird, können Kurzschluss und Leerlauf am Ort der Kernprobe hergestellt werden, dazu werden die beiden oberen der vier Ringe in Abbildung 10 b) verwendet. Der Kurzschluss ist als Messingdrehteil ausgeführt, der Leerlauf als PVC-Ring. Beide Ringe besitzen die ungefähren Ausmaße der verwendeten Kernproben. Der rechte untere Ring im Bild zeigt zum Vergleich eine Kernprobe in Draufsicht. In Abbildung 12 sind nun drei unterschiedliche Varianten der Messung des 50Ω Referenzwiderstands nach Betrag und Phase im Frequenzbereich bis 10 MHz gegenübergestellt. Eingezeichnet sind zunächst die mit Hilfe des Vierdraht-Messadapters HP 16048A am HP 4194A Impedanzanalysator aufgenommenen Daten. Die durchgezogenen Linien geben dabei die Ergebnisse bei eingeschalteter open-short Kompensation an, die gepunkteten Linien die bei abgeschalteter Kompensation. Zum Vergleich, sind zusätzlich die Verläufe eingezeichnet, die sich bei Verwendung des Zweidraht-Messadapters HP 16047C ergeben, der für Messungen bis 110 MHz ausgelegt ist. Der 50Ω Referenzwiderstand wurde dabei außerhalb der Hülse mit Hilfe von dicht angelöteten Messdrähtchen möglichst niederinduktiv angeklemmt.

Die Kurven in Abbildung 12 zeigen insgesamt eine gute Übereinstimmung. Die Abweichungen zwischen Zweidraht- und Vierdrahtmessung (kompensiert) sind insbesondere in dem für die praktische Anwendung relevanten Frequenzbereich von 1 – 2 MHz so gering, dass davon auszugehen ist, die Kernproben ebenfalls mit hoher Genauigkeit messen zu können, falls der Übergangswiderstand zu den Messingteilen der Hülse, wie oben beschrieben, durch galvanisches Vergolden der Proben minimiert wird. Die open-short Kompensation verbessert die Genauigkeit dabei in jedem Fall, wie die Phasenverläufe in Abbildung 12 rechts zeigen.

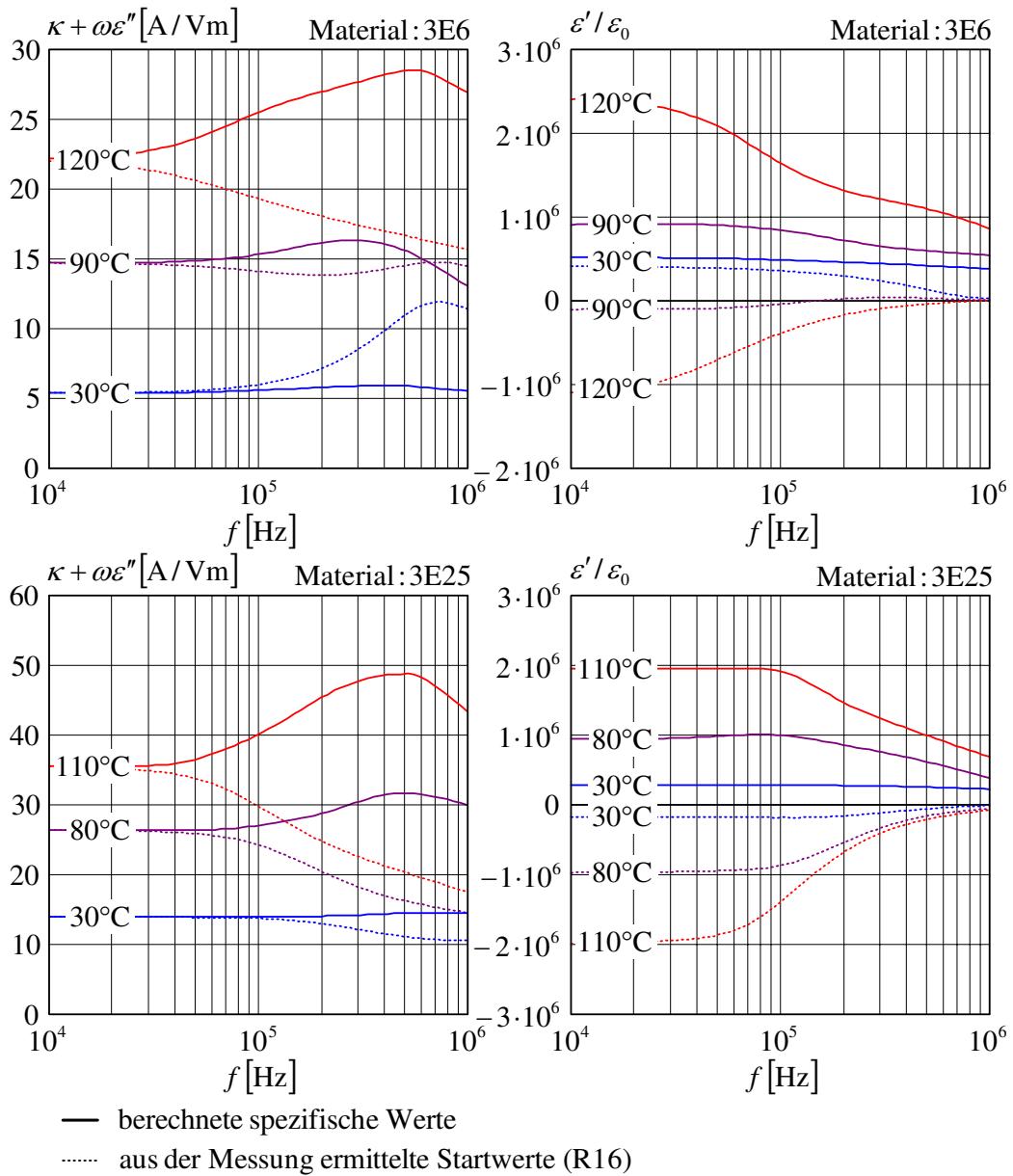
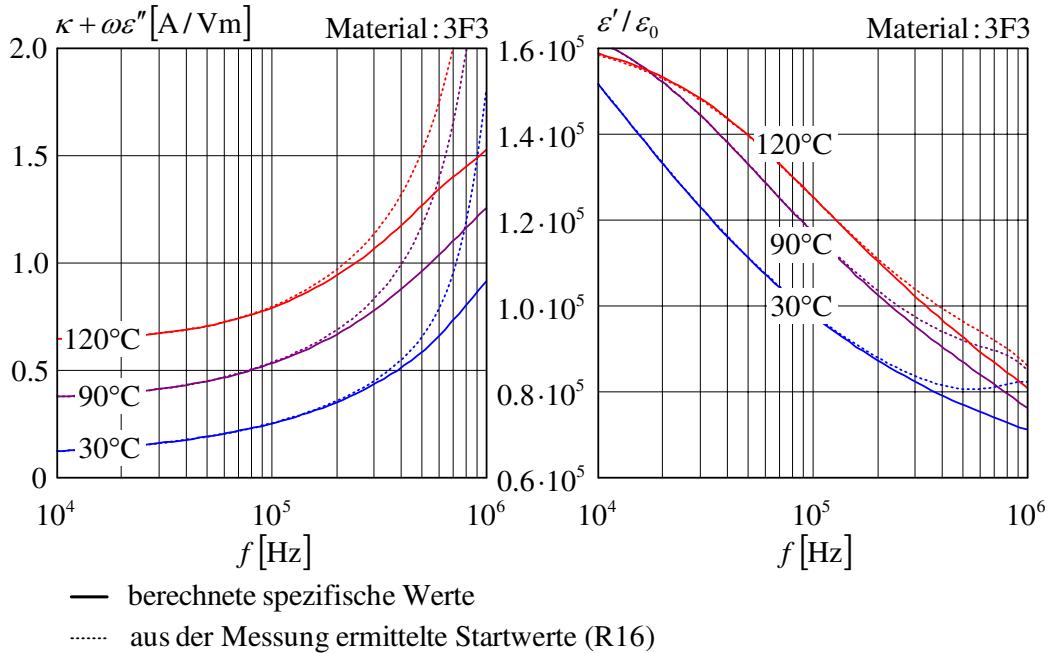


Abbildung 13: Kleinsignalverläufe von $\kappa + \omega\epsilon''$ und ϵ'/ϵ_0 (3E6 und 3E25)

Abbildung 14: Kleinsignalverläufe von $\kappa + \omega\epsilon''$ und ϵ'/ϵ_0 (3F3)

Für die weiteren Untersuchungen wurden Ringkerne der Größe R16 der Ferritmaterialien 3E6, 3E25 und 3F3 präpariert und deren komplexe Impedanzen im Frequenzbereich von 10 kHz bis 1 MHz gemessen. Bei allen Messungen befand sich die Hülse dabei innerhalb des in Abbildung 37 dargestellten Wärmeschanks. In den in Abbildung 10 c) sichtbaren Hülsenschirm wurden kleine Löcher gebohrt, durch die Anschlussdrähte zu den auf die Kerne geklebten PT100 Thermoelementen geführt werden können. Zum Ablesen der Kerntemperatur dient das in Abbildung 37 dargestellte Thermometer. Alle Messungen sind im Temperaturbereich von 30°C bis 130°C – jeweils in Schritten von 10°C – durchgeführt und die Werte bei Raumtemperatur bzw. vollständiger Abkühlung der Proben (ca. 25°C) erfasst.

Zur Bestimmung der Startwerte der Materialparameter wird davon ausgegangen, dass das Kernmaterial der in Abbildung 11 skizzierten eingespannten Probe von einer rein z-gerichteten und homogenen elektrischen Feldstärke durchsetzt ist. Vernachlässigt man die Streufelder im Luftraum, kann die Probe als Parallelschaltung eines idealen Ohm'schen Widerstands und eines verlustbehafteten Kondensators nachgebildet werden. Zur Modellierung der frequenzabhängigen Verluste des Kondensators wird die komplexe Permittivität $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ verwendet. Damit erhält man für die komplexe Admittanz $\underline{Y}_{Ko} = \underline{Z}_{Ko}^{-1}$ der Probe:

$$\underline{Y}_{Ko} \approx (\kappa + j\omega\epsilon) \frac{\pi(b^2 - a^2)}{d}. \quad (4)$$

Aus den Messwerten von \underline{Y}_{Ko} kann damit auf die gesuchten Startwerte der Materialparameter geschlossen werden:

$$\kappa + \omega\epsilon'' \approx \frac{d}{\pi(b^2 - a^2)} \operatorname{Re}\{\underline{Y}_{Ko}\} \quad \text{und} \quad \epsilon' \approx \omega^{-1} \frac{d}{\pi(b^2 - a^2)} \operatorname{Im}\{\underline{Y}_{Ko}\}. \quad (5)$$

Die gepunkteten Linien in den Abbildungen 13 und 14 zeigen die auf diese Weise ermittelten Messergebnisse bei verschiedenen Temperaturen der Materialien. Als durchgezogene Linien sind in den Bildern zusätzlich die erst im späteren Verlauf der Untersuchung berechneten spezifischen² Materialparameter eingezeichnet.

Material	3E6	3E25	3F3
κ [A/Vm]	≈ 10	≈ 2	≈ 0.5

Tabelle 4: Elektrische Leitfähigkeit κ der Kerne (DC) bei 25°C (Datenblätter)

In den meisten Fällen werden von den Herstellern nur die in Tabelle 4 aufgeführten Werte der elektrischen Leitfähigkeit der Kerne bei Gleichstrom und Raumtemperatur (25°C) angegeben. Diese Werte müssen mit den in den Abbildungen 13 und 14 dargestellten Werten bei der niedrigsten Frequenz $f = 10$ kHz vergleichbar sein. Ein Vergleich macht jedoch deutlich, dass die in den Datenblättern angegebenen Zahlen viel zu ungenau sind. Die Abweichungen sind zur Verwendung in Simulationen zu groß. Zur Überprüfung der Messergebnisse bei $f = 10$ kHz wurden die Proben zusätzlich mit Hilfe eines Milliohmmeters bei Gleichstrom gemessen. Die Messwerte haben sich dabei bestätigt. Warum die in den Datenblättern angegebenen Werte so stark von der Realität abweichen, konnte nicht geklärt werden. Zur Temperatur- und Frequenzabhängigkeit und zum dielektrischen Verhalten der Materialien sind keine Datenblattangaben erhältlich.

Bei Mn–Zn Ferriten sind grundsätzlich besonders hohe Dielektrizitätszahlen $\epsilon_r = \epsilon'/\epsilon_0$ zu erwarten [Sku90], [Sku96], [Smi59], [Sne88] und [Stn72]. An den ermittelten Startwerten in den Abbildungen 13 und 14 ist jedoch auffällig, dass sich für die Dielektrizitätszahlen der Materialien teilweise sogar negative Werte ergeben, und zwar insbesondere in den Fällen, in denen hohe elektrische Leitfähigkeiten auftreten. Sind Messfehler auszuschließen, kann die Ursache nur in der einfachen Näherungsformel (4) begründet sein. Ist die elektrische Feldstärke infolge der Stromverdrängung (Skineffekt) innerhalb der Probe nicht mehr homogen verteilt, können auch die Materialparameter nicht mehr nach (5) berechnet werden. Um diesen Fehler zu beheben, müssen die Maxwell'schen Gleichungen für die in Abbildung 11 dargestellte Anordnung exakt gelöst werden. Kombiniert man dazu die Maxwell'schen Gleichungen für zeitharmonische Signale [Alb06b]

$$\text{rot} \hat{\underline{\mathbf{B}}} = \mu \hat{\underline{\mathbf{J}}} + j\omega \mu \epsilon \hat{\underline{\mathbf{E}}} \quad \text{und} \quad (6)$$

$$\text{rot} \hat{\underline{\mathbf{E}}} = -j\omega \hat{\underline{\mathbf{B}}} \quad (7)$$

mit dem Ohm'schen Gesetz in differentieller Form

$$\hat{\underline{\mathbf{J}}} = \kappa \hat{\underline{\mathbf{E}}}, \quad (8)$$

ergibt sich eine Helmholtz'sche Differentialgleichung für die elektrische Feldstärke:

$$\text{rot rot} \hat{\underline{\mathbf{E}}} + \gamma^2 \hat{\underline{\mathbf{E}}} = \underline{\mathbf{0}} \quad \text{mit} \quad \gamma^2 = j\omega \mu (\kappa + j\omega \epsilon). \quad (9)$$

²Weitere Verläufe finden sich in den Abbildungen 87 und 88.

Wird nun für die elektrische Feldstärke der vereinfachte Ansatz $\hat{\underline{E}} = \hat{E}_z(\rho) \vec{e}_z$ gewählt und in die vektorielle Differentialgleichung (9) eingesetzt, erhält man die zugehörige skalare Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 \hat{E}_z}{\partial(\gamma\rho)^2} + \frac{1}{\gamma\rho} \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial(\gamma\rho)} - \hat{E}_z = 0. \quad (10)$$

Gleichung (10) wird von der modifizierten Bessel-Funktion der ersten Art $I_0(\gamma\rho)$ und zweiten Art $K_0(\gamma\rho)$ der Ordnung Null gelöst. Der Ansatz für die elektrische Feldstärke lautet jetzt mit den zunächst noch unbekannten Konstanten \underline{E}_0 und \underline{E}_1 :

$$\hat{\underline{E}} = [\underline{E}_0 I_0(\gamma\rho) + \underline{E}_1 K_0(\gamma\rho)] \vec{e}_z. \quad (11)$$

Für die magnetische Feldstärke folgt nun aus (7):

$$\hat{\underline{H}} = \frac{\gamma}{j\omega\mu} [\underline{E}_0 I_1(\gamma\rho) - \underline{E}_1 K_1(\gamma\rho)] \vec{e}_\varphi. \quad (12)$$

Der Verschiebungsstrom in den Luftbereichen kann, wie in [Gel08] untersucht wurde, vernachlässigt werden. Damit können die Konstanten \underline{E}_0 und \underline{E}_1 durch eine Auswertung des Oersted'schen Gesetzes

$$\oint_{\rho=a} \hat{\underline{H}} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \oint_{\rho=b} \hat{\underline{H}} \cdot d\vec{s} = \hat{i} \quad (13)$$

in Abhängigkeit des Gesamtstroms durch den Materialbereich mit der komplexen Amplitude \hat{i} bestimmt werden:

$$\begin{bmatrix} \underline{E}_0 \\ \underline{E}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1(\gamma a) & -K_1(\gamma a) \\ I_1(\gamma b) & -K_1(\gamma b) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ j\omega\mu/\gamma \end{bmatrix} \frac{\hat{i}}{2\pi b}. \quad (14)$$

Die komplexe Impedanz des Plattenkondensators kann nun mit Hilfe des Poynting-Vektors [Alb06b] berechnet werden:

$$\underline{Z}_{Ko} = -\frac{1}{|\hat{i}|^2} \iint_A (\hat{\underline{E}} \times \hat{\underline{H}}^*) \cdot d\vec{A}. \quad (15)$$

Das Kreuzprodukt im Integranden liefert die Richtung $-\vec{e}_\rho$, die Integration erstreckt sich also lediglich über die mit A bezeichnete Mantelfläche des zylinderförmigen Kondensators. Die Impedanz des Kondensators lautet somit:

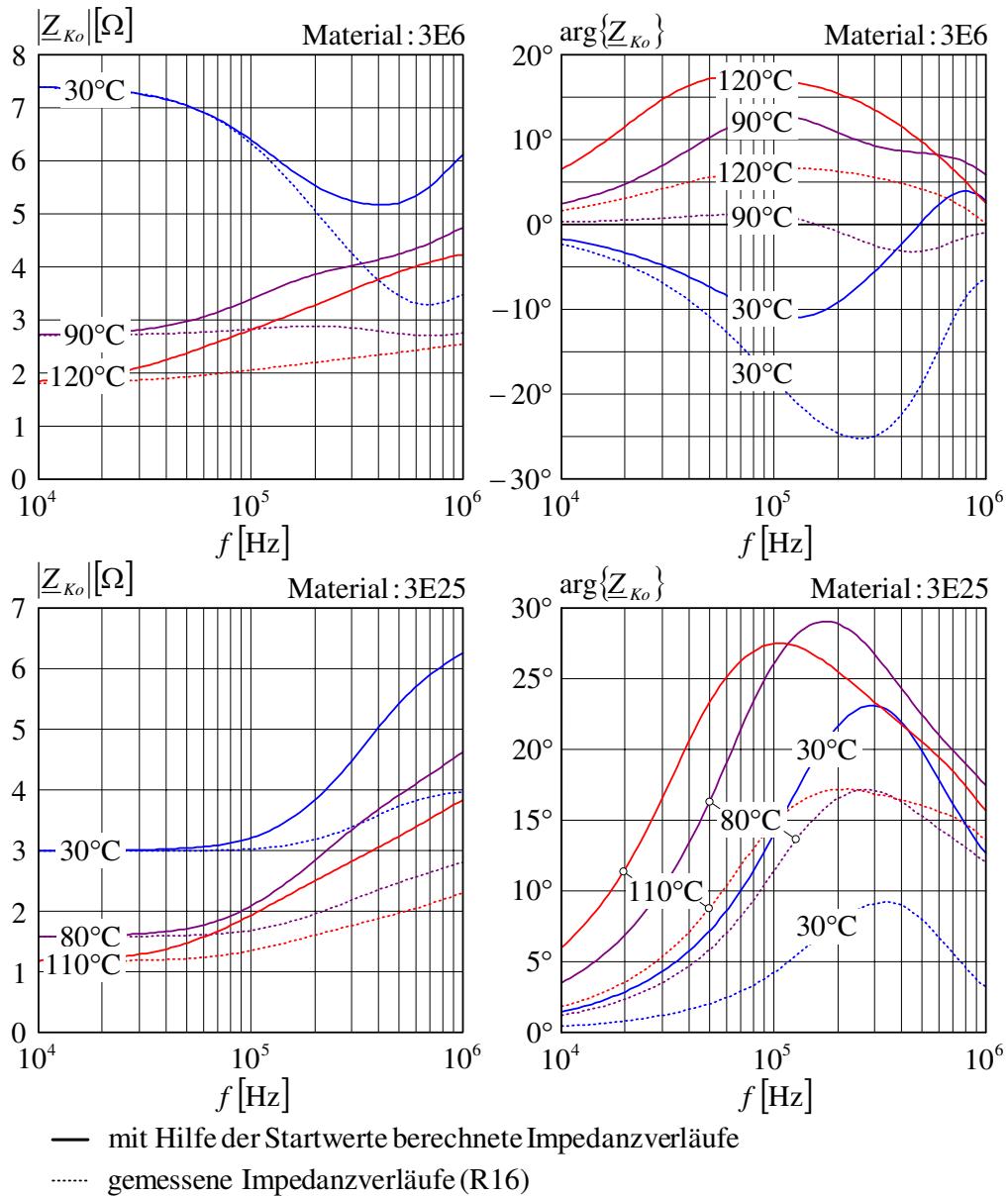
$$\underline{Z}_{Ko} = \frac{d}{\pi(b^2 - a^2)} \frac{1}{\kappa + j\omega\epsilon} \cdot \frac{\gamma b}{2} \left[1 - \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right] \frac{I_0(\gamma b) K_1(\gamma a) + I_1(\gamma a) K_0(\gamma b)}{I_1(\gamma b) K_1(\gamma a) - I_1(\gamma a) K_1(\gamma b)}. \quad (16)$$

Seine Admittanz \underline{Y}_{Ko} ist gegeben durch:

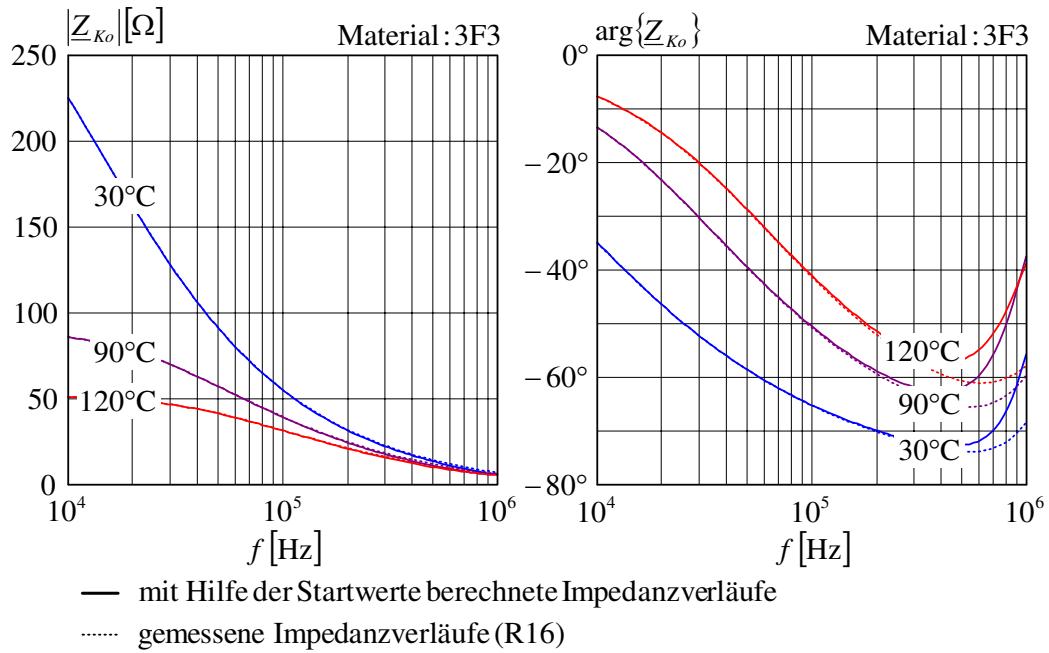
$$\underline{Y}_{Ko} = \left(\frac{1}{R_0} + j\omega C_0 \right) \cdot \frac{2}{\gamma b} \frac{b^2}{b^2 - a^2} \frac{I_1(\gamma b) K_1(\gamma a) - I_1(\gamma a) K_1(\gamma b)}{I_0(\gamma b) K_1(\gamma a) + I_1(\gamma a) K_0(\gamma b)}. \quad (17)$$

R_0 und C_0 in (17) bezeichnen den Ohm'schen Widerstand und die Kapazität der Anordnung im Fall $\omega \rightarrow 0$:

$$R_0 = \frac{d}{\kappa\pi(b^2 - a^2)} \quad \text{und} \quad C_0 = \frac{\epsilon\pi(b^2 - a^2)}{d}.$$

Abbildung 15: Mit Hilfe der Startwerte berechnete Impedanz Z_{Ko} (3E6 und 3E25)

Nun können die gemessenen Impedanzverläufe auf Basis der nach (5) ermittelten Startwerte der Materialparameter κ und $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$ durch (16) überprüft werden. Die dabei benötigte komplexe Wellenkonstante γ hängt nach (9) auch von der Permeabilität des gemessenen Materials ab, die jedoch nicht gleichzeitig ermittelt werden kann. Weil das magnetische Material bei Messungen mit dem Impedanzanalysator nur mit sehr kleinen Strömen gesteuert wird, aber gleichzeitig in einem relativ großen Frequenzbereich gemessen werden soll, bietet sich zur Beschreibung der Permeabilität und der bei hohen Frequenzen einsetzenden Ummagnetisierungsverluste die komplexe Kleinsignaldarstellung $\mu = \mu' - j\mu''$ an. Der frequenzabhängige Verlauf bei Raumtemperatur (25°C) wird in den Herstellerdatenblättern üblicherweise angegeben.

Abbildung 16: Mit Hilfe der Startwerte berechnete Impedanz \underline{Z}_{K_o} (3F3)

Die Streuung der Permeabilitätszahl $\mu_r = \mu'/\mu_0$ ($\omega \rightarrow 0$) wird von den Herstellern im Bereich von $\pm 20\%$ bis $\pm 25\%$ angegeben. Um dennoch eine akzeptable Genauigkeit bei der Berechnung der Probenimpedanz zu erreichen und auch das Verhalten bei höheren Temperaturen untersuchen zu können, werden weitere, noch unbehandelte Ringkerne gleicher Größe aus derselben Lieferung herangezogen. Die frequenzabhängigen Verläufe von μ werden messtechnisch selbst bestimmt. Zu diesem Zweck wurde die in Abbildung 17 dargestellte Hülse entwickelt, deren Funktion im Kapitel 2.1.2 ausführlich erläutert ist. Auch bei der Extraktion der Permeabilitätsverläufe wird zunächst von idealen Verhältnissen ausgegangen. Real- und Imaginärteil der dabei ermittelten Startwerte der komplexen Permeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$ sind als gepunktete Linien in den Abbildungen 20 und 21 dargestellt. Mit Hilfe dieser Startwerte und der Startwerte von κ und $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ wird nun zunächst die komplexe Wellenkonstante und damit schließlich die komplexe Impedanz \underline{Z}_{K_o} über (16) berechnet. Wären die in erster Näherung angenommenen idealen Verhältnisse tatsächlich im gesamten Messbereich gültig, müssten sich die berechneten Impedanzverläufe mit den am Impedanzanalysator ermittelten Verläufen decken. Die unter Verwendung der idealen Modelle extrahierten Materialparameter wären damit verifiziert. Betrachtet man jedoch die in den Abbildungen 15 und 16 nach Betrag und Phase dargestellten Ergebnisse, wird deutlich, dass die Vernachlässigung von Feldverdrängungseffekten nur im Falle des Materials 3F3 bis in den Bereich von einigen hundert kHz möglich ist. Wie die Abbildungen 13 und 14 zeigen, besitzt 3F3 im Verhältnis zu 3E6 und 3E25 eine wesentlich geringere Leitfähigkeit, was die Annahme, dass die Fehler auf Feldverdrängungseffekten beruhen, noch einmal bekräftigt. Im nun folgenden Kapitel wird auch die Berechnung der Impedanz der in Abbildung 17 dargestellten Hülse zeigen, dass auch bei der Extraktion von μ Feldverdrängungseffekte berücksichtigt werden müssen.

2.1.2 Messung der Kleinsignalpermeabilität

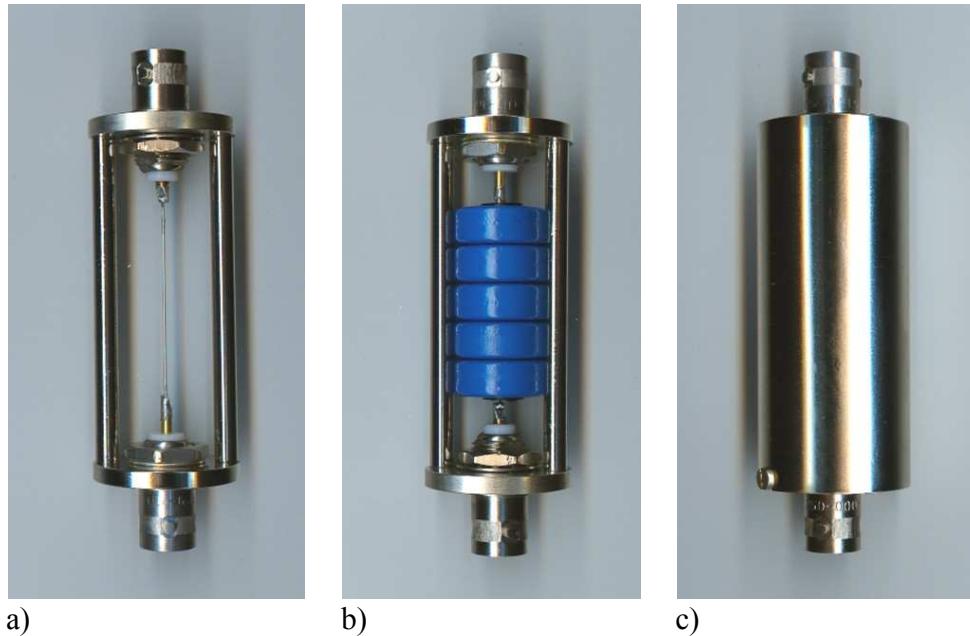


Abbildung 17: Vorrichtung zur Messung der Kleinsignalpermeabilität der Kerne

Abbildung 17 zeigt die zur Messung der Kleinsignalpermeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$ entwickelte koaxiale Messhülse. Die Impedanz der Hülse kann, ebenso wie die in Abbildung 10 dargestellte Vorrichtung zur Messung der elektrischen Leitfähigkeit und der Kleinsignalpermittivität des Kernmaterials, nach der im Kapitel 2.1.1 beschriebenen Vierdraht-Messmethode ermittelt werden. Wie in Abbildung 17 b) gezeigt, nimmt die Hülse mehrere Ringkerne bis zur Größe R16 auf und wird anschließend mit dem im Bild c) sichtbaren Mantel verschlossen. Zur Messung der Impedanz, mit Hilfe des zur Verfügung stehenden Hewlett-Packard® HP 4194A Impedanzanalysators, können die Zuführungen des Vierdraht-Messadapters HP 16048A an den angelöteten BNC-Buchsen angeschlossen werden. Bei der Messung mit mehreren Kernen gleichzeitig wird, wie im Ersatzschaltbild der Hülse in Abbildung 18 zu sehen ist, die Reihenschaltung aller Kernimpedanzen gemessen. Da insbesondere bei Mn-Zn Ferritmaterialien gleichzeitig hohe Permeabilitäts- und Dielektrizitätszahlen zu erwarten sind, müssen bei der Bestückung mit mehreren Kernen auch Wellenausbreitungseffekte in axialer Richtung der Hülse beachtet werden. Beträgt die Wellenlänge in Luft bei 1 MHz noch $\lambda_0 = c_0/f \approx 300$ m, so ist sie z.B. bei einer realistischen Permeabilitätszahl von $\mu_r = \mu'/\mu_0 = 10^3$ und einer Dielektrizitätszahl von $\varepsilon_r = \varepsilon'/\varepsilon_0 = 10^5$, bei 1 MHz bereits auf $\lambda = \lambda_0 / \sqrt{\mu_r \varepsilon_r} \approx 3$ cm abgesunken. In diesem Fall dürfte nur noch mit einem Kern gemessen werden, dessen Höhe mit ca. 7 mm noch kleiner als $\lambda/4 \approx 7.5$ mm ist. Im Rahmen der folgenden Untersuchungen wurden die Messergebnisse bei mehreren Kernen daher grundsätzlich mit den Messergebnissen bei nur einem Kern verglichen. Traten im höheren Frequenzbereich erkennbare Abweichungen auf, wurden dort die Ergebnisse durch die gemessenen Impedanzen bei nur einem Kern (mit der Zahl der verwendeten Kerne im unteren Frequenzbereich multipliziert) ersetzt.

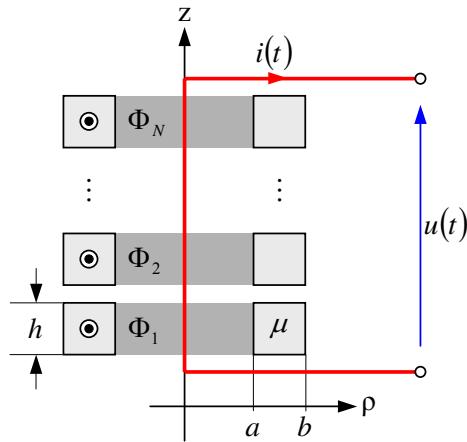


Abbildung 18: Reihenschaltung aus N gleichen Ringkernen

Die Verwendung der Messergebnisse bei mehreren Kernen im unteren Frequenzbereich reduziert das Messrauschen infolge der höheren Gesamtimpedanz deutlich. Weiterhin verringert der dabei erzielte Mittelungseffekt die Streuung innerhalb der Charge und damit auch die Abweichungen bei später durchgeföhrten Simulationen. Die Hülse ist temperaturbeständig bis ca. 150°C und ermöglicht damit alle Messungen innerhalb des in Abbildung 37 dargestellten Ofens. Die Anschlussdrähte der PT100 Thermoelemente werden dabei durch kleine Löcher in den Schirmen geföhrt, die Thermoelemente direkt auf die Kerne geklebt und die Temperaturen an dem in Abbildung 37 dargestellten Thermometer abgelesen.

Auch die Funktionsfähigkeit dieser Hülse wird ebenso, wie die der in Abbildung 10 dargestellten Messvorrichtung, durch einem Ohm'schen Widerstand getestet, dessen Impedanz über eine alternative Messmethode ermittelt werden kann. Die Impedanz der Kabelstrecken und Anschlüsse des Vierdrahtmessadapters sollte zur Erhöhung der Messgenauigkeit, wie im Kapitel 2.1.1 beschrieben, automatisch kompensiert werden. Zu diesem Zweck wurden zwei weitere Exemplare der untersuchten Messhülse hergestellt. Die eine bildet den zur Kompensation erforderlichen Kurzschluss und ist in Abbildung 17 a) dargestellt. Für die andere, hier nicht abgebildete Hülse, wurde der im Bild sichtbare Draht entfernt um den nötigen Leerlauf herzustellen. Das Messobjekt, ein Kohleschichtwiderstand von ca. $63\ \Omega$, wurde anstelle des Drahtes in die Hülse eingelötet und mit Hilfe des Vierdraht-Messadapters HP 16048A am HP 4194A Impedanzanalysator vermessen. Abbildung 19 zeigt die gemessenen komplexen Impedanzen nach Betrag und Phase. Im Bild sind beide Fälle, mit und ohne Verwendung der open-short Kompensation, gegenübergestellt. Zusätzlich mit eingezeichnet sind die Kurvenverläufe, die sich bei Verwendung des Zweidraht-Messadapters HP 16047C ergeben. Bei dieser Messung wurde der Widerstand außerhalb der Hülse mit abgewinkelten Anschlüssen möglichst niederinduktiv in der Halterung festgeklemmt. Die Ergebnisse in Abbildung 19 bestätigen noch einmal die Aussagen von Kapitel 2.1.1. Die open-short Kompensation führt auch in diesem Fall zu einer deutlichen Verbesserung der Messergebnisse.

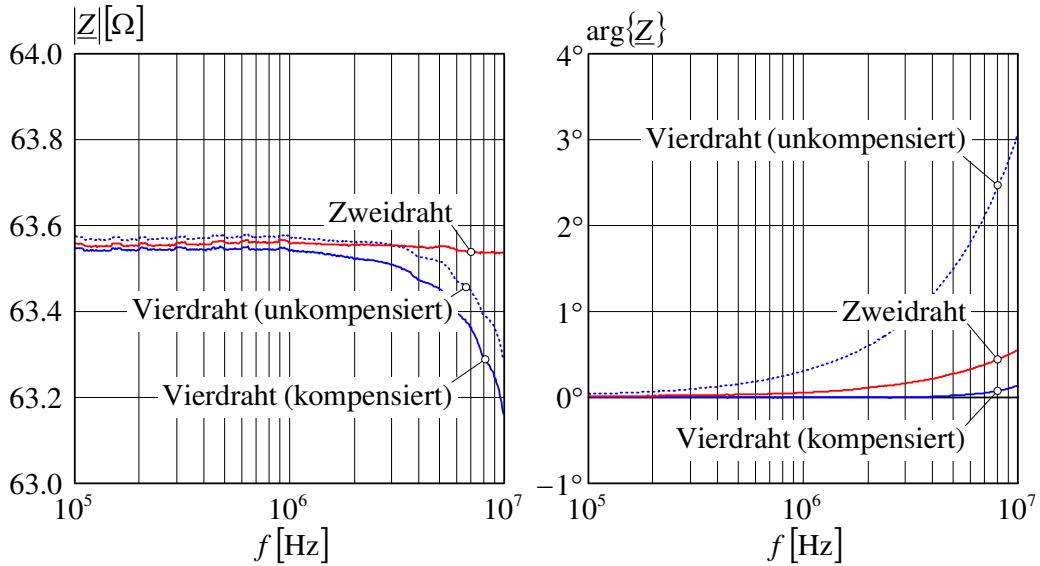


Abbildung 19: Messung eines Kohleschichtwiderstands anstelle der Kerne

Für die zuverlässige Bestimmung der Kleinsignalpermeabilität der Kerne ist die erzielte Genauigkeit im relevanten Frequenzbereich (bis hin zu einigen MHz) ausreichend.

Bei der Bestimmung der Startwerte der Kleinsignalpermeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$ wird zunächst davon ausgegangen, dass Wirbelströme innerhalb des Kernquerschnitts vernachlässigt werden können. Die komplexe Impedanz \underline{Z}_{Sp} der mit N gleichen Kernen gefüllten Messhülse ist somit durch die Impedanz der in Abbildung 18 dargestellten Ersatzanordnung gegeben:

$$\underline{Z}_{Sp} \approx j\omega\mu \frac{Nh}{2\pi} \ln \frac{b}{a}. \quad (18)$$

Aus den Messwerten von \underline{Z}_{Sp} kann damit auf die gesuchten Startwerte der Materialparameter geschlossen werden:

$$\mu' \approx \left(\omega \frac{Nh}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \right)^{-1} \text{Im} \{ \underline{Z}_{Sp} \} \quad \text{und} \quad \mu'' \approx \left(\omega \frac{Nh}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \right)^{-1} \text{Re} \{ \underline{Z}_{Sp} \}. \quad (19)$$

Die gepunkteten Linien in den Abbildungen 20 und 21 zeigen die auf diese Weise ermittelten Messergebnisse (vgl. [Sao98]) für die drei Materialien 3E6, 3E25 und 3F3 bei verschiedenen Temperaturen. Im Vorgriff auf spätere Ergebnisse sind die tatsächlichen spezifischen Werte als durchgezogene Linien mit eingezeichnet, können aber an dieser Stelle der Untersuchung nicht als bekannt vorausgesetzt werden. Um nun – in Unkenntnis der spezifischen Werte – die Gültigkeit des einfachen Impedanzmodells (18) überprüfen zu können, müssen die Maxwell'schen Gleichungen, basierend auf den Startwerten (19) der Kleinsignalpermeabilität sowie den Startwerten (5) der elektrischen Leitfähigkeit und der Permittivität für Ringkerne mit rechteckförmigen Querschnitten, exakt gelöst werden. Erhielte man durch die Simulation identische Impedanzverläufe wie bei der Messung, so entsprächen die auf Basis der vereinfachten Modelle extrahierten Materialparameter auch den spezifischen Werten und wären auf diese Weise verifiziert.

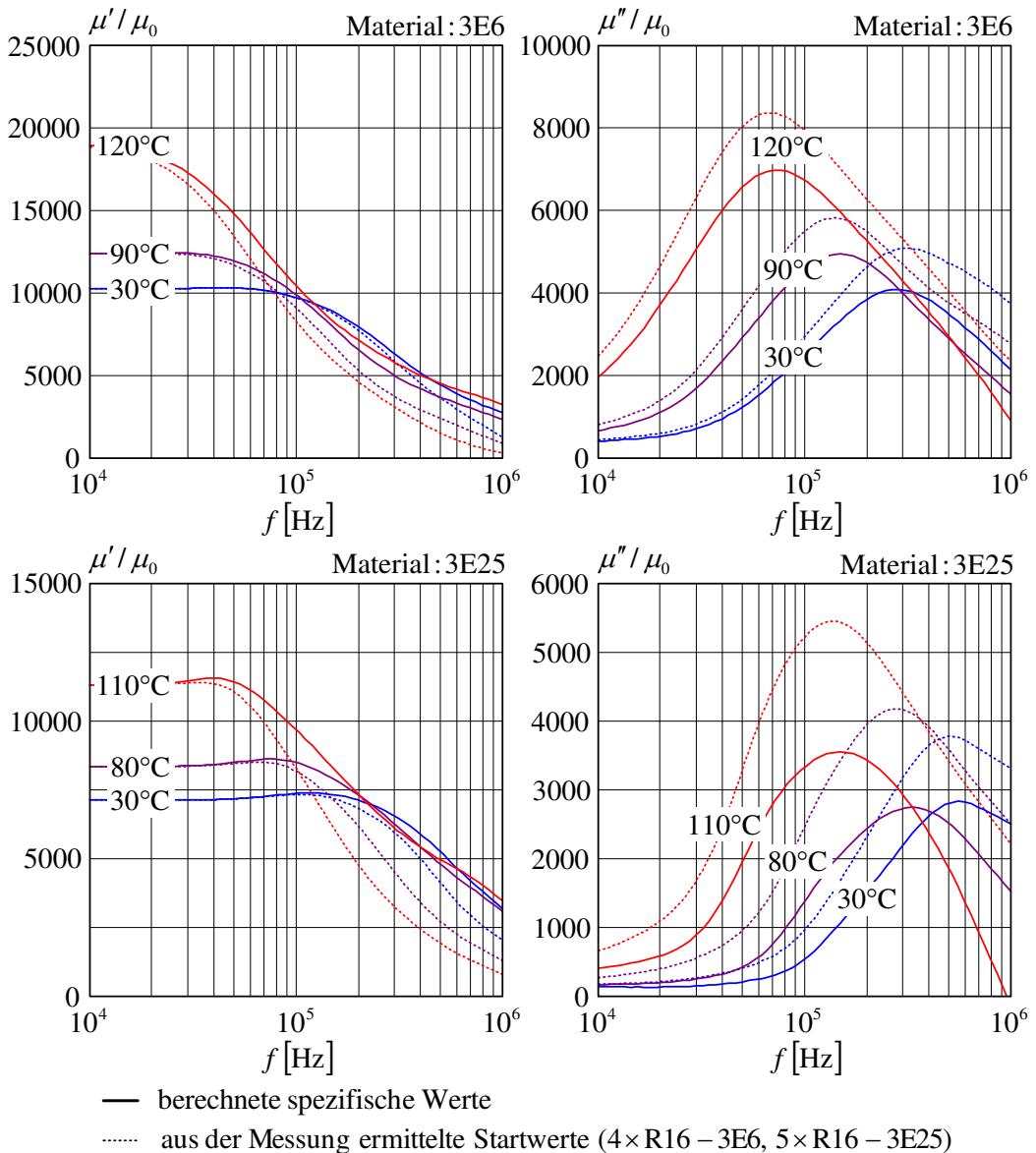
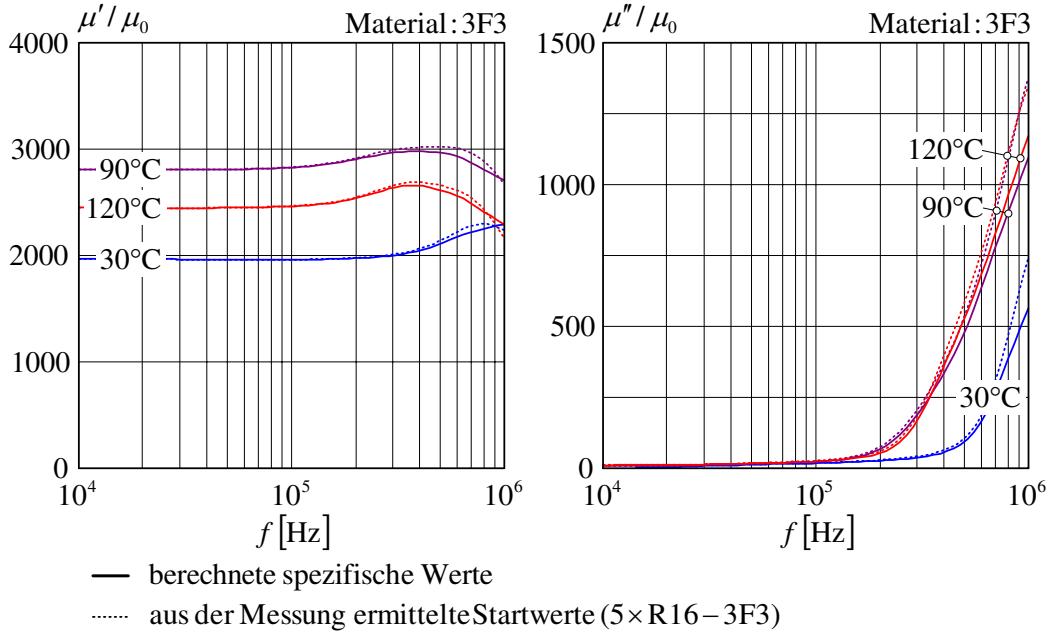


Abbildung 20: Kleinsignalverläufe von μ'/μ_0 und μ''/μ_0 (3E6 und 3E25)

Zur Berechnung der elektromagnetischen Felder kamen zwei verschiedene Verfahren zur Anwendung. Zunächst wurde die zugrunde liegende Feldgleichung mit Hilfe der Separation der Variablen [Alb07a], [Alb06b] analytisch exakt gelöst. Auf die Lösungsfunktionen, die bereits in [Sta06d] veröffentlicht sind, wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter eingegangen. Später wurde dasselbe Feldproblem, wie im Kapitel 5.1.1 beschrieben, noch einmal mit Hilfe eines Differenzenverfahrens gelöst, weil der dabei entstandene Algorithmus einfacher in den automatisierten Programmablauf eingebunden werden konnte (es entfällt die bei variablen Kerngrößen komplizierte Bestimmung und Überprüfung der Eigenwerte und Lösungsfunktionen). Damit auf die tatsächlichen spezifischen Materialparameter, wie im Kapitel 2.1.3 beschrieben, rückgerechnet werden kann, müssen die Rechenwerte, ausgehend von den Startwerten, in einem Optimierungszyklus an die gemessenen Impedanzverläufe angepasst werden.

Abbildung 21: Kleinsignalverläufe von μ'/μ_0 und μ''/μ_0 (3F3)

Es ist eine Vielzahl von Einzelsimulationen nötig, für die beide erwähnten zweidimensionalen Rechnungen zu zeitaufwändig sind. Aus diesem Grund wurde eine zu (16) äquivalente geschlossene Funktion der komplexen Impedanz des Ringkerns unter dem Einfluss von Wirbelströmen gesucht, deren Ergebnisse mit denen der zweidimensionalen Simulationen vergleichbar sind. Zur Ableitung der Impedanz wird nun zunächst die in Abbildung 22 dargestellte ebene Anordnung betrachtet.

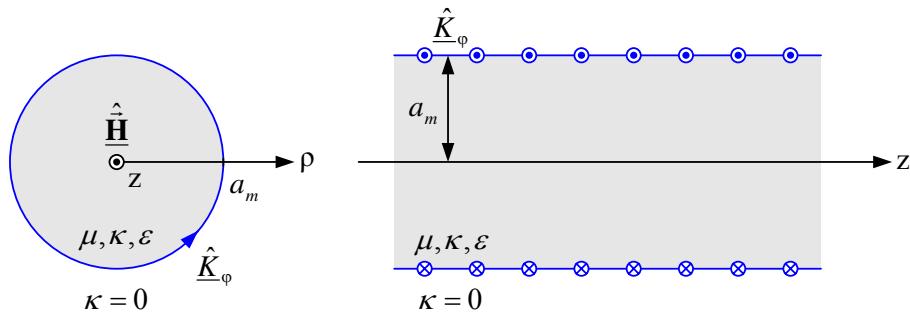


Abbildung 22: Ferritstab erregt durch homogenen Flächenstrom

Ein in z-Richtung unendlich ausgedehnter Ferritstab mit kreisförmigem Querschnitt und Radius a_m wird an seiner Außenseite von einem homogenen Flächenstrom mit der komplexen Amplitude $\hat{\underline{K}} = \hat{K}_\varphi \hat{\mathbf{e}}_\varphi$ erregt. Der Radius a_m des Stabs wird nun so gewählt, dass seine Querschnittsfläche mit der rechteckförmigen Querschnittsfläche eines Ringkerns übereinstimmt. Von dem unendlich langen Stab wird schließlich ein Abschnitt der Länge l_m betrachtet, die nötig ist, um identische A_L -Werte von Ringkern und Rundstab zu erhalten.

Bezeichnen a und b den Innen- bzw. Außenradius und h die Höhe des Toroids, gelten die Beziehungen

$$a_m = \sqrt{\frac{(b-a)h}{\pi}} \quad \text{und} \quad l_m = \frac{2\pi(b-a)}{\ln(b/a)}. \quad (20)$$

Aus Symmetriegründen wird für die untersuchte Anordnung der vereinfachte Feldansatz $\hat{\underline{\mathbf{E}}} = \hat{E}_\varphi(\rho)\hat{\mathbf{e}}_\varphi$ gewählt. Wird der Ansatz in die vektorielle Differentialgleichung (9) eingesetzt, erhält man die skalare Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \hat{E}_\varphi}{\partial(\gamma\rho)^2} + \frac{1}{\gamma\rho} \frac{\partial \hat{E}_\varphi}{\partial(\gamma\rho)} - \left(1 + \frac{1}{(\gamma\rho)^2}\right) \hat{E}_\varphi = 0. \quad (21)$$

Gleichung (21) wird von der modifizierten Bessel-Funktion $I_1(\gamma\rho)$ der ersten Art und ersten Ordnung gelöst. Die Bessel-Funktion der zweiten Art $K_1(\gamma\rho)$ scheidet als Lösung aus, da sie im Ursprung $\rho = 0$ divergiert. Der Ansatz für die elektrische Feldstärke lautet jetzt mit einer zunächst noch unbekannten Konstanten \underline{E}_0 :

$$\hat{\underline{\mathbf{E}}} = \underline{E}_0 I_1(\gamma\rho) \hat{\mathbf{e}}_\varphi. \quad (22)$$

Für die magnetische Feldstärke folgt nun aus (7):

$$\hat{\underline{\mathbf{H}}} = -\frac{\underline{E}_0 \gamma I_0(\gamma\rho)}{j\omega\mu} \hat{\mathbf{e}}_z. \quad (23)$$

Die magnetische Feldstärke kann, wie in [Gel08] gezeigt, im betrachteten Frequenzbereich im Außenraum vernachlässigt werden. Die vereinfachte Randbedingung für die Tangentialkomponente der magnetischen Feldstärke liefert schließlich die fehlende Konstante \underline{E}_0 :

$$\hat{\mathbf{e}}_z \cdot \hat{\underline{\mathbf{H}}} \Big|_{\rho=a_m} = \hat{K}_\varphi. \quad (24)$$

Damit sind alle Feldgrößen bekannt:

$$\hat{\underline{\mathbf{E}}} = -\frac{j\omega\mu\hat{K}_\varphi}{\gamma} \frac{I_1(\gamma\rho)}{I_0(\gamma a_m)} \hat{\mathbf{e}}_\varphi, \quad (25)$$

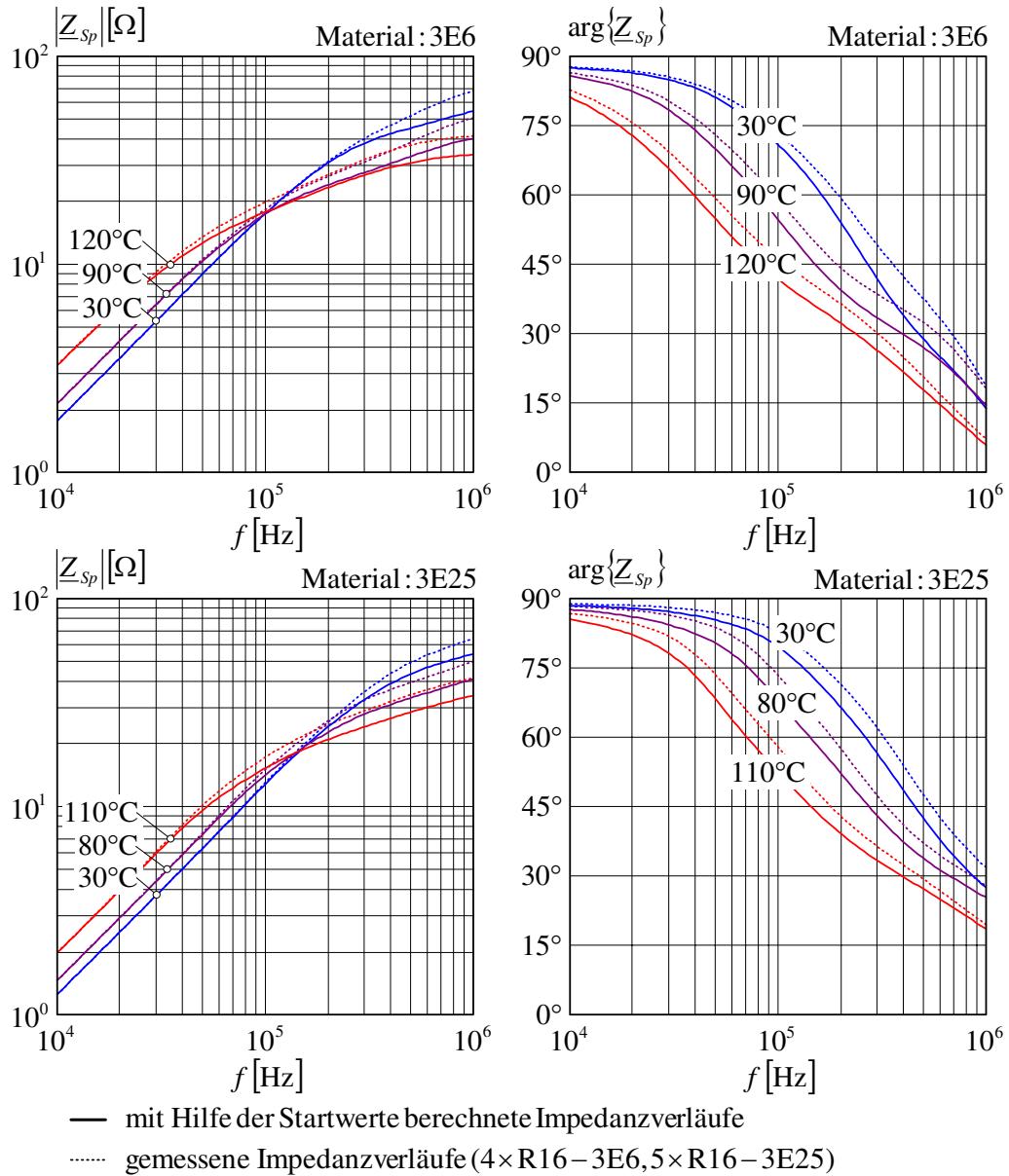
$$\hat{\underline{\mathbf{H}}} = \hat{K}_\varphi \frac{I_0(\gamma\rho)}{I_0(\gamma a_m)} \hat{\mathbf{e}}_z \quad \text{und} \quad \hat{\underline{\mathbf{B}}} = \mu \hat{\underline{\mathbf{H}}}. \quad (26)$$

Der magnetische Fluss, der den Ferritstab in positiver z-Richtung durchsetzt, kann mit Hilfe des Induktionsgesetzes

$$\oint_{K_\varphi} \hat{\underline{\mathbf{E}}} \cdot d\vec{s} = -j\omega \hat{\Phi} \quad (27)$$

ermittelt werden:

$$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}_0 \frac{2}{\gamma a_m} \frac{I_1(\gamma a_m)}{I_0(\gamma a_m)} \quad \text{mit} \quad \hat{\Phi}_0 = \mu\pi a_m^2 \hat{K}_\varphi. \quad (28)$$

Abbildung 23: Mit Hilfe der Startwerte berechnete Impedanz Z_{sp} (3E6 und 3E25)

Betrachtet man den Ferritstab aus Abbildung 22 nun als dicht bewickelten Kern mit N_0 Windungen, die auf der Länge l_m gleichmäßig verteilt sind, kann das Klemmenverhalten dieses Zweipols mit Hilfe der komplexen Impedanz

$$Z_{sp} = j\omega L_0 \frac{2}{\gamma a_m} \frac{I_1(\gamma a_m)}{I_0(\gamma a_m)} \quad (29)$$

beschrieben werden (vgl. [Kol61]). L_0 bezeichnet die Induktivität der Anordnung im Fall $\omega \rightarrow 0$:

$$L_0 = N_0^2 \frac{\mu \pi a_m^2}{l_m}. \quad (30)$$

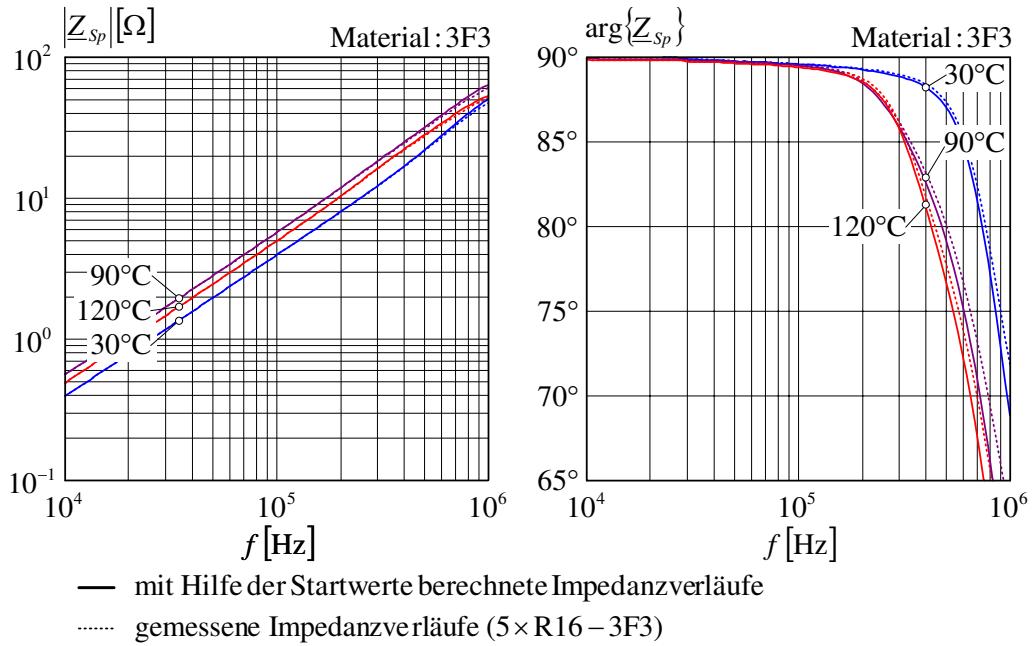


Abbildung 24: Mit Hilfe der Startwerte berechnete Impedanz \underline{Z}_{sp} (3F3)

In den Abbildungen 23 und 24 sind nun die über (29) auf Basis der Startwerte (5) und (19) berechneten Verläufe der Impedanz \underline{Z}_{sp} als durchgezogene Linien nach Betrag und Phase dargestellt. Auch in diesem Fall zeigen sich im Vergleich zu den gepunktet dargestellten Messwerten deutliche Abweichungen. Sie fallen zwar nicht so stark aus, wie bei der Berechnung der Impedanz \underline{Z}_{Ko} in Abbildung 15, dennoch zeigen die Ergebnisse, dass Feldverdrängungseffekte bei der Extraktion der Permeabilität im Frequenzbereich bis 1 MHz, selbst bei den relativ kleinen Ringkernen der Größe R16, nicht vernachlässigbar sind.

Zusammenfassend kann nun festgestellt werden, dass sowohl bei der in Abbildung 10 als auch der in Abbildung 17 dargestellten koaxialen Messhülse Feldverdrängungseffekte während der Messung berücksichtigt werden müssen. Zu diesem Zweck wurden die analytischen Formeln (16) und (29) abgeleitet, mit deren Hilfe die komplexen Impedanzen \underline{Z}_{Ko} und \underline{Z}_{sp} beider Anordnungen, unter Berücksichtigung der Feldverdrängung, berechnet werden können. Problematisch ist nun, dass beide Impedanzen auch von den Materialdaten abhängen, die mit jeweils der anderen Messvorrichtung ermittelt werden. Die Verbindung stellt die komplexe Wellenkonstante γ aus (9) dar, die den Feldverlauf in beiden Fällen bestimmt. Da die Ausdrücke für die Impedanzen \underline{Z}_{Ko} und \underline{Z}_{sp} nicht umkehrbar sind, verbleibt zur Berechnung der gesuchten spezifischen Materialeigenschaften nur ein Optimierungsverfahren, bei dem die Materialdaten, ausgehend von den Startwerten, so lange angepasst werden, bis die mit beiden Impedanzmodellen berechneten Werte möglichst genau den Messungen entsprechen (dieses Verfahren wird im folgenden Kapitel detailliert beschrieben). Anschließend muss lediglich noch die Gültigkeit des bei der Optimierung verwendeten vereinfachten eindimensionalen Modells (29) für die in Abbildung 17 dargestellte Messvorrichtung überprüft werden. Zu diesem Zweck kann eine exakte zweidimensionale Simulation nach [Sta06d]

bzw. dem im Kapitel 5.1.1 abgeleiteten Differenzenalgorithmus, auf Basis der durch den Optimierungszyklus angepassten Materialdaten, durchgeführt werden. Entsprechen die dabei berechneten Impedanzverläufe wiederum annähernd den Messwerten, so sind damit sowohl die Näherungsformel als auch die ermittelten Materialdaten verifiziert, und können in weiterführenden Simulationen verwendet werden.

2.1.3 Algorithmus zur Bestimmung der spezifischen Kleinsignalmaterialeigenschaften

Im Folgenden wird das zur Bestimmung der tatsächlichen spezifischen Materialeigenschaften entwickelte Optimierungsverfahren beschrieben. Grundlage der Optimierung sind die in den Kapiteln 2.1.1 und 2.1.2 abgeleiteten Modelle zur Berechnung der komplexen Impedanzen, \underline{Z}_{Ko} in (16) und \underline{Z}_{Sp} in (29) der in den Abbildungen 10 und 17 dargestellten koaxialen Messhülsen. Als Startwerte des Optimierungszyklus dienen die unter der Annahme idealer Verhältnisse extrahierten Materialparameter nach (5) und (19). Um mit rein reellen Größen rechnen zu können, wird zunächst der 4×1 -Vektor $\vec{\mathbf{f}}_{Opt}$ definiert, der die Real- und Imaginärteile der komplexen Impedanzen \underline{Z}_{Ko} und \underline{Z}_{Sp} enthält, die auf Basis des 4×1 -Vektors $\vec{\mathbf{m}}$ aus den frequenzabhängigen Materialdaten berechnet werden:

$$\vec{\mathbf{f}}_{Opt} \left\{ \underline{Z}_{Ko}(\vec{\mathbf{m}}), \underline{Z}_{Sp}(\vec{\mathbf{m}}) \right\} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \left\{ \underline{Z}_{Ko}(\omega) \right\} \\ \operatorname{Im} \left\{ \underline{Z}_{Ko}(\omega) \right\} \\ \operatorname{Re} \left\{ \underline{Z}_{Sp}(\omega) \right\} \\ \operatorname{Im} \left\{ \underline{Z}_{Sp}(\omega) \right\} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \vec{\mathbf{m}}(\omega) = \begin{bmatrix} \varepsilon'(\omega) \\ \kappa + \varepsilon''(\omega) \\ \mu'(\omega) \\ \mu''(\omega) \end{bmatrix}. \quad (31)$$

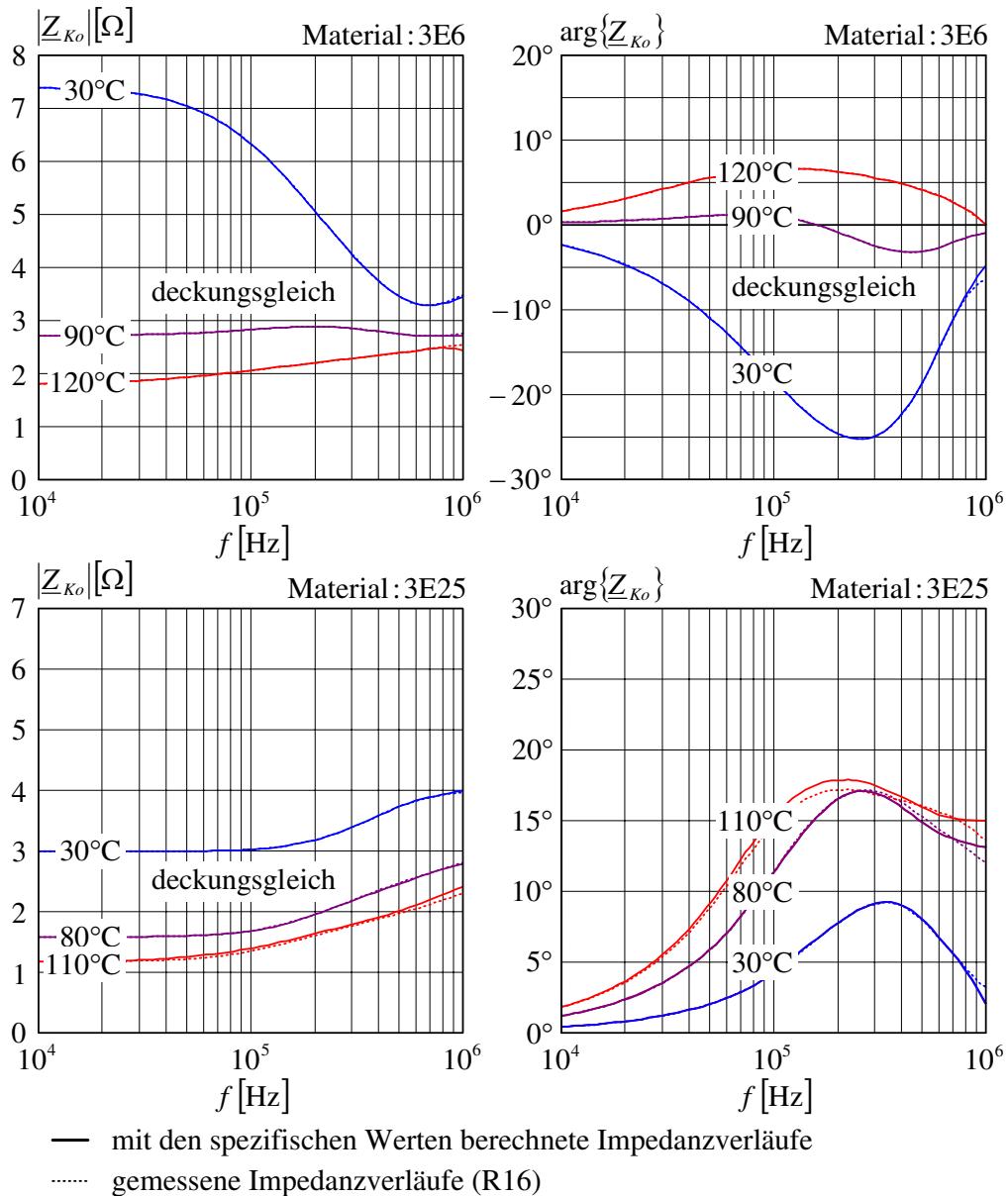
Nun wird zusätzlich der 4×1 -Vektor $\vec{\mathbf{f}}_{Mess}$ definiert, der die Real- und Imaginärteile der Messwerte $\underline{Z}_{Ko}^{(Mess)}$ und $\underline{Z}_{Sp}^{(Mess)}$ enthält:

$$\vec{\mathbf{f}}_{Mess} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \left\{ \underline{Z}_{Ko}^{(Mess)}(\omega) \right\} \\ \operatorname{Im} \left\{ \underline{Z}_{Ko}^{(Mess)}(\omega) \right\} \\ \operatorname{Re} \left\{ \underline{Z}_{Sp}^{(Mess)}(\omega) \right\} \\ \operatorname{Im} \left\{ \underline{Z}_{Sp}^{(Mess)}(\omega) \right\} \end{bmatrix}. \quad (32)$$

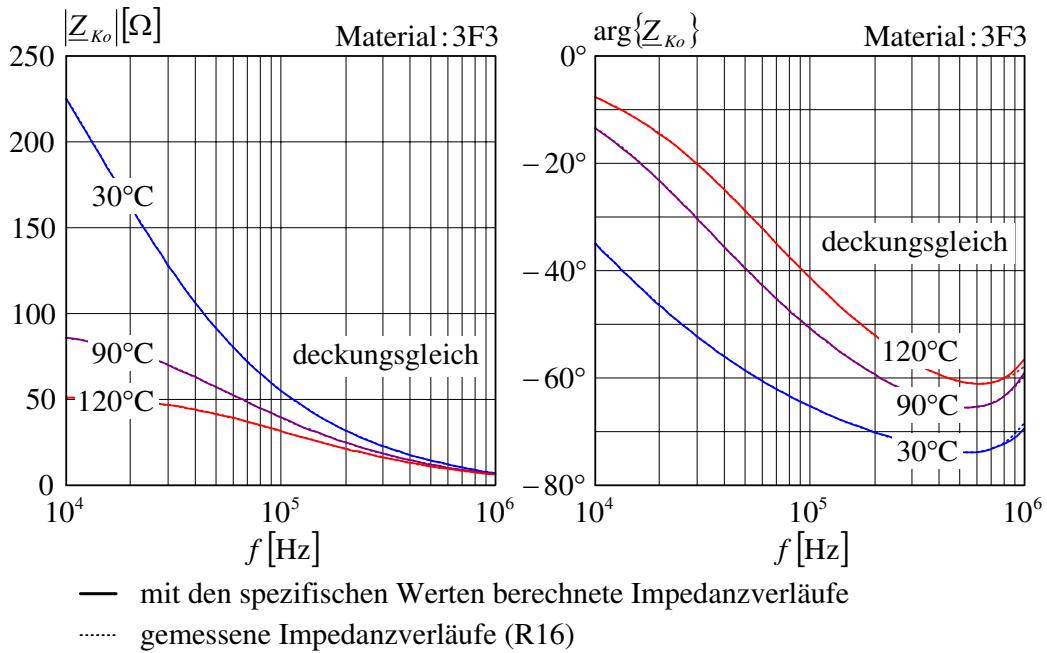
Ausgehend von ihren Startwerten, werden die Materialparameter in $\vec{\mathbf{m}}$ nun so lange mit Hilfe der Matlab®-Funktion `lsqcurvefit.m` variiert, bis die Bedingung

$$\left| \vec{\mathbf{f}}_{Mess} - \vec{\mathbf{f}}_{Opt} \right| = \min! \quad (33)$$

erfüllt ist. Diese Optimierung wird mit einem Aufruf der Funktion für alle gemessenen Frequenzwerte gleichzeitig durchgeführt, wodurch sich die in den Abbildungen 13, 14, 20 und 21 als durchgezogene Linien dargestellten spezifischen Materialparameter ergeben. Betrachtet man die Ergebnisse der frequenzabhängigen Leitfähigkeit $\kappa + \omega\varepsilon''$ in den Abbildungen 13 und 14, kann festgestellt werden, dass die spezifischen Werte im unteren Frequenzbereich annähernd den Startwerten entsprechen, bei höheren Frequenzen aber umso stärker korrigiert werden müssen, je höher die tatsächliche Leitfähigkeit des jeweiligen Materials ist. Dieses Verhalten kann gut mit den erwarteten Feldverdrängungseffekten (Skineffekt) erklärt werden.

Abbildung 25: Mit den spezifischen Werten berechnete Impedanz Z_{Ko} (3E6, 3E25)

Noch drastischer sind dabei die Auswirkungen auf die gemessenen Dielektrizitätszahlen ϵ'/ϵ_0 . Außer im Falle des nur schwach leitfähigen Materials 3F3, ergeben sich hier erst nach dem Optimierungszyklus positive und damit physikalisch sinnvolle Werte. Mit der Frequenz nehmen die spezifischen Werte erwartungsgemäß ab. Eine detaillierte Beschreibung der beteiligten Polarisationsmechanismen findet man in [Sch70]. Auch die in den Abbildungen 20 und 21 dargestellten spezifischen Werte von μ' und μ'' entsprechen im unteren Frequenzbereich den Startwerten und müssen mit zunehmender Leitfähigkeit und Frequenz immer stärker korrigiert werden. Die Startwerte von μ' sind dabei, im Vergleich zu den tatsächlichen spezifischen Werten, tendenziell immer zu niedrig.

Abbildung 26: Mit den spezifischen Werten berechnete Impedanz Z_{K_o} (3F3)

Dieses Verhalten kann dadurch erklärt werden, dass die im Material induzierten Wirbelströme das Magnetfeld im Kern abschwächen, was in diesem Fall an den Klemmen des Bauelements als niedrigere Permeabilität interpretiert wird. Die Startwerte von μ'' sind dagegen zu hoch. Dies liegt daran, dass auch die anteiligen Wirbelstrom- und dielektrischen Verluste bei der Interpretation der Messergebnisse den reinen Hystereseverlusten zugeschlagen werden, die sich dadurch scheinbar erhöhen.

Die Qualität der mit Hilfe des Optimierungszyklus berechneten spezifischen Werte ist gleichermaßen durch die Qualität der Messergebnisse wie durch die Qualität der Rechenmodelle bestimmt. Um bei den Messungen ein optimales Ergebnis zu erzielen, wurde der Übergangswiderstand zwischen den abgeschliffenen Kernoberflächen und den Messingteilen der Messhülse durch galvanisches Vergolden minimiert. Zusätzlich wurde die Impedanz der Messeinrichtung mit Hilfe der open-short Kompensation automatisch herausgerechnet. Es wurde versucht, die geometrischen Daten der Kerne so genau wie möglich zu bestimmen, um exakte Ergebnisse der Rechenmodelle zu erhalten. Die Dicken der Isolationsbeschichtungen der verwendeten Kerne sind in [Gel08] mit Hilfe eines hochauflösenden optischen Scanners exakt bestimmt und bei der Vermessung der Probenkerne berücksichtigt worden. Dabei konnte eine Genauigkeit im Bereich von ca. ± 0.01 mm erzielt werden. Ob mittels Kombination aus Messung und Rechnung ein konsistentes Verfahren erzielt wurde, zeigt sich letztendlich dadurch, inwieweit beide komplexe Impedanzen Z_{K_o} und Z_{S_p} durch (33) an einen einheitlichen Satz von spezifischen Materialparametern angepasst werden können. Zu diesem Zweck sind in den Abbildungen 25, 26, 27 und 28 die Verläufe der komplexen Impedanzen Z_{K_o} und Z_{S_p} nach Betrag und Phase dargestellt, welche sich bei Verwendung der über (33) ermittelten spezifischen Materialparameter ergeben.

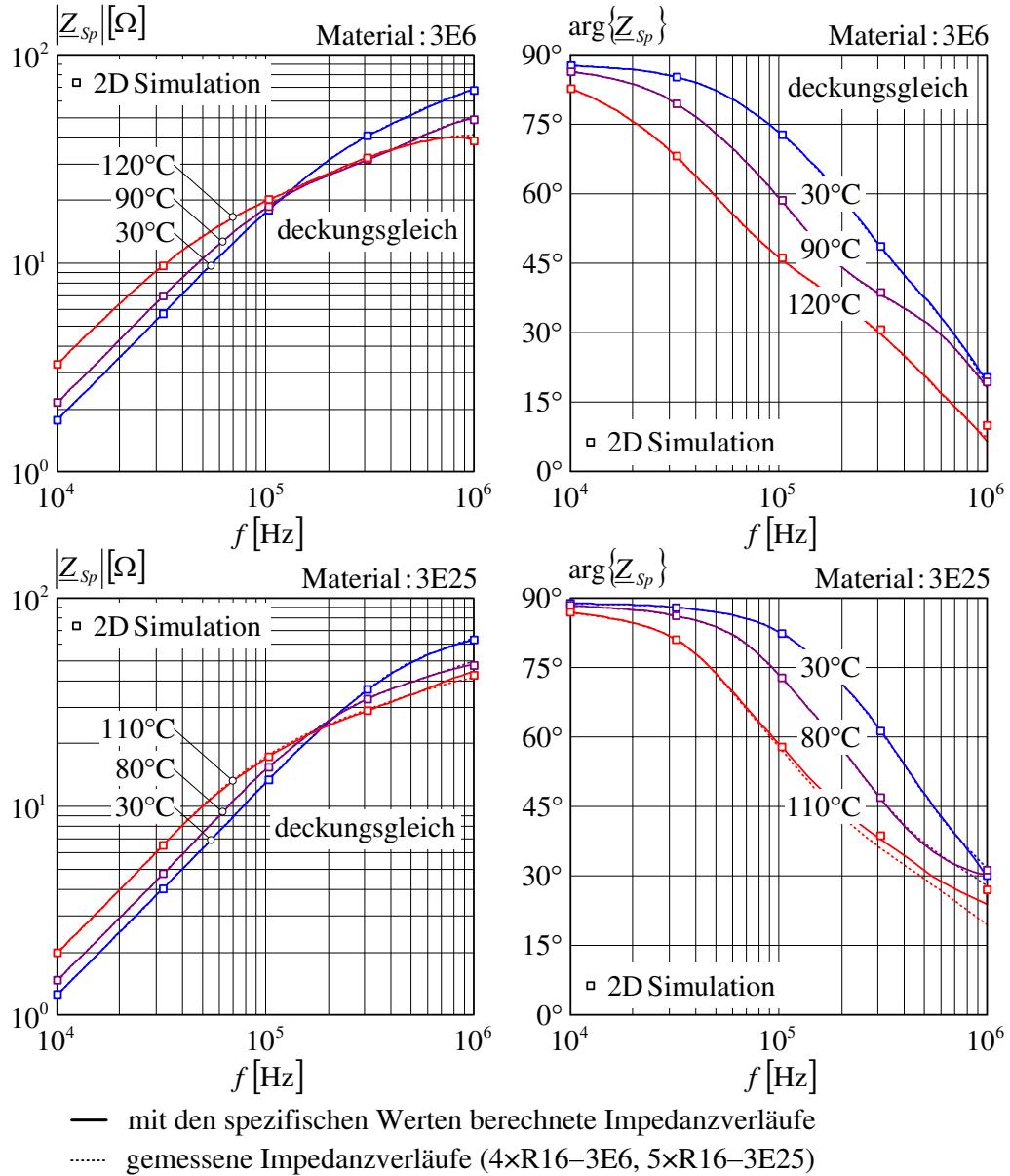


Abbildung 27: Mit den spezifischen Werten berechnete Impedanz Z_{sp} (3E6, 3E25)

Die durchgezogenen Linien in den Abbildungen 25 und 26 entsprechen den über (16) berechneten Werten von Z_{Ko} . Die Ergebnisse sind mit den gestrichelt dargestellten Messwerten bis auf kleine Bereiche nahezu identisch. Auch die in den Abbildungen 27 und 28 dargestellten Verläufe von Z_{sp} sind, bis auf wenige Bereiche mit geringen Abweichungen, mit den in den Bildern dargestellten Messkurven nahezu deckungsgleich. Die Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass die durch den Optimierungszyklus berechneten Materialparameter auch tatsächlich den wahren spezifischen Materialeigenschaften entsprechen. Den endgültigen Beweis liefert jedoch erst die Überprüfung der Gültigkeit der Näherungen, die bei der Herleitung von (29) vorausgesetzt wurden (Gleichung (29) beschreibt das eindimensionale Modell der komplexen Impedanz Z_{sp} , das während der Optimalanpassung der Materialparameter verwendet wird).

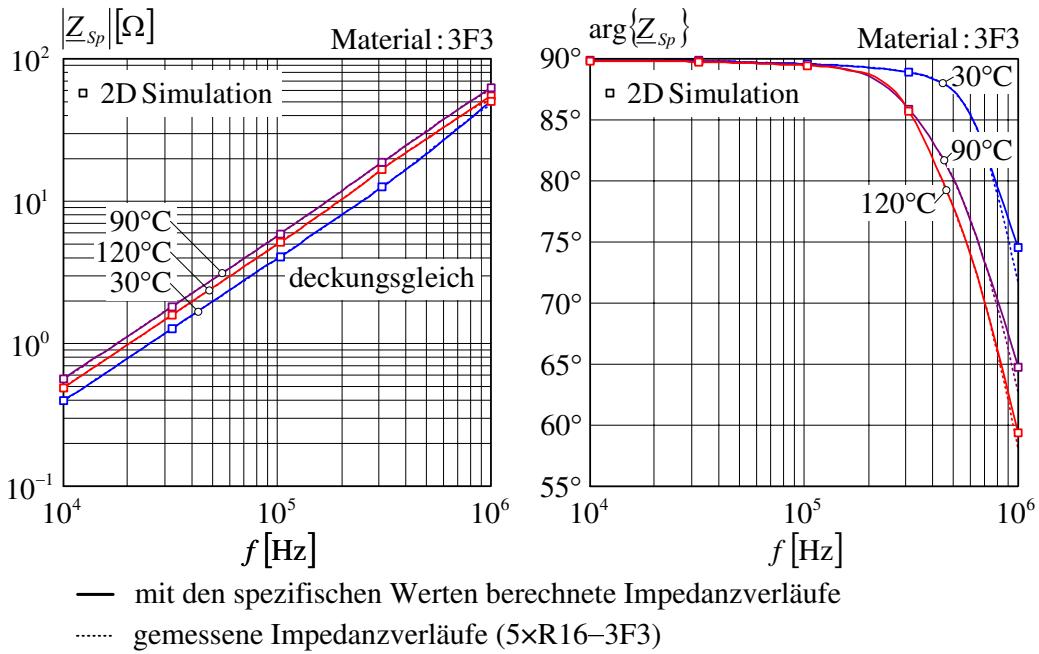


Abbildung 28: Mit den spezifischen Werten berechnete Impedanz Z_{sp} (3F3)

Vergleicht man die Ergebnisse mit den in den Abbildungen 27 und 28 zusätzlich als Vierecke eingezeichneten Ergebnissen der exakten zweidimensionalen Simulationen (s. Kapitel 5.1.1), wird deutlich, dass die Näherungen, selbst bei hohen Leitfähigkeiten, bis in den oberen Frequenzbereich erfüllt sind. Diese Ergebnisse verifizieren abschließend das vorgeschlagene Verfahren. Die Näherungsformel führt zu einer erheblichen Beschleunigung des Optimierungszyklus und wird auf Basis dieser Ergebnisse in allen folgenden Untersuchungen verwendet.

Das im Kapitel 2.1 beschriebene Verfahren ermöglicht somit die messtechnische Bestimmung der spezifischen Materialeigenschaften bei Kleinsignalsteuerung. Die dabei ermittelte Kleinsignalpermeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$ ist für die weiteren Untersuchungen des Materialverhaltens bei Großsignalsteuerung nicht von Interesse und wird nicht weiter verwendet. Die Werte dienen lediglich dazu, die elektrische Leitfähigkeit und die Permittivität der Ferritmaterialien unter Berücksichtigung der auftretenden Feldverdrängungseffekte exakt zu bestimmen. Die Ergebnisse werden im Folgenden dazu benutzt, die spezifische Permeabilität bei Großsignalsteuerung zu berechnen. Bei dieser Vorgehensweise wird angenommen, dass die Werte der elektrischen Leitfähigkeit und der Permittivität der Ferritmaterialien im Wesentlichen durch Temperatur und Frequenz, nicht aber durch die Stärke der Wirbelströme beeinflusst werden. Betrachtet man einen konventionellen Kohleschichtwiderstand bzw. Kondensator, stellt man fest, dass diese Bauelemente dasselbe Verhalten zeigen. Die Stromabhängigkeit des Ohm'schen Anteils des Widerstands bzw. der Kapazität des Kondensators ist auf die Ohm'sche Verlustleistung und damit auf die steigende Temperatur im Inneren der Bauelemente zurückzuführen, nicht aber auf die Stromstärke selbst. Die Gültigkeit dieser Annahme wird im Kapitel 5.1.2 untersucht und kann dort schließlich bestätigt werden.

2.2 Automatisierter Großsignal-Messplatz

In diesem Kapitel wird der im Rahmen der Arbeit erstellte Großsignal-Messplatz detailliert beschrieben. Mit Hilfe des Messaufbaus können die Kernverluste magnetischer Bauelemente unter realistischen Bedingungen, d.h. unter Großsignalaussteuerung, bei hohen Frequenzen und Temperaturen sowie bei unterschiedlichen Stromformen, gemessen werden. Im Kapitel 2.2.1 werden zunächst das angewandte Messprinzip und die Messgrößen genauer erläutert. Kapitel 2.2.2 beschreibt die technische Realisierung anhand der verwendeten Komponenten sowie der erstellten Steuerungssoftware. Aus den Messdaten können die für spätere Simulationen benötigten Werte der spezifischen Großsignalpermeabilität extrahiert werden. Im Laufe der Arbeit zeigte sich, wie schon bei der Bestimmung der spezifischen Werte der elektrischen Leitfähigkeit und der dielektrischen Eigenschaften der Ferritmaterialien bei Kleinsignalaussteuerung, dass Feldverdrängungseffekte auch bei den Großsignalmessungen nicht in allen Fällen durch die Wahl entsprechender Probengeometrien zu vermeiden sind. Aus diesem Grund wurde, analog zu dem im Kapitel 2.1.3 beschriebenen Verfahren, ein weiterer Optimierungsalgorithmus entwickelt, mit dessen Hilfe aus den Messergebnissen auf die tatsächlichen spezifischen Werte der Großsignalpermeabilität rückgerechnet werden kann, selbst wenn das Magnetfeld infolge von Wirbelströmen aus dem Inneren des Kernquerschnitts der Probe verdrängt ist. Das Verfahren setzt die Kenntnis der elektrischen Leitfähigkeit und der dielektrischen Eigenschaften des Probenmaterials voraus und wird im Kapitel 2.2.3 im Detail beschrieben.

Weil das Innere der Proben messtechnisch nicht zugänglich ist, kann lediglich deren Klemmenverhalten als Grundlage für eine Deutung der relativ komplexen Vorgänge im Inneren der Kerne verwendet werden. Deshalb ist die Kenntnis der zu erwartenden Messfehler für zuverlässige Ergebnisse und die Konsistenz von Messung und Simulation von entscheidender Bedeutung. Die Berechnung der systematischen Messfehler des Großsignalmessplatzes erfordert eine Reihe von theoretischen Berechnungen und ist damit recht umfangreich. Sie wird im Kapitel 3 gesondert dargestellt.

2.2.1 Messprinzip und gemessene physikalische Größen

Abbildung 29 zeigt ein Prinzipschaltbild der Großsignalmessung. Das Messprinzip orientiert sich an der gültigen Norm [IEC-60404-6] und wird im Folgenden genauer erläutert. Sollen mit Hilfe des Messplatzes lediglich die gesamten Kernverluste eines magnetischen Bauelements gemessen werden, kann die Messung grundsätzlich bei jeder beliebigen Kerngeometrie durchgeführt werden. Wenn auf eine möglichst gute Kopplung von Primär- und Sekundärwicklung geachtet wird (s. Kapitel 3.1.5), muss dabei der magnetische Pfad nicht unbedingt über hochpermeable Materialien geschlossen sein. Sollen die Messergebnisse jedoch einem bestimmten Arbeitspunkt des Materials zugeordnet werden, wie z.B. bei der Bestimmung der im Kapitel 1.3.3 beschriebenen spezifischen Kernverluste pro Volumen, muss die Verteilung der magnetischen Flussdichte, auch bei der Messung eines Materials mit unbekannten Eigenschaften, als bekannt vorausgesetzt werden können, so wie dies bei Ringkernproben mit einer möglichst homogenen Wicklung der Fall ist.

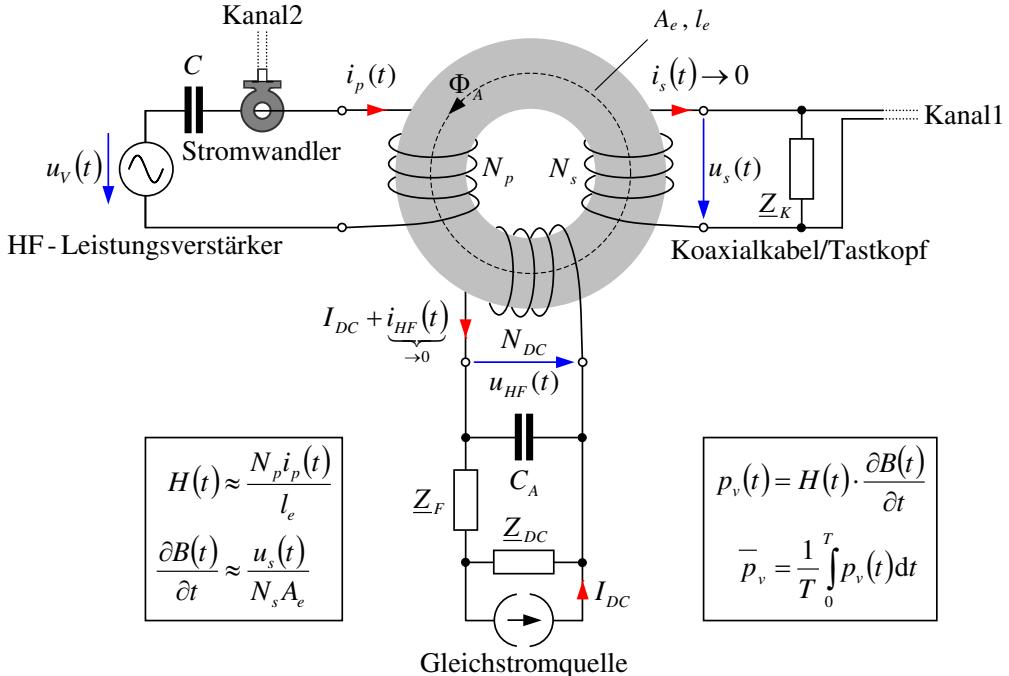


Abbildung 29: Prinzipschaltbild der Großsignalmessung

Die verwendeten Toroide müssen dabei im höheren Frequenzbereich ausreichend klein gewählt werden um eine weiträumige Ausbreitung von Wirbelströmen zu verhindern. Die Probe wird nun, wie in Abbildung 29 dargestellt, von dem hochfrequenten Spannungssignal $u_V(t)$ erregt. Infolge der Spannung fließt der Primärstrom $i_p(t)$, der aufgrund des DC-Blockkondensators C keinen Gleichanteil enthält. Der Primärstrom wird mit Hilfe des eingezeichneten Stromwandlers gemessen, dessen Spannungssignal am Kanal 2 des verwendeten digitalen Speicheroszilloskops erfasst wird. Der Primärstrom $i_p(t)$ magnetisiert die Probe über N_p Primärwindungen, wodurch sich im Kern mit der effektiven Querschnittsfläche A_e und der effektiven Weglänge l_e des magnetischen Pfads der hochfrequente magnetische Fluss $\Phi_A(t)$ einstellt. Die Auswirkungen unterschiedlicher Definitionen von A_e und l_e auf die Genauigkeit der Messergebnisse wird im Kapitel 3.1.1 ausführlich untersucht. Der magnetische Fluss durchsetzt auch die Sekundärwicklung, wodurch in den N_s Sekundärwindungen die Sekundärspannung $u_s(t)$ induziert wird. Die Sekundärspannung wird über ein Koaxialkabel bzw. einen Tastkopf gemessen und am Kanal 1 des Oszilloskops erfasst. Aufgrund der unvermeidlichen Impedanz Z_K der Kabel bzw. Tastköpfe kommt dabei der Sekundärstrom $i_s(t)$ zum Fließen, der jedoch bei geeigneter Wahl der Kabel bzw. Tastköpfe im untersuchten Frequenzbereich vernachlässigt werden kann (s. Kapitel 3.1.3). Die Proben sollen auch unter Gleichfeld-Voraussteuerung des Materials gemessen werden. Zu diesem Zweck wird eine dritte Wicklung mit N_{DC} Windungen auf die Probe aufgebracht. Über die eingezeichnete Gleichstromquelle kann der Gleichstrom I_{DC} in die Wicklung eingespeist werden. Auch diese Wicklung wird vom magnetischen Fluss $\Phi_A(t)$ durchsetzt, wodurch die hochfrequente Spannung $u_{HF}(t)$ in den Windungen induziert wird. Da die Eingangsimpedanz Z_{DC} der Gleichstromquelle bei der Messfrequenz sehr niedrig ist, muss zusätzlich eine hochimpedante Filterimpedanz Z_F in den Gleichstromkreis eingefügt werden um den

hochfrequenten Fehlerstrom $i_{HF}(t)$ ebenfalls vernachlässigbar klein zu halten. Die Filterimpedanz wurde durch eine Induktivität realisiert, die unter Beachtung der dominierenden parasitären Kapazität C_A des Aufbaus, im gewünschten Frequenzbereich, eine ausreichende Gesamtimpedanz des Gleichstromkreises sicherstellt (s. Kapitel 3.1.3). Aus den Messgrößen $i_p(t)$ und $u_s(t)$ kann nun leicht auf die magnetischen Feldgrößen innerhalb der Probe geschlossen werden. Eine Auswertung des Oersted'schen Gesetzes liefert zunächst den zeitlichen Verlauf der mittleren magnetischen Feldstärke im Kern:

$$H(t) \approx \frac{N_p i_p(t)}{l_e}. \quad (34)$$

Die zeitliche Ableitung der mittleren magnetischen Flussdichte kann über das Induktionsgesetz berechnet werden:

$$\frac{\partial B(t)}{\partial t} \approx \frac{u_s(t)}{N_s A_e}. \quad (35)$$

Aus den beiden magnetischen Feldgrößen erhält man die dem Feld zugeführte Leistungsdichte (pro Volumen)

$$p_v(t) = H(t) \cdot \frac{\partial B(t)}{\partial t} \approx \frac{N_p}{N_s} \frac{1}{V_e} u_s(t) i_p(t) \quad \text{mit} \quad V_e = A_e l_e, \quad (36)$$

deren zeitlicher Mittelwert über eine Periode mit der Periodendauer T die mittlere Verlustleistung pro Volumen

$$\bar{p}_v = \frac{1}{T} \int_0^T p_v(t) dt \approx \frac{N_p}{N_s} \frac{1}{V_e} \frac{1}{T} \int_0^T u_s(t) i_p(t) dt \quad (37)$$

ergibt. Diese Werte sind mit den nach der Steinmetz-Formel (3) berechneten Werten vergleichbar. Den zeitlichen Verlauf der magnetischen Flussdichte erhält man durch eine Integration von (35):

$$B(t) \approx \frac{1}{N_s A_e} \int u_s(t) dt + B_{DC} \quad \text{mit} \quad B_{DC} \stackrel{!}{=} 0, \quad (38)$$

wobei der durch I_{DC} hervorgerufene Gleichanteil B_{DC} der magnetischen Flussdichte in diesem Zusammenhang zu Null gesetzt wird, da im Folgenden nur die Wechselanteile der Feldgrößen betrachtet werden sollen. Die Energiedichte des Wechselfelds lautet damit:

$$w_m(t) = \frac{1}{2} B(t) \cdot H(t) \approx \frac{1}{2} \frac{N_p}{N_s} \frac{1}{V_e} \int u_s(t) dt \cdot i_p(t). \quad (39)$$

Ihr zeitlicher Mittelwert gibt die mittlere, im Wechselfeld gespeicherte, magnetische Energie an:

$$\bar{w}_m = \frac{1}{T} \int_0^T w_m(t) dt \approx \frac{1}{2} \frac{N_p}{N_s} \frac{1}{V_e} \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int u_s(t) dt \right] \cdot i_p(t) dt. \quad (40)$$

Auf Basis der Größen \bar{p}_v und \bar{w}_m können nun die Elemente des Ersatzschaltbildes der Spule aus einem Widerstand R_s und einer dazu in Reihe geschalteten Induktivität L_s definiert werden:

$$R_s I_{eff}^2 \stackrel{!}{=} \bar{p}_v \cdot V_e \quad \text{und} \quad \frac{1}{2} L_s I_{eff}^2 \stackrel{!}{=} \bar{w}_m \cdot V_e. \quad (41)$$

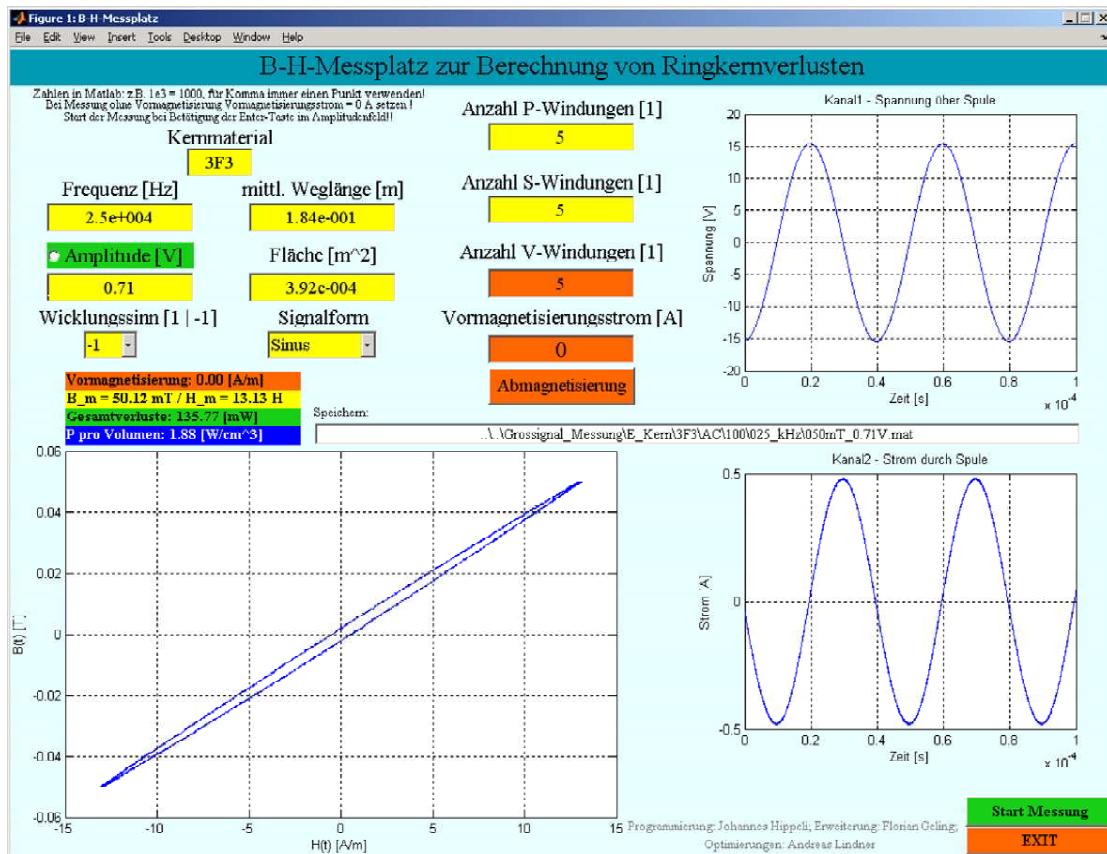


Abbildung 30: Eingabefenster der Steuersoftware

I_{eff} bezeichnet dabei den Effektivwert des gemessenen Stromverlaufs

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_p^2(t) dt}, \quad (42)$$

der auf Basis des digitalisierten Messsignals berechnet wird. Aus den so ermittelten Werten von R_s und L_s kann anschließend auf den Real- und Imaginärteil der komplexen Permeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$ geschlossen werden. Im Folgenden bezeichnet a bzw. b den Innen- bzw. Außenradius und h die Höhe eines Ringkerns mit rechteckförmiger Querschnittsfläche. Die komplexe Impedanz Z_{Sp} der mit N_p Windungen bewickelten Probe kann nun zunächst unter der Annahme berechnet werden, dass Feldverdrängungseffekte vernachlässigt werden können. Sie wird mit der Impedanz des ermittelten Serienersatzschaltbildes gleichgesetzt:

$$Z_{Sp} \approx j\omega N_p^2 (\mu' - j\mu'') \frac{h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} = R_s + j\omega L_s. \quad (43)$$

Damit lauten die gesuchten Werte:

$$\mu' = \left(N_p^2 \frac{h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \right)^{-1} L_s \quad \text{und} \quad \mu'' = \left(\omega N_p^2 \frac{h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \right)^{-1} R_s. \quad (44)$$



Abbildung 31: Funktionsgenerator Fluke® PM-5138A

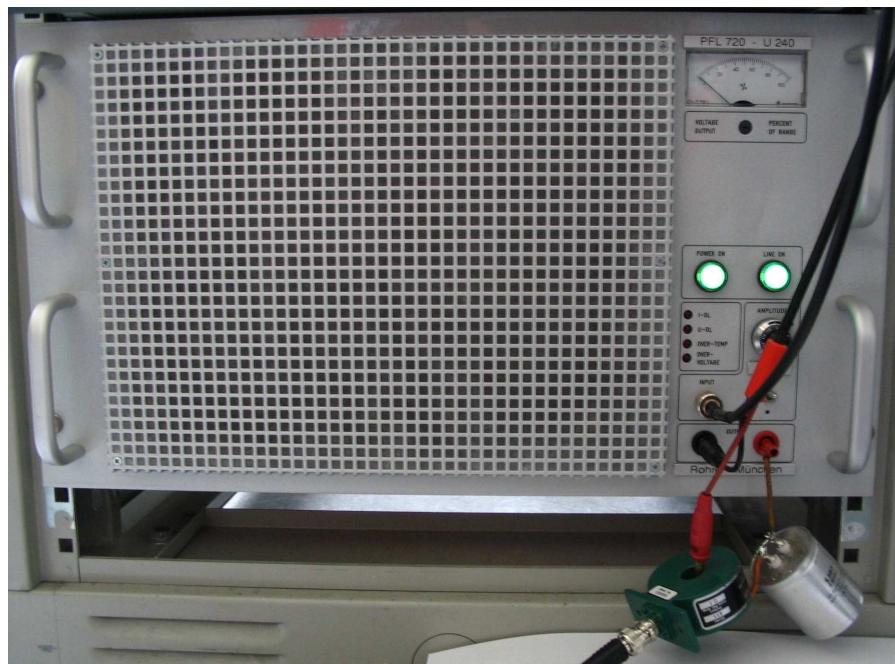


Abbildung 32: HF-Leistungsverstärker Rohrer® PFL-172-U240

2.2.2 Technische Realisierung

Es folgt nun eine Beschreibung der zum Aufbau des Großsignalmessplatzes verwendeten Geräte sowie der Steuerungssoftware, die es ermöglicht, Messungen nach dem im Kapitel 2.2.1 beschriebenen Prinzip – größtenteils automatisiert – durchführen zu können. Abbildung 30 zeigt das Eingabefenster für die in Matlab® erstellten Programme. Hier können sämtliche Daten eingegeben werden, die für einen Messvorgang benötigt werden. Zunächst wird das Messobjekt durch seine effektive Fläche A_e , die effektive Weglänge l_e sowie die Windungszahlen N_p , N_s und N_{DC} der drei aufgebrachten Wicklungen beschrieben. Anschließend kann der Wicklungssinn von N_s im Verhältnis zu N_p so gewählt werden, dass die Hystereseschleife in der gewohnten Form wiedergegeben wird. Nun wird die Stromstärke I_{DC} des verwendeten Gleichstroms zur Vormagnetisierung eingegeben, die im gegenwärtigen Zustand des Messaufbaus jedoch noch vom Benutzer mit der Hand eingestellt und an einem Multimeter abgelesen werden muss.



Abbildung 33: Labornetzgerät Elektro-Automatik® EA-PS-9065-20

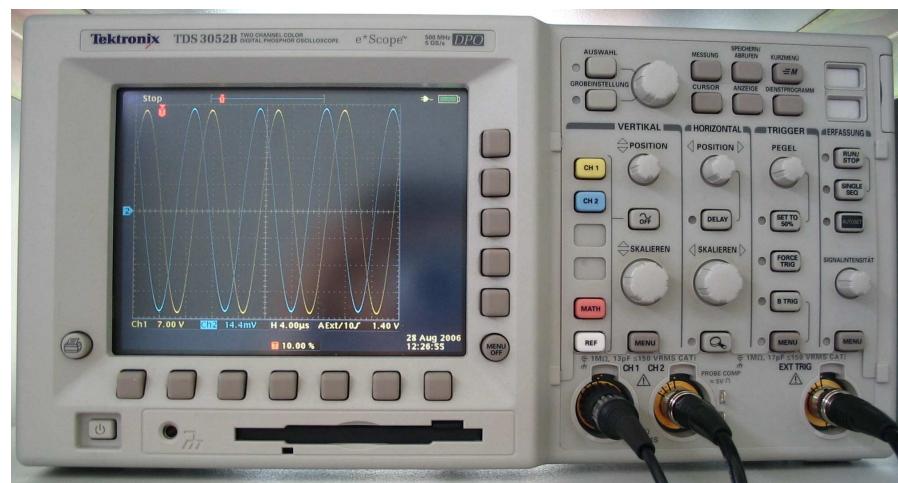


Abbildung 34: Oszilloskop Tektronix® TDS-3052B

Als Gleichstromquelle wird das in Abbildung 33 dargestellte Labornetzgerät Elektro-Automatik® EA-PS-9065-20 verwendet, das Ströme bis zu 40 A liefern kann. Um dem Gerät eine gewisse Ohm'sche Last zur Verfügung zu stellen und so den Regelbereich des Geräts bei kleinen Strömen besser auszunutzen, werden die beiden parallel geschalteten Leistungswiderstände aus Abbildung 35 in den Gleichstromkreis eingefügt (im Schaltbild 29 sind die Widerstände Teil der Filterimpedanz Z_F). Die in dem resultierenden Gesamtwiderstand von ca. 2.3Ω in Wärme umgesetzte Verlustleistung begrenzt dabei den maximal zulässigen Gleichstrom auf ca. 5 A. Bei höheren Strömen müssen die Widerstände überbrückt werden, damit eine thermische Zerstörung der Bauelemente verhindert wird. Nun wird die Probe, wie im Schaltbild 29 gezeigt, zusätzlich von einer hochfrequenten Spannungsquelle erregt. Die Spannung $u_V(t)$ wird dabei durch die Ausgangsspannung des in Abbildung 32 dargestellten Leistungsverstärkers Rohrer® PFL-172-U240 gebildet.

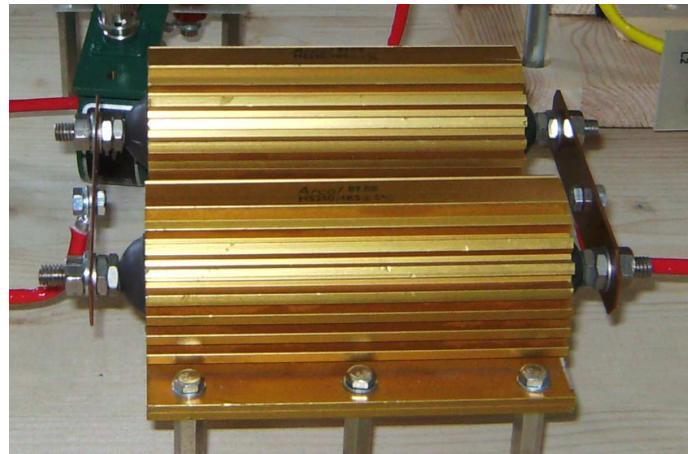


Abbildung 35: Leistungswiderstände ($R_{ges} \approx 2.3 \Omega$)

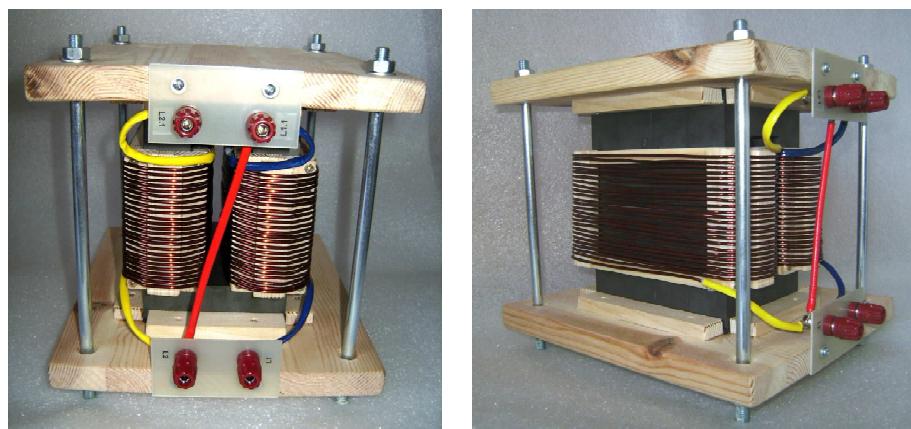


Abbildung 36: Filterspule im Gleichstromkreis ($L \approx 3.1 \text{ mH}$)

Der Verstärker liefert eine maximale Ausgangsspannung von ca. $\pm 240 \text{ V}$ und Spitzenströme von ca. $\pm 3.5 \text{ A}$, wobei die Ausgangsleistung auf ca. 300 W begrenzt ist. Der Verstärker kann nach der Spezifikation des Herstellers bis zu einer maximalen Frequenz von 700 kHz betrieben werden. Entsprechende Versuche zeigten jedoch, dass in der Anwendung auch bis ca. 1 MHz keine störenden Verzerrungen auftreten. Das Eingangssignal des Verstärkers darf max. $\pm 5 \text{ V}$ betragen und wird mit Hilfe des verwendeten Funktionsgenerators Fluke® PM-5138A aus Abbildung 31 eingestellt. Für die Parameter zur Steuerung des Funktionsgenerators befinden sich ebenfalls entsprechende Felder im Eingabefenster. Hier kann zunächst die Frequenz und die Signalform (Sinus, Dreieck, Rechteck) festgelegt werden. Um die Probe auszusteuern, sind zwei unterschiedliche Strategien möglich. So kann einerseits die Spannungsamplitude am Funktionsgenerator direkt vorgegeben werden – der erreichte Spitzenwert der magnetischen Flussdichte \hat{B} wird bei dieser Variante erst im Anschluss an die Messung berechnet – andererseits kann der gewünschte Wert der Aussteuerung auch direkt festgelegt werden. Die Spannung wird dann am Funktionsgenerator in einem automatischen Iterationsprozess so lange verändert, bis der gewünschte Wert erreicht ist.



Abbildung 37: Wärmeschrank Venticell®, Thermometer Greisinger® GMH-3230

Bei der zweiten Variante ist jedoch zu beachten, dass sich die Probe im Laufe des Iterationszyklus weiter erwärmt, was schließlich zu deutlichen Abweichungen in den Ergebnissen führen kann. Nach der Eingabe eines Kürzels für das gemessene Material sowie eines Dateinamens zum Abspeichern der Messdaten, kann die Messung auf Knopfdruck gestartet werden.

Nun werden alle Messgeräte direkt aus Matlab® über die GPIB-Schnittstelle angesteuert. Jedes einzelne Gerät wird dabei zunächst in einen fest definierten Grundzustand zurückgesetzt und anschließend anhand der Benutzereingaben eingestellt. Der Skalenbereich des in Abbildung 34 dargestellten digitalen Speicheroszilloskops Tektronix® TDS-3052B wird automatisch so gewählt, dass das Signal den Anzeigenbereich möglichst gut ausfüllt und horizontal mindestens zwei Perioden des zu $i_p(t)$ proportionalen Spannungssignals des Stromwandlers sowie von $u_s(t)$ erfasst werden. Beide Signale werden parallel mit einer maximalen Rate von 5 GS/s digitalisiert, wobei zur Darstellung der Signale 10000 Punkte in horizontaler Richtung verwendet werden. Die Vertikalauflösung beträgt 9 Bit. Eine ausführliche Diskussion der dabei auftretenden Messfehler findet sich im Kapitel 3.1.2. Nach der Übertragung der Oszilloskopdaten in den PC werden die Zeitverläufe von $i_p(t)$ und $u_s(t)$ sowie die Hystereseschleife dargestellt. Auf Basis der digitalen Daten werden anschließend die Kernverluste und der Real- bzw. Imaginärteil der komplexen Großsignalpermeabilität, wie im Kapitel 2.2.1 beschrieben, berechnet, die entsprechenden Zahlenwerte ausgegeben und der gesamte Datensatz abgespeichert. Wurde das Material während der Messung mit starken Gleichfeldern vormagnetisiert, kann es vor einer erneuten Messung über eine entsprechende Routine abmagnetisiert werden. Zum Abbau der Remanenz läuft dabei eine Reihe von Messungen mit stetig abnehmender Aussteuerung ab. Abbildung 38 zeigt abschließend ein Foto des Messaufbaus für Messungen bei Raumtemperatur. Sollen die Kerne bei hohen Temperaturen gemessen werden, können sie auch innerhalb des in Abbildung 37 links dargestellten Venticell® Wärmeschanks gemessen werden.



Abbildung 38: Messaufbau außerhalb des Wärmeschrank

Die nötigen Temperaturmessungen an unterschiedlichen Stellen auf der Kernoberfläche bzw. innerhalb des Schranks wurden bei den entsprechenden, im Kapitel 4.2 beschriebenen Messungen, mit Hilfe des in Abbildung 37 rechts dargestellten Thermometers durchgeführt. Bei den Messungen im Wärmeschrank ist zu beachten, dass die verwendeten Messkabel mit temperaturstabilen Koaxialkabeln zu verlängern sind. Zusätzlich muss $i_p(t)$ in diesem Fall außerhalb des Wärmeschrank gemessen werden, da sowohl der verwendete Stromwandler als auch alternative Shuntwiderstände zur Strommessung für hohe Temperaturen nicht geeignet sind. Die als Folge des modifizierten Aufbaus deutlich unterschiedlichen Laufzeiten der beiden Signalpfade müssen, wie im Kapitel 3.1.2 beschrieben, kompensiert werden.

2.2.3 Algorithmus zur Bestimmung der spezifischen Großsignalmaterialeigenschaften

Die Ergebnisse aus der Bestimmung der Kleinsignalpermeabilität deuteten bereits daraufhin, dass Feldverdrängungseffekte auch bei der Bestimmung der Großsignalmaterialeigenschaften nach dem im Kapitel 2.2.1 beschriebenen Prinzip nicht in allen Fällen vernachlässigt werden können. Um dennoch auf die zur Simulation der Flussdichteverteilung bei beliebigen Kerngeometrien benötigten spezifischen Werte der Großsignalpermeabilität schließen zu können, wurde ein, dem im Kapitel 2.1.3 beschriebenen Algorithmus, ähnliches Verfahren entwickelt. Im Unterschied zu den dortigen Voraussetzungen kann hierbei ein Teil der spezifischen Materialeigenschaften – nämlich die elektrische Leitfähigkeit und die Permittivität der Kerne – bereits als bekannt vorausgesetzt werden. Diese Daten können somit direkt dazu benutzt werden, aus den Messdaten des Großsignalmessplatzes auf die gesuchten spezifischen Werte der Großsignalpermeabilität rückzurechnen. Das Verfahren wird nun zunächst am Beispiel der beiden stark unterschiedlichen Materialien 3E6 und 3F3 beschrieben. Mittels der Beispieldaten soll auch die Konsistenz von Modell und Messung überprüft werden. Zu diesem Zweck werden die spezifischen Materialdaten anschließend dazu benutzt, die Abhängigkeit der gemessenen spezifischen Kernverlustleistung (pro Volumen) von der Kerngeometrie (s. Tabelle 3) durch eine Simulation der elektromagnetischen Felder im Kern zu überprüfen.

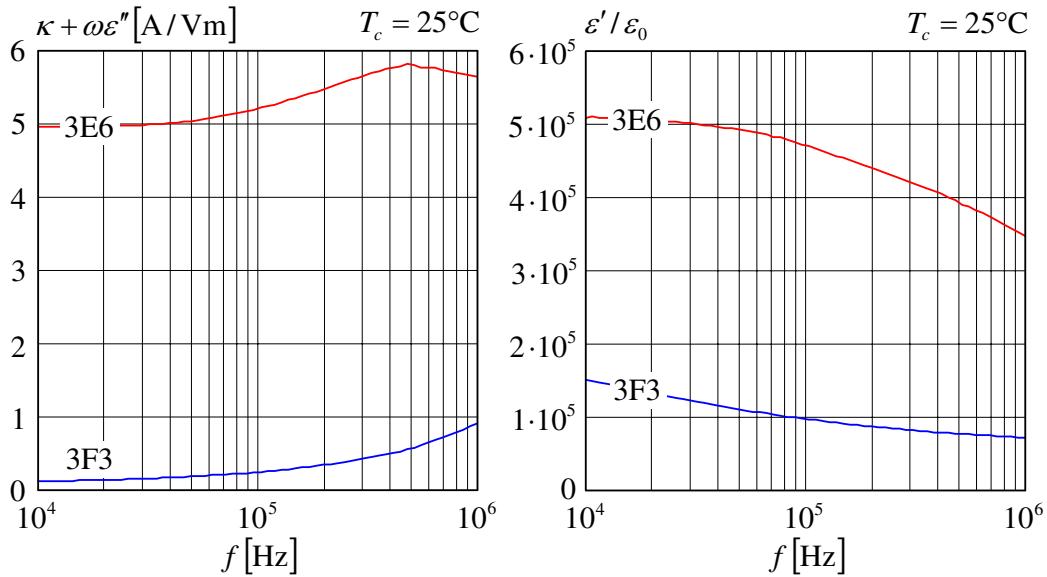
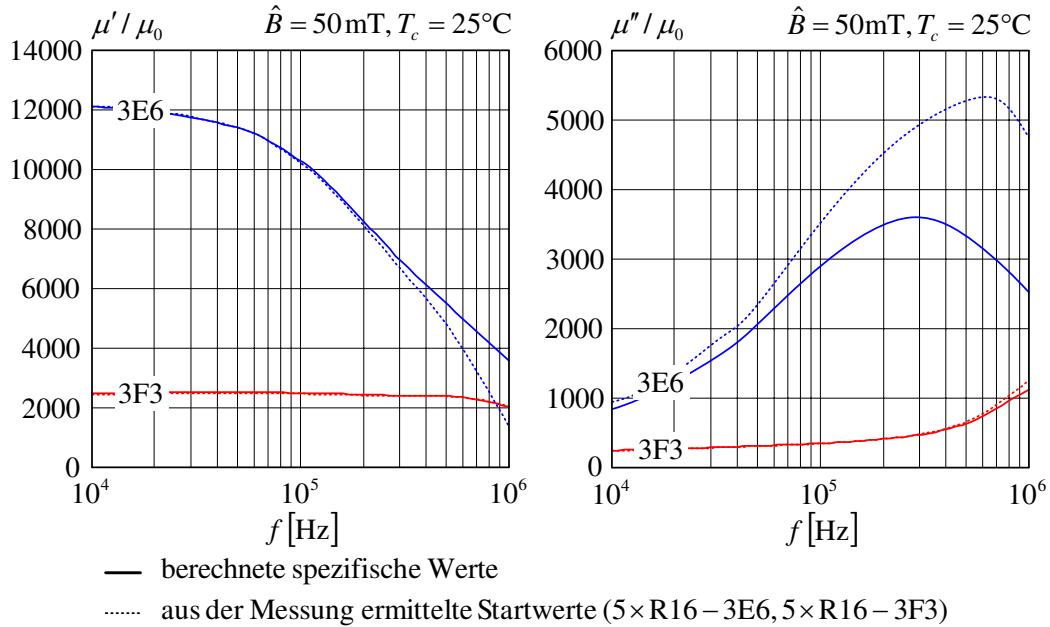


Abbildung 39: Spezifische Materialdaten $\kappa + \omega\epsilon''$ und ϵ'/ϵ_0 (3E6 und 3F3)

Grundlage des Verfahrens ist zunächst eine möglichst exakte Bestimmung der spezifischen Werte der elektrischen Leitfähigkeit und der Permittivität der Proben. Diese Werte können mit den im Kapitel 2.1 beschriebenen Methoden gemessen werden. In Abbildung 39 sind die entsprechenden Messkurven ($T_c = 25^\circ\text{C}$) dargestellt, die für die weiteren Untersuchungen der Materialien 3E6 und 3F3 im Rahmen dieses Kapitels benötigt werden.

Abbildung 40: Großsignalverläufe von μ'/μ_0 und μ''/μ_0 (3E6 und 3F3)

Am Großsignalmessplatz kann nun die komplexe Impedanz der gemessenen Proben über (43) messtechnisch bestimmt werden. Unter Annahme idealer Bedingungen können aus den Daten gleichzeitig die Startwerte der komplexen Großsignalpermeabilität für den Algorithmus über (44) gewonnen werden. Grundsätzlich ist dabei zu beachten, dass die Materialdaten im Gegensatz zu denen der elektrischen Leitfähigkeit und Permittivität nun zusätzlich auch von der Aussteuerung beeinflusst werden. Damit auf Basis der gemessenen Werte später Simulationen durchgeführt werden können, muss prinzipiell der gesamte Variationsbereich von Frequenz, Temperatur und Aussteuerung mit einem ausreichend engmaschigen Netz aus Messpunkten abgedeckt werden. In der Praxis kann die Zahl der nötigen Einzelmessungen jedoch deutlich reduziert werden. So dürfte es in den meisten Fällen genügen, die Werte bei verschiedenen ausgewählten Betriebszuständen der späteren Anwendung, wie etwa „Start“ (z.B. 25°C) und „stationärer Betrieb“ bei Teillast bzw. Vollast (z.B. 100°C) zu bestimmen. Wie die Ergebnisse im Kapitel 4.1 zeigen, genügt bei der Variation der Aussteuerung ebenfalls eine geringe Anzahl ausgewählter Messpunkte, um auch in den Zwischenbereichen ausreichend genaue Simulationsergebnisse zu erzielen. Die gepunkteten Linien in Abbildung 40 geben die ermittelten Startwerte des Real- bzw. Imaginärteils der komplexen Permeabilität für die beiden untersuchten Materialien 3E6 und 3F3 bei Raumtemperatur $T_c = 25^\circ\text{C}$ und einer Aussteuerung von $\hat{B} = 50 \text{ mT}$ wieder.

Zur Berechnung der wahren spezifischen Werte der Großsignalpermeabilität (im Bild als durchgezogene Linien dargestellt), wird auch hier das im Kapitel 2.1.2 abgeleitete vereinfachte Modell der komplexen Impedanz Z_{Sp} des Kerns nach (29) verwendet.

Um rein reell rechnen zu können, wird in (45) zunächst der 2×1 -Vektor \vec{f}_{Opt} definiert, der die Real- und Imaginärteile der komplexen Impedanz Z_{Sp} enthält. Sie werden als Funktion des 4×1 -Vektors \vec{m} aus den frequenzabhängigen Materialdaten berechnet.

Die Definition des Vektors \vec{f}_{Opt} lautet:

$$\vec{f}_{Opt} \left\{ \underline{\underline{Z}}_{Sp} (\vec{m}) \right\} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \left\{ \underline{\underline{Z}}_{Sp} (\omega) \right\} \\ \operatorname{Im} \left\{ \underline{\underline{Z}}_{Sp} (\omega) \right\} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \vec{m} (\omega) = \begin{bmatrix} \varepsilon' (\omega) \\ \kappa + \varepsilon'' (\omega) \\ \mu' (\omega) \\ \mu'' (\omega) \end{bmatrix}. \quad (45)$$

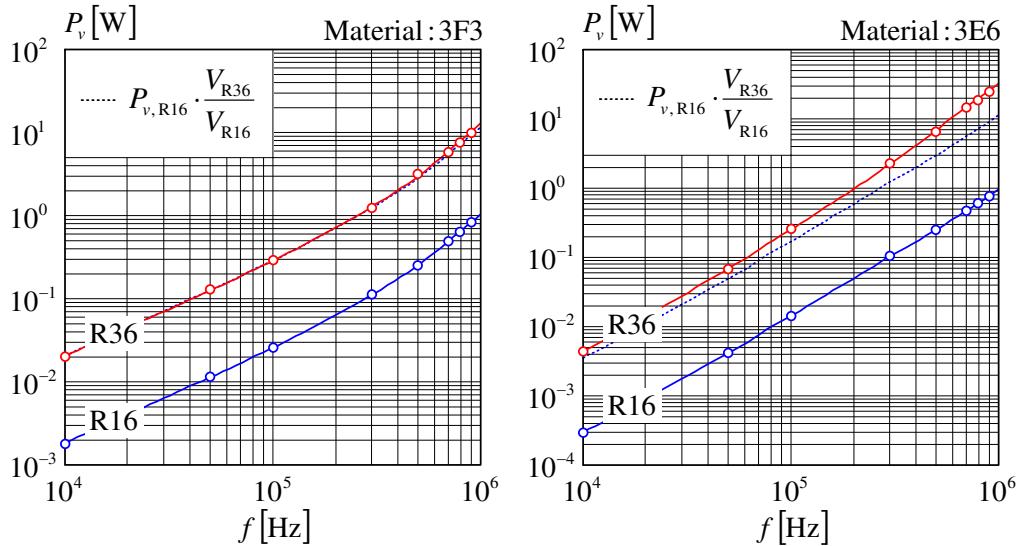
Die über (43) am Großsignalmessplatz ermittelten komplexen Impedanzwerte werden, ebenfalls nach Real- und Imaginärteil getrennt, in einem weiteren 2×1 -Vektor angeordnet:

$$\vec{f}_{Mess} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \left\{ \underline{\underline{Z}}_{Sp}^{(Mess)} (\omega) \right\} \\ \operatorname{Im} \left\{ \underline{\underline{Z}}_{Sp}^{(Mess)} (\omega) \right\} \end{bmatrix}. \quad (46)$$

Ausgehend von den Startwerten werden die Materialparameter μ' und μ'' in \vec{m} nun so lange mit Hilfe der Matlab®-Funktion `lsqcurvefit.m` angepasst, bis der Abstand von \vec{f}_{Mess} und \vec{f}_{Opt} quadratisch minimal ist bzw. gilt:

$$|\vec{f}_{Mess} - \vec{f}_{Opt}| = \min! \quad (47)$$

Die auf Basis der Kleinsignalmessungen ermittelten Materialparameter κ , ε' und ε'' gelten dabei als konstant. Betrachtet man die Verläufe in Abbildung 40, zeigt sich das-selbe Verhalten wie bei den Kleinsignalverläufen in den Abbildungen 20 und 21. Die Startwerte werden unter der Annahme extrahiert, dass keine Feldverdrängungseffekte auftreten. Die Kurven zeigen, dass diese Bedingung bei niedrigen Frequenzen bzw. bei Kernen mit sehr geringer elektrischer Leitfähigkeit (3F3) in guter Näherung erfüllt ist.



PARAMETER: $\hat{B} = 50 \text{ mT}$, $T_c = 25^\circ\text{C}$.

Abbildung 41: Verlustleistung bei unterschiedlichen Kerngrößen (3E6 und 3F3)

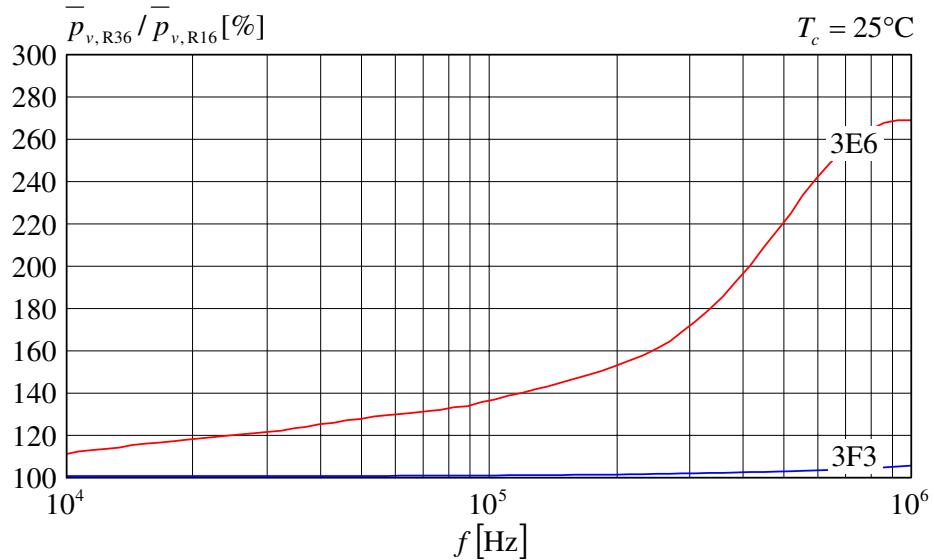
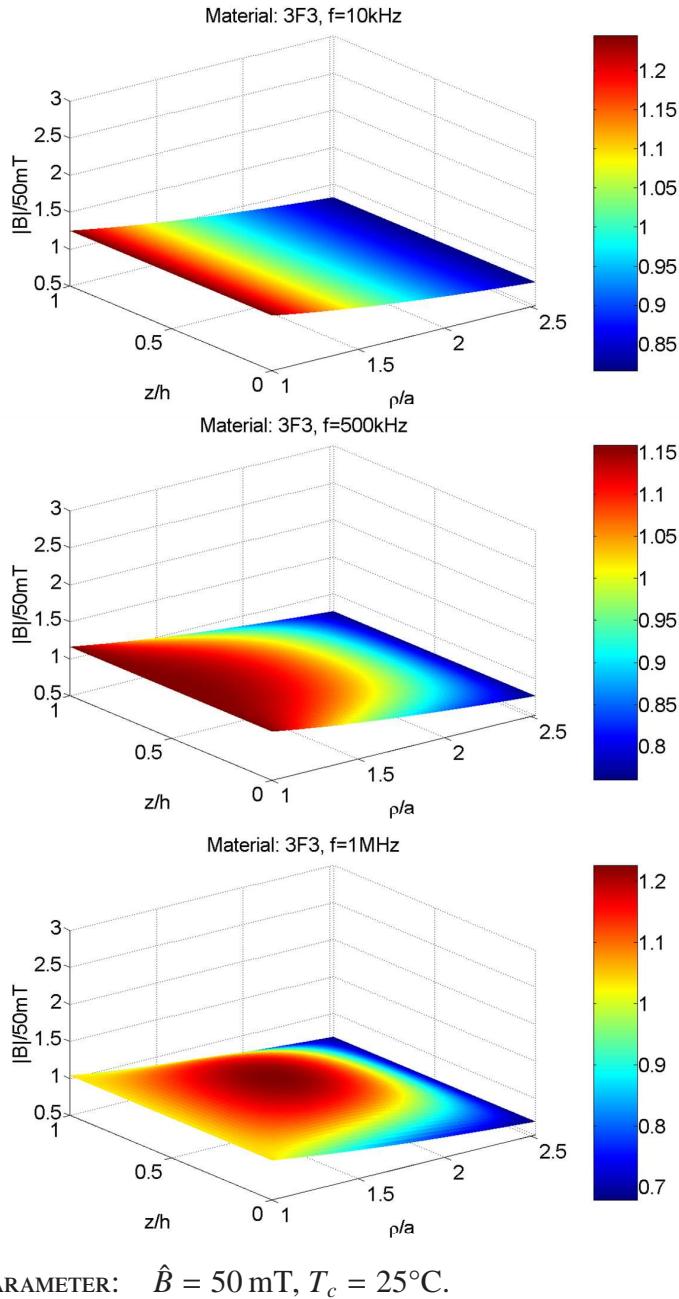


Abbildung 42: Verlauf des Verhältnisses $\bar{P}_{v,R36} / \bar{P}_{v,R16}$ (3E6 und 3F3)

Bei hohen Frequenzen bzw. bei Kernen, die relativ stark elektrisch leitfähig sind, weichen die Verläufe der Startwerte von μ' und μ'' deutlich von den spezifischen Werten ab. Wie bei den Kleinsignalverläufen wird dabei μ' auf Basis der Startwerte tendenziell zu klein bestimmt, μ'' dagegen tendenziell zu groß.

Mit den so ermittelten spezifischen Materialkenngrößen μ' bzw. μ'' , κ und ϵ' bzw. ϵ'' , sollen nun einige Simulationen durchgeführt und mit zusätzlichen Messergebnissen verglichen werden. Die durchgezogenen Linien in Abbildung 41 zeigen die simulierten Verläufe der Kernverlustleistung für zwei verschiedene Kerngrößen der Materialien 3E6 und 3F3. Die Messwerte sind zusätzlich als Kreise dargestellt. Ist Gleichung (47) erfüllt, unterscheiden sich die simulierten und die gemessenen Werte der Kerngröße R16 nicht voneinander, da der in Abbildung 40 dargestellte Verlauf der Großsignalpermeabilität aus diesen Messwerten berechnet wurde. Um nun einen ersten Eindruck von der erzielten Genauigkeit des vorgeschlagenen Verfahrens zu erhalten, wird die erwartete Verlustleistung der R36 Ringkerne mittels des aus den R16 Proben gewonnenen Materialdatensatzes berechnet. Als Modell des Probenkerns wird der im Kapitel 5.1.1 abgeleitete Differenzenalgorithmus verwendet. Der Strom wird dabei im Modell so weit angepasst, dass sich auch bei einem theoretischen Messvorgang anhand des Modells eine Aussteuerung von $\hat{B} = 50$ mT ergibt. Vergleicht man die simulierten Kurven mit den zusätzlich in Form von Kreisen dargestellten Messwerten der R36 Proben, zeigt sich zunächst, dass die Messergebnisse im Falle beider Materialien mit einer sehr hohen Genauigkeit vorhergesagt werden können. Um den Einfluss der Streuung der Materialeigenschaften möglichst gering zu halten, kamen bei der Messung einerseits nur R36 Ringkerne zum Einsatz, die vom Hersteller zusammen mit den R16 Kernen geliefert wurden, andererseits wurden die Messergebnisse dreier Exemplare gemittelt. Die in beiden Bildern der Abbildung 40 als gepunktete Linien eingezeichneten Kurven geben zusätzlich die theoretischen Verläufe der Kernverluste der R36 Proben an, sofern die Ergebnisse der R16 Proben lediglich auf Basis der Erhöhung des Kernvolumens extrapoliert werden, wie es bei Verwendung der Steinmetzformel (3) der Fall ist.



PARAMETER: $\hat{B} = 50 \text{ mT}, T_c = 25^\circ\text{C}$.

Abbildung 43: Verteilung der magnetischen Flussdichte $|B(\rho, z)|/\hat{B}$ (3F3, R36)

Es zeigt sich, dass die Ergebnisse beim Material 3F3 sehr gut getroffen werden (die Kurve wird größtenteils von den Ergebnissen der Simulation verdeckt). Im Falle des Materials 3E6 sind die tatsächlichen Verluste dagegen deutlich höher, eine Anwendung der Steinmetzformel würde hier zu erheblichen Fehlern führen. Abbildung 42 zeigt die Zunahme der spezifischen Kernverluste (pro Volumen) $\bar{P}_{v,R36}/\bar{P}_{v,R16}$. Bei $f = 1 \text{ MHz}$ erhöht sich die spezifische Verlustleistung im Falle des Materials 3F3 lediglich um ca. 3-4%, dagegen steigt sie beim Material 3E6 um etwa einen Faktor 2.7 an. Berücksichtigt werden muss, dass die Auswertung bei Raumtemperatur durchgeführt wurde. Wie die Abbildungen 87 und 88 zeigen, nimmt die elektrische Leitfähigkeit bei beiden

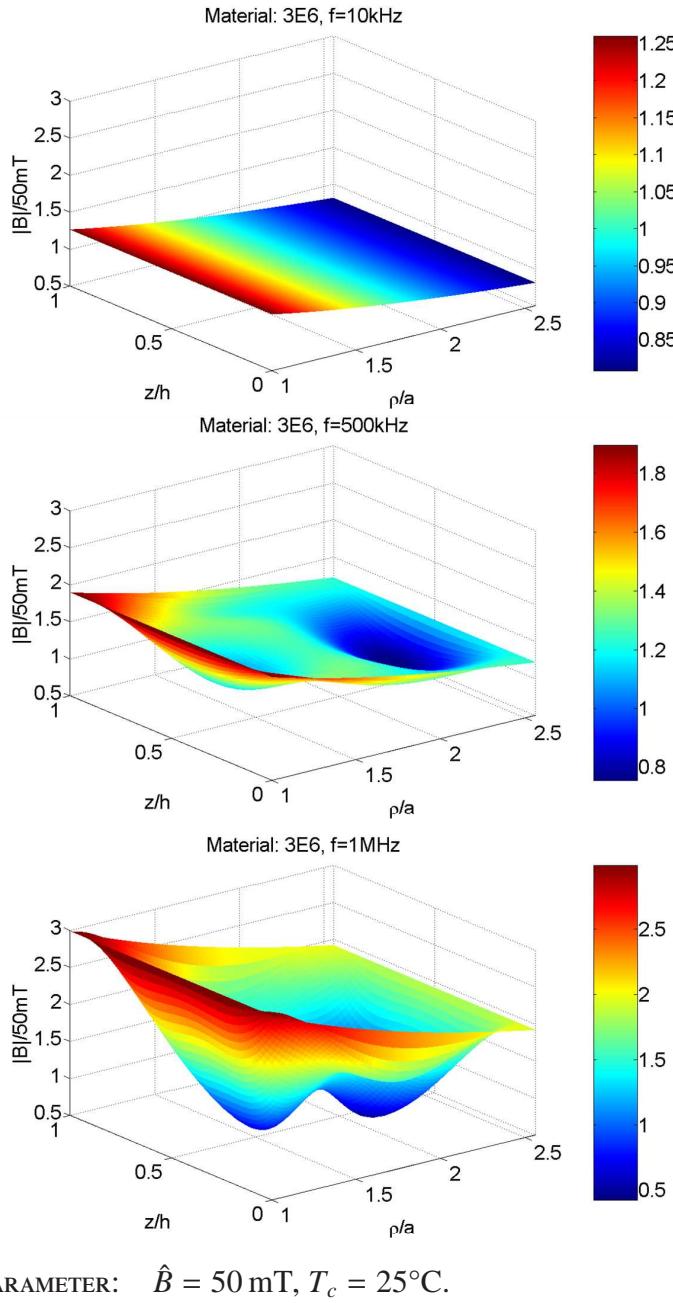


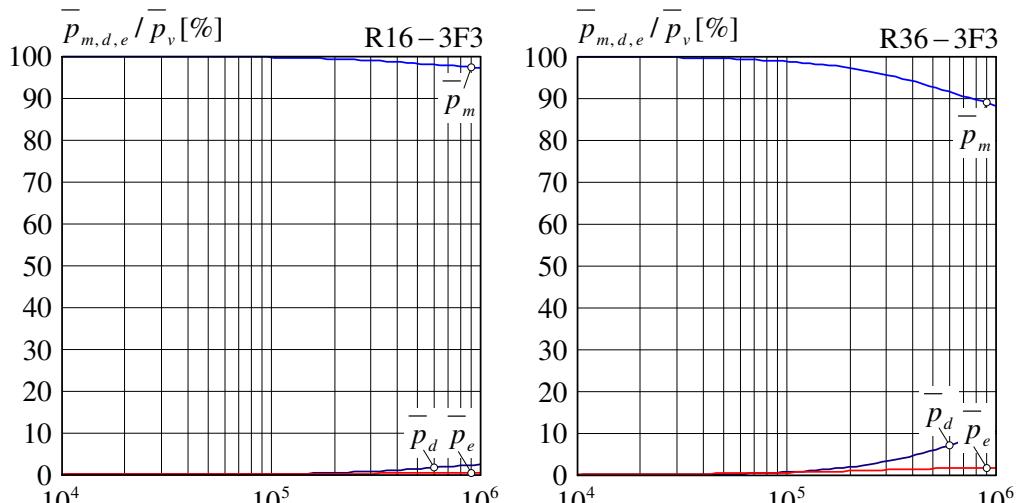
Abbildung 44: Verteilung der magnetischen Flussdichte $|B(\rho, z)|/\hat{B}$ (3E6, R36)

Materialien mit steigender Temperatur weiter zu, wodurch der untersuchte Effekt noch verstkt wird. Veranschaulicht werden kann die Zunahme der spezifischen Kernverluste durch eine Betrachtung der Verteilung der magnetischen Flussdichte im Kernquerschnitt. Die Grafiken der Abbildungen 43 und 44 zeigen die auf die Aussteuerung $\hat{B} = 50 \text{ mT}$ normierte Verteilung³ der magnetischen Flussdichte im Kernquerschnitt bei den drei Frequenzen $f = 10 \text{ kHz}$, $f = 500 \text{ kHz}$ und $f = 1 \text{ MHz}$ am Beispiel der Materialien 3F3 und 3E6. Die Verteilung entspricht dabei im Falle des Materials 3F3

³Die Feldbilder sind wie im Kapitel 5.1.1 beschrieben berechnet. Die Ergebnisse konnten mit Hilfe der kommerziellen Software COMSOL® bestigt werden.

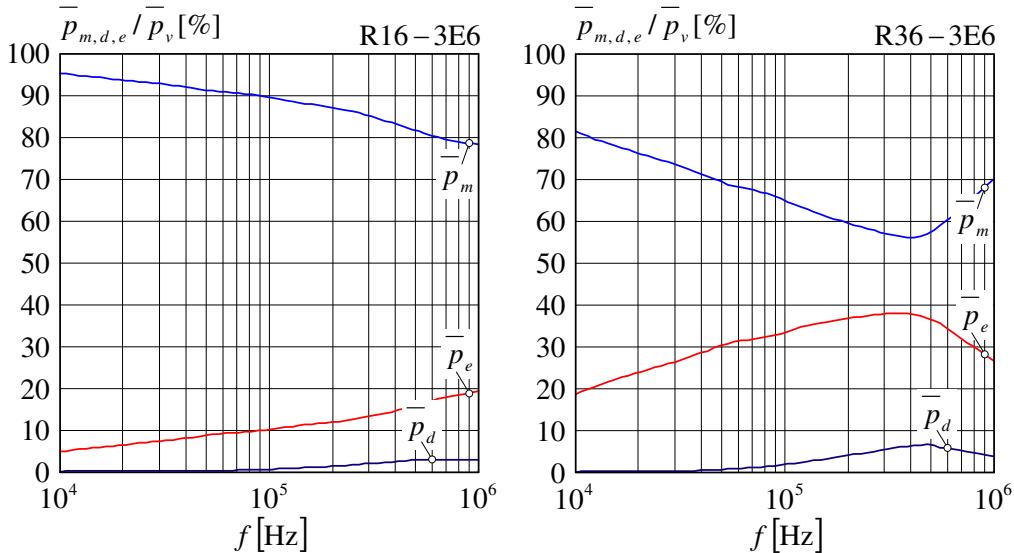
näherungsweise dem idealen Verlauf ($\sim \rho^{-1}$), der sich bei Gleichstrom und einer gleichmäßigen Bewicklung des Kerns ergibt. Erst bei der höchsten Frequenz $f = 1 \text{ MHz}$ zeigt sich infolge der bei diesem Material schwach gedämpften Wellenausbreitung eine leichte Feldüberhöhung im Zentrum des rechteckförmigen Kernquerschnitts. Die Verteilung der magnetischen Flussdichte weicht beim Material 3E6 im höheren Frequenzbereich dagegen stark von der idealen Verteilung ab. Betrachtet man die Ergebnisse für die beiden Frequenzen $f = 500 \text{ kHz}$ und $f = 1 \text{ MHz}$ in Abbildung 44, wird deutlich, weshalb die spezifische Verlustleistung in diesem Frequenzbereich überproportional stark ansteigt. Aufgrund der hohen Dielektrizitäts- und Permeabilitätswerte des Materials breitet sich eine elektromagnetische Welle aus, die durch die elektrische Leitfähigkeit zum Zentrum des Kernquerschnitts hin stark gedämpft ist. Damit wird das Innere des Kernquerschnitts zur Speicherung magnetischer Energie nicht mehr effektiv genutzt. Um dennoch den im Vergleich geforderten magnetischen Fluss für eine gemessene Aussteuerung von $\hat{B} = 50 \text{ mT}$ zu erreichen, muss der erregende Strom wesentlich erhöht werden, wodurch die magnetische Flussdichte am Rand stark ansteigt. Nach der Übersicht in Abbildung 8 steigen die Hystereseverluste im linearen Modell quadratisch mit dem Betrag der magnetischen Feldstärke bzw. Flussdichte. Die Überhöhung führt dabei zu höheren Verlusten, als es bei der idealen Verteilung ($\sim \rho^{-1}$) der Fall wäre. Zusätzlich steigt auch die Gesamtverlustleistung aufgrund der Wirbelstrom- und dielektrischen Verluste.

Die Abbildungen 45 und 46 zeigen schließlich die prozentualen Anteile der magnetischen Verluste bzw. reinen Hystereseverluste \bar{p}_m , der dielektrischen Verluste \bar{p}_d sowie der Wirbelstromverluste \bar{p}_e an den Gesamtverlusten \bar{p}_v . Für die Berechnung werden zunächst die elektrischen und magnetischen Feldgrößen mit Hilfe des im Kapitel 5.1.1 beschriebenen Algorithmus numerisch berechnet und anschließend die verschiedenen Verlustleistungen, auf Basis der in Abbildung 8 dargestellten Formeln, aus den Feldverteilungen durch Integration ermittelt.



PARAMETER: $\hat{B} = 50 \text{ mT}$, $T_c = 25^\circ\text{C}$.

Abbildung 45: Prozentuale Anteile von \bar{p}_m , \bar{p}_d und \bar{p}_e an \bar{p}_v (3F3)



PARAMETER: $\hat{B} = 50 \text{ mT}$, $T_c = 25^\circ\text{C}$.

Abbildung 46: Prozentuale Anteile von \bar{p}_m , \bar{p}_d und \bar{p}_e an \bar{p}_v (3E6)

Die jeweils linken Kurven in den Abbildungen 45 und 46 zeigen die Ergebnisse der R16 Kerne. Die Gesamtverluste sind dabei beim Material 3F3 fast vollständig durch die magnetischen Verluste \bar{p}_m bestimmt. Im Falle des Materials 3E6 erreichen die Wirbelstromverluste dagegen bereits einen Anteil von ca. 20%. Unter Wirbelstromverlusten sind in diesem Zusammenhang lediglich die durch makroskopische (s. Kapitel 1.3.3) Wirbelströme verursachten Verluste zu verstehen. Die durch die mikroskopischen Wirbelströme auf Kornebene verursachten Verluste werden bei der Bestimmung der Materialparameter dem Imaginärteil μ'' der komplexen Großsignalpermeabilität und damit den reinen Hystereseverlusten \bar{p}_m zugeschlagen.

In den jeweils rechten Kurven in den Abbildungen 45 und 46 sind die Ergebnisse für die R36 Kerne dargestellt. Im Falle des Materials 3F3 sind die beiden Anteile \bar{p}_d und \bar{p}_e weiterhin nur schwach ausgeprägt. Beim Material 3E6 dagegen steigt nun der Wirbelstromanteil \bar{p}_e bis zu einer Frequenz von $f \approx 400 \text{ kHz}$ auf ca. 40%, wobei die Hystereseverluste an dieser Stelle auf weniger als 60% abfallen. Die dielektrischen Verluste \bar{p}_d bleiben vernachlässigbar klein. Definitionsgemäß beschreiben sie den mit der Frequenz zunehmenden Anteil der elektrischen Leitfähigkeit, der in diesem Fall nur schwach ausgeprägt ist, wie der Verlauf von $\kappa + \omega\epsilon''$ des Materials 3E6 in Abbildung 39 zeigt. Für Frequenzen $f > 400 \text{ kHz}$ nehmen die Wirbelstromverluste wieder ab, die Hystereseverluste dagegen wieder zu. Dieses Verhalten kann dadurch erklärt werden, dass sowohl der Realteil μ' als auch der Imaginärteil μ'' der spezifischen Großsignalpermeabilität des Materials, bei hohen Frequenzen stark abnehmen, wie die Kurven in Abbildung 40 zeigen. In diesem Fall nimmt die in (146) definierte Eindringtiefe der magnetischen Feldstärke wieder zu, wodurch sich der Feldverdrängungseffekt abschwächt und der magnetische Fluss weniger stark aus dem Zentrum des Kernquerschnitts verdrängt wird.

3 Untersuchung der Messgenauigkeit

Die erzielbare Genauigkeit des Gesamtkonzepts aus Messung und Simulation wird im Wesentlichen bereits durch die Messgenauigkeit des im Kapitel 2.2 beschriebenen Labormessplatzes festgelegt, der, neben den eigentlichen Verlustleistungsmessungen, auch zur Extraktion der spezifischen Materialeigenschaften dient. Die Untersuchung der Messgenauigkeit im Rahmen dieses Kapitels schließt daher auch eine Analyse der Fehler ein, die bei der Extraktion der wichtigsten spezifischen Materialeigenschaften aus den Messdaten zu erwarten sind. Die Fehler werden dabei nicht maßgeblich von statistischen Prozessen wie etwa Messrauschen oder Chargenstreuungen beeinflusst, sondern von dem Zusammenspiel physikalischer und geometrischer Daten (s. z.B. [Han04]). Ziel der im Kapitel 3.1 beschriebenen Fehlerrechnung ist daher die Ableitung geeigneter physikalischer Modelle von Messsystem und Probe, anhand derer die Fehler deterministisch vorhergesagt werden können. Im Kapitel 3.2 werden die Ergebnisse mit Herstellerdaten verglichen, die mit den gleichen Apparaturen aufgenommen wurden, wie sie zur Erstellung der Datenblätter für kommerzielle Produkte verwendet werden.

3.1 Berechnung der systematischen Messfehler

3.1.1 Aussteuerungsabhängigkeit der Permeabilität

Die Messung der spezifischen Kernverluste sowie die Extraktion weiterer wichtiger Materialdaten wird nach der gültigen Norm [IEC-60404-6] an kleinen Ringkernproben durchgeführt. Auch unter idealen Bedingungen, d.h. bei einer gleichmäßigen Bewicklung der Probe und, falls Wirbelströme im Kernmaterial vernachlässigt werden können, fällt die magnetische Feldstärke im Kern vom Innenradius zum Außenradius $\sim \rho^{-1}$ ab. Damit die Messergebnisse der jeweiligen magnetischen Flussdichte (Aussteuerung) zugeordnet werden können, wird diese während der Messung aus dem magnetischen Fluss im Kern berechnet. Weil der stark nichtlineare Zusammenhang zwischen magnetischer Feldstärke und magnetischer Flussdichte während der Messung jedoch nicht bekannt ist, führt eine vereinfachte Annahme unausweichlich zu Interpretationsfehlern, die in erster Linie vom Material, der mittleren Aussteuerung im Kernmaterial und dem jeweiligen Verhältnis von Außen- zu Innenradius des Kerns abhängen. Dabei erweist es sich als Nachteil, dass insbesondere kleine Ringkerne häufig die größten b/a -Verhältnisse einer Serie aufweisen. Die zu erwartende Größenordnung der Interpretationsfehler kann nicht ohne Weiteres abgeschätzt werden. Deswegen werden im Rahmen der Untersuchung die beiden Fälle, kleine bis mittlere Aussteuerungen und Aussteuerungen bis in die Sättigung, detailliert untersucht. Zur Berechnung der Fehler werden in beiden Fällen einfache nichtlineare Modelle zur Beschreibung des Kernmaterials zugrunde gelegt, die sich zwar einerseits mit Hilfe einiger weniger Datenblattwerte an das jeweilige Material anpassen lassen, die wesentlichen Aspekte des B - H Zusammenhangs aber dennoch realitätsnah beschreiben. Auf Basis der Modelle kann der Messprozess theoretisch nachvollzogen werden. Dadurch wird es möglich, die anhand der Messsignale interpretierten Materialeigenschaften mit den tatsächlichen (spezifischen) Werten zu vergleichen und so die zu erwartenden Fehler vorherzusagen.

Kleinsignalaussteuerung Bei genügend kleinen Aussteuerungen und Frequenzen lässt sich der Spitzenwert der magnetischen Flussdichte mit Hilfe der relativen Amplitudenpermeabilität μ_a beschreiben [Ray87]:

$$\hat{B} = \mu_0 \mu_a \hat{H} = \mu_0 (\mu_i + \nu \hat{H}) \hat{H}. \quad (48)$$

Die relative Anfangspermeabilität μ_i und der relative Hysteresekoeffizient ν dienen als materialspezifische Parameter. Im gültigen Bereich nimmt die Hystereseschleife bei nahezu allen magnetischen Werkstoffen die von Rayleigh beobachtete Form an [Sne88]:

$$B(H) = \mu_0 \left[s\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right) \frac{\nu}{2} (H^2 - \hat{H}^2) + (\mu_i + \nu \hat{H}) H \right]. \quad (49)$$

Die Definition der Signumfunktion $s(\eta)$ in (49) lautet

$$s(\eta) = \begin{cases} 1 & \eta > 0 \\ 0 & \text{falls } \eta = 0 \\ -1 & \eta < 0. \end{cases} \quad (50)$$

Für alle weiteren Untersuchungen wird die magnetische Feldstärke als sinusförmig angenommen:

$$H(t) = \hat{H} \sin(\omega t) \quad \text{mit } \omega = 2\pi/T. \quad (51)$$

Zusammen mit (49) kann nun der Verlauf der eingespeisten Leistung pro Volumen und der momentanen magnetischen Energie pro Volumen angegeben werden:

$$p_m(\hat{H}, t) = H(\hat{H}, t) \cdot \frac{\partial}{\partial t} B(\hat{H}, t) \quad \text{und} \quad w_m(\hat{H}, t) = \frac{1}{2} B(\hat{H}, t) \cdot H(\hat{H}, t). \quad (52)$$

Die zeitlichen Mittelwerte der Größen über die Periodendauer T entsprechen der Verlustleistung pro Volumen und der gespeicherten magnetischen Energie pro Volumen. Sie lauten:

$$\bar{p}_m(\hat{H}) = \frac{1}{T} \int_0^T p_m(\hat{H}, t) dt \quad \text{und} \quad (53)$$

$$\bar{w}_m(\hat{H}) = \frac{1}{T} \int_0^T w_m(\hat{H}, t) dt. \quad (54)$$

Wird die magnetische Feldstärke in einem geschlossenen magnetischen Kreis von einem Strom mit der Amplitude \hat{i}_p hervorgerufen und wird das gesamte Kernvolumen V dabei annähernd homogen magnetisiert, können die Elemente L_s und R_s des Serienersatzschaltbildes der Spule aus einer Induktivität und einem Ohm'schen Widerstand durch einen Vergleich der mittleren Leistung bzw. Energie berechnet werden:

$$\frac{1}{2} R_s \hat{i}_p^2 = \bar{p}_m \cdot V \quad \text{und} \quad \frac{1}{4} L_s \hat{i}_p^2 = \bar{w}_m \cdot V. \quad (55)$$

Die Mittelwerte (53) und (54) dienen als Referenz für einen späteren Vergleich der materialspezifischen Größen und werden hier durch die Funktionen

$$F_p^{(R)}(\hat{H}, \nu, T) = \bar{p}_m(\hat{H}) = \frac{2}{3\pi} \omega \mu_0 \nu \hat{H}^3 \quad \text{und} \quad (56)$$

$$F_w^{(R)}(\hat{H}, \mu_i, \nu) = \bar{w}_m(\hat{H}) = \frac{1}{4} \mu_0 (\mu_i + \nu \hat{H}) \hat{H}^2 \quad (57)$$

ausgedrückt.

Jetzt wird ein Messvorgang nach dem in Abbildung 29 dargestellten Prinzip theoretisch untersucht, mit Hilfe dessen die materialspezifischen Größen \bar{p}_m und \bar{w}_m als Funktion der Aussteuerung \hat{B} ermittelt werden sollen. Ein geeigneter, von den Herstellern üblicherweise zur Verfügung gestellter Datenblattwert, der zur Abschätzung der systematischen Abweichungen verwendet werden kann, ist die Hysterese-Materialkonstante η_B [T^{-1}]. Nach den zugrunde liegenden Normen [IEC-60367-1], [IEC-60401-1], [IEC-60401-2], [IEC-60401-3] und [IEEE92], wird zur Bestimmung von η_B , zunächst das Verhältnis

$$\tan\delta_s(\hat{B}) = \frac{R_s}{\omega L_s} = \frac{\bar{p}_m}{2\omega \bar{w}_m} = \frac{4\nu}{3\pi\mu_0\mu_a^2}\hat{B} \approx \frac{4\nu}{3\pi\mu_0\mu_i^2}\hat{B} \quad (58)$$

für die beiden Kleinsignal-Aussteuerungen $\hat{B}_{min} = 1.5$ mT und $\hat{B}_{max} = 3.0$ mT mess-technisch ermittelt, anschließend der Wert von η_B in Übereinstimmung mit [Su05] über

$$\eta_B = \frac{\tan\delta_s(\hat{B}_{max}) - \tan\delta_s(\hat{B}_{min})}{\mu_i(\hat{B}_{max} - \hat{B}_{min})} = \frac{4\nu}{3\pi\mu_0\mu_i^3} \quad (59)$$

berechnet. Mit Hilfe des Datenblattwertes von μ_i kann auf diese Weise auch ν zur Beschreibung der Hystereseschleifen (49) bestimmt werden:

$$\nu = \frac{3\pi}{4}\mu_0\mu_i^3\eta_B. \quad (60)$$

In Tabelle 5 sind die berechneten Hysteresekoeffizienten am Beispiel von drei unterschiedlichen Ferritmaterialien dargestellt:

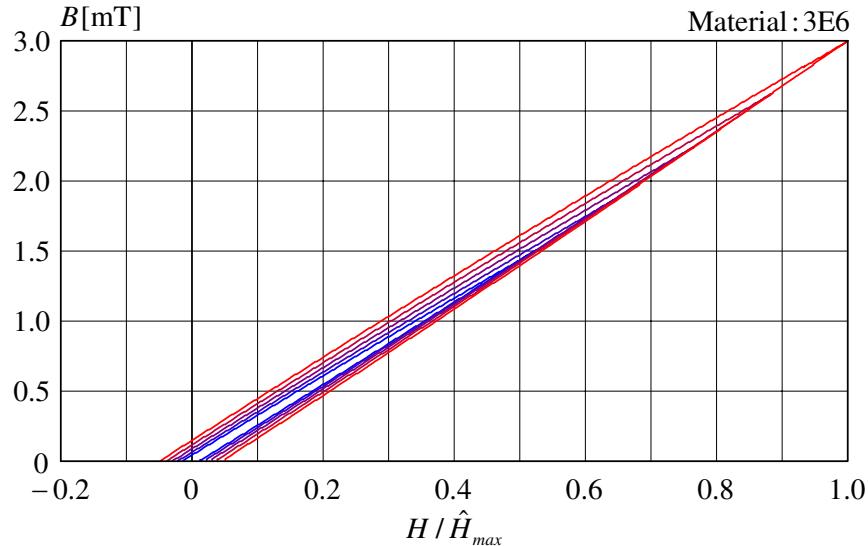
Material	η_B [T^{-1}]	μ_i	ν [(A/m) $^{-1}$]
3E6	$< 1.4 \cdot 10^{-3}$	12000	7163
3E25	$< 1.1 \cdot 10^{-3}$	6000	704
3F3	$< 1.0 \cdot 10^{-3}$	2000	24

Tabelle 5: Rayleigh-Parameter der Kerne [Fer08]

Mit den konstanten Koeffizienten μ_i und ν wird das nichtlineare Verhalten der Materialien, zumindest in einer Umgebung des durch die Bedingungen bei der Messung von η_B definierten Arbeitspunktes, realistisch wiedergegeben. Für die folgenden Untersuchungen wird der Aussteuerungsbereich daher eingeschränkt:

$$0 \leq \hat{B} \leq \hat{B}_{max} = 3.0 \text{ mT}. \quad (61)$$

Abbildung 47 zeigt am Beispiel der Datenblattwerte des Materials 3E6 einige nach (49) berechnete B - H Schleifen im Gültigkeitsbereich des Modells. Die Frequenz beträgt bei einer normgerechten Messung 10 kHz ($\mu_i \geq 500$) bzw. 100 kHz ($\mu_i < 500$). Die Messung erfolgt grundsätzlich bei Raumtemperatur (25°C). Die Messbedingungen befinden sich also in guter Übereinstimmung mit den nötigen Voraussetzungen zur Beschreibung der Hysterese mit Hilfe der Rayleigh-Gesetze. Die erwarteten systematischen Abweichungen im Bereich kleiner Aussteuerungen können schließlich mit den aus den Datenblättern abgeleiteten Rayleigh-Parameter berechnet werden.



PARAMETER: $\mu_i = 12000, \nu = 7163 \text{ (A/m)}^{-1}, \hat{H}_{max} = 0.18 \text{ A/m}$

Abbildung 47: B - H Schleifen bei kleinen Aussteuerungen (3E6)

Als Messobjekt wird ein Ringkern mit rechteckförmigem Querschnitt betrachtet. Er besitzt den Innenradius a , den Außenradius b und die Höhe h . Es ist eine Wicklung mit N_p Windungen auf dem Kern verteilt und führt den Primärstrom mit der Amplitude \hat{i}_p . Ist der Kern gleichmäßig bewickelt und können Wirbelstromeffekte vernachlässigt werden, hängt die magnetische Feldstärke im Kern lediglich von der Koordinate ρ ab:

$$\hat{H}(\rho) = \frac{N_p \hat{i}_p}{2\pi\rho}. \quad (62)$$

Eine Integration der damit ebenfalls ρ -abhängigen Größen (53) und (54) über das Kernvolumen und die anschließende Division durch das Gesamtvolumen liefert:

$$\overline{P}_m \cdot V^{-1} = \frac{2}{b^2 - a^2} \int_a^b \overline{p}_m(\hat{H}(\rho)) \rho d\rho \quad \text{und} \quad (63)$$

$$\overline{W}_m \cdot V^{-1} = \frac{2}{b^2 - a^2} \int_a^b \overline{w}_m(\hat{H}(\rho)) \rho d\rho. \quad (64)$$

Integral (63) gibt die mittlere im Ringkern in Wärme umgewandelte Verlustleistung pro Volumen $V = \pi(b^2 - a^2)h$ an, Integral (64) die mittlere gespeicherte magnetische Energie pro Kernvolumen V . Die Integrale werden zur besseren Übersicht durch die Funktionen

$$G_p^{(R)}(\hat{i}_p, N_p, a, b, \nu, T) = \overline{P}_m \cdot V^{-1} \quad \text{und} \quad (65)$$

$$G_w^{(R)}(\hat{i}_p, N_p, a, b, \mu_i, \nu) = \overline{W}_m \cdot V^{-1} \quad (66)$$

abgekürzt. Im nun folgenden theoretischen Experiment wird \hat{i}_p als Parameter variiert. Die gemessene Aussteuerung soll sich dabei im festgelegten Bereich (61) bewegen.

Bei Verwendung der in Abbildung 29 eingezeichneten effektiven Parameter A_e und l_e wird aufgrund der Messung des Primärstroms der Spitzenwert

$$\hat{H}^{(e,R)} = \frac{N_p \hat{i}_p}{l_e} \quad (67)$$

für den Verlauf der magnetischen Feldstärke (51) angenommen. Als Spitzenwert der magnetischen Flussdichte, wird durch Messung der in der Sekundärwicklung induzierten Spannung, der Wert

$$\hat{B}^{(e,R)} = \frac{h}{A_e} \int_a^b \hat{B}(\hat{H}(\rho)) d\rho \quad (68)$$

ermittelt. Nach Ausführung der Integration über den Integranden (48) erhält man:

$$\hat{B}^{(e,R)} = \frac{\mu_0 h l_e}{2\pi A_e} \left[\mu_i \ln \frac{b}{a} + \nu \left(\frac{l_e}{2\pi a} - \frac{l_e}{2\pi b} \right) \hat{H}^{(e,R)} \right] \hat{H}^{(e,R)}. \quad (69)$$

Werden, im Anschluss an den Messprozess, die mittlere Verlustleistung pro Volumen bzw. die mittlere gespeicherte magnetische Energie pro Volumen durch Mittelung der interpretierten zeitlichen Verläufe berechnet und über der Aussteuerung (69) aufgetragen, erhält man die Werte

$$\bar{P}_m^{(e,R)}(\hat{B}^{(e,R)}) \cdot V_e^{-1} = \frac{V}{V_e} \cdot G_p^{(R)}(\hat{i}_p, N_p, a, b, \nu, T) \quad \text{und} \quad (70)$$

$$\bar{W}_m^{(e,R)}(\hat{B}^{(e,R)}) \cdot V_e^{-1} = \frac{V}{V_e} \cdot G_w^{(R)}(\hat{i}_p, N_p, a, b, \mu_i, \nu) \quad \text{mit} \quad (71)$$

$$V = \pi(b^2 - a^2)h \quad \text{und} \quad V_e = l_e A_e. \quad (72)$$

Die Funktionen $G_p^{(R)}$ und $G_w^{(R)}$ wurden in (65) und (66) definiert. Um die realen Größen pro Volumen bei derselben Aussteuerung berechnen zu können, muss die zu (69) gehörige magnetische Feldstärke mit Hilfe der Amplitudenpermeabilität (48) berechnet werden. Die realen spezifischen Werte lauten

$$\bar{p}_m(\hat{B}^{(e,R)}) = F_p^{(R)}(\hat{H}(\hat{B}^{(e,R)}), \nu, T) \quad \text{und} \quad (73)$$

$$\bar{w}_m(\hat{B}^{(e,R)}) = F_w^{(R)}(\hat{H}(\hat{B}^{(e,R)}), \mu_i, \nu) \quad \text{mit} \quad (74)$$

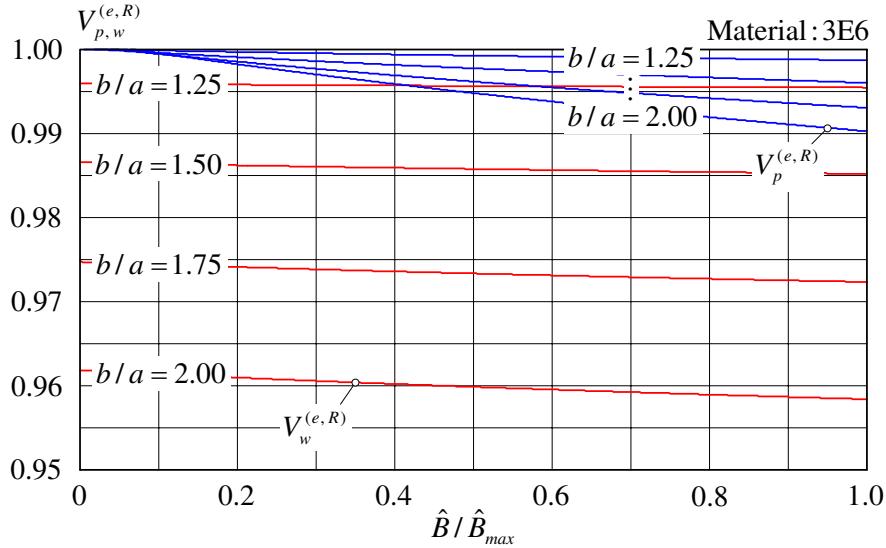
$$\hat{H}(\hat{B}^{(e,R)}) = \sqrt{\left(\frac{\mu_i}{2\nu}\right)^2 + \frac{\hat{B}^{(e,R)}}{\mu_0 \nu}} - \frac{\mu_i}{2\nu}. \quad (75)$$

Die Funktionen $F_p^{(R)}$ und $F_w^{(R)}$ sind gegeben durch (56) bzw. (57). Zur Darstellung der systematischen Abweichungen werden die interpretierten Größen schließlich auf ihre Referenzwerte, bei jeweils derselben Aussteuerung $\hat{B} = \hat{B}^{(e,R)}$, bezogen:

$$V_p^{(e,R)}(\hat{B}) = \frac{\bar{P}_m^{(e,R)}(\hat{B}) \cdot V_e^{-1}}{\bar{P}_m(\hat{B}) \cdot V^{-1}} \quad \text{und} \quad V_w^{(e,R)}(\hat{B}) = \frac{\bar{W}_m^{(e,R)}(\hat{B}) \cdot V_e^{-1}}{\bar{W}_m(\hat{B}) \cdot V^{-1}}. \quad (76)$$

Der Verlauf der Verhältnisse $V_p^{(e,R)}$ und $V_w^{(e,R)}$ ist im Allgemeinen sowohl von den Materialkoeffizienten μ_i und ν als auch von der Definition der effektiven Parameter l_e , A_e und V_e abhängig.

Werden die effektiven Parameter geometrisch definiert, d.h. $l_e = \pi(a + b)$, $A_e = h(b - a)$ und $V_e = l_e A_e = V$, so ergeben sich die in Abbildung 48 dargestellten Abweichungen. Die am Beispiel des Materials 3E6 berechneten Fehler bleiben unterhalb von 5%. Dies ist auch bei allen anderen gemessenen Proben der Fall. Insbesondere $V_p^{(e,R)}$ weist dabei vernachlässigbar kleine Abweichungen auf. Wie erwartet, erhält man bei einem kleineren b/a -Verhältnis auch geringere Abweichungen.



PARAMETER: $\mu_i = 12000$, $\nu = 7163$ (A/m) $^{-1}$, $\hat{B}_{max} = 3.0$ mT,
 $l_e = \pi(a + b)$, $A_e = h(b - a)$, $V_e = l_e A_e$

Abbildung 48: Verlauf der Verhältnisse $V_p^{(e,R)}$ und $V_w^{(e,R)}$ (Material: 3E6)

Wählt man dagegen die effektiven Parameter aus der Norm [IEC-60205], tritt ein bemerkenswerter Sonderfall auf. Ohne Berücksichtigung der Eckradien und Asymmetrien lauten die Formeln

$$l_e = 2\pi \frac{ab}{b-a} \ln \frac{b}{a}, \quad (77)$$

$$A_e = h \frac{ab}{b-a} \ln^2 \frac{b}{a} \quad \text{und} \quad (78)$$

$$V_e = l_e A_e. \quad (79)$$

In (69) eingesetzt, vereinfacht sich die Gleichung zu der ursprünglichen Definition der Amplitudenpermeabilität (48). Auf diese Weise bleibt die Zuordnung der effektiven Werte $\hat{B}^{(e,R)}$ und $\hat{H}^{(e,R)}$ mit der spezifischen Beschreibung der Hysterese identisch. Die Problematik, dass die gemessenen Verlustleistungen falschen Aussteuerungen zugeordnet werden, tritt in diesem Fall nicht auf. Als Folge, sind die beiden Verhältnisse (76) unabhängig von μ_i , ν und dem b/a -Verhältnis, immer exakt Eins und die Messergebnisse im theoretischen Modell nicht fehlerbehaftet. Wegen dieser besonderen Eigenschaft werden die effektiven Parameter (77), (78) und (79) bei allen durchgeföhrten Messungen an Ringkernproben verwendet.

Großsignalaussteuerung bis in den Bereich der Sättigung Im Falle der Kleinsignalaussteuerung ist die Form der Hystereseschleifen relativ unabhängig vom magnetischen Material und kann mit Hilfe der Rayleigh-Koeffizienten auf einfache Weise beschrieben werden. Definiert man die effektiven Parameter l_e , A_e und V_e nach (77), (78) und (79), kann ein durch die Aussteuerungsabhängigkeit der Permeabilität hervorgerufener systematischer Fehler, wie oben gezeigt, vollständig vermieden werden. Bei Aussteuerung bis in den Bereich der Sättigung ist die Kurvenform der umlaufenden Schleifen dagegen stark durch das untersuchte Material geprägt. Der Verlauf des systematischen Fehlers bei Messungen an Ringkernproben wird dadurch in erster Linie vom Materialverhalten selbst bestimmt. Um zu allgemein gültigen Aussagen zu gelangen, wird den folgenden Untersuchungen daher ein einfaches empirisches Modell zur Beschreibung der Hysterese zugrunde gelegt, dessen Koeffizienten an die vom Hersteller üblicherweise zur Verfügung gestellten Datenblattwerte angepasst werden können. So kann die erwartete Kurvenform zunächst mit Hilfe der Datenblattwerte des zu messenden, bzw. eines vergleichbaren Materials, grob angenähert werden. Der systematische Fehler wird anschließend mit Hilfe des angepassten Modells für verschiedene Probengrößen berechnet.

Eines der ersten empirischen Modelle zur Beschreibung der Hysterese ist das Modell nach Fröhlich [Fro81]

$$B = \frac{H}{\alpha_F + \beta_F |H|}, \quad (80)$$

mit den freien Parametern α_F [A/Tm] und β_F [T⁻¹], die anhand der Kommutierungskurve bestimmt werden können. Im zeitlichen Verlauf sind B und H phasengleich, d.h. es werden keine Verluste berücksichtigt. Aus diesem Grund wird (80) in folgender Form modifiziert:

$$B(t + \Delta T) = \frac{H(t)}{\alpha_F + \beta_F |H(t)|}. \quad (81)$$

Beim nächsten Schritt geht man wieder von einem sinusförmigen Verlauf der magnetisierenden Ströme bzw. der magnetischen Feldstärke aus. Die Sinusbögen, innerhalb der Periodendauer T , werden mit Hilfe von Parabelästen angenähert um bei den Berechnungen im weiteren Verlauf der Untersuchung geschlossene Ausdrücke zu erhalten:

$$H(t) = \begin{cases} \hat{H} \left[1 - 16 \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{4} \right)^2 \right] & 0 \leq \frac{t}{T} < \frac{1}{2} \\ \text{falls} \\ \hat{H} \left[-1 + 16 \left(\frac{t}{T} - \frac{3}{4} \right)^2 \right] & \frac{1}{2} \leq \frac{t}{T} \leq 1 \end{cases} \quad (82)$$

$$\text{und } H(t+T) = H(t).$$

Abbildung 49 zeigt den Verlauf der magnetischen Feldstärke $H(t)$. Die Verzögerungszeit ΔT , mit der die Magnetisierung der magnetischen Feldstärke folgt, kann durch die Koerzitivfeldstärke H_{CB} der magnetischen Flussdichte und die Sättigungsfeldstärke H_S bestimmt werden:

$$H_{CB} = H(t = \Delta T)|_{\hat{H}=H_S} \rightarrow \Delta T = \frac{T}{4} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{H_{CB}}{H_S}} \right).$$

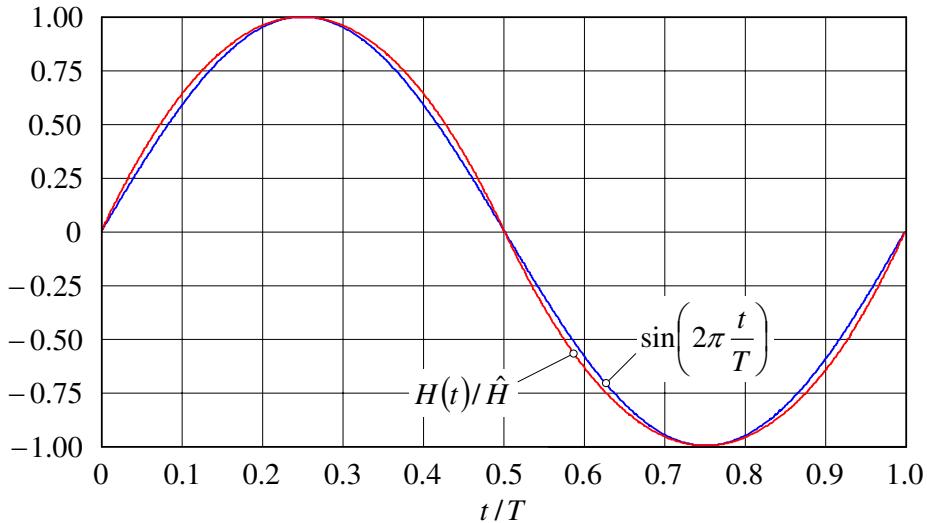


Abbildung 49: Näherung der Sinusfunktion mit Hilfe von Parabelästen

Die Parameter α_F und β_F werden durch die Remanenz B_R und die Flussdichte B_S bei Sättigung festgelegt. Die Bedingungen

$$B_R = \frac{H(T/2 - \Delta T)}{\alpha_F + \beta_F |H(T/2 - \Delta T)|} \Big|_{\hat{H}=H_S} \quad \text{und} \quad B_S = \frac{H(T/4)}{\alpha_F + \beta_F |H(T/4)|} \Big|_{\hat{H}=H_S} \quad (83)$$

führen auf die Bestimmungsgleichungen

$$\alpha_F = \left(B_R^{-1} - B_S^{-1} \right) \left(H_{CB}^{-1} - H_S^{-1} \right)^{-1} \quad \text{und} \quad (84)$$

$$\beta_F = \left(\frac{H_S}{B_S} - \frac{H_{CB}}{B_R} \right) (H_S - H_{CB})^{-1}. \quad (85)$$

Mit den konstanten Koeffizienten ΔT , α_F und β_F wird das nichtlineare Materialverhalten nur in einer Umgebung des Arbeitspunktes $\hat{H} = B_S$ realistisch wiedergegeben. Der Aussteuerungsbereich wird daher für die folgenden Untersuchungen eingeschränkt:

$$\frac{B_S}{2} \leq \hat{H} \leq B_S. \quad (86)$$

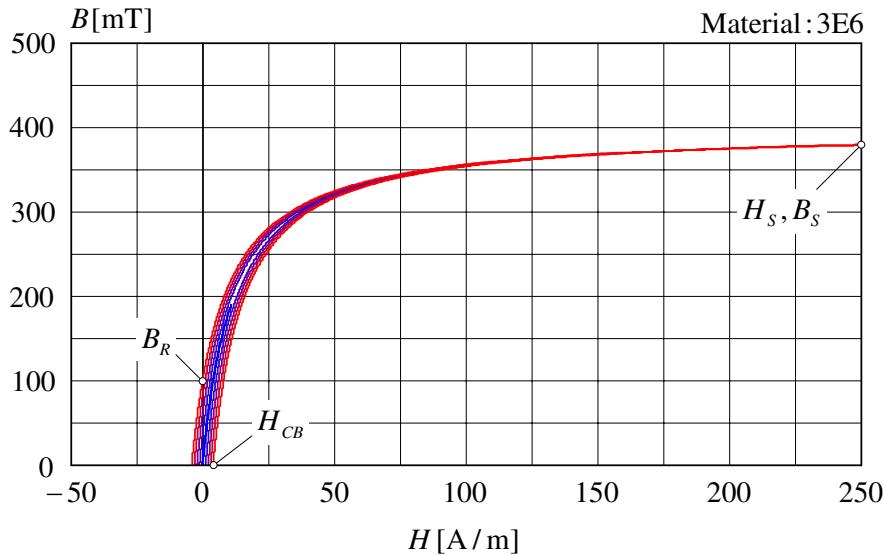
In Abbildung 50 werden einige am Beispiel der Datenblattwerte der Materialien 3E6 und 3F3 berechnete B - H Schleifen im Gültigkeitsbereich des Modells dargestellt.

Der Zusammenhang zwischen der magnetischen Feldstärke (82) und der magnetischen Flussdichte ist nun durch (81) eindeutig festgelegt, somit sind über (52) auch die zeitlichen Verläufe der Verlustleistung pro Volumen und der gespeicherten magnetischen Energie pro Volumen definiert. Um die materialspezifischen Referenzgrößen zu erhalten, können analog zu (53) und (54) die zeitlichen Mittelwerte gebildet werden. Als Folge der in Abbildung 49 dargestellten Näherung der Sinusfunktion, ergeben sich für die Integrale geschlossene Ausdrücke, die für eine Darstellung jedoch zu umfangreich sind. Die mit Hilfe von Matlab® berechneten Funktionen werden durch

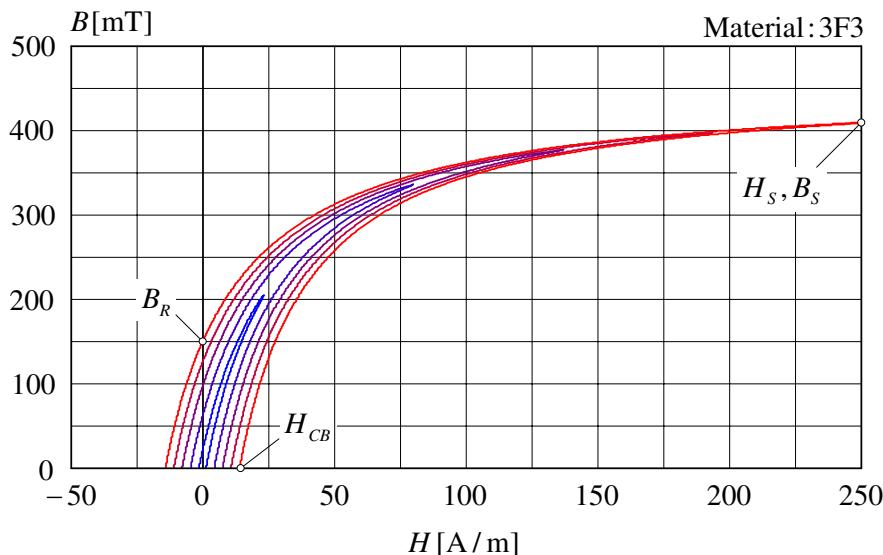
$$F_p^{(S)}(\hat{H}, \alpha_F, \beta_F, \Delta T, T) = \bar{p}_m(\hat{H}) \quad \text{und} \quad (87)$$

$$F_w^{(S)}(\hat{H}, \alpha_F, \beta_F, \Delta T, T) = \bar{w}_m(\hat{H}) \quad (88)$$

abgekürzt.



PARAMETER: $B_R = 100 \text{ mT}$, $B_S = 380 \text{ mT}$, $H_{CB} = 4 \text{ A/m}$, $H_S = 250 \text{ A/m}$



PARAMETER: $B_R = 150 \text{ mT}$, $B_S = 410 \text{ mT}$, $H_{CB} = 14 \text{ A/m}$, $H_S = 250 \text{ A/m}$

Abbildung 50: Darstellung der berechneten B - H Schleifen (3E6, 3F3)

Wie im Kleinsignalfall wird nun wiederum ein Ringkern mit Innenradius a , Außenradius b und der Höhe h untersucht. Der Kern ist mit N_p Primärwindungen gleichmäßig bewickelt. Die Wicklung führt den Primärstrom mit der Amplitude \hat{i}_p . Nach dem Oersted'schen Gesetz ergibt sich für die magnetische Feldstärke (82) die in (62) angegebene Amplitude. Werden die damit ρ -abhängigen Funktionen der mittleren Verlustleistung pro Volumen und der mittleren gespeicherten magnetischen Energie pro Volumen, analog zu (63) und (64), über das Kernvolumen integriert und anschließend durch das Gesamtvolumen dividiert, erhält man geschlossene Lösungen, die als Funktionen $G_p^{(S)}$ und $G_w^{(S)}$ abgekürzt werden.

Die Funktionen lauten in ausführlicher Form:

$$G_p^{(S)}(\hat{i}_p, N_p, a, b, \alpha_F, \beta_F, \Delta T, T) = \bar{P}_m \cdot V^{-1} \quad \text{und} \quad (89)$$

$$G_w^{(S)}(\hat{i}_p, N_p, a, b, \alpha_F, \beta_F, \Delta T, T) = \bar{W}_m \cdot V^{-1}. \quad (90)$$

Ist die Amplitude \hat{i}_p des Primärstroms bekannt, können die tatsächlichen auf das Kernvolumen $V = \pi(b^2 - a^2)h$ normierten Werte von $\bar{P}_m \cdot V^{-1}$ und $\bar{W}_m \cdot V^{-1}$ über (89) und (90) berechnet werden.

Die Stromamplitude \hat{i}_p wird jetzt in einem Bereich variiert, in dem die Aussteuerung im Kern exakt innerhalb der festgelegten Grenzen (86) bleibt. An der Innenkante $\rho = a$ des Ringkerns soll maximal B_S erreicht werden, an seiner Außenkante $\rho = b$ mindestens $B_S/2$:

$$2\pi b \alpha_F N_p^{-1} (2B_S^{-1} - \beta_F)^{-1} \leq \hat{i}_p \leq 2\pi a \alpha_F N_p^{-1} (B_S^{-1} - \beta_F)^{-1}. \quad (91)$$

Wird ein Messvorgang durchgeführt, bei dem die effektiven Parameter (77), (78) und (79) verwendet werden, wird als Amplitude der Feldstärke der Wert

$$\hat{H}^{(e,S)} = \frac{N_p \hat{i}_p}{l_e} \quad (92)$$

angenommen. Den interpretierten Spitzenwert der magnetischen Flussdichte erhält man mit Hilfe von (80), analog zu (68):

$$\hat{B}^{(e,S)} = \frac{h}{A_e} \int_a^b B(\hat{H}(\rho)) d\rho. \quad (93)$$

Durch Integration ergibt sich:

$$\hat{B}^{(e,S)} = \frac{hl_e \hat{H}^{(e,S)}}{A_e 2\pi \alpha_F} \ln \left(\frac{\hat{H}^{(e,S)} + \frac{2\pi b}{l_e} \frac{\alpha_F}{\beta_F}}{\hat{H}^{(e,S)} + \frac{2\pi a}{l_e} \frac{\alpha_F}{\beta_F}} \right). \quad (94)$$

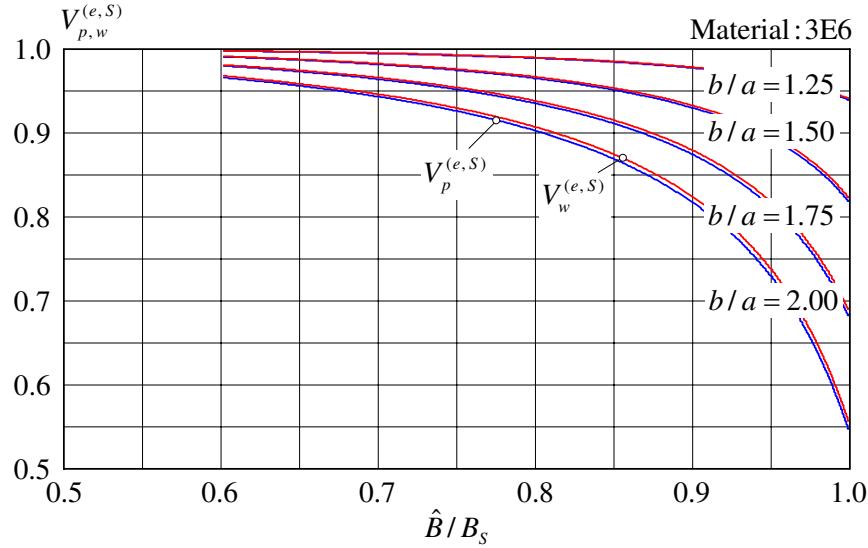
Nach der Messung werden die aufgrund der Messgrößen angenommenen zeitlichen Verläufe von p_m und w_m gemittelt und über der Aussteuerung (94) aufgetragen. Das Ergebnis kann mit Hilfe der Funktionen $G_p^{(S)}$ und $G_w^{(S)}$ aus (89) und (90) theoretisch vorhergesagt werden:

$$\bar{P}_m^{(e,S)}(\hat{B}^{(e,S)}) \cdot V_e^{-1} = \frac{V}{V_e} \cdot G_p^{(S)}(\hat{i}_p, N_p, a, b, \alpha_F, \beta_F, \Delta T, T) \quad \text{und} \quad (95)$$

$$\bar{W}_m^{(e,S)}(\hat{B}^{(e,S)}) \cdot V_e^{-1} = \frac{V}{V_e} \cdot G_w^{(S)}(\hat{i}_p, N_p, a, b, \alpha_F, \beta_F, \Delta T, T) \quad \text{mit} \quad (96)$$

$$V = \pi(b^2 - a^2)h \quad \text{und} \quad V_e = l_e A_e. \quad (97)$$

Die Referenzgrößen für \bar{p}_m und \bar{w}_m erhält man nun, indem man die zu (94) gehörende magnetische Feldstärke mit Hilfe des Hysteresemodells (80) bestimmt und in die Formeln (87) und (88) einsetzt.



PARAMETER: $B_S = 380 \text{ mT}$, $\mu_i = 12000$

Abbildung 51: Verlauf der Verhältnisse $V_p^{(e,S)}$ und $V_w^{(e,S)}$ (Material: 3E6)

Die Referenzwerte lauten somit:

$$\bar{p}_m(\hat{B}^{(e,S)}) = F_p^{(S)}(\hat{H}(\hat{B}^{(e,S)}), \alpha_F, \beta_F, \Delta T, T) \quad \text{und} \quad (98)$$

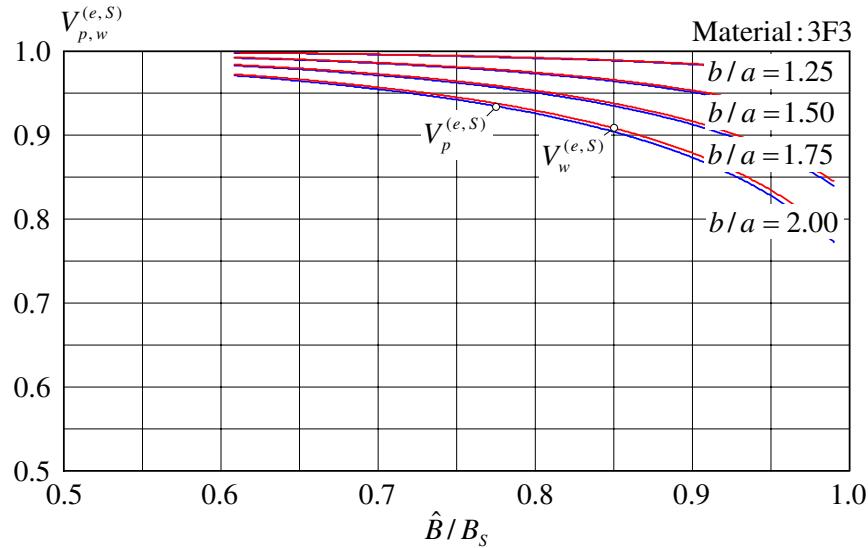
$$\bar{w}_m(\hat{B}^{(e,S)}) = F_w^{(S)}(\hat{H}(\hat{B}^{(e,S)}), \alpha_F, \beta_F, \Delta T, T) \quad \text{mit} \quad (99)$$

$$\hat{H}(\hat{B}^{(e,S)}) = \alpha_F \left[\left(\hat{B}^{(e,S)} \right)^{-1} - \beta_F \right]^{-1}. \quad (100)$$

Die Funktionen $F_p^{(S)}$ und $F_w^{(S)}$ sind in (87) und (88) definiert. Analog zu (76) werden die beim Messprozess interpretierten Größen abschließend auf ihre Referenzwerte bei gleicher Aussteuerung $\hat{B} = \hat{B}^{(e,S)}$ normiert:

$$V_p^{(e,S)}(\hat{B}) = \frac{\bar{P}_m^{(e,S)}(\hat{B}) \cdot V_e^{-1}}{\bar{P}_m(\hat{B}) \cdot V^{-1}} \quad \text{und} \quad V_w^{(e,S)}(\hat{B}) = \frac{\bar{W}_m^{(e,S)}(\hat{B}) \cdot V_e^{-1}}{\bar{W}_m(\hat{B}) \cdot V^{-1}}. \quad (101)$$

Die Abbildungen 51 und 52 zeigen die resultierenden Abweichungen. Verschiedene Verhältnisse aus Außen- und Innenradius der Ringkerne werden als Parameter dargestellt. Ausgewertet sind die Materialien 3E6 und 3F3. Im Gegensatz zum Fall der Kleinsignalaussteuerung ist nun teilweise mit erheblichen Abweichungen zu rechnen. Besonders Aussteuerungen bis nahe an den Sättigungswert B_S und Proben mit relativ großen b/a -Verhältnissen können die Messergebnisse bis zur Unbrauchbarkeit verfälschen. Wenn als Messobjekte möglichst große Ringkerne verwendet werden, kann der Fehler in Grenzen gehalten werden. Große Kerne besitzen meist die kleinsten erhältlichen b/a -Verhältnisse. Es müssen jedoch auch die Nachteile großer Probenkerne berücksichtigt werden, denn es wird bei großen Kernen zunehmend schwerer, eine homogene Temperaturverteilung innerhalb des gesamten Kernvolumens sicherzustellen (s. Abschnitt 4.2).



PARAMETER: $B_S = 410 \text{ mT}$, $\mu_i = 2000$

Abbildung 52: Verlauf der Verhältnisse $V_p^{(e,S)}$ und $V_w^{(e,S)}$ (Material: 3F3)

Zusätzlich begünstigen die großen Querschnittsflächen der Kerne die Ausbildung von Wirbelströmen, was man als weitere Fehlerquelle nicht außer Acht lassen darf (s. Abschnitt 3.1.4). Da Sättigungsschleifen aufgrund der entstehenden erheblichen Verlustleistung aber ohnehin nur bei relativ niedrigen Frequenzen durchlaufen werden können, dürften die resultierenden Fehler meist vernachlässigbar klein sein.

3.1.2 Verzögerungszeiten in den Signalpfaden

Eine weitere wesentliche Fehlerquelle bei Messungen nach dem in Abbildung 29 dargestellten Messprinzip, sind unterschiedliche Laufzeiten in den Signalpfaden, die sowohl durch unterschiedliche Kabellängen als auch durch die Strommessung selbst hervorgerufen werden. Für eine genaue Analyse der auftretenden Abweichungen wird nun die Prinzipschaltung in Abbildung 53 betrachtet. Die Sekundärspannung $u_s(t)$ wird über ein Koaxialkabel bzw. einen Tastkopf mit der Eingangsimpedanz Z_K gemessen und mit Kanal 1 des Oszilloskops verbunden. Ein Stromwandler dient zur Erfassung des Primärstroms $i_p(t)$ und wird, ebenfalls über ein Koaxialkabel, mit Kanal 2 des Oszilloskops verbunden. Beide Signale erreichen nach den Verzögerungszeiten T_1 bzw. T_2 die Eingänge des Oszilloskops und werden anschließend digital weiterverarbeitet. Im Rahmen dieser Untersuchung wird vorausgesetzt, dass $|Z_K|$ im betrachteten Frequenzbereich so groß ist, dass näherungsweise kein Sekundärstrom $i_s(t)$ fließt und nur sinusförmige Ströme und Spannungen auftreten bzw. das Material der Proben durch die komplexe Permeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$ beschrieben werden kann.

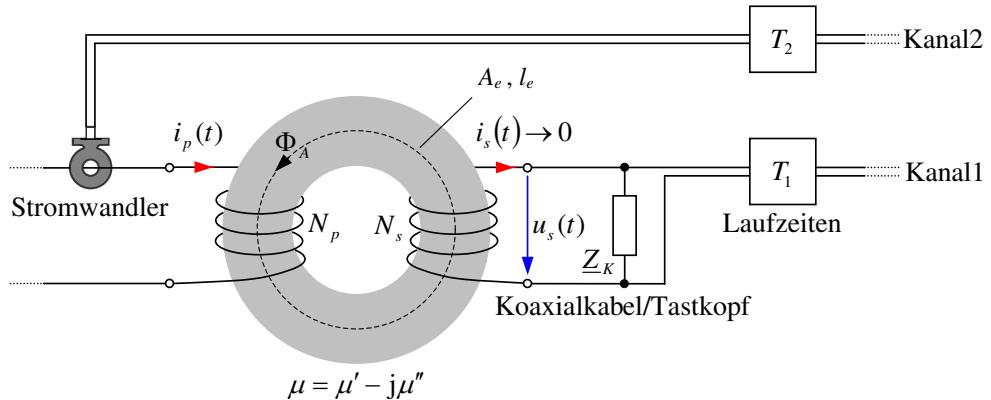


Abbildung 53: Modell zur Analyse der Abweichungen durch Laufzeitunterschiede

Als Ausgangspunkt wird der folgende harmonische Verlauf von Primärstrom und Sekundärspannung angenommen:

$$i_p(t) = \hat{i}_p \sin(\omega t) \quad \text{und} \quad u_s(t) = \hat{u}_s \cos(\omega t - \varphi_m) . \quad (102)$$

Der Phasenwinkel φ_m bezeichnet den Verlustwinkel der komplexen Permeabilität:

$$\varphi_m = \arctan \frac{\mu''}{\mu'} . \quad (103)$$

Die Signale erreichen nun, um die Laufzeiten T_1 bzw. T_2 verzögert, die Eingänge des Oszilloskops:

$$i_p^{(\Delta T)}(t) = \hat{i}_p \sin[\omega(t - T_2)] \quad \text{und} \quad u_s^{(\Delta T)}(t) = \hat{u}_s \cos[\omega(t - T_1) - \varphi_m] . \quad (104)$$

Dort werden die analogen Signale digitalisiert, geglättet und an den Rechner übermittelt. Die magnetischen Feldgrößen im Inneren des Kerns können anschließend, basierend auf den digitalen Messdaten, den effektiven Parametern l_e , A_e und V_e sowie den Windungszahlen N_p und N_s von Primär- und Sekundärseite berechnet werden.

Die mittlere magnetische Feldstärke erhält man nach dem Oersted'schen Gesetz:

$$H^{(\Delta T)}(t) = \frac{N_p \hat{i}_p}{l_e} \sin [\omega(t - T_2)] . \quad (105)$$

Die magnetische Flussdichte kann durch Auswertung des Induktionsgesetzes in der Sekundärwicklung berechnet werden, dazu muss der zeitliche Verlauf der Sekundärspannung integriert werden:

$$B^{(\Delta T)}(t) = \frac{\hat{u}_s}{\omega N_s A_e} \sin [\omega(t - T_1) - \varphi_m] . \quad (106)$$

Durch zeitliche Mittelung der eingespeisten Leistung (pro Volumen) und der momentanen magnetischen Energie (pro Volumen) (52) erhält man die mittlere Verlustleistung (pro Volumen) und die mittlere gespeicherte Energie (pro Volumen):

$$\bar{P}_m^{(\Delta T)} = \frac{1}{2} \frac{N_p \hat{u}_s \hat{i}_p}{N_s V_e} \sin (\varphi_m - \varphi_{\Delta T}) \quad \text{und} \quad (107)$$

$$\bar{w}_m^{(\Delta T)} = \frac{1}{4} \frac{N_p \hat{u}_s \hat{i}_p}{N_s \omega V_e} \cos (\varphi_m - \varphi_{\Delta T}) \quad \text{mit} \quad (108)$$

$$\varphi_{\Delta T} = \omega(T_2 - T_1) = \omega \Delta T . \quad (109)$$

Der Winkel $\varphi_{\Delta T}$ bezeichnet den durch den Laufzeitunterschied ΔT der Signale verursachten Phasenfehler. Für die Berechnung der Abweichungen können die Ausdrücke auf ihre idealen, nicht fehlerbehafteten Referenzgrößen

$$\bar{P}_m = \bar{P}_m^{(\Delta T)} \Big|_{T_1=T_2} \quad \text{und} \quad \bar{w}_m = \bar{w}_m^{(\Delta T)} \Big|_{T_1=T_2} \quad (110)$$

normiert werden. Die zu erwartenden Abweichungen lauten schließlich:

$$V_p^{(\Delta T)} = \frac{\bar{P}_m^{(\Delta T)}}{\bar{P}_m} = \cos (\varphi_{\Delta T}) - \sin (\varphi_{\Delta T}) \tan^{-1} (\varphi_m) \quad \text{und} \quad (111)$$

$$V_w^{(\Delta T)} = \frac{\bar{w}_m^{(\Delta T)}}{\bar{w}_m} = \cos (\varphi_{\Delta T}) + \sin (\varphi_{\Delta T}) \tan (\varphi_m) . \quad (112)$$

Sollen die Materialien bei kleinen resultierenden Verlustwinkeln φ_m gemessen werden und ist anzunehmen, dass der Phasenfehler $\varphi_{\Delta T}$ ebenfalls klein bleibt, können (111) und (112) weiter vereinfacht werden:

$$V_p^{(\Delta T)} \approx 1 - \frac{\varphi_{\Delta T}}{\varphi_m} \quad \text{und} \quad V_w^{(\Delta T)} \approx 1 \quad (113)$$

$$\text{falls } \varphi_{\Delta T} \ll 1 \quad \text{und} \quad \varphi_m \ll 1 . \quad (114)$$

Die Formeln zeigen, dass die mittlere gespeicherte magnetische Energie pro Volumen und damit die Induktivität der Proben, in diesem Fall messtechnisch nahezu exakt, bestimmt werden kann. Im Gegensatz dazu ist bei der Messung der mittleren Verlustleistung pro Volumen mit erheblichen Abweichungen zu rechnen, sobald der Phasenfehler $\varphi_{\Delta T}$ die Größenordnung des Verlustwinkels φ_m erreicht.

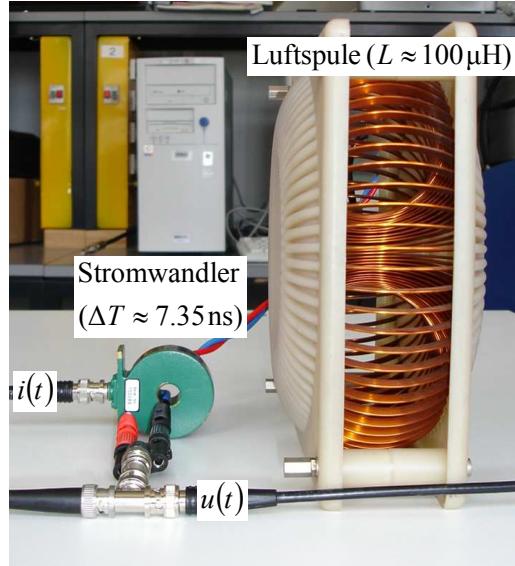


Abbildung 54: Messung einer Luftspule, Stromwandler Pearson® Nr. 411

Die Messung von Verlustleistungen bei kleinen Verlustwinkeln stellt ein grundlegendes Problem dar, zu dem sich in der Literatur eine große Anzahl von Fachbeiträgen findet. Stellvertretend können [Les99] und [Nie03] genannt werden. In [Nie03] wurde zudem dasselbe Messprinzip zur Bestimmung der Kernverluste verfolgt, auch die Art der Signalverarbeitung mit Hilfe eines Oszilloskops ist mit den hier beschriebenen Methoden vergleichbar. Die Fehlerquellen, die einen Beitrag zum Phasenfehler $\varphi_{\Delta T}$ leisten, werden darin ausführlich diskutiert und gegeneinander abgewogen. Die wesentlichen Erkenntnisse sind zusammenfassend dargestellt und anhand einer Beispielmessung der in Abbildung 54 dargestellten Luftspule verdeutlicht.

In Übereinstimmung mit [Nie03] ist festzustellen, dass die Messung des Primärstroms $i_p(t)$ im Frequenzbereich bis 1 MHz, gegenüber allen weiteren Fehlerquellen, so z.B. Phasendrehungen infolge

- der Wickelkapazitäten der Proben,
- parasitärer induktiver Kopplungen im Messaufbau,
- eines Zeitversatzes bei der gleichzeitigen Digitalisierung zweier Signalquellen,
- einer unzureichenden Amplituden- und Zeitbereichsauflösung der AD-Wandler,
- von Ungenauigkeiten bei der Bestimmung des Periodenintervalls sowie
- hinsichtlich der Laufzeiten nicht abgeglichener Verbindungsstrecken

den weitaus größten Phasenfehler hervorruft. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Hauptkabelstrecken durch eine Längenanpassung bereits auf gleiche Laufzeiten hin ausgelegt sind, nur eine minimale Anzahl von Primär- und Sekundärwindungen verwendet wird und der gesamte Aufbau im Hinblick auf parasitäre Kopplungen bzw. das allgemeine EMV-Verhalten weitgehend optimiert ist.

Wie später noch genauer erläutert wird, verbleibt die Strommessung als begrenzender Faktor der Genauigkeit, unabhängig davon, ob der Strom mit Hilfe eines Stromwandlers oder alternativ über einen Shuntwiderstand gemessen wird. Die Vor- und Nachteile beider Messverfahren werden nun getrennt voneinander analysiert.

Strommessung mit Hilfe eines Stromwandlers Zunächst wird die Messung des Primärstroms mit Hilfe eines Stromwandlers betrachtet. Stromwandler sind spezielle Transformatoren zur Messung von Wechselströmen. Sie besitzen nur eine oder wenige Primärwindungen, die vom zu messenden Strom durchflossen werden, sowie mindestens eine oder mehrere Sekundärwindungen. Der durch den Wandler geführte Messstrom bildet gewöhnlich die Primärwicklung – in diesem Fall mit einer Primärwindung. Aufgrund des Transformatorenprinzips sind in den Messströmen enthaltene Gleichanteile dem Messsignal nicht überlagert und müssen separat bestimmt werden. Stromwandler sind für Frequenzen von 16 Hz bis in den MHz-Bereich erhältlich. Die untere Grenzfrequenz wird sowohl durch die Sekundärinduktivität als auch die Summe aus dem Wicklungswiderstand und der an der Sekundärwicklung angeschlossenen Last bestimmt. Daher wird versucht, ein Kernmaterial mit möglichst hoher Permeabilität zu verwenden. Wegen hoher Messfrequenzen kommen dafür nur Ferritmaterialien in Frage, deren nichtlineare Eigenschaften im Betrieb beachtet werden müssen. Stromwandler, die ohne magnetisches Material aus reinen Luftspulen aufgebaut sind, werden als Rogowskispulen bezeichnet. Das Spannungssignal beider Wandlertypen ist üblicherweise zur Amplitude der gemessenen Ströme proportional.

Schwierigkeiten ergeben sich bei der Bestimmung der Verzögerungszeit der Wandler. So sind für die meisten Modelle keine Herstellerdaten zum Phasenversatz verfügbar. Problematisch ist weiter, dass die Werte auch innerhalb einer Serie stark streuen können [Les99], [Nie03]. Zudem können die Verzögerungszeiten infolge der angesprochenen nichtlinearen Eigenschaften der in den Wändlern verwendeten Ferritmaterialien, auch von der Frequenz und der Amplitude der gemessenen Ströme, der Temperatur und insbesondere auch vom Gleichanteil der durchgeföhrten Ströme abhängen. Es verbleibt also nur die Möglichkeit, das verwendete Exemplar so genau wie möglich zu vermessen und die Daten für die anschließende Auswertung der Messsignale als Tabelle in den Programmen zu hinterlegen.

Beim hier verwendeten Pearson® Wandler Nr. 411 konnte eine Verzögerungszeit von $\Delta T \approx 7.35$ ns messtechnisch ermittelt werden. Dazu wurde ein definierter Strom gleichzeitig mit Hilfe des Wandlers und eines niederinduktiven Shuntwiderstands gemessen. Unter Verwendung identischer Messkabel wurde anschließend die Phasenverschiebung mit einem digitalen Speicheroszilloskops bei verschiedenen Stromstärken gemessen. Es zeigte sich, dass der Wert der Verzögerungszeit, im Frequenzbereich $f \leq 1$ MHz, für die vom HF-Leistungsverstärker zur Verfügung gestellten Stromamplituden von $\hat{i}_p \leq 3$ A ausreichend stabil ist, somit konnte er zur automatischen Komensation direkt im Speicher des Oszilloskops hinterlegt werden. Der Einfluss möglicher Gleichanteile in den gemessenen Strömen ist hier nicht untersucht. Gleichfelder werden grundsätzlich über eine dritte Wicklung aufmagnetisiert und die DC-Ströme gesondert gemessen (s. Kapitel 3.1.3).

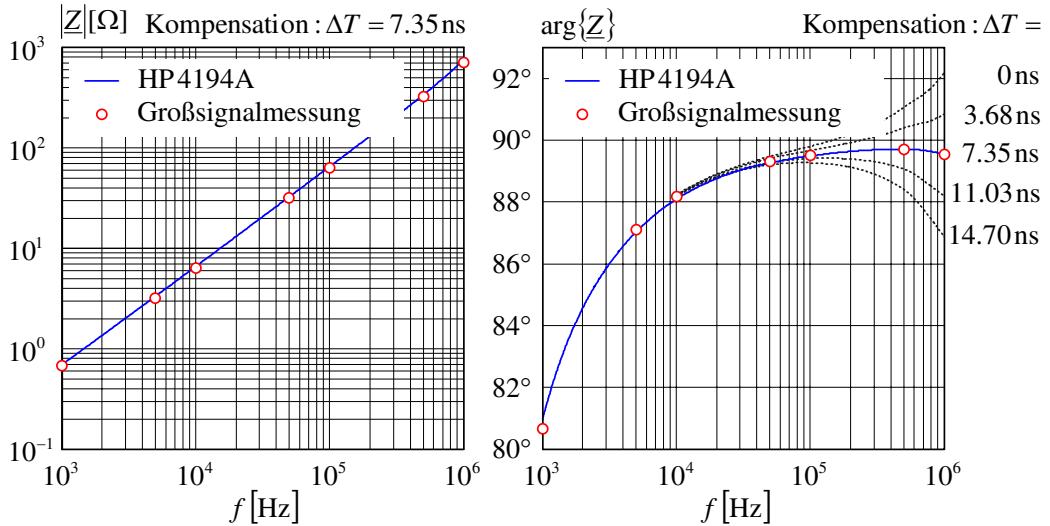
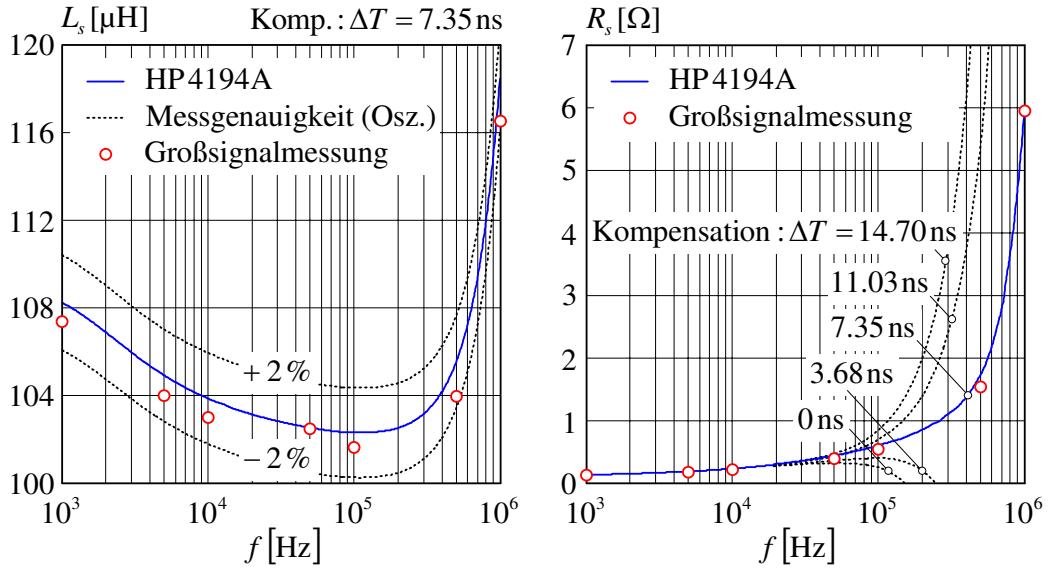


Abbildung 55: Messung der komplexen Impedanz \underline{Z} der Luftspule

Der gemessene Wert von $\Delta T \approx 7.35$ ns entspricht bei einer Frequenz von $f = 1$ MHz einem Phasenfehler von $\varphi_{\Delta T} \approx 2.6^\circ$. Werte dieser Größenordnung werden auch in [Les99], [Nie03] und [Pea08] angegeben.

Damit der Wert der Verzögerungszeit auch mit Hilfe einer alternativen Messmethode überprüft werden konnte, wurde ein lineares Bauelement – die in Abbildung 54 dargestellte Luftspule – zunächst mit Hilfe eines Hewlett-Packard® HP 4194A Impedanzanalysators vermessen und die Daten anschließend mit den am Großsignalmessplatz ermittelten Werten verglichen. In Abbildung 55 sind die Messergebnisse nach Betrag und Phase dargestellt. Die durchgezogenen Linien zeigen die mit dem Impedanzanalysator gemessenen Werte im Frequenzbereich zwischen 1 kHz und 1 MHz, die Kreise geben die am Großsignalmessplatz ermittelten Messpunkte an. Dabei wurde der für die Verzögerungszeit ermittelte Wert von $\Delta T = 7.35$ ns bereits bei der Digitalisierung der Messsignale im Oszilloskop kompensiert. Wie den beiden Bildern zu entnehmen ist, ergibt sich so eine sehr gute Übereinstimmung der beiden Messmethoden.

Die Notwendigkeit einer exakten Kompensation der Verzögerungszeit zeigt sich insbesondere bei der Messung des Phasenverlaufs der Luftspule in Abbildung 55 rechts. Die gepunktet dargestellten Linien geben die theoretischen Phasenverläufe bei unterschiedlichen Werten von ΔT zur Kompensation an. Wird der Phasenversatz des Wandlers überhaupt nicht ($\Delta T = 0$ ns) bzw. nur unzureichend ($\Delta T = 3.68$ ns) kompensiert, erhält man Werte von $\arg\{\underline{Z}\} \geq 90^\circ$. Dies führt im Serienersatzschaltbild der Luftspule aus den Elementen L_s und R_s zu $R_s < 0$. Wird der Wert dagegen überkompensiert ($\Delta T = 11.03$ ns bzw. $\Delta T = 14.70$ ns), sind die ermittelten Winkel, wie im Bild dargestellt, zu gering und die Werte von R_s damit viel zu groß. Die entsprechenden Verläufe von L_s und R_s sind in Abbildung 56 dargestellt. Die Messung der Serieninduktivität L_s mit Hilfe des Großsignalmessplatzes erscheint dort auf den ersten Blick relativ ungenau, da der absolute Fehler ca. 1 μ H beträgt. Im Widerspruch dazu steht, dass nach (113) die mittlere gespeicherte magnetische Energie, und damit die Induktivität der Probe, bei kleinen Verlustwinkeln nahezu exakt bestimmt werden kann.

Abbildung 56: Messung der Serienelemente L_s und R_s der Luftspule

Bei der Messung muss jedoch beachtet werden, dass Spannungen mit Hilfe des verwendeten Oszilloskops Tektronix® TDS 3052B nur auf $\pm 2\%$ genau ermittelt werden können [Tek08]. Das dem gemessenen Strom proportionale Spannungssignal am Pearson® Wandler Nr. 411 ist auf $\pm 1\%$ genau [Pea08]. Da die Spannungsamplitude der Luftspule bei kleinen Verlustwinkeln $\hat{u}_L \approx \omega L_s \hat{i}_L$ beträgt und die Kreisfrequenz nicht messtechnisch bestimmt wird (die Frequenz-Ungenauigkeit des Funktionsgenerators kann in diesem Zusammenhang vernachlässigt werden), kann L_s wegen der zweimaligen Spannungsmessung am Oszilloskop im ungünstigsten Fall nur mit einer Genauigkeit von ca. $\pm 5\%$ bestimmt werden. Die Genauigkeit erhöht sich wieder durch die Mittelung und numerische Integration der Signale, wodurch der Gesamtfehler, wie im Bild dargestellt, im Rahmen der einfachen Spannungsmessgenauigkeit bleibt. Die Genauigkeit des Impedanzanalysators ist bei der entsprechenden Messung mindestens um den Faktor 10 höher [Hew96].

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Verzögerungszeit der Stromwandler messtechnisch ausreichend genau bestimmt werden kann. Im vorgestellten Messaufbau liefert die automatische Kompensation einer als konstant angenommenen Verzögerungszeit von $\Delta T = 7.35$ ns im Oszilloskop bereits eine erhebliche Steigerung der Messgenauigkeit im Hinblick auf den Phasenfehler. Infolge der Unsicherheit bei der Messung von ΔT und den oben beschriebenen nichtlinearen Abhängigkeiten der Verzögerungszeit muss jedoch weiterhin von einer unvermeidlichen Restverzögerung von $\Delta T \approx \pm 1$ ns ausgegangen werden, was einem Phasenfehler von $\varphi_{\Delta T} \approx \pm 0.36^\circ$ bei $f = 1$ MHz entspricht.

Strommessung mit Hilfe eines Shuntwiderstands Eine Alternative zur Verwendung des Stromwandlers ist die Bestimmung des Primärstroms durch Messung des Spannungsabfalls an einem sogenannten Shuntwiderstand, der zur Primärwicklung in Reihe

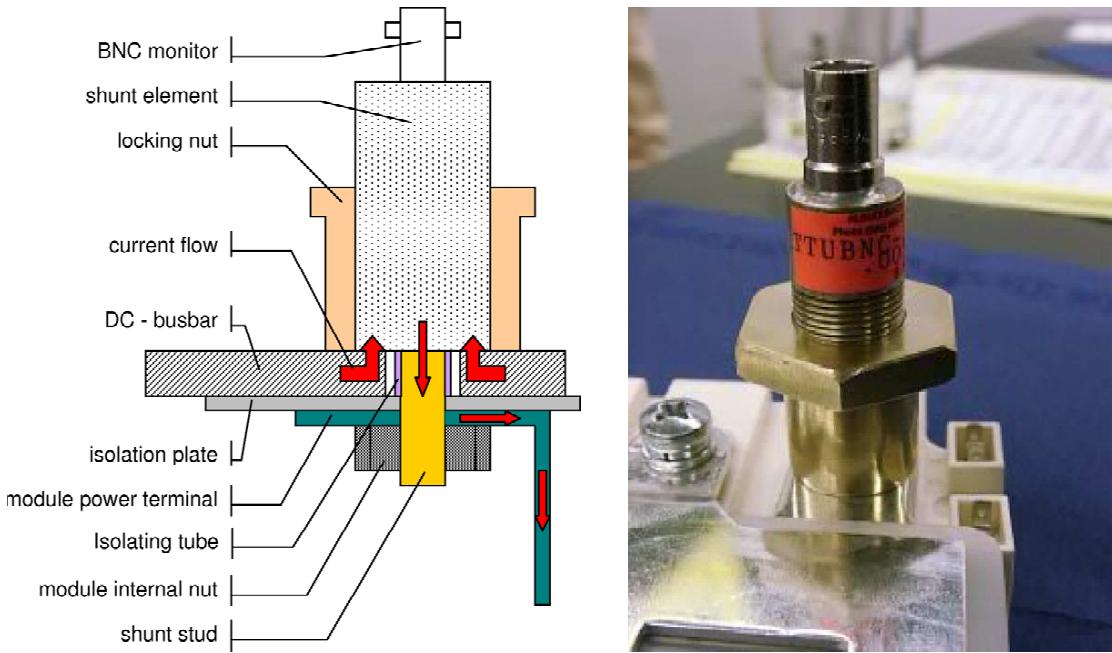


Abbildung 57: Niederinduktiver Koaxialshunt (Quelle: Fraunhofer IISB)

geschaltet wird. Der Hauptgrund, warum die Stromwandlermessung der Shuntmessung vorgezogen wurde, liegt jedoch nicht in einer Abwägung der theoretischen Vor- und Nachteile beider Konzepte begründet, sondern in technischen Einschränkungen. Versuche zeigten, dass sich die Massepotentiale des verwendeten HF-Leistungsverstärkers (s. Abbildung 32) und des Oszilloskops unterscheiden. Wird die Bezugsmasse eines Koaxialkabels bzw. eines Tastkopfs am Shuntwiderstand mit der Bezugsmasse des HF-Leistungsverstärkers verbunden, kommt über den Erdungsleiter des 230 V-Spannungsnetzes ein Fehlerstrom zwischen beiden Geräten zum Fließen, der den Verstärker zum Ausfall bringt. Wird das Oszilloskop an einem Trenn-Transformator betrieben, ergibt sich keine Änderung, da die belegte GPIB-Schnittstelle ebenfalls eine Erdung besitzt und das Gerät deshalb nicht potentialfrei geschaltet werden kann. Als Lösung verbliebe damit nur die Verwendung differentieller Tastköpfe, was aber nicht weiter verfolgt wurde, weil diese Lösung im Verhältnis zu den Alternativen unangemessen teuer wäre.

Shuntwiderstände besitzen auch einige theoretische Nachteile. Das Hauptproblem ist dabei die unvermeidliche parasitäre Induktivität der Widerstände. Im betrachteten Frequenzbereich kann ihr frequenzabhängiges Verhalten näherungsweise durch eine Reihenschaltung des Ohm'schen Anteils R_{Sh} und der parasitären Induktivität L_{Sh} beschrieben werden. Wird bei der Interpretation der Messsignale angenommen, dass Strom und Spannung am Shuntwiderstand proportional sind, ruft die parasitäre Induktivität den folgenden Phasenfehler hervor:

$$|\varphi_{\Delta T}| = \omega \frac{L_{Sh}}{R_{Sh}}. \quad (115)$$

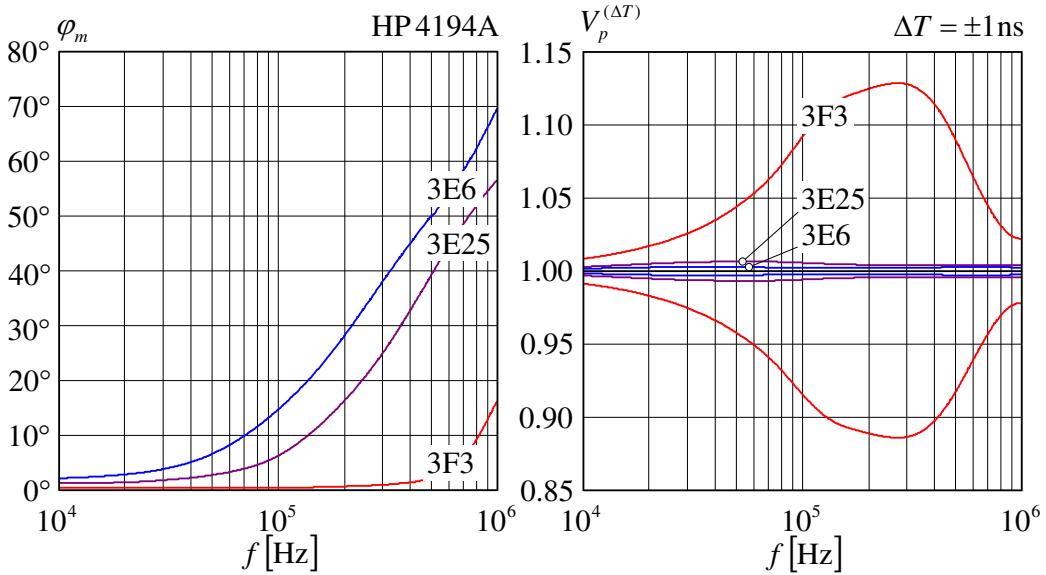


Abbildung 58: Verlustwinkel φ_m (Kleinsignal) und Abweichung $V_p^{(\Delta T)}$ ($\Delta T = \pm 1 \text{ ns}$)

Um den Messfehler möglichst klein zu halten, müssen Shuntwiderstände mit einem geringen induktiven Anteil L_{Sh} verwendet bzw. konstruiert werden. Dabei muss gleichzeitig zwischen der für die Oszilloskop erfassung nötigen Mindestspannung und der in den Messwiderständen in Wärme umgesetzten Verlustleistung abgewogen werden. Im praktischen Fall des Großsignalmessplatzes wird es dadurch unvermeidlich, eine ganze Reihe verschiedener Shunts für die unterschiedlichen Strom-Messbereiche bereitzustellen. Im Bezug auf den Phasenfehler sind geeignete Shuntwiderstände den Stromwählern jedoch deutlich überlegen. In [Nie03] gelang es bereits, aus einer einfachen radialen Anordnung von parallel geschalteten 0.5 W Kohleschichtwiderständen einen Shuntwiderstand $R_{Sh} \approx 10 \Omega$ aufzubauen, der einen Phasenfehler $|\varphi_{\Delta T}| \leq 0.5^\circ$ bei einer Frequenz von $f = 1 \text{ MHz}$ hervorruft. Der Phasenfehler entspricht einer Verzögerungszeit $|\Delta T| \leq 1.4 \text{ ns}$ und liegt damit bereits weit unterhalb der Verzögerungszeit von 7.35 ns, die beim verwendeten Stromwandler ermittelt wurde. Werden Shuntwiderstände, wie in [Fer92], [Mal77], [Oka74] und [Lag67] beschrieben, in koaxialer Bauform entwickelt, können diese Werte noch deutlich unterboten werden. Abbildung 57 zeigt den inneren Aufbau sowie ein Foto eines kommerziell erhältlichen Produkts.

Zusammenfassend sprechen die Vorteile für eine Verwendung von Koaxialshunts, falls hochgenaue Verlustleistungsmessungen bei sehr kleinen Verlustwinkeln durchgeführt werden sollen. Dafür wäre der Messaufbau entsprechend umzurüsten und primär das Problem der unterschiedlichen Massepotentiale des HF-Leistungsverstärkers und des Oszilloskops bzw. Funktionsgenerators zu lösen. Eine Steigerung der Phasennauigkeit über die Spannungsmessgenauigkeit des Oszilloskops hinaus ist dabei jedoch grundsätzlich nicht sinnvoll. Die Horizontalgenauigkeit von 20 ppm dürfte beim gewählten Oszilloskop in der Praxis eher eine untergeordnete Rolle spielen. Der Wert entspricht bei $f = 1 \text{ MHz}$ einem Phasenfehler von lediglich $\varphi_{\Delta T} = \pm 7.2 \text{ mDeg}$ bzw. einer Verzögerungszeit von $\Delta T = \pm 0.2 \text{ ns}$.

Der Phasenfehler ist nach (109) der Frequenz proportional. Bei der Messung der Verlustleistungen von Ferriten ist der Phasenfehler allerdings nicht in erster Linie ein Problem hoher Frequenzen, sondern vielmehr kleiner Aussteuerungen im mittleren Frequenzbereich, wie im Folgenden gezeigt werden soll.

In Abbildung 58 links sind die an R16-Proben gemessenen Kleinsignalverlustwinkel φ_m verschiedener Ferritmaterialien als Funktion der Frequenz dargestellt. Wie bei nahezu allen magnetischen Materialien zu beobachten ist, kann die Magnetisierung ab einer gewissen Frequenz der erregenden Feldstärke nicht mehr folgen. Daher nehmen die Verlustwinkel zu hohen Frequenzen hin stark zu, obwohl die Materialien bei der Messung am Impedanzanalysator nicht nennenswert ausgesteuert werden. Der starke Anstieg ist auch Folge der bei hohen Frequenzen einsetzenden Wirbelströme innerhalb des Kernquerschnitts (s. Kapitel 3.1.4). Wird nun angenommen, dass die oben abgeschätzte Restverzögerung von $\Delta T = \pm 1$ ns im Messsystem verbleibt, können die zu erwartenden Abweichungen nach (111) als Funktion der Frequenz berechnet werden. Die Ergebnisse in Abbildung 58 rechts zeigen, dass die Abweichungen wegen der dort stark zunehmenden Verlustwinkel der Materialien zu hohen Frequenzen hin sogar wieder geringer werden. Um am Großsignalmessplatz überhaupt ein mit Hilfe des Oszilloskops messbares Stromsignal hervorzurufen, müssten die Proben wesentlich höher ausgesteuert werden. Die Verlustwinkel wären somit im gesamten Frequenzbereich größer, die Abweichungen infolge des Phasenfehlers aber deutlich geringer, als die in Abbildung 58 rechts dargestellten. Die Restverzögerung von $\Delta T = \pm 1$ ns dürfte demnach klein genug sein, um alle für die Praxis relevanten Materialdaten von Ferriten zu messen.

Auf eine Kompensation der Verzögerungszeit des Stromwandlers kann dabei jedoch auch im unteren Frequenzbereich $f \leq 10$ kHz nicht verzichtet werden, wie die nun folgende abschließende Untersuchung zeigen wird. Sind der Rayleigh-Hysteresekoeffizient v und die Anfangspermeabilität μ_i des untersuchten Materials bekannt, kann der Verlustwinkel nach (58) in Abhängigkeit von der Aussteuerung \hat{B} berechnet werden:

$$\varphi_m(\hat{B}) = \frac{4v}{3\pi\mu_0\mu_a^2}\hat{B} \approx \frac{4v}{3\pi\mu_0\mu_i^2}\hat{B}. \quad (116)$$

In Tabelle 6 sind die Verlustwinkel φ_m der verschiedenen Ferritmaterialien für die beiden Aussteuerungen $\hat{B}_{min} = 1.5$ mT und $\hat{B}_{max} = 3.0$ mT aufgeführt, die in der gültigen Norm zur Messung der Hysterese-Materialkonstanten η_B vorgeschrieben sind, wie auf S. 58 beschrieben wurde. Den Zahlenwerten ist zu entnehmen, dass insbesondere Materialien mit geringer Permeabilität bei kleinen Aussteuerungen auch sehr kleine Verlustwinkel aufweisen.

Material	μ_i	$v \left[(\text{A/m})^{-1} \right]$	$\varphi_m(\hat{B} = 1.5 \text{ mT})$	$\varphi_m(\hat{B} = 3.0 \text{ mT})$
3E6	12000	7163	1.44°	2.89°
3E25	6000	704	0.57°	1.14°
3F3	2000	24	0.17°	0.35°

Tabelle 6: Verlustwinkel der Kerne bei kleinen Aussteuerungen (Datenblätter)

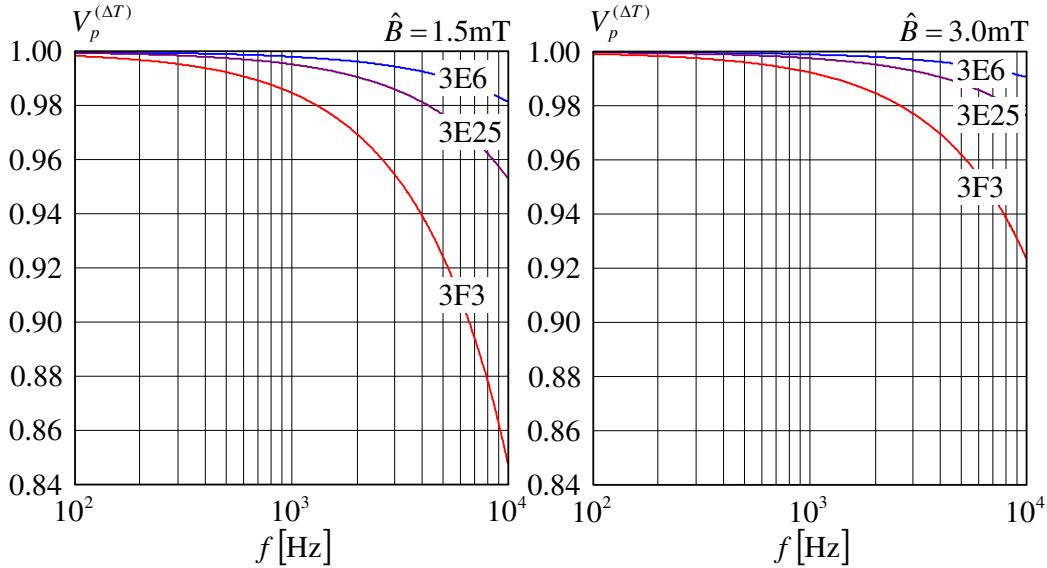


Abbildung 59: Verlauf von $V_p^{(\Delta T)}$ bei kleinen Aussteuerungen (keine Kompensation)

Der Rayleigh-Hysteresekoeffizient ν wurde aus dem Datenblattwert von η_B abgeleitet. Nach der gültigen Norm muss η_B bei Materialien mit $\mu_i \geq 500$ bei $f = 10\text{ kHz}$ mess-technisch ermittelt werden. Die Verluste werden in diesem Frequenzbereich noch fast ausschließlich von der statischen Hysterese hervorgerufen. Die Form der umlaufenden Hystereseschleifen ist dabei von der Umlaufgeschwindigkeit nahezu unabhängig und die Verlustleistung damit näherungsweise zur Frequenz proportional. Die berechneten Verlustwinkel gelten folglich auch im Frequenzbereich $f \leq 10\text{ kHz}$.

Abbildung 59 zeigt nun die zu erwartenden Abweichungen infolge des Phasenfehlers nach (111) im unteren Frequenzbereich $100\text{ Hz} \leq f \leq 10\text{ kHz}$. Bei der Auswertung wurde angenommen, dass die Verzögerungszeit des Stromwandlers $\Delta T = 7.35\text{ ns}$ bei der Messung nicht kompensiert wird. Die Abweichungen bleiben für die drei untersuchten Materialien im Fall der größeren Aussteuerung $\hat{B} = 3.0\text{ mT}$ im Bild rechts noch unterhalb einer Grenze von 10%. Im Falle des Materials mit der geringsten Permeabilität 3F3 wird diese Grenze bei $\hat{B} = 1.5\text{ mT}$ im Bild links jedoch bereits deutlich überschritten. Da Aussteuerungen dieser Größenordnung bei Verwendung entsprechend großer Kerne noch mit Hilfe des Oszilloskops gemessen werden können, muss die Verzögerungszeit folglich auch im unteren Frequenzbereich kompensiert werden.

3.1.3 Fehlerströme im Sekundär- und Gleichstromkreis und der Einfluss von Wickelkapazitäten

Bei Messungen nach dem in Abbildung 29 dargestellten Prinzip wird mit Hilfe des Oersted'schen Gesetzes vom gemessenen Verlauf des Primärstroms $i_p(t)$ auf die magnetische Feldstärke innerhalb der Probenkerne geschlossen. Durch den im Kernmaterial geführten hochfrequenten magnetischen Fluss werden auch in den N_s Sekundärwindungen und den N_{DC} Windungen des Gleichstromkreises Spannungen induziert. Infolge der Spannungen kommen, abhängig von den Impedanzen der Kreise, ebenfalls Ströme zum Fließen, die jedoch bei der Bestimmung der magnetischen Feldstärke messtechnisch nicht erfasst werden. Ziel der nun folgenden Untersuchungen ist es, die durch diese Fehlerströme verursachten Abweichungen bei der Messung der Materialparameter der Kerne zu berechnen und, falls nötig, durch eine Modifikation der Kreise innerhalb vorgegebener Grenzen zu halten.

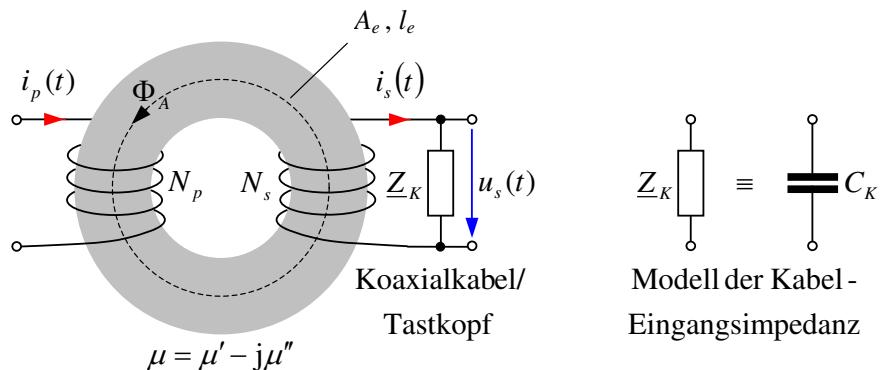
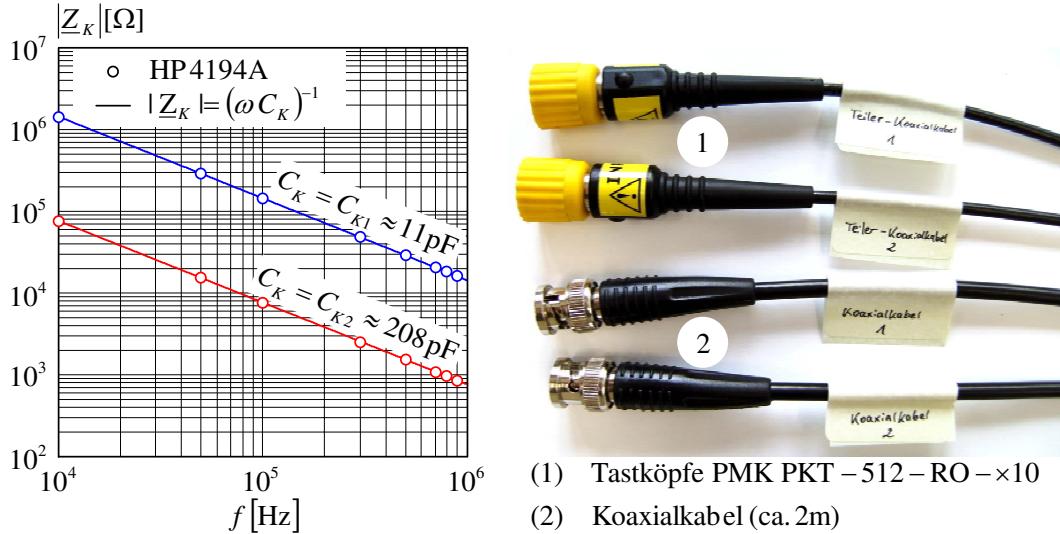


Abbildung 60: Modell zur Analyse der Fehlerströme im Sekundärkreis

Fehlerstrom im Sekundärkreis Zunächst wird der Fehlerstrom im Sekundärkreis betrachtet. Als Modell dient das in Abbildung 60 dargestellte vereinfachte Übertragernetzwerk. Zur Messung der Sekundärspannung $u_s(t)$ wird an der Sekundärwicklung eine BNC-Buchse angelötet, die über einen Tastkopf bzw. ein Koaxialkabel mit dem Oszilloskop verbunden werden kann. Die Eingangsimpedanz der Messkabel wird mit Z_K bezeichnet und kann im betrachteten Frequenzbereich in guter Näherung durch eine ideale Kapazität C_K beschrieben werden [Amm00], wie die Messergebnisse in Abbildung 61 zeigen. Im Bild links als Kreise dargestellt sind die mit Hilfe des Impedanzanalysators gemessenen Betragsfrequenzgänge der komplexen Eingangsimpedanzen der rechts abgebildeten Tastköpfe und der ca. 2 m langen Koaxialkabel. Bei den Messungen wurde auch das verwendete Oszilloskop im eingeschalteten Zustand mit angeschlossen und dessen Abschlusswiderstand, wie auch bei den späteren Messungen, auf $1 \text{ M}\Omega$ gesetzt. Die durchgezogenen Linien im Bild geben die Impedanzbeträge der ermittelten Kapazitäten an. Der Wert der Kapazität beträgt im Fall der PMK® ×10 Tastköpfe $C_{K1} \approx 11 \text{ pF}$ und im Fall der Koaxialkabel $C_{K2} \approx 208 \text{ pF}$. Die gemessenen Phasenverläufe sind nicht mit abgebildet, sie betragen im betrachteten Frequenzbereich näherungsweise -90° .

Abbildung 61: Messung der Eingangsimpedanz Z_K der Tastköpfe/Koaxialkabel

Aufgrund der Kapazität C_K fließt nun der Sekundärstrom $i_s(t)$, der den Kern ebenfalls magnetisiert. Der Sekundärstrom wird messtechnisch allerdings nicht erfasst, was einen Fehler bei der Interpretation der Messdaten zur Folge hat. Für eine genaue Analyse der resultierenden Abweichungen wird nun zunächst eine obere Schranke für die Kapazität C_K bestimmt, die sicherstellt, dass der Spitzenwert des sekundärseitigen Beitrags zur Durchflutung $N_s \hat{i}_s$ mindestens um einen variablen Faktor $0 \leq \eta \ll 1$ kleiner bleibt als der Spitzenwert des primärseitigen Beitrags $N_p \hat{i}_p$. Eine Analyse des Netzwerks in Abbildung 60 liefert unter Verwendung der komplexen Wechselstromrechnung folgende Zusammenhänge:

$$\hat{u}_s = \frac{\hat{i}_s}{j\omega C_K} = j\omega N_s \hat{\Phi}_A = j\omega N_s \frac{\mu A_e}{l_e} (N_p \hat{i}_p - N_s \hat{i}_s). \quad (117)$$

Daraus erhält man zunächst die Forderung

$$\frac{N_p \hat{i}_p}{N_s \hat{i}_s} = \left| 1 - \frac{l_e}{C_K \omega^2 N_s^2 \mu A_e} \right| \geq \frac{1}{\eta} \gg 1. \quad (118)$$

Aufgrund der verwendeten komplexen Permeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$ wird die Gleichung mit Hilfe der Dreiecksungleichung für die komplexen Zahlen z_1 und z_2 ,

$$\|z_1| - |z_2\| \leq |z_1 \pm z_2| \leq |z_1| + |z_2| , \quad (119)$$

in die stärkere Forderung

$$\left| 1 - \frac{l_e}{C_K \omega^2 N_s^2 \mu A_e} \right| \geq \frac{1}{\eta} \quad (120)$$

umgeformt, die schließlich nach der oberen Schranke für C_K aufgelöst werden kann:

$$C_K \leq \min \left\{ \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{l_e}{\omega^2 N_s^2 |\mu| A_e} \right\} = \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{l_e}{\omega_0^2 N_s^2 |\mu(\omega_0)| A_e}. \quad (121)$$

Dabei gibt ω_0 die Kreisfrequenz an, bei der der Term $\omega^2 |\mu(\omega)|$ maximal wird.

Bei Ferritmaterialien entspricht ω_0 im betrachteten Frequenzbereich der höchsten Messfrequenz. Im Grenzfall der maximal zulässigen Kapazität C_K beträgt der komplexe Spitzenwertzeiger der magnetischen Feldstärke im Kern

$$\hat{H} = \left[1 - \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{\mu}{|\mu(\omega_0)|} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^{-1} \frac{N_p \hat{i}_p}{l_e}. \quad (122)$$

Aufgrund der Stromwandlermessung würde jedoch die magnetische Feldstärke

$$\underline{\hat{H}}^{(C_K)} = \frac{N_p \hat{i}_p}{l_e} \quad (123)$$

im Kern interpretiert werden. Für die mittlere Verlustleistung pro Volumen und die mittlere gespeicherte magnetische Energie pro Volumen würden damit folgende Werte angenommen:

$$\bar{p}_m^{(C_K)} = \frac{1}{2} \omega \mu'' |\underline{\hat{H}}^{(C_K)}|^2 \quad \text{und} \quad \bar{w}_m^{(C_K)} = \frac{1}{4} \mu' |\underline{\hat{H}}^{(C_K)}|^2. \quad (124)$$

Die Größen können nun auf ihre tatsächlichen Werte

$$\bar{p}_m = \frac{1}{2} \omega \mu'' |\underline{\hat{H}}|^2 \quad \text{und} \quad \bar{w}_m = \frac{1}{4} \mu' |\underline{\hat{H}}|^2 \quad (125)$$

normiert werden, wodurch man die zu erwartenden Abweichungen

$$V_{p,w}^{(C_K)}(\omega, \eta) = \frac{\bar{p}_m^{(C_K)}}{\bar{p}_m} = \frac{\bar{w}_m^{(C_K)}}{\bar{w}_m} = \left| 1 - \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{\mu}{|\mu(\omega_0)|} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right|^2 \quad (126)$$

erhält. Das Verhältnis soll nun, wie bereits $V_p^{(\Delta T)}$ in Abbildung 58, mit Hilfe der am Impedanzanalysator gemessenen Kleinsignaldaten für verschiedene Ferritmaterialien ausgewertet werden. Dazu wird (126) so umgeformt, dass die Abweichungen direkt in Abhängigkeit des gemessenen Impedanzbetrags und des Verlustwinkels (103) der komplexen Permeabilität des Kernmaterials angegeben werden können:

$$V_{p,w}^{(C_K)}(\omega, \eta) = \left| 1 - \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{\omega}{\omega_0} \left| \frac{Z(\omega)}{Z(\omega_0)} \right| e^{-j\varphi_m} \right|^2. \quad (127)$$

Abbildung 62 zeigt den Verlauf von $V_{p,w}^{(C_K)}$ über der Frequenz mit dem oben als Parameter eingeführten Faktor η . Die berechneten Abweichungen sind dabei im Falle des Materials 3E6 (linkes Bild) bei hohen Frequenzen geringer als im Fall des Materials 3F3 (rechtes Bild). Ursache dafür sind die wesentlich größeren Verlustwinkel beim Material 3E6, wie die Abbildung 58 links zeigt. Bei der maximalen Messfrequenz von 1 MHz ist der Realteil μ' der komplexen Permeabilität, der alleine zur Induktion einer Spannung auf der Sekundärseite beiträgt, beim Material 3E6 bereits um ca. 65% abgesunken, beim Material 3F3 dagegen nur um ca. 5%. Bei gleichem Primärstrom kommt somit bei geringerer Sekundärspannung auch ein geringerer Fehlerstrom $i_s(t)$ zum Fließen. Der Verlustanteil der Materialien kann sich bei größeren Aussteuerungen nur noch weiter erhöhen, die Kleinsignaluntersuchung stellt in diesem Fall auch zugleich den ungünstigsten Fall dar.

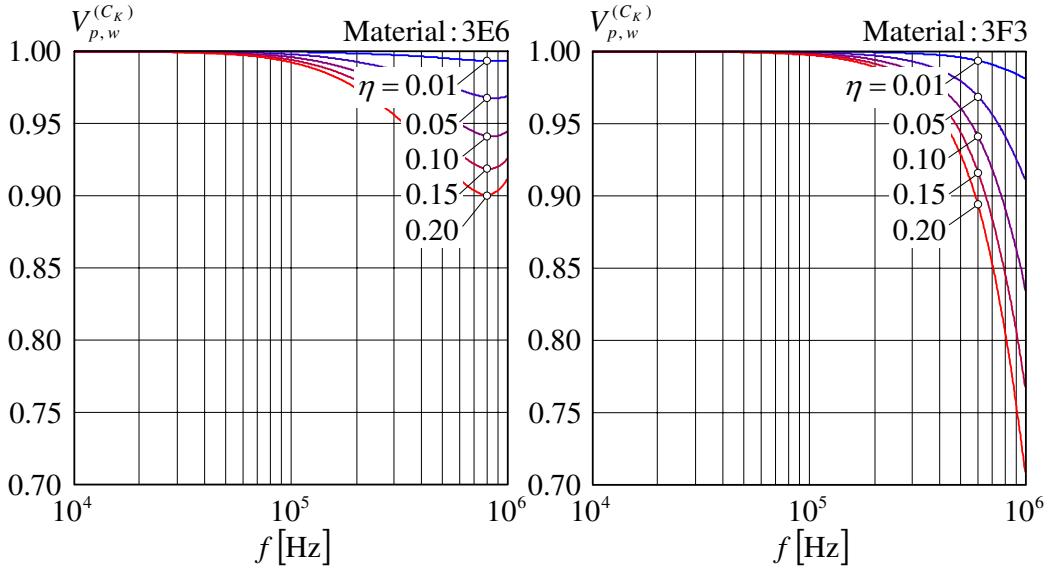


Abbildung 62: Verlauf der Verhältnisse $V_p^{(C_K)}$ und $V_w^{(C_K)}$ (Kleinsignalmessung)

Soll nun eine bestimmte, durch $V_{p,w,min}^{(C_K)} \leq V_{p,w}^{(C_K)}(\omega, \eta) \leq 1$ definierte Fehlergrenze in keinem Fall überschritten werden, muss der zu $V_{p,w,min}^{(C_K)}$ gehörige Faktor η berechnet werden. Der gesuchte maximal zulässige Faktor η wird dazu über die in Abbildung 63 dargestellte Umkehrfunktion berechnet. Der Wert der maximal zulässigen Kapazität $C_{K,max}$ für eine bestimmte Fehlergrenze kann damit schließlich über (121) berechnet werden. Nach (121) muss die Kapazität bei einer doppelt so hohen Anzahl von Sekundärwindungen vier mal so klein sein. Daher sollte, falls möglich, immer nur die minimal nötige Anzahl von Sekundärwindungen verwendet werden. In der Praxis können die meisten Messungen auch mit nur einer Windung durchgeführt werden, es ist dabei jedoch die magnetische Kopplung der Wicklungen über die Luft zu beachten. Die Kreise in Abbildung 63 markieren die Werte für eine 5- und 10%ige Abweichungstoleranz auf den Kurvenverläufen der drei untersuchten Materialien 3E6, 3E25 und 3F3.

$C_{K,max}$ [pF]	$V_{p,w,min}^{(C_K)} = 0.90$	$V_{p,w,min}^{(C_K)} = 0.95$
(3E6)	R16/9.6/6.3	381
	R36/23/15	182
	R63/38/25	97
(3E25)	R16/9.6/6.3	239
	R36/23/15	115
	R63/38/25	61
(3F3)	R16/9.6/6.3	193
	R36/23/15	92
	R63/38/25	49

Tabelle 7: Kapazitätswerte $C_{K,max}$ [pF] bei 10% und 5% Abweichung ($N_s = 1$)

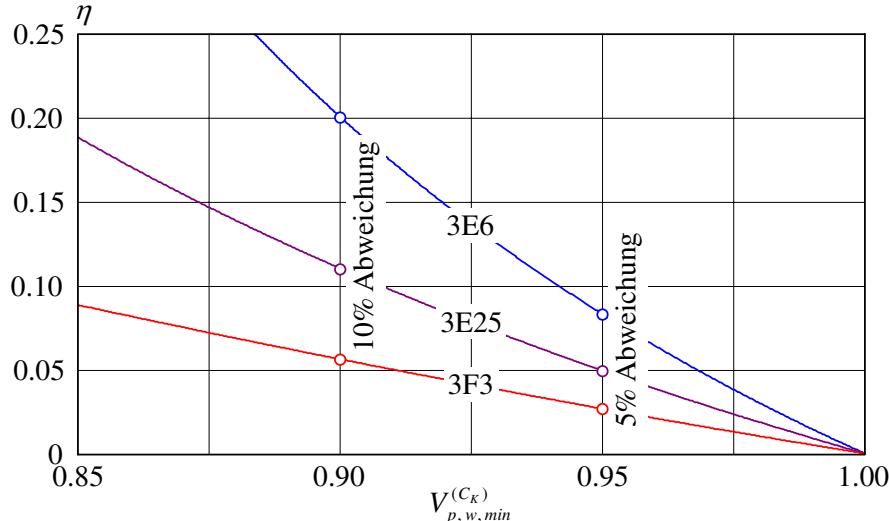


Abbildung 63: Verlauf der Umkehrfunktion $\eta\left(V_{p,w,\min}^{(C_K)}\right)$

In Tabelle 7 sind die zugehörigen Kapazitätswerte $C_{K,max}$ am Beispiel der drei Ringkerngrößen R16, R36 und R63 berechnet. Die Werte zeigen, dass die ermittelte Kapazität der 2 m langen Koaxialkabel von ca. 208 pF in den meisten Fällen bereits deutlich zu groß ist um die gewünschten Fehlergrenzen einzuhalten. Im Rahmen der Arbeit wurden daher sämtliche Messungen entweder mit den in Abbildung 61 rechts dargestellten Tastköpfen mit einer Kapazität von ca. 11 pF durchgeführt, oder der Aufbau wurde dabei so abgeändert, dass auch der Fehlerstrom $i_s(t)$ mit durch den primärseitigen Stromwandler geführt werden konnte. Um die Ströme dabei phasenrichtig zu addieren, muss die Durchführungsrichtung in Relation zu $i_p(t)$ beachtet werden. Außerdem muss eventuell das Verhältnis der Windungszahlen N_p und N_s am Wandler angepasst werden.

Der Einfluss von Wickelkapazitäten Die oben beschriebene Untersuchung zeigt, dass der Fehlerstrom durch die sekundärseitige Eingangskapazität der Tastköpfe von ca. 11 pF, im betrachteten Frequenzbereich unterhalb von 1 MHz, selbst bei extrem großen Ringkernen vernachlässigt werden kann. Dieses Ergebnis kann nun verwendet werden, um den Einfluss der Wickelkapazitäten abzuschätzen. Wird primär- und sekundärseitig nur mit einer minimalen Anzahl von Windungen gemessen, liegen die Wickelkapazitäten von Primär- und Sekundärseite deutlich unter den genannten 11 pF und können deshalb im Frequenzbereich $f \leq 1$ MHz vernachlässigt werden [Bla94], [Col90], [Due99], [Due01], [Lu99], [Mas96], [Rev03], [Vos03]. Eine Koppelkapazität zwischen den Wickelpaketen kann ebenfalls vernachlässigbar klein gehalten werden, wenn sich die Wicklungen auf dem Kern gegenüber stehen. Es verbleibt lediglich die kapazitive Kopplung über den Kern, der im Wesentlichen eine Äquipotentialfläche darstellt. Diese Aussagen wurden durch Messungen der Resonanzfrequenz mit Hilfe des Impedanzanalysators überprüft. Wie schon erwähnt, muss bei einer ungleichmäßigen Bewicklung der Kerne mit einer sehr geringen Anzahl von Windungen die magnetische Kopplung der Wicklungen über den Luftraum berücksichtigt werden. Die entsprechenden Untersuchungen finden sich im Kapitel 3.1.5.

Fehlerstrom im Gleichstromkreis In der praktischen Anwendung werden die Ferritmaterialien häufig durch Gleichanteile in den Magnetisierungsströmen vormagnetisiert. Damit die Materialparameter auch unter diesen Bedingungen gemessen werden können und dabei eine Sättigung des verwendeten Stromwandlers, wie in Kapitel 3.1.2 beschrieben, vermieden wird, bringt man auf dem Probenkern eine dritte Wicklung an, die den Gleichstrom führt. Der Strom wird mit dem in Abbildung 33 dargestellten Labornetzgerät eingestellt und mit einem Multimeter gemessen. Wie schon im Sekundärkreis, stellt sich auch im Gleichstromkreis ein hochfrequenter Fehlerstrom ein. Die resultierenden Abweichungen bei der Interpretation der Messdaten sollen nun genauer untersucht werden. Grundlage ist das vereinfachte Modell aus Abbildung 64 b).

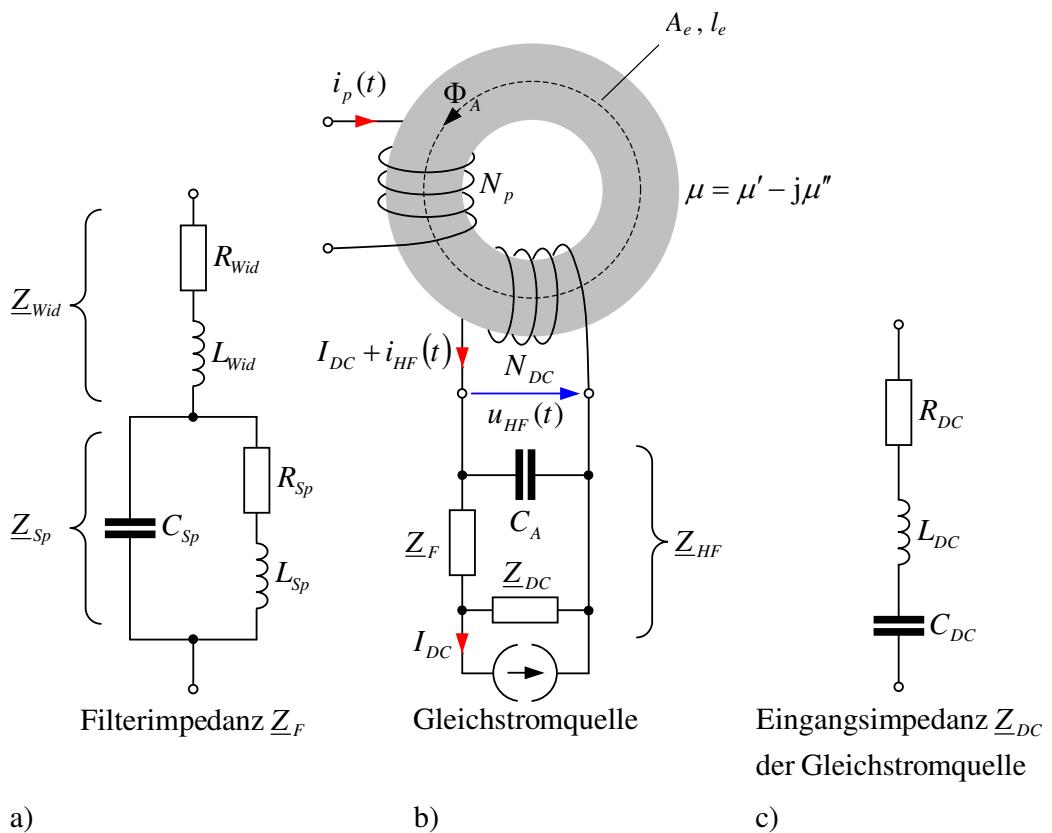
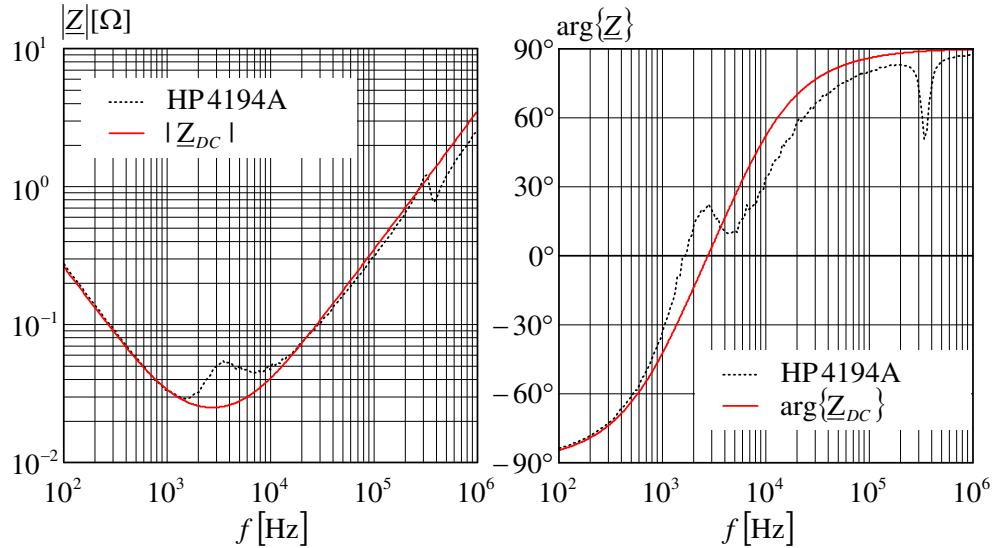


Abbildung 64: Modell zur Analyse des Fehlerstroms im Gleichstromkreis

Infolge des hochfrequenten magnetischen Flusses im Kern wird in den N_{DC} Windungen des Gleichstromkreises eine Spannung $u_{HF}(t)$ induziert. Dadurch kommt, abhängig von der Gesamtimpedanz des Kreises, ein hochfrequenter Strom $i_{HF}(t)$ zum Fließen, der sich dem Gleichstrom I_{DC} überlagert und das Kernmaterial ebenfalls magnetisiert. Die einzelnen Komponenten der komplexen Gesamtimpedanz \underline{Z}_{HF} werden nun zunächst der Reihe nach erläutert, mit Hilfe des Impedanzanalysators vermessen und jeweils durch geeignete lineare Ersatzschaltbilder modelliert. Anschließend wird die Gesamtimpedanz des Kreises aus den zusammengeschalteten Einzelnetzwerken berechnet und mit einer erneuten Messung des gesamten Kreises verglichen.

Eingangsimpedanz \underline{Z}_{DC} der Gleichstromquelle

Modell: $R_{DC} = 25.06 \text{ m}\Omega$, $L_{DC} = 550.65 \text{ nH}$, $C_{DC} = 6.02 \text{ mF}$



Impedanz \underline{Z}_{Wid} der Lastwiderstände, Modell: $R_{Wid} = 2.29 \Omega$, $L_{Wid} = 1.40 \mu\text{H}$

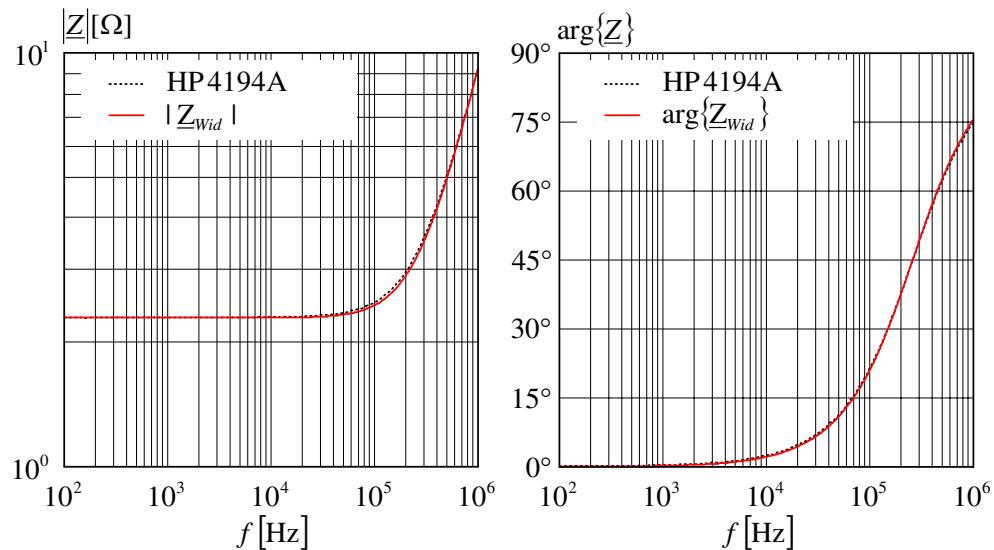
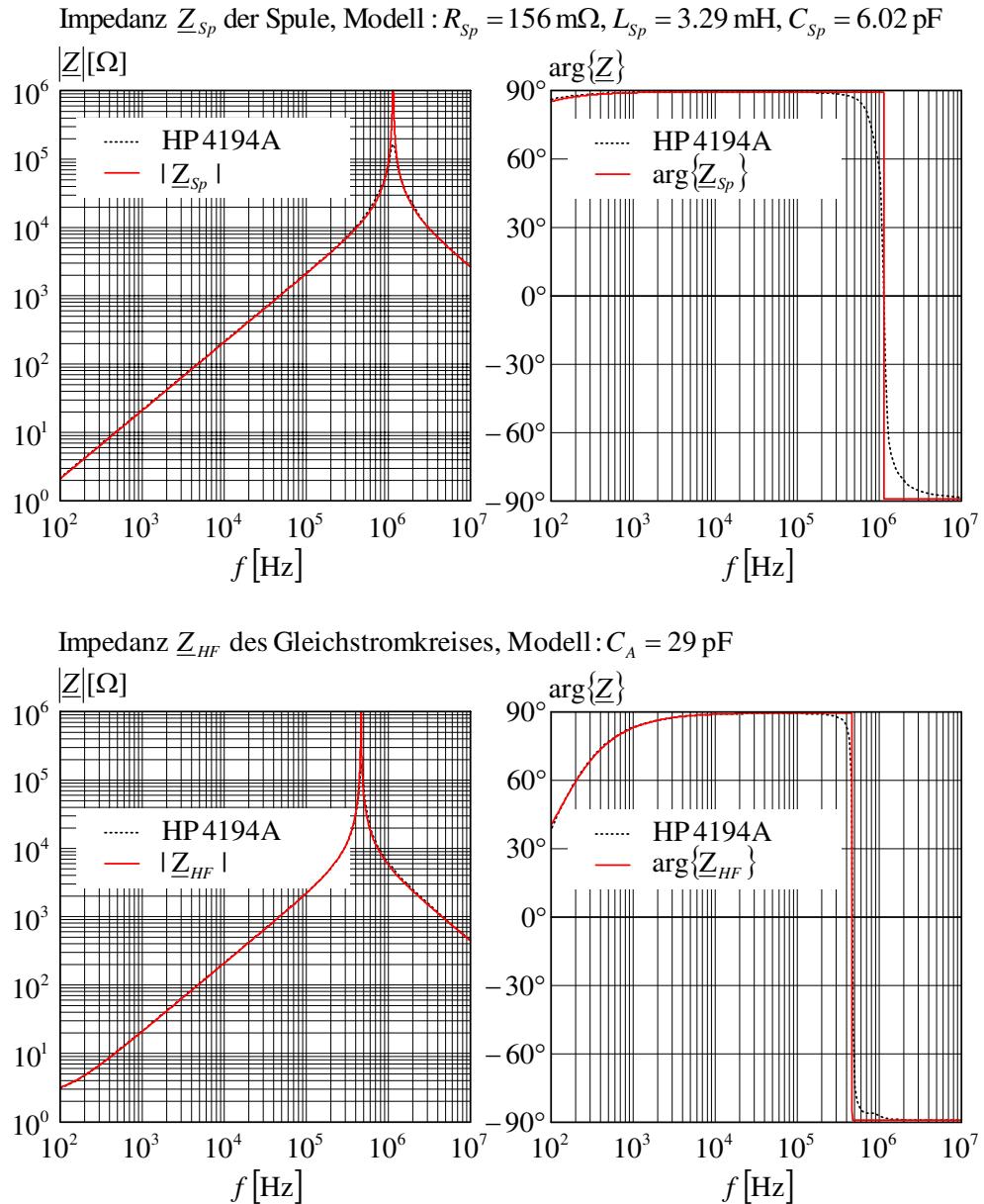


Abbildung 65: Komplexe Eingangsimpedanzen \underline{Z}_{DC} und \underline{Z}_{Wid}

Die erste Teilimpedanz bildet die Eingangsimpedanz \underline{Z}_{DC} des verwendeten Labornetzgeräts Elektro-Automatik® EA-PS-9065-20. Die gepunkteten Linien in Abbildung 65 oben zeigen die Messwerte der komplexen Impedanz \underline{Z}_{DC} nach Betrag und Phase. Während der Messung mit Hilfe des Hewlett-Packard® HP 4194A Impedanzanalysators war die Quelle eingeschaltet und der Strom auf Null geregelt. Wie im Bild dargestellt, kann die Eingangsimpedanz mit ausreichender Genauigkeit durch die in Abbildung 64 c) eingezeichnete Reihenschaltung aus einem Ohm'schen Widerstand $R_{DC} = 25.06 \text{ m}\Omega$, einer Induktivität $L_{DC} = 550.65 \text{ nH}$ und einer Kapazität $C_{DC} = 6.02 \text{ mF}$ beschrieben werden. Der in Abbildung 65 oben links dargestellte Betrag der Eingangsimpedanz ist im betrachteten Frequenzbereich jedoch viel zu klein, um die Quelle direkt

Abbildung 66: Komplexe Eingangsimpedanzen \underline{Z}_{Sp} und \underline{Z}_{HF}

mit den Windungen der Gleichstromwicklung verbinden zu können – die Amplitude \hat{i}_{HF} des hochfrequenten Stroms wäre viel zu groß. Aus diesem Grund wird zusätzlich die hochohmige Filterimpedanz \underline{Z}_F aus Abbildung 64 a) in den Kreis eingefügt. Die Impedanz des Filters besteht zunächst aus den in Abbildung 35 dargestellten Leistungswiderständen. Diese dienen in erster Linie dazu, der Gleichspannungsquelle eine gewisse Ohm'sche Last zum Einstellen des gewünschten Gleichstroms I_{DC} zur Verfügung zu stellen. Wie in Abbildung 65 unten gezeigt, können die beiden parallel geschalteten Widerstände in sehr guter Näherung durch eine Reihenschaltung eines idealen Ohm'schen Widerstands $R_{Wid} = 2.29 \Omega$ und einer Induktivität $L_{Wid} = 1.40 \mu\text{H}$ nachgebildet werden (bei Dauerströmen $I_{DC} > 5 \text{ A}$ müssen die Widerstände überbrückt werden, da die

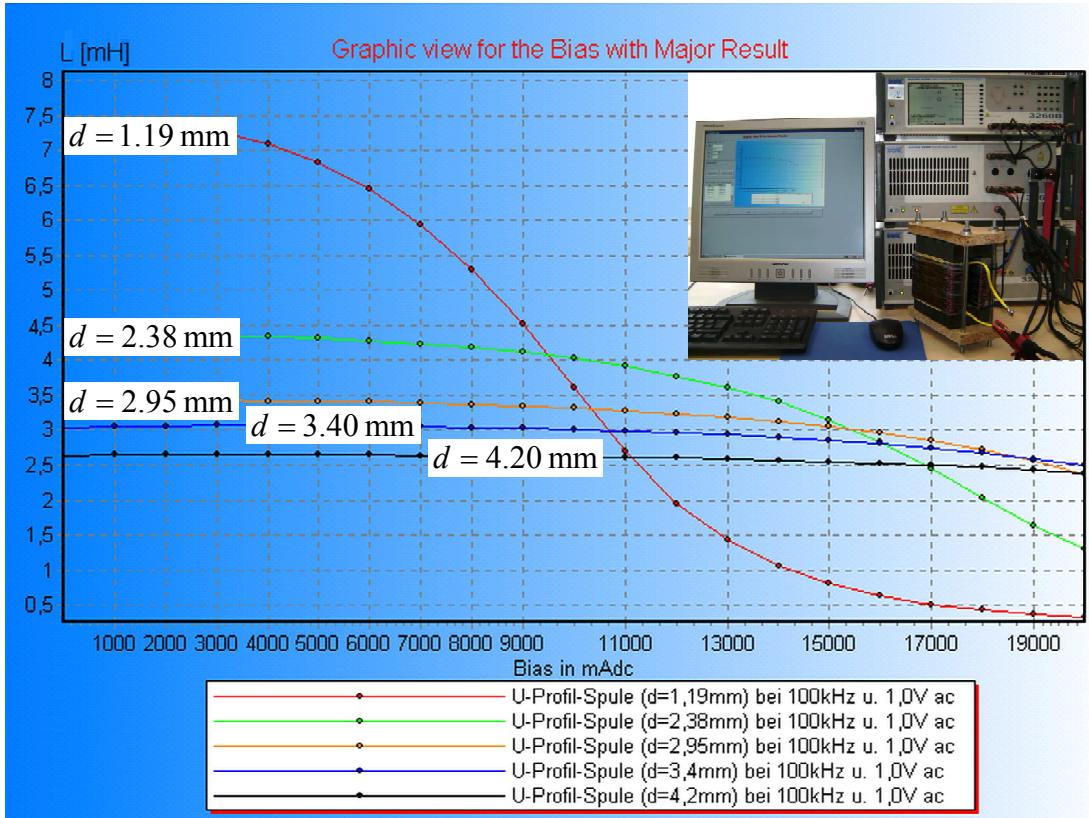


Abbildung 67: Messung der Spule am Wayne-Kerr Messplatz

entstehende Wärme sonst zur Schädigung bzw. Zerstörung der Bauelemente führt). Um schließlich eine wesentliche Erhöhung der Gesamtimpedanz des Kreises zu erzielen, wird die in Abbildung 36 dargestellte Spule in Reihe zu den Lastwiderständen geschaltet. Die Spule wurde im Rahmen der Studienarbeit [Gel07] ausgelegt und besteht aus 8 U93-Kernen. Als Kernmaterial wurde ein Ferritmaterial (EPCOS® N30) gewählt, damit sich die Induktivität der Spule bei hohen Frequenzen nicht zu stark verringert.

Die Spule wird auch vom Gleichstrom I_{DC} durchflossen, daher musste mit Hilfe eines geeignet dimensionierten Luftspalts sichergestellt werden, dass die Spule nicht in Sättigung gerät. Um zuverlässige Ergebnisse zu erhalten, wurde die theoretisch berechnete Luftspaltlänge auch mit Hilfe von praktischen Messungen überprüft. Hierzu konnte ein Wayne-Kerr Messplatz verwendet werden. Der Messplatz erlaubt die Messung der Induktivität bei einer gleichzeitigen Voraussteuerung der Spule durch einen variablen Gleichstrom. Abbildung 67 zeigt die Ergebnisse der entsprechenden Messungen und ein Foto des Messplatzes. Dargestellt ist der Verlauf der Induktivität als Funktion der Gleichstromstärke mit verschiedenen Luftspaltlängen als Parameter. Den Kurven kann entnommen werden, dass die gewünschte Induktivität $L \approx 3 \text{ mH}$ bei der gewählten Luftspaltlänge $d = 3.40 \text{ mm}$ bis zu einer Gleichstromstärke von ca. 15 A erhalten bleibt. Die Messung erfolgte bei einer Frequenz von 100 kHz, die Amplitude der überlagerten Wechselspannung betrug 1 V.

Die Wicklung wurde so aufgebracht, dass die Kapazität der Spule möglichst klein bleibt und die Impedanz der Spule durch die parasitäre Kapazität im gewünschten Frequenzbereich nicht zu stark verringert wird. Auf diese Weise konnte eine Resonanzfrequenz oberhalb von 1 MHz erzielt werden. Abbildung 66 oben zeigt die Messergebnisse der Spule am Impedanzanalysator nach Betrag und Phase. Die Kurvenverläufe können durch das Ersatznetzwerk in Abbildung 64 a) aus den Elementen $R_{Sp} = 156 \text{ m}\Omega$, $L_{Sp} = 3.29 \text{ mH}$ und $C_{Sp} = 6.02 \text{ pF}$ in guter Näherung nachgebildet werden. Wie in Abbildung 38 dargestellt, wurden die beschriebenen Komponenten des Gleichstromkreises fest auf einem Montagebrett verschraubt und durch Kabelstrecken verbunden. Um die Impedanz der Anordnung zu überprüfen, wurde der gesamte Kreis nochmals am Impedanzanalysator vermessen und die Ergebnisse mit denen des Ersatzschaltbilds verglichen, welches sich aus der Zusammenschaltung der oben abgeleiteten Einzelnetzwerke ergibt. Die gepunkteten Linien in Abbildung 66 unten zeigen die Messergebnisse der komplexen Impedanz \underline{Z}_{HF} des gesamten Kreises nach Betrag und Phase. Bei einem Vergleich mit den Ergebnissen des Ersatzschaltbilds aus den Einzelnetzwerken, konnte festgestellt werden, dass sich durch den auf dem Montagebrett verschraubten Aufbau eine zusätzliche parasitäre Kapazität C_A einstellt. Das bisherige Ersatznetzwerk muss an der in Abbildung 64 b) eingezeichneten Stelle um C_A erweitert werden. Die durchgezogenen Linien in Abbildung 66 unten zeigen schließlich die theoretisch berechneten Kurvenverläufe bei Berücksichtigung des ermittelten Werts $C_A = 29 \text{ pF}$. Infolge der parasitären Kapazität stellt sich eine Resonanzfrequenz des Gleichstromkreises unterhalb von 1 MHz ein.

Für die nun folgende Analyse der zu erwartenden Abweichungen aufgrund des Fehlerstroms $i_{HF}(t)$ wird das oben abgeleitete vollständige Ersatznetzwerk des Gleichstromkreises verwendet. Mit der komplexen Impedanz \underline{Z}_{HF} werden die in Abbildung 66 unten dargestellten, rechnerisch ermittelten Werte bezeichnet. Eine Analyse des Übertragernetzwerks aus Abbildung 64 b) mit Hilfe der komplexen Wechselstromrechnung ergibt

$$\hat{\underline{u}}_{HF} = \underline{Z}_{HF} \hat{\underline{i}}_{HF} = j\omega N_{DC} \hat{\underline{\Phi}}_A = j\omega N_{DC} \frac{\mu A_e}{l_e} (N_p \hat{\underline{i}}_p - N_{DC} \hat{\underline{i}}_{HF}) . \quad (128)$$

Die Gleichung liefert zunächst den Zusammenhang zwischen dem Gesamtstrom im Gleichstromkreis $N_{DC} \hat{\underline{i}}_{HF}$ und dem Gesamtstrom auf der Primärseite $N_p \hat{\underline{i}}_p$:

$$N_{DC} \hat{\underline{i}}_{HF} = \left[1 + \frac{\underline{Z}_{HF}}{\underline{Z}_{DUT}} \right]^{-1} N_p \hat{\underline{i}}_p \quad \text{mit} \quad \underline{Z}_{DUT} = j\omega N_{DC}^2 \frac{\mu A_e}{l_e} . \quad (129)$$

Darin bezeichnet \underline{Z}_{DUT} die Impedanz des Probenkerns bei einer Bewicklung mit N_{DC} Windungen. Eine Auswertung des Oersted'schen Gesetzes führt zusammen mit (129) auf die magnetische Feldstärke im Kern:

$$\hat{\underline{H}} = \left[1 + \frac{\underline{Z}_{DUT}}{\underline{Z}_{HF}} \right]^{-1} \frac{N_p \hat{\underline{i}}_p}{l_e} . \quad (130)$$

Aufgrund der Stromwandlermessung würde jedoch analog zu (123)

$$\hat{\underline{H}}^{(\underline{Z}_{HF})} = \frac{N_p \hat{\underline{i}}_p}{l_e} \quad (131)$$

als magnetische Feldstärke angenommen.

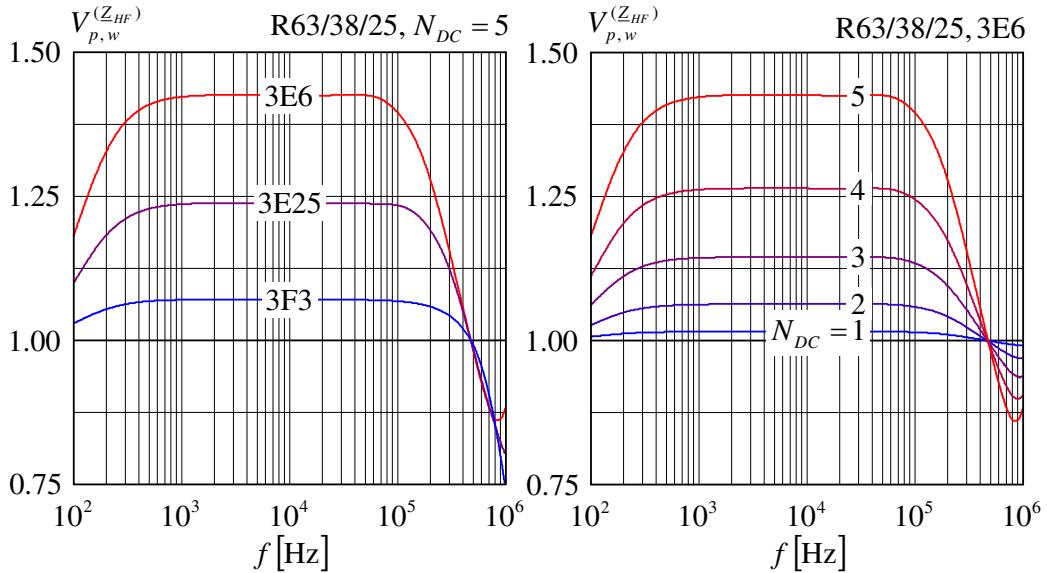


Abbildung 68: Verlauf der Verhältnisse $V_p^{(Z_{HF})}$ und $V_w^{(Z_{HF})}$ (Kleinsignalmessung)

Als mittlere Verlustleistung pro Volumen und mittlere gespeicherte magnetische Energie pro Volumen würden damit, bei einer als bekannt vorausgesetzten komplexen Permeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$ des Kernmaterials, wie schon in (124), die Werte

$$\overline{p}_m^{(Z_{HF})} = \frac{1}{2}\omega\mu'' |\hat{H}^{(Z_{HF})}|^2 \quad \text{und} \quad \overline{w}_m^{(Z_{HF})} = \frac{1}{4}\mu' |\hat{H}^{(Z_{HF})}|^2 \quad (132)$$

interpretiert. Werden die Größen in (132) nun abschließend auf ihre jeweiligen in (125) definierten tatsächlichen Werte normiert, lauten die zu erwartenden Abweichungen

$$V_{p,w}^{(Z_{HF})} = \left| 1 + \frac{Z_{DUT}}{Z_{HF}} \right|^2. \quad (133)$$

Abbildung 68 zeigt den Verlauf von $V_{p,w}^{(Z_{HF})}$ als Funktion der Frequenz. Die Kurven der drei untersuchten Materialien 3E6, 3E25 und 3F3 im linken Bild ergeben sich bei einer Windungszahl von $N_{DC} = 5$ für die größten gemessenen Probenkerne. Als Materialdaten wurden wiederum die schon häufiger verwendeten Kleinsignaldaten der Kerne verwendet. Wie aufgrund von (133) zu erwarten ist, liefern die Kerne mit den höchsten Permeabilitäten und damit auch den höchsten Impedanzen Z_{DUT} die größten Abweichungen. Zum Vergleich sind die Anfangspermeabilitäten μ_i der Kerne in den Tabellen 5 und 6 aufgeführt. Bei sehr niedrigen Frequenzen ergeben sich geringere Abweichungen, da die Leistungswiderstände dort eine gewisse Mindestimpedanz des Gleichstromkreises sicherstellen. Zu hohen Frequenzen hin verschlechtert sich das Übertragungsverhalten der Kerne, wie die in Abbildung 58 links dargestellten stark zunehmenden Verlustwinkel zeigen. Aus diesem Grund gehen die Abweichungen auch dort wieder deutlich zurück. Für die gewünschte Genauigkeit sind die berechneten Abweichungen, außer im Falle des Materials 3F3, viel zu hoch. Deswegen muss die Windungszahl N_{DC} der Gleichstromwicklung bei den untersuchten R63-Ringkernen bzw. Kernen mit einem vergleichbaren A_L -Wert auf eine oder maximal zwei Windungen reduziert werden, um so die resultierenden Abweichungen in akzeptablen Grenzen zu halten.

Abbildung 68 rechts zeigt zur Verdeutlichung den Verlauf der Abweichungen (133) im Falle des Materials 3E6 mit der Windungszahl N_{DC} als Parameter. Werden die Kerne jedoch mit sehr starken Gleichfeldern bis hin zur Sättigung ausgesteuert, können die Kerne wegen der dabei stark abnehmenden Permeabilitäten wieder mit einer höheren Anzahl von Windungen gleichmäßig bewickelt werden. Auf diese Weise können stark inhomogene Magnetfelder innerhalb der Kerne vermieden werden. Die entsprechenden Untersuchungen enthält Kapitel 3.1.5.

3.1.4 Wirbelströme im Kern

Die elektrische Leitfähigkeit κ des Kernmaterials führt, speziell im höheren Frequenzbereich, zur Ausbildung von Wirbelströmen und damit zur Verdrängung des Magnetfelds aus dem Inneren des Kernquerschnitts (Skineffekt). Dabei entstehen zusätzliche Verluste. In der folgenden Betrachtung repräsentiert der Imaginärteil der komplexen Permeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$ ausschließlich die spezifischen statischen Hystereseverluste. In einem theoretischen Experiment soll nun anhand eines nachgebildeten Messvorgangs untersucht werden, wie sich die Leitfähigkeit auf die Bestimmung der materialspezifischen Parameter auswirkt. Die sich ergebenden Abweichungen werden berechnet und als Funktion geeigneter, von der Leitfähigkeit abhängiger Parameter, dargestellt. Anschließend werden die Konsequenzen für das Messverfahren zusammengefasst. Als Ausgangspunkt wird das in Abbildung 69 dargestellte vereinfachte Modell des Messobjekts genauer untersucht. Auf einem Abschnitt der Länge l_m eines in z-Richtung unendlich ausgedehnten, dicht bewickelten Ferritstabs mit Radius a_m und der nun als bekannt vorausgesetzten Permeabilität μ sind primärseitig N_p Windungen mit dem Primärstrom \hat{i}_p gleichmäßig verteilt. In den N_s Sekundärwindungen wird die Spannung \hat{u}_s induziert. Es fließt kein Sekundärstrom.

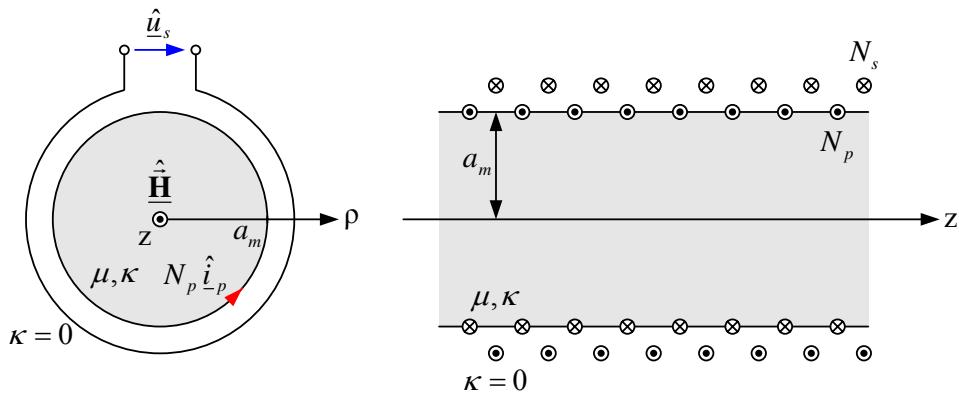


Abbildung 69: Vereinfachtes ebenes Modell des Messobjekts

Der magnetische Fluss im Kernquerschnitt ist gegeben durch (28). Verschiebungsströme sollen vernachlässigt werden, d.h. γ (9) kann durch α ersetzt werden:

$$\hat{\Phi}_m = \hat{\Phi}_0 \frac{2}{\alpha a_m} \frac{I_1(\alpha a_m)}{I_0(\alpha a_m)} \quad \text{mit} \quad \hat{\Phi}_0 = \frac{\mu \pi a_m^2}{l_m} N_p \hat{i}_p \quad \text{und} \quad \alpha^2 = j\omega \kappa \mu. \quad (134)$$

Nach dem Induktionsgesetz wird die Sekundärspannung

$$\hat{u}_s = j\omega N_s \hat{\Phi}_m \quad (135)$$

induziert. Nach Abschluss des Messvorgangs ergeben sich anhand der Messgrößen \hat{i}_p und \hat{u}_s die folgenden Feldgrößen innerhalb des Kernmaterials:

$$\hat{H}^{(\kappa)} = \frac{N_p \hat{i}_p}{l_m} \quad \text{und} \quad (136)$$

$$\hat{B}^{(\kappa)} = \frac{\hat{u}_s}{j\omega N_s \pi a_m^2} = \frac{\hat{\Phi}_m}{\pi a_m^2} = \mu^{(\kappa)} \hat{H}^{(\kappa)} = \frac{2\mu}{\alpha a_m} \frac{I_1(\alpha a_m)}{I_0(\alpha a_m)} \hat{H}^{(\kappa)}. \quad (137)$$

Als interpretierte mittlere Verlustleistung pro Volumen und mittlere gespeicherte Energie pro Volumen erhält man somit

$$\overline{p}_m^{(\kappa)} = -\frac{1}{2} \omega \operatorname{Im}\{\mu^{(\kappa)}\} \left(\frac{N_p \hat{i}_p}{l_m} \right)^2 \quad \text{und} \quad (138)$$

$$\overline{w}_m^{(\kappa)} = \frac{1}{4} \operatorname{Re}\{\mu^{(\kappa)}\} \left(\frac{N_p \hat{i}_p}{l_m} \right)^2. \quad (139)$$

Zur Abschätzung des Fehlers werden nun die wahren Werte von \overline{p}_m und \overline{w}_m berechnet. Es wird zunächst von den ρ -abhängigen Feldgrößen (26)

$$\hat{\underline{\mathbf{H}}} = \frac{N_p \hat{i}_p}{l_m} \frac{I_0(\alpha\rho)}{I_0(\alpha a_m)} \hat{\mathbf{e}}_z \quad \text{und} \quad \hat{\underline{\mathbf{B}}} = \mu \hat{\underline{\mathbf{H}}} \quad (140)$$

ausgegangen. Die zugehörige mittlere Verlustleistung pro Volumen und die mittlere gespeicherte Energie pro Volumen lauten unter Annahme der komplexen Permeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$:

$$\overline{p}_m(\rho) = \frac{1}{2} \omega \mu'' \left(\frac{N_p \hat{i}_p}{l_m} \right)^2 \left| \frac{I_0(\alpha\rho)}{I_0(\alpha a_m)} \right|^2 \quad \text{und} \quad (141)$$

$$\overline{w}_m(\rho) = \frac{1}{4} \mu' \left(\frac{N_p \hat{i}_p}{l_m} \right)^2 \left| \frac{I_0(\alpha\rho)}{I_0(\alpha a_m)} \right|^2. \quad (142)$$

Eine Integration der lokalen Größen und anschließende Division durch das Gesamtvolumen des Kerns ergibt die Vergleichsgrößen

$$\overline{p}_m = \frac{2}{a_m^2} \int_0^{a_m} \overline{p}_m(\rho) \rho d\rho = \frac{1}{2} \omega \mu'' \left(\frac{N_p \hat{i}_p}{l_m} \right)^2 \operatorname{Re}\{G(\alpha a_m)\} \quad \text{und} \quad (143)$$

$$\overline{w}_m = \frac{2}{a_m^2} \int_0^{a_m} \overline{w}_m(\rho) \rho d\rho = \frac{1}{4} \mu' \left(\frac{N_p \hat{i}_p}{l_m} \right)^2 \operatorname{Re}\{G(\alpha a_m)\} \quad \text{mit} \quad (144)$$

$$G(\alpha a_m) = (\operatorname{Re}^{-1}\{\alpha a_m\} - j \cdot \operatorname{Im}^{-1}\{\alpha a_m\}) \frac{I_1(\alpha a_m)}{I_0(\alpha a_m)}. \quad (145)$$

Analog zur Definition der in der Literatur gebräuchlichen Skintiefe kann nun eine Eindringtiefe

$$\delta_m = \operatorname{Re}^{-1}\{\alpha\} = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa (|\mu| + \mu'')}} \quad (146)$$

für die magnetische Feldstärke definiert werden. Für einen Rundstab, dessen Radius sehr klein gegenüber der Länge, aber deutlich größer als δ_m ist, gibt δ_m nun die Tiefe an, bei der der Betrag der magnetischen Feldstärke um den Faktor e^{-1} bzw. auf ca. 37% des Ausgangswertes am Rand des Rundstabs abgesunken ist. Man erhält:

$$\alpha \delta_m = 1 + j \cdot \frac{\mu'}{|\mu| + \mu''}. \quad (147)$$

Eine kurze Zwischenrechnung liefert die Verhältnisse aus den interpretierten und den realen Größen:

$$V_p^{(\kappa)} (\alpha a_m) = \frac{\bar{p}_m^{(\kappa)}}{\bar{p}_m} = - \left(\frac{\mu''}{\mu'} \right)^{-1} \operatorname{Im} \{G(\alpha a_m)\} \operatorname{Re}^{-1} \{G(\alpha a_m)\} \quad \text{und} \quad (148)$$

$$V_w^{(\kappa)} (\alpha a_m) = \frac{\bar{w}_m^{(\kappa)}}{\bar{w}_m} = \operatorname{Re} \{G(\alpha a_m)\} \operatorname{Re}^{-1} \{G(\alpha a_m)\} = 1. \quad (149)$$

Die enthaltene Funktion $G(\alpha a_m)$ (145) kann als Funktion der Quotienten aus Radius und Eindringtiefe sowie Imaginär- und Realteil der komplexen Permeabilität dargestellt werden:

$$G\left(\frac{a_m}{\delta_m}, \frac{\mu''}{\mu'}\right) = \left(\operatorname{Re}^{-1} \{\alpha a_m\} - j \cdot \operatorname{Im}^{-1} \{\alpha a_m\} \right) \frac{I_1(\alpha a_m)}{I_0(\alpha a_m)} \quad \text{mit} \quad (150)$$

$$\alpha a_m = \left[1 + j \cdot \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\mu''}{\mu'} \right)^2} + \frac{\mu''}{\mu'} \right)^{-1} \right] \cdot \frac{a_m}{\delta_m}. \quad (151)$$

Gleichung (149) bestätigt die Erwartung, dass die mittlere magnetische Energie im theoretischen Experiment immer exakt erfasst wird. Ursache ist einerseits die Annahme perfekt gekoppelter Wicklungen, wodurch zunächst die gesamte in der Anordnung gespeicherte Energie aus dem Klemmenverhalten abgeleitet werden kann, andererseits die vereinfachte Annahme, dass sich kein magnetisches Feld im Außenraum ($\rho > a_m$) befindet. Durch den Einfluss der elektrischen Leitfähigkeit des Kernmaterials, ändert sich lediglich die lokale Verteilung der magnetischen Energie innerhalb des Kernvolumens, was im weiteren Verlauf zu Fehlern bei der Extraktion von μ' führt. Gleichzeitig können die durch κ entstehenden zusätzlichen Verluste nicht von den spezifischen, durch μ'' beschriebenen Hystereseverlusten unterschieden werden.

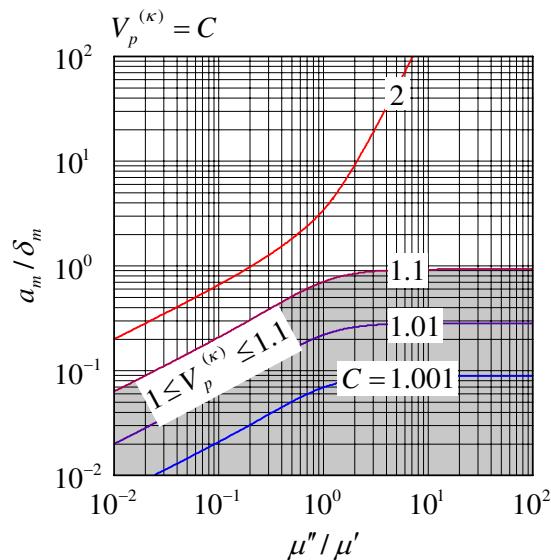


Abbildung 70: Linien konstanter Abweichung $V_p^{(\kappa)}$ (148)

Abbildung 70 zeigt eine Auswertung der zu erwartenden Abweichung $V_p^{(\kappa)}$ bei der Bestimmung der mittleren magnetischen Verlustleistung \bar{p}_m pro Volumen. Dargestellt sind die Linien konstanter Abweichung $V_p^{(\kappa)} = C$ in einer doppelt logarithmischen Ebene der Parameter μ''/μ' und a_m/δ_m . Zunächst kann festgestellt werden, dass die interpretierte Verlustleistung durch die von den Wirbelströmen im Kern verursachten zusätzlichen Verluste immer größer als die tatsächliche Verlustleistung ist ($V_p^{(\kappa)} \geq 1$). Die Ergebnisse zeigen weiterhin, dass der grau hinterlegte Bereich einer akzeptablen Abweichung von weniger als 10% vom tatsächlichen Wert auch für kleine μ''/μ' -Verhältnisse nicht verlassen wird, falls ein Verhältnis $a_m/\delta_m \leq 0.1$ durch die Wahl entsprechend kleiner Proben bzw. die Beschränkung der Messfrequenz gewährleistet wird.

Im Folgenden soll untersucht werden, ob die Ergebnisse für das stark vereinfachte Modell des Messobjekts aus Abbildung 69 auch für reale Messobjekte, d.h. Ringkerne mit rechteckförmigen Querschnitten gelten. Dazu wird im Rahmen eines Beispiels das Verhältnis $V_p^{(\kappa)}$ für zwei Toroide mit unterschiedlichen Höhen- zu Breiten-Verhältnissen des Querschnitts mit Hilfe des Differenzenverfahrens (s. Kap. 5.1.1) simuliert. Die Ergebnisse werden anschließend mit denen des oben beschriebenen Modells verglichen. Der Radius a_m und die Länge l_m des äquivalenten Rundstabs werden dabei so gewählt, dass die Querschnittsflächen und A_L -Werte beider Kernmodelle identisch sind. Bezeichnen a und b den Innen- bzw. Außenradius und h die Höhe des Toroids, gelten die Beziehungen

$$a_m = \sqrt{\frac{(b-a)h}{\pi}} \quad \text{und} \quad l_m = \frac{2\pi(b-a)}{\ln(b/a)}. \quad (152)$$

Abbildung 71 zeigt die Auswertung der Berechnung. Als durchgezogene Linien sind die numerischen Ergebnisse für die beiden Toroide dargestellt. Sie sind trotz unterschiedlicher Höhen- zu Breiten-Verhältnisse der Kerne (R16: 1.92, R36: 2.37) nahezu identisch und weichen von denen, der gepunktet dargestellten Näherungsrechnung (148), jeweils nur im Bereich $a_m/\delta_m > 2$ erkennbar ab.

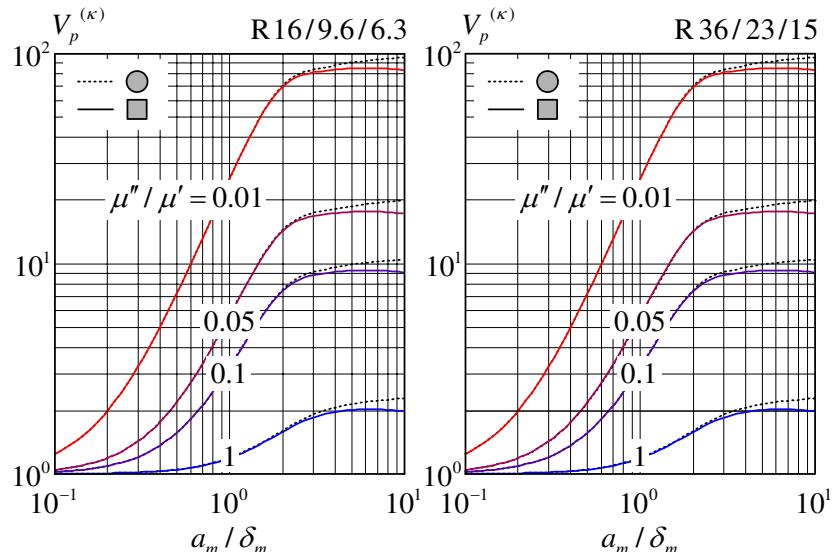


Abbildung 71: $V_p^{(\kappa)}$ für zwei Toroide mit rechteckförmigem Querschnitt

Die sehr gute Genauigkeit gilt im Bereich $a_m/\delta_m \leq 2$ für sämtliche im Rahmen der Arbeit untersuchten Proben. Sollen aus den interpretierten Messgrößen Real- und Imaginärteil der komplexen Permeabilität des Kernmaterials extrahiert werden, können die zu erwartenden Abweichungen in Form der Verhältnisse

$$V_{\mu'}^{(\kappa)}(\alpha a_m) = \operatorname{Re}\{\mu^{(\kappa)}\}/\mu' = \operatorname{Re}\{G(\alpha a_m)\} \quad \text{und} \quad (153)$$

$$V_{\mu''}^{(\kappa)}(\alpha a_m) = -\operatorname{Im}\{\mu^{(\kappa)}\}/\mu'' = -\left(\frac{\mu''}{\mu'}\right)^{-1} \operatorname{Im}\{G(\alpha a_m)\} \quad (154)$$

ausgedrückt werden. Abbildung 72 zeigt eine grafische Auswertung der beiden Verhältnisse. Das linke Bild beschreibt die zu erwartende Abweichung bei der Extraktion von μ' . Dargestellt sind die Linien bei konstant gehaltenem Verhältnis $V_{\mu'}^{(\kappa)} = C$. Die extrahierten Werte von μ' sind dabei grundsätzlich kleiner als die tatsächlichen. Ursache ist, dass der Kernquerschnitt durch die sich ausbildenden Wirbelströme bei sonst gleichen Verhältnissen nicht mehr effektiv zur Magnetisierung des Materials genutzt wird. Grau hinterlegt ist der Bereich einer akzeptablen Abweichung von maximal 10% vom tatsächlichen Wert. Für $a_m/\delta_m \leq 1$ wird der Bereich nicht verlassen.

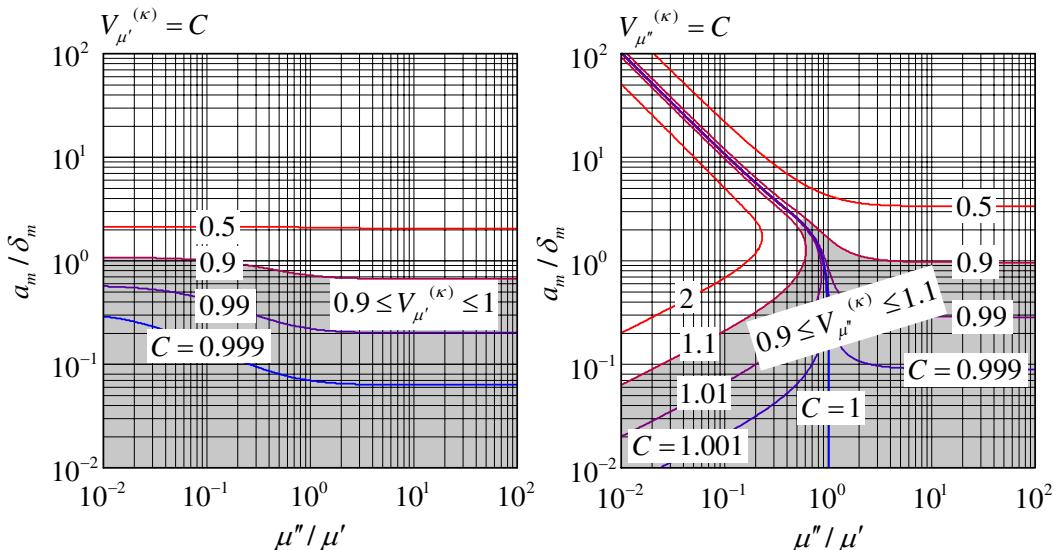


Abbildung 72: Linien konstanter Abweichungen $V_{\mu'}^{(\kappa)}$ (153) und $V_{\mu''}^{(\kappa)}$ (154)

Das Bild rechts zeigt die Abweichungen bei der Extraktion von μ'' . Bei Materialien mit relativ niedrigen Ummagnetisierungsverlusten führen die zusätzlichen Wirbelstromverluste schon bei großen Eindringtiefen zu erheblichen Abweichungen. In diesem Fall sind die interpretierten Werte von μ'' größer als die tatsächlichen Werte. Umgekehrt, kann auch das Gegenteil der Fall sein, z.B. bei Materialien mit sehr großen Ummagnetisierungsverlusten und bei gleichzeitig relativ geringen Eindringtiefen. Das Material im Zentrum des Kerns wird nicht mehr effektiv ummagnetisiert, wodurch die Gesamtverluste niedriger ausfallen, als dies bei einer gleichmäßigen Ummagnetisierung des gesamten im Kernvolumen befindlichen Materials der Fall wäre. Eine Abweichung von weniger als 10% kann für $a_m/\delta_m \leq 0.1$ gewährleistet werden.

3.1.5 Nicht ideale Kopplung der Messwicklungen

Im Rahmen des in Abbildung 29 dargestellten Messprinzips wird bei der Interpretation der Messgrößen von einer perfekten Kopplung von Primär- und Sekundärwicklung aus gegangen. Durch den geschlossenen magnetischen Pfad der Ringkerne und die relativ hohe Permeabilität der gemessenen Ferritmaterialien ist dies auch in sehr guter Näherung erfüllt. Werden jedoch Materialien mit relativ niedriger Permeabilität gemessen bzw. wird mit sehr hohen Gleichfeldstärken bis in den Bereich der Sättigung ausgesteuert, kann die Kopplung stark verringert werden. Die Auswirkungen auf die Genauigkeit der Messung sollen im Folgenden analysiert werden.

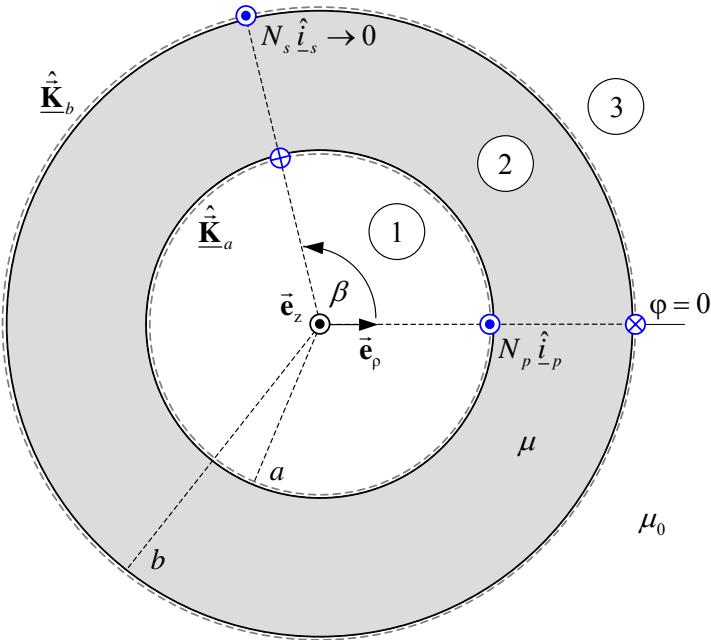


Abbildung 73: Ebenes Modell zur Berechnung des Magnetfelds

Abbildung (73) zeigt das vereinfachte Modell des Messobjektes zur Berechnung des Magnetfelds im Gesamtraum. Das Modell wurde in erweiterter Form bereits in [Sta04b] beschrieben und mit Hilfe von Messungen verifiziert. Im Folgenden wird der dargestellte Ausschnitt des in z-Richtung unendlich ausgedehnten Ringkerns betrachtet. Der Kern besitzt die Permeabilität μ . Auf seiner Innen- bzw. Außenseite befinden sich die Strombeläge

$$\hat{\mathbf{K}}_a = \hat{K}_a(\varphi) \vec{e}_z \quad \text{und} \quad \hat{\mathbf{K}}_b = \hat{K}_b(\varphi) \vec{e}_z. \quad (155)$$

Sie dienen zur Nachbildung der N_p Primärwindungen mit Primärstrom \hat{i}_p . Die N_s Sekundärwindungen mit vernachlässigbarem Sekundärstrom \hat{i}_s liegen an der Stelle $\varphi = \beta$. Die Windungen beider Wicklungen sind auf derselben Wickelbreite $\Delta\varphi$ gleichmäßig verteilt. Aufgrund der Symmetrie stellt sich eine von der Koordinate z unabhängige magnetische Flussdichte ein:

$$\hat{\mathbf{B}}(\rho, \varphi) = \hat{B}_\rho(\rho, \varphi) \vec{e}_\rho + \hat{B}_\varphi(\rho, \varphi) \vec{e}_\varphi. \quad (156)$$

Die magnetische Flussdichte wird durch ein rein z-gerichtetes magnetisches Vektorpotential ausgedrückt:

$$\hat{\underline{\mathbf{A}}}(\rho, \varphi) = \hat{A}_z(\rho, \varphi) \hat{\mathbf{e}}_z \quad \text{mit} \quad \hat{\underline{\mathbf{B}}} = \text{rot} \hat{\underline{\mathbf{A}}}. \quad (157)$$

Es gilt die Annahme, dass Wirbelströme innerhalb des Kernmaterials vernachlässigt werden können. Die Feldgleichung für das magnetische Vektorpotential

$$\text{rot rot} \hat{\underline{\mathbf{A}}} = \mu \hat{\underline{\mathbf{J}}} = \underline{\mathbf{0}} \quad (158)$$

führt somit auf die skalare partielle Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \hat{A}_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{A}_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \hat{A}_z}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (159)$$

Durch Separation der Variablen und Berücksichtigung der Symmetrien erhält man die Lösungsansätze für die in Abbildung 73 eingezeichneten drei Bereiche:

$$\hat{A}_{z1} = A_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \left(\frac{\rho}{a} \right)^n \cos(n\varphi), \quad (160)$$

$$\hat{A}_{z2} = B_0 + C_0 \ln \left(\frac{\rho}{a} \right) + \sum_{n=1}^{+\infty} \left[B_n \left(\frac{\rho}{b} \right)^n + C_n \left(\frac{\rho}{a} \right)^{-n} \right] \cos(n\varphi) \quad \text{und} \quad (161)$$

$$\hat{A}_{z3} = \sum_{n=1}^{+\infty} D_n \left(\frac{\rho}{b} \right)^{-n} \cos(n\varphi). \quad (162)$$

Die unbekannten Konstanten können nun durch Auswertung der Randbedingungen bestimmt werden. An den Stellen $\rho = a$ und $\rho = b$ muss das magnetische Vektorpotential stetig sein,

$$\hat{A}_{z1}|_{\rho=a} = \hat{A}_{z2}|_{\rho=a} \quad \text{und} \quad \hat{A}_{z2}|_{\rho=b} = \hat{A}_{z3}|_{\rho=b}, \quad (163)$$

und die magnetische Feldstärke muss das Oersted'sche Gesetz erfüllen:

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \hat{A}_{z1}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a} - \frac{1}{\mu} \frac{\partial \hat{A}_{z2}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a} = \hat{K}_a \quad \text{und} \quad \frac{1}{\mu} \frac{\partial \hat{A}_{z2}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=b} - \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \hat{A}_{z3}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=b} = \hat{K}_b. \quad (164)$$

Ist der Primärgesamtstrom auf einer Breite $\Delta\varphi$ homogen verteilt, können die Strombeläge in der Form

$$\hat{K}_a = K_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} K_n \cos(n\varphi) \quad \text{und} \quad \hat{K}_b = -\frac{a}{b} \hat{K}_a \quad (165)$$

$$\text{mit} \quad K_0 = \frac{N_p I_p}{2\pi a} \quad \text{und} \quad K_n = \frac{4K_0}{n\Delta\varphi} \sin\left(n\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \quad (166)$$

dargestellt werden. Ein Vergleich der Koeffizienten mit $n = 0$ liefert

$$A_0 = B_0 = \mu a \ln\left(\frac{b}{a}\right) K_0 \quad \text{und} \quad C_0 = -\mu a K_0. \quad (167)$$

Die Koeffizienten mit $n \neq 0$ sind durch das folgende Gleichungssystem bestimmt:

$$\begin{bmatrix} \underline{A}_n \\ \underline{B}_n \\ \underline{C}_n \\ \underline{D}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -(a/b)^n & -1 & 0 \\ 0 & 1 & (a/b)^n & -1 \\ 1 & -(\mu_0/\mu)(a/b)^n & \mu_0/\mu & 0 \\ 0 & \mu_0/\mu & -(\mu_0/\mu)(a/b)^n & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu_0 a/n \\ -\mu_0 a/n \end{bmatrix} \underline{K}_n. \quad (168)$$

Bezeichnet h die Höhe des Kerns, kann der magnetische Fluss, der innerhalb des Kerns in positiver φ -Richtung geführt wird, in Abhängigkeit von der Winkelposition angegeben werden:

$$\hat{\underline{\Phi}}_m(\varphi) = h \left(\hat{\underline{A}}_{z1} \Big|_{\rho=a} - \hat{\underline{A}}_{z3} \Big|_{\rho=b} \right) = h \left[\underline{A}_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (\underline{A}_n - \underline{D}_n) \cos(n\varphi) \right]. \quad (169)$$

Der Fluss $\hat{\underline{\Phi}}_p$, der alle N_p Primärwindungen durchsetzt, kann nun durch Summation der Teilflüsse durch alle Windungen, deren Abstand $\Delta\varphi/N_p$ beträgt, berechnet werden:

$$\hat{\underline{\Phi}}_p \approx \sum_{n=1}^{N_p} \hat{\underline{\Phi}}_m(\varphi_n) \quad \text{mit} \quad \varphi_n = -\frac{\Delta\varphi}{2} + \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\Delta\varphi}{N_p}. \quad (170)$$

Für $N_p \gg 1$ kann die Summe auch als Integral dargestellt werden:

$$\hat{\underline{\Phi}}_p = L_p \hat{\underline{i}}_p = \frac{N_p}{\Delta\varphi} \int_{-\Delta\varphi/2}^{+\Delta\varphi/2} \hat{\underline{\Phi}}_m(\varphi) d\varphi. \quad (171)$$

Die Selbstinduktivität L_p der Primärwicklung lautet somit bei Berücksichtigung von N Summengliedern:

$$L_p \approx \frac{N_p h}{\hat{\underline{i}}_p} \left[\underline{A}_0 + \sum_{n=1}^N (\underline{A}_n - \underline{D}_n) \frac{2}{n\Delta\varphi} \sin\left(n \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \right]. \quad (172)$$

Für die Selbstinduktivität L_s der Sekundärwicklung ergibt sich bei gleicher Wickelbreite $\Delta\varphi$:

$$L_s = \left(\frac{N_s}{N_p} \right)^2 L_p. \quad (173)$$

Der Fluss $\hat{\underline{\Phi}}_{sp}$, der die Sekundärwicklung in positiver φ -Richtung durchsetzt, kann ebenfalls durch Summation der Teilflüsse durch alle N_s Sekundärwindungen berechnet werden. Der Abstand der Windungen beträgt nun $\Delta\varphi/N_s$:

$$\hat{\underline{\Phi}}_{sp} \approx \sum_{n=1}^{N_s} \hat{\underline{\Phi}}_m(\varphi_n) \quad \text{mit} \quad \varphi_n = \beta - \frac{\Delta\varphi}{2} + \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\Delta\varphi}{N_s}. \quad (174)$$

Für $N_s \gg 1$ kann die Summe wiederum als Integral dargestellt werden:

$$\hat{\underline{\Phi}}_{sp} = M \hat{\underline{i}}_p = \frac{N_s}{\Delta\varphi} \int_{\beta-\Delta\varphi/2}^{\beta+\Delta\varphi/2} \hat{\underline{\Phi}}_m(\varphi) d\varphi. \quad (175)$$

Die Gegeninduktivität M lautet:

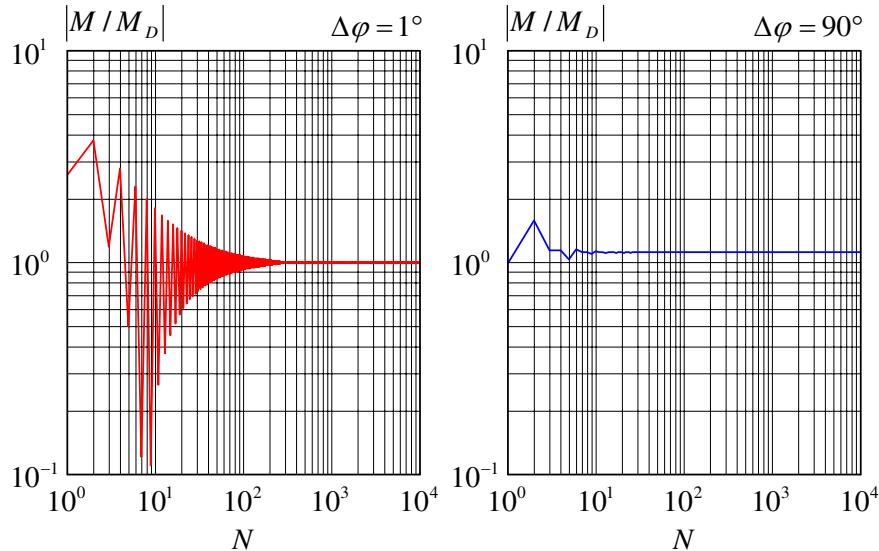
$$M \approx \frac{N_s h}{\hat{i}_p} \left[\underline{A}_0 + \sum_{n=1}^N (\underline{A}_n - \underline{D}_n) \frac{2 \cos(n\beta)}{n \Delta\varphi} \sin\left(n \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \right]. \quad (176)$$

In der gewählten Orientierung wirken Fluss und Gegenfluss in den Windungen bei positiven Strömen gegeneinander.

Für $\mu = \mu_0$ kann M mit der Gegeninduktivität M_D von homogenen Doppelleitungen verglichen werden, die an den Winkelpositionen $\varphi = 0$ und $\varphi = \beta$ von Primär- und Sekundärwicklung liegen:

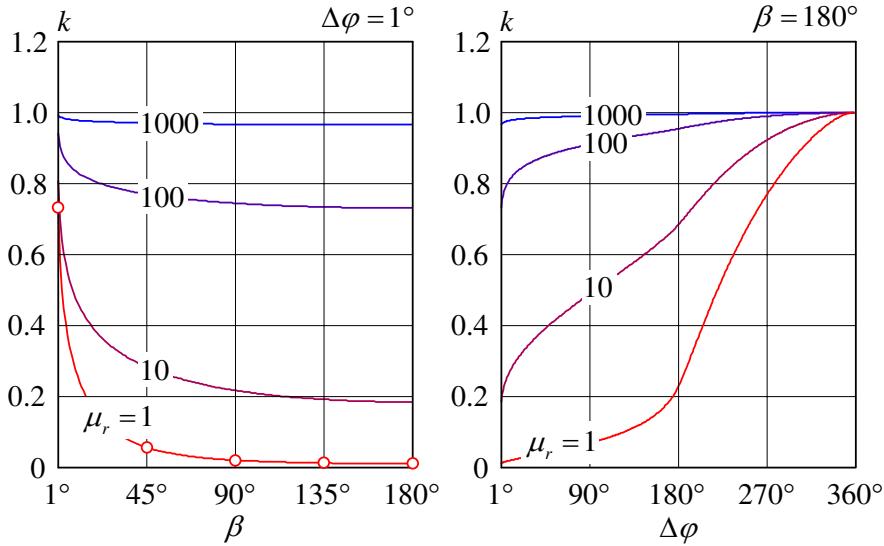
$$M_D = N_p N_s \frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln \left[1 + \frac{(b-a)^2}{2ab(1-\cos\beta)} \right]. \quad (177)$$

In Abbildung 74 ist das Konvergenzverhalten der Reihendarstellung von M dargestellt. Berechnet wurde der Betrag des Verhältnisses $|M/M_D|$ als Funktion der Zahl der berücksichtigten Summenglieder N . Die Sekundärseite liegt dabei der Primärseite gegenüber (Winkel $\beta = 180^\circ$). Für die Auswertung wurde ein Verhältnis von Außen- zu Innenradius des Kerns $b/a = 2$ angenommen. Im linken Bild besitzen die Wicklungen die Breite $\Delta\varphi = 1^\circ$, im rechten Bild die Breite $\Delta\varphi = 90^\circ$. Die Auswertung zeigt, dass bei sehr schmalen Wicklungen relativ viele Summenglieder für eine exakte Berechnung benötigt werden. Für $\Delta\varphi \geq 1^\circ$ wird eine ausreichende Konvergenz bei etwa $N = 10^3$ erreicht. Alle folgenden Berechnungen werden zur Sicherheit mit $N = 10^4$ durchgeführt.



PARAMETER: $b/a = 2, \beta = 180^\circ, \mu = \mu_0$.

Abbildung 74: Konvergenz der Reihendarstellung von M (176)



PARAMETER: $b/a = 2, \mu = \mu_0\mu_r, N = 10^4$.

Abbildung 75: Verlauf des Koppelfaktors k (178)

Abbildung 75 zeigt den Verlauf des Koppelfaktors⁴

$$k = \frac{\operatorname{Re}\{M\}}{\sqrt{\operatorname{Re}\{L_p\} \operatorname{Re}\{L_s\}}} \quad \text{mit} \quad |k| \leq 1 \quad (178)$$

von Primär- und Sekundärwicklung als Funktion des Positionswinkels der Sekundärwicklung β und der Wickelbreite $\Delta\varphi$. Die Ergebnisse sind für verschiedene Permeabilitätszahlen μ_r ausgewertet. In Abbildung 75 links wird der Positionswinkel der Sekundärwicklung im Bereich $1^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$ variiert. Die Werte wurden für ein festes Verhältnis $b/a = 2$ und sehr schmale Wicklungen mit $\Delta\varphi = 1^\circ$ berechnet. Wie erwartet, nimmt der Koppelfaktor bei niedrigen Permeabilitätszahlen und zunehmendem Abstand zwischen Primär- und Sekundärwicklung stark ab. Die Kreise zeigen zusätzlich die Ergebnisse für M_D (177) anstelle der Gegeninduktivität M im Grenzfall $\mu_r = 1$. In Abbildung 75 rechts liegt die Sekundärseite der Primärseite gegenüber ($\beta = 180^\circ$). Wird die Wickelbreite nun vom Startwert $\Delta\varphi = 1^\circ$ an immer weiter erhöht, nimmt der Koppelfaktor abhängig von μ_r , wie im Bild gezeigt, unterschiedlich schnell zu. Bei Kernen mit hoher Permeabilität ($\mu_r \geq 1000$) wird der Fluss fast ausschließlich im Inneren des Kerns geführt, so dass in diesem Fall eine nahezu perfekte Kopplung für alle Werte von $\Delta\varphi$ erreicht wird. Bei einer vollständigen Bewicklung des Kerns bzw. dem Endwert $\Delta\varphi = 360^\circ$, sind im Modell Primär- und Sekundärseite für alle Werte von μ_r perfekt gekoppelt ($k = 1$). Die Ergebnisse wurden wiederum für $b/a = 2$ berechnet.

Im Folgenden wird nun untersucht, welche Abweichungen durch eine Interpretation des Klemmenverhaltens des Messobjekts im Falle nicht perfekt gekoppelter ($k < 1$) Wicklungen entstehen. Als Ausgangspunkt sollen sowohl der Primärstrom \hat{i}_p als auch die Sekundärspannung \hat{u}_s nach Abschluss des Messvorgangs als Messgrößen zur Verfügung stehen.

⁴Bei Verwendung der komplexen Permeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$ sind auch L_p , L_s und M komplexwertig.

Der Kern besitzt die verlustbehaftete Permeabilität $\mu = \mu' - j\mu''$, die durch den Messvorgang bestimmt werden soll. Im Rahmen der Messung wird daher grundsätzlich von rein φ -gerichteten Feldgrößen im Kern ausgegangen. Aufgrund des gemessenen Primärstroms würde somit folgende Feldstärke innerhalb des Kernmaterials angenommen:

$$\underline{\hat{H}}^{(k)}(\rho) = \frac{N_p \hat{i}_p}{2\pi\rho}. \quad (179)$$

Für den Verlauf der magnetischen Flussdichte erhält man mit einer zunächst noch unbekannten Konstanten B_0 :

$$\underline{\hat{B}}^{(k)}(\rho) = B_0 \cdot \left(\frac{a}{\rho} \right). \quad (180)$$

Durch Auswertung des Induktionsgesetzes in der Sekundärwicklung

$$\hat{u}_s = j\omega M \hat{i}_p = j\omega N_s B_0 a h \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (181)$$

kann die Konstante B_0 berechnet werden. Es ergibt sich schließlich für die magnetische Flussdichte im Kern:

$$\underline{\hat{B}}^{(k)} = \mu^{(k)} \underline{\hat{H}}^{(k)} = \frac{2\pi M}{N_p N_s h \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \underline{\hat{H}}^{(k)}. \quad (182)$$

Die zugehörige mittlere Verlustleistung pro Volumen und mittlere gespeicherte Energie pro Volumen lautet nun:

$$\overline{p}_m^{(k)}(\rho) = -\frac{1}{2} \omega \operatorname{Im}\{\mu^{(k)}\} \left(\frac{N_p \hat{i}_p}{2\pi\rho} \right)^2 \quad \text{und} \quad (183)$$

$$\overline{w}_m^{(k)}(\rho) = \frac{1}{4} \operatorname{Re}\{\mu^{(k)}\} \left(\frac{N_p \hat{i}_p}{2\pi\rho} \right)^2. \quad (184)$$

Eine Integration der lokalen Größen und anschließende Division durch das Gesamtvolume V des Kerns ergibt die Vergleichsgrößen:

$$\overline{p}_m^{(k)} = \frac{2}{b^2 - a^2} \int_a^b \overline{p}_m^{(k)}(\rho) \rho d\rho = -\frac{1}{2} \omega \operatorname{Im}\left\{ M \cdot \frac{N_p}{N_s} \right\} \hat{i}_p^2 V^{-1} \quad \text{und} \quad (185)$$

$$\overline{w}_m^{(k)} = \frac{2}{b^2 - a^2} \int_a^b \overline{w}_m^{(k)}(\rho) \rho d\rho = \frac{1}{4} \operatorname{Re}\left\{ M \cdot \frac{N_p}{N_s} \right\} \hat{i}_p^2 V^{-1}. \quad (186)$$

Der exakte Wert von \overline{p}_m kann durch die Berechnung der an den Klemmen der Primärseite zugeführten Wirkleistung berechnet werden, weil im Modell nur innerhalb des Kernmaterials Leistung in Wärme umgesetzt werden kann. Wird die Primärseite von einer idealen Quelle mit der Spannung \hat{u}_p gespeist, so gilt:

$$\hat{u}_p = j\omega L_p \hat{i}_p. \quad (187)$$

Mit Berechnung des Realteils der von der Quelle abgegebenen komplexen Leistung erhält man schließlich den exakten Wert der mittleren Verlustleistung pro Volumen V :

$$\bar{p}_m = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \hat{\underline{u}}_p \hat{\underline{i}}_p^* \right\} V^{-1} = -\frac{1}{2} \omega \operatorname{Im} \left\{ L_p \right\} \hat{i}_p^2 V^{-1}. \quad (188)$$

Bei der Berechnung des exakten Wertes von \bar{w}_m muss nun beachtet werden, dass sich ein Teil der magnetischen Energie in den Luftraum erstreckt. Dieser Anteil kann dem magnetischen Material nicht zugeordnet werden. Eine Betrachtung des Imaginärteils der von der Quelle abgegebenen komplexen Leistung liefert zunächst die gesamte mittlere in der Anordnung gespeicherte Energie:

$$\bar{W}_0 = \frac{1}{4} \operatorname{Im} \left\{ \hat{\underline{u}}_p \hat{\underline{i}}_p^* \right\} \omega^{-1} = \frac{1}{4} \operatorname{Re} \left\{ L_p \right\} \hat{i}_p^2. \quad (189)$$

Der Energieanteil im Luftbereich, kann durch Integration der mittleren magnetischen Energiedichte über das Volumen des Luftbereichs V_L bestimmt werden:

$$\bar{W}_L = \iiint_{V_L} \bar{w}_L dV = \frac{1}{4} \iiint_{V_L} \hat{\underline{B}} \cdot \hat{\underline{H}}^* dV = \frac{1}{4\mu_0} \iiint_{V_L} \hat{\underline{B}}^* \cdot \operatorname{rot} \hat{\underline{A}} dV. \quad (190)$$

Zunächst wird mit Hilfe elementarer Vektoroperationen und dem Gauss'schen Satz das Volumenintegral in ein Oberflächenintegral über die gesamte Hüllfläche A_L des Luftsraums umgeformt:

$$\bar{W}_L = \frac{1}{4\mu_0} \oint_{A_L} \left(\hat{\underline{A}} \times \hat{\underline{B}}^* \right) \cdot d\vec{A}. \quad (191)$$

Das Oberflächenintegral zerfällt in die beiden Teilintegrale der in Abbildung (73) dargestellten Bereiche 1 und 3:

$$\begin{aligned} \bar{W}_{L1} &= \frac{ah}{4\mu_0} \int_0^{2\pi} \hat{A}_{z1} \Big|_{\rho=a} \cdot \frac{\partial \hat{A}_{z1}^*}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a} d\varphi = \frac{h}{4\mu_0} \sum_{n=1}^N n\pi |A_n|^2 \quad \text{und} \\ \bar{W}_{L3} &= -\frac{bh}{4\mu_0} \int_0^{2\pi} \hat{A}_{z3} \Big|_{\rho=b} \cdot \frac{\partial \hat{A}_{z3}^*}{\partial \rho} \Big|_{\rho=b} d\varphi = \frac{h}{4\mu_0} \sum_{n=1}^N n\pi |D_n|^2 \quad \text{mit} \\ \bar{W}_L &= \bar{W}_{L1} + \bar{W}_{L3}. \end{aligned}$$

Der exakte Wert der mittleren im Kernvolumen V gespeicherten magnetischen Energie kann nun angegeben werden:

$$\bar{w}_m = (\bar{W}_0 - \bar{W}_L) V^{-1}. \quad (192)$$

Mit Hilfe der berechneten Werte können die Verhältnisse aus den interpretierten und den realen Größen gebildet werden:

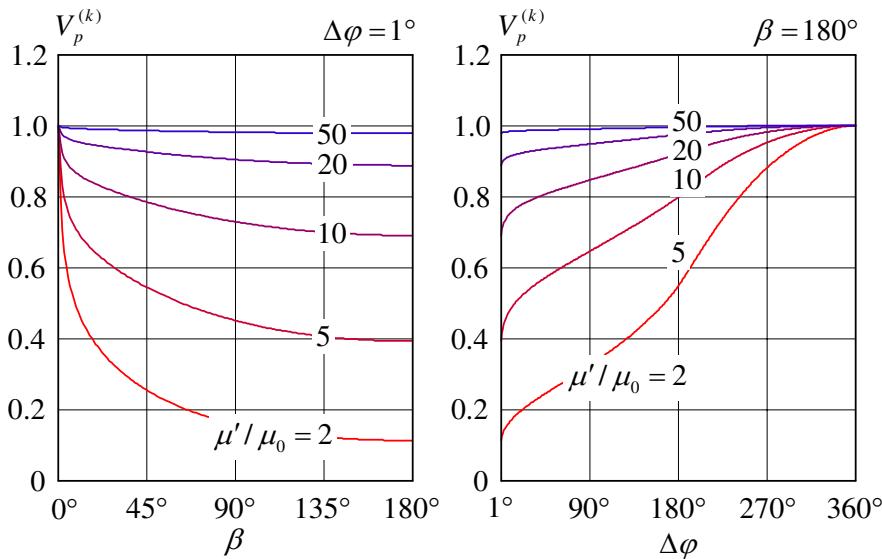
$$V_p^{(k)} = \frac{\bar{p}_m^{(k)}}{\bar{p}_m} = \operatorname{Im} \left\{ M \cdot \frac{N_p}{N_s} \right\} \operatorname{Im}^{-1} \left\{ L_p \right\} \quad \text{bzw.} \quad V_w^{(k)} = \frac{\bar{w}_m^{(k)}}{\bar{w}_m}. \quad (193)$$

Soll aus den interpretierten Größen auf Real- und Imaginärteil der Permeabilität des untersuchten Materials geschlossen werden, ergeben sich die systematischen Abweichungen

$$V_{\mu'}^{(k)} = \frac{1}{\mu'} \operatorname{Re} \{\mu^{(k)}\} = \operatorname{Re} \{M\} \cdot \left[N_p N_s \frac{\mu'}{2\pi} h \ln \left(\frac{b}{a} \right) \right]^{-1} \quad \text{und} \quad (194)$$

$$V_{\mu''}^{(k)} = -\frac{1}{\mu''} \operatorname{Im} \{\mu^{(k)}\} = -\operatorname{Im} \{M\} \cdot \left[N_p N_s \frac{\mu''}{2\pi} h \ln \left(\frac{b}{a} \right) \right]^{-1} \quad (195)$$

mit $\mu^{(k)}$ aus (182). Die Verhältnisse $V_p^{(k)}$, $\overline{W}_L/\overline{W}_0$, $V_{\mu'}^{(k)}$ und $V_{\mu''}^{(k)}$ werden im Folgenden zunächst grafisch ausgewertet. Die Ergebnisse werden anschließend analysiert und die Konsequenzen für das beschriebene Messverfahren zusammengefasst.

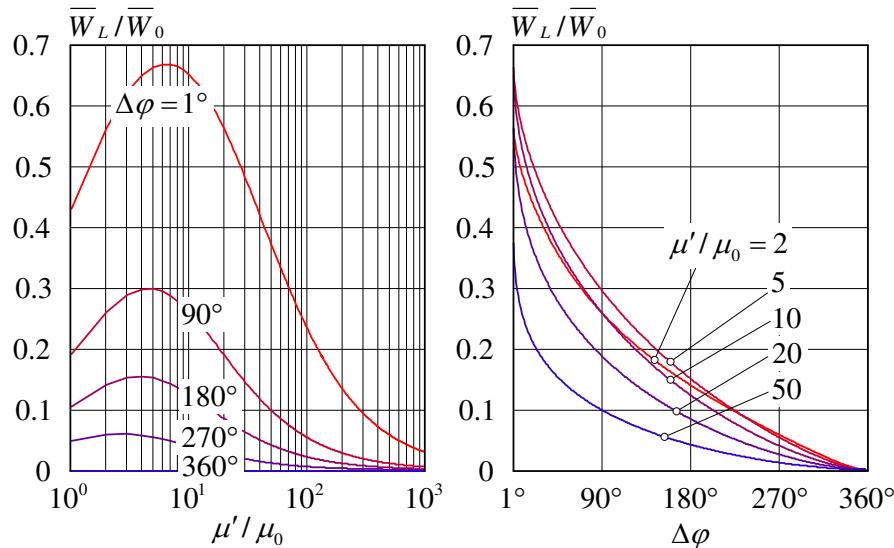


PARAMETER: $b/a = 2, \mu''/\mu' = 0.1, N = 10^4$.

Abbildung 76: Verlauf des Verhältnisses $V_p^{(k)}$ (193)

Abbildung 76 zeigt das Verhältnis $V_p^{(k)}$ aus dem interpretierten und dem realen Wert der mittleren Verlustleistung pro Volumen des magnetischen Materials. Im linken Bild wird die Auswirkung sehr schmaler Wicklungen ($\Delta\varphi = 1^\circ$) untersucht, die lediglich aus einer bzw. sehr wenigen Windungen bestehen und deren Position zueinander geändert wird. Im rechten Bild liegt die Sekundärseite der Primärseite gegenüber ($\beta = 180^\circ$), wobei die Breite beider Wicklungen variiert. Die Darstellung erfolgt jeweils für verschiedene Werte von μ'/μ_0 des Realteils der komplexen Permeabilität des Kernmaterials. Für deren Imaginärteil gilt im Beispiel $\mu''/\mu' = 0.1$. Das Verhältnis von Außen- zu Innenradius des Kerns beträgt $b/a = 2$. Aus den dargestellten Kurven folgt unmittelbar, dass der Wert von \overline{p}_m grundsätzlich auch im Fall niedriger Permeabilitätszahlen messtechnisch nahezu exakt ($V_p^{(k)} \approx 1$) erfasst werden kann. Die einzige Voraussetzung ist eine annähernd perfekte Kopplung von Primär- und Sekundärseite, wie sie z.B. durch einen bifilaren Aufbau beider Wicklungen erreicht werden kann.

An dieser Stelle soll im Vorgriff auf weitere Untersuchungen darauf hingewiesen werden, dass selbst bei Kenntnis des wahren Wertes von \bar{p}_m im Allgemeinen nicht auf die spezifischen Hystereseverluste des magnetischen Materials geschlossen werden kann. $\bar{p}_m \cdot V$ entspricht zwar den gesamten im magnetischen Material erzeugten Verlusten im zeitlichen Mittel, jedoch kann zu deren lokaler Verteilung, speziell bei niedrigen Werten von μ'/μ_0 an dieser Stelle noch keine Aussage getroffen werden. Als weiteres Ergebnis ist festzustellen, dass bereits ab einem Wert von $\mu'/\mu_0 = 50$ bei allen Wicklungsanordnungen im Modell eine hohe Genauigkeit der Messung erzielt wird. Hinzuzufügen ist, dass der Einfluss der Verhältnisse b/a und μ''/μ' über einen weiten Bereich vernachlässigt werden kann.

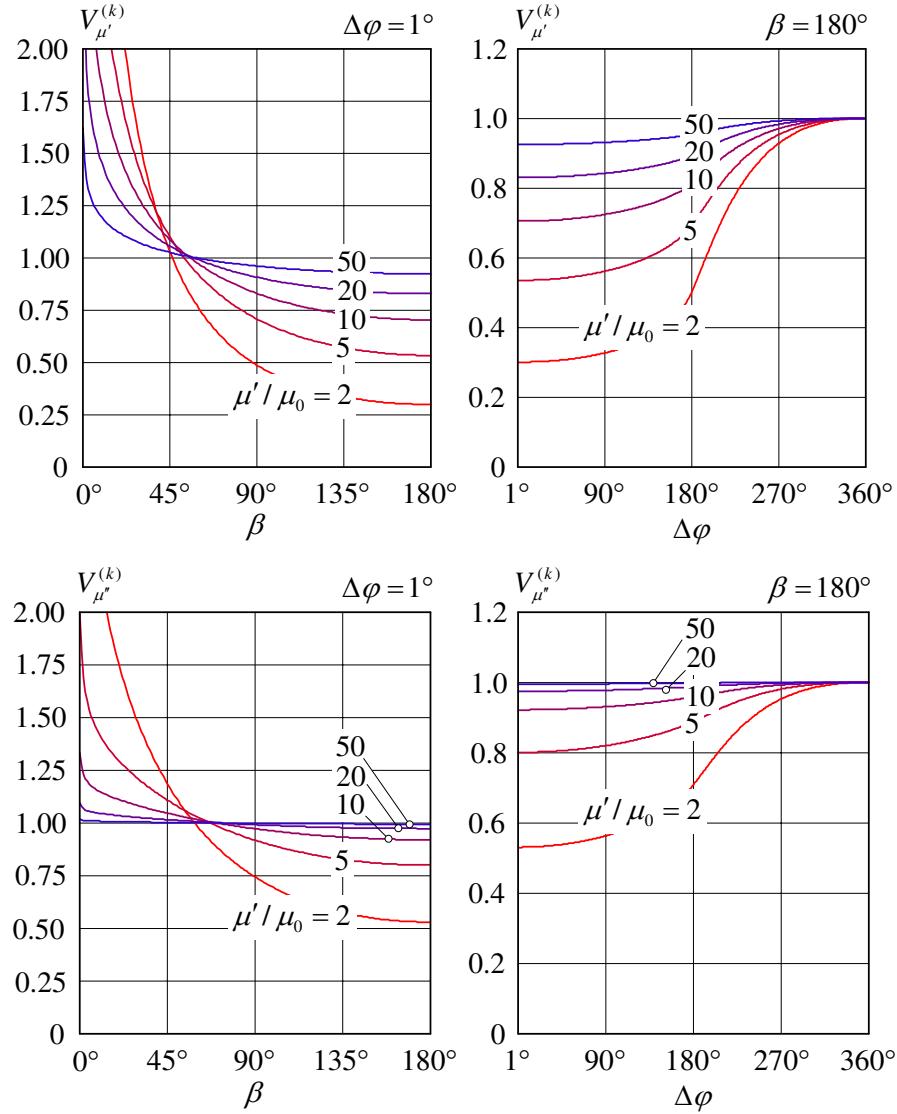


PARAMETER: $b/a = 2, \mu''/\mu' = 0.1, N = 10^4$.

Abbildung 77: Verlauf des Verhältnisses $\overline{W}_L / \overline{W}_0$ (189, 191)

Das in Abbildung 77 dargestellte Verhältnis $\overline{W}_L / \overline{W}_0$ gibt an, welcher Anteil der gesamten magnetischen Energie im zeitlichen Mittel im Luftraum gespeichert wird und somit nicht dem Kernmaterial zugeordnet werden kann. Das Bild links zeigt den Verlauf über einen weiten Bereich des Realteils der komplexen Permeabilität μ'/μ_0 mit verschiedenen Wickelbreiten als Parameter. Rechts erfolgt die Darstellung als Funktion der Wickelbreite mit relativ kleinen Werten von μ'/μ_0 als Parameter. Wie erwartet, befindet sich bei schmalen Wicklungen und niedrigen Permeabilitäten ein erheblicher Anteil der magnetischen Energie im Luftbereich. Das Streufeld kann nur dann vermieden werden, wenn der Kern nahezu vollständig bewickelt wird oder die Permeabilität sehr große Werte annimmt. Bei nur einer bzw. bei sehr wenigen Windungen ($\Delta\varphi = 1^\circ$) sind dazu Werte von $\mu'/\mu_0 \geq 1000$ nötig.

Soll nun mit Hilfe des gemessenen Primärstroms und der gemessenen Sekundärspannung, unter der Annahme, dass sich nur φ -gerichtete Feldgrößen im Kern ergeben, auf die spezifischen Materialeigenschaften des Kernmaterials μ' und μ'' geschlossen werden, erhält man durch die beschriebenen Effekte die in Abbildung 78 dargestellten systematischen Abweichungen.



PARAMETER: $b/a = 2, \mu''/\mu' = 0.1, N = 10^4$.

Abbildung 78: Verlauf der Verhältnisse $V_{\mu'}^{(k)}$ (194) und $V_{\mu''}^{(k)}$ (195)

In den beiden linken Bildern wird untersucht, wie sich sehr schmale Wicklungen auf die Genauigkeit der extrahierten Werte auswirken. Bedingt durch die Toroidform des Kerns, ergibt sich ein relativ schmaler Bereich von ca. 45° - 60° , den Primär- und Sekundärseite einschließen müssen um μ' und μ'' auch bei sehr kleinen Werten von μ'/μ_0 nahezu exakt ($V_{\mu'}^{(k)} = V_{\mu''}^{(k)} \approx 1$) bestimmen zu können. Schließen die Wicklungen deutlich kleinere Winkel ein, sind die interpretierten Werte viel zu hoch. Das liegt daran, dass die lokalen Verteilungen von \bar{p}_m und \bar{w}_m bei niedrigen Werten von μ'/μ_0 im Bereich der Primärwicklung stark überhöht sind. Folglich sind die interpretierten Werte bei einer Anordnung der Sekundärseite gegenüber der Primärseite ($\beta = 180^\circ$) dann auch deutlich zu niedrig. Wie erwartet, ist die Genauigkeit bei der Extraktion von μ'' – bei sonst gleichen Verhältnissen – immer etwas besser als die Genauigkeit bei der Extraktion

von μ' , weil \bar{p}_m , im Gegensatz zu \bar{w}_m , nicht in den Luftbereich streuen kann. Dies verursacht im Falle der μ' -Extraktion einen zusätzlichen Interpretationsfehler. Der Versuch einer Messung im optimalen Bereich von 45° - 60° ist in der Praxis nicht sinnvoll, weil der Winkel auch vom Verhältnis b/a des Kerns beeinflusst wird. Die Struktur ist in Wirklichkeit auch nicht eben, wodurch sich der Winkelbereich ebenfalls noch leicht verschieben könnte. Bezieht man noch die in den beiden rechten Bildern dargestellten Verläufe mit ein, so ist die Schlussfolgerung, dass μ' und μ'' etwa ab einem Wert von $\mu'/\mu_0 = 50$ auch bei sehr schmalen Wicklungen noch mit ausreichender Genauigkeit extrahiert werden können, wenn die Sekundärseite der Primärseite gegenüber liegt. Bei kleineren Werten von μ'/μ_0 empfiehlt es sich, den Kern mit den Primärwindungen möglichst vollständig und gleichmäßig zu bewickeln. Die Aussagen gelten auch für andere (realistische) Werte von b/a und μ''/μ' , als die hier verwendeten Beispiele.

3.2 Vergleich mit Herstellerdaten

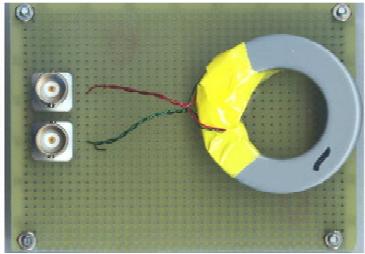
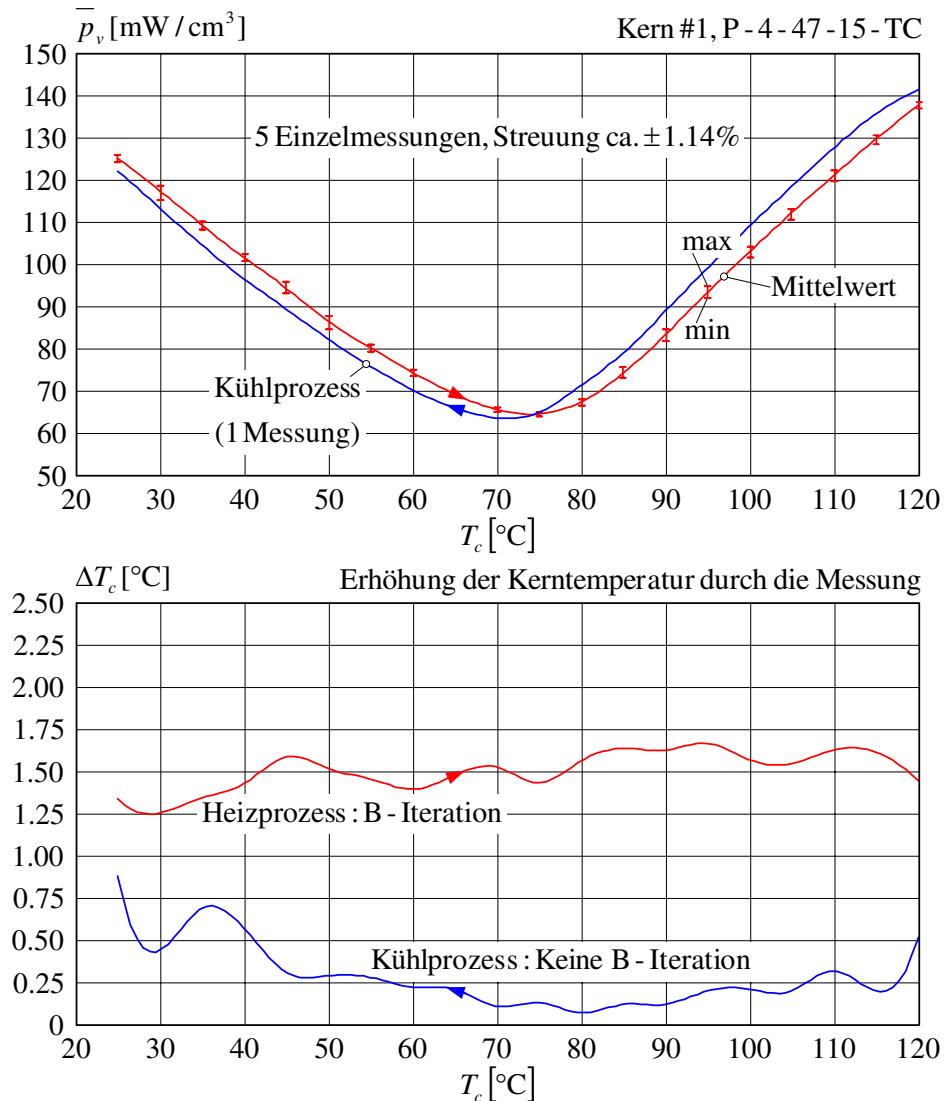
Messprotokoll (Magnetics Inc.)														
		Datum	13.06.2006											
		l_e	11 cm											
		A_e	1,42 cm ²											
		$N_p=N_s$	3											
														
Messung der Kernverluste in [mW/cm ³]														
Frequenz	Aussteuerung	Kern	25°C	40°C	60°C	80°C	100°C	120°C						
100 kHz	100 mT	#1	128,11	105,74	78,99	71,21	104,55	134,15						
		#2	123,44	101,94	77,17	74,69	111,38	143,30						
		#3	121,72	100,47	73,50	66,29	99,93	129,70						
Frequenz	Aussteuerung	Kern	25°C	40°C	60°C	80°C	100°C	120°C						
100 kHz	200 mT	#1	610,33	536,55	462,06	489,39	689,95	866,71						
		#2	590,49	521,75	456,52	508,03	750,51	882,71						
		#3	578,85	505,53	432,78	457,58	655,44	847,18						
Frequenz	Aussteuerung	Kern	25°C	40°C	60°C	80°C	100°C	120°C						
200 kHz	100 mT	#1	358,96	316,21	265,06	276,36	381,80	510,13						
		#2	346,76	307,19	262,77	285,81	411,49	581,77						
		#3	340,82	298,57	252,30	257,60	362,73	505,27						
Frequenz	Aussteuerung	Kern	25°C	40°C	60°C	80°C	100°C	120°C						
500 kHz	50 mT	#1	393,81	385,50	370,34	402,65	539,86	682,14						
		#2	396,44	382,65	370,30	415,08	567,28	729,00						
		#3	385,22	379,24	363,41	389,38	530,13	668,18						

Abbildung 79: Messprotokoll von Magnetics® Inc., Kerne: P-4-47-15-TC [Mag08]

Abbildung 79 zeigt ein Messprotokoll der Firma Magnetics® Inc. [Mag08]. Dieses wurde der Universität für die Studienarbeit [Hip06] zur Verfügung gestellt. In der Tabelle sind die spezifischen Kernverluste \bar{p}_v (pro Volumen) von drei Exemplaren der kommerziell erhältlichen R47-Ringkerne (P-4-47-15-TC) bei verschiedenen Temperaturen dargestellt, unter Berücksichtigung unterschiedlicher Frequenzen und Aussteuerungen. Die mit #1, #2 und #3 bezeichneten Kerne standen für Vergleichsmessungen ebenfalls zur Verfügung. Nach Aussage des Herstellers wurden die Messungen mit dem gleichen



PARAMETER: $f = 100 \text{ kHz}$, $\hat{B} = 100 \text{ mT}$.

Abbildung 80: Ermittlung von \bar{p}_v am B-H Messplatz (Kern #1, P-4-47-15-TC)

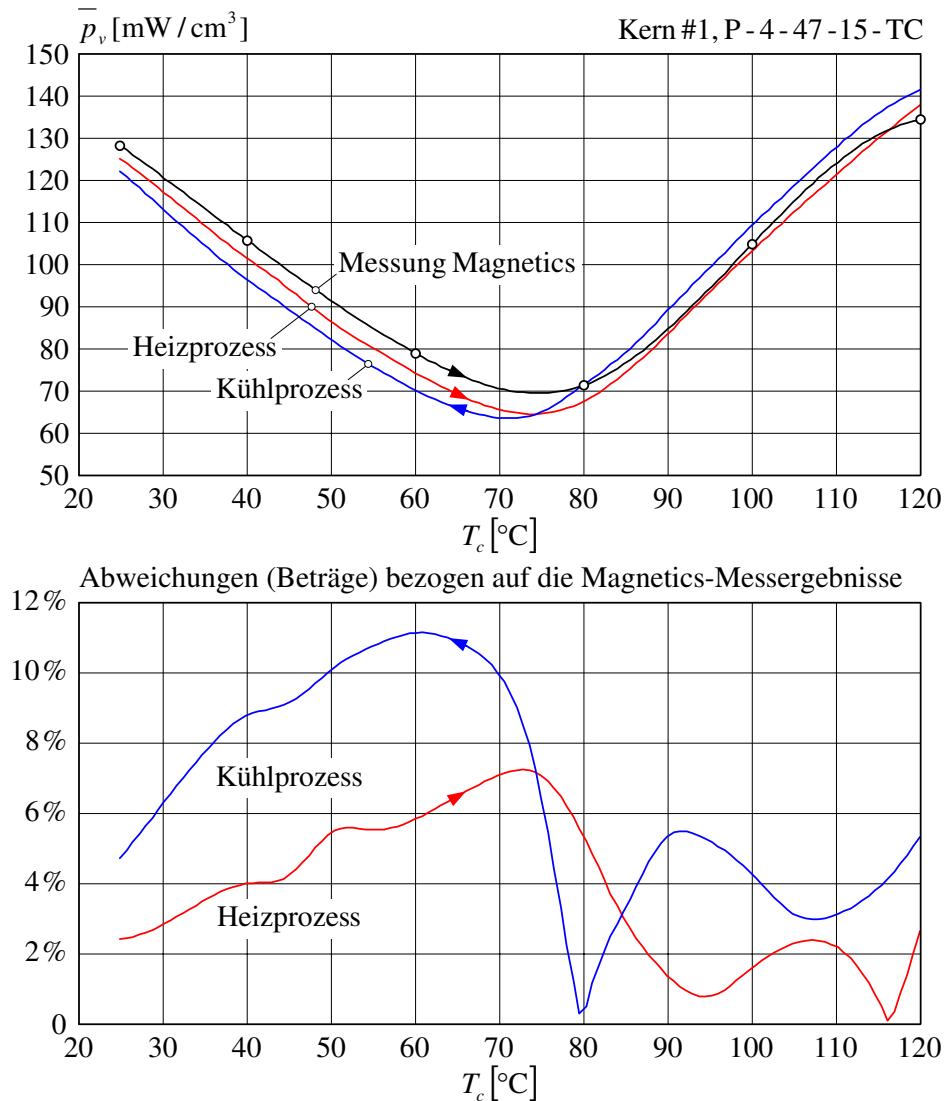
Messaufbau durchgeführt, der auch zur Erstellung der Datenblätter verwendet wird. Die in der Tabelle angegebenen Zahlenwerte für die effektive Fläche A_e und die effektive Weglänge l_e dienten als Grundlage zur Auswertung der Messsignale. Wie das Foto in Abbildung 79 weiter zeigt, waren die Primär- und Sekundärwicklungen mit je drei Windungen auf den Kernen vorhanden und konnten weiter verwendet werden.

Vergleicht man die Kernverluste aller drei Exemplare, wird deutlich, dass die Abweichungen innerhalb der Charge durchaus bei ±10% liegen können. Die Streuung nimmt dabei zu höheren Temperaturen hin tendenziell zu. Es kann vermutet werden, dass dies in dem relativ großen Kernvolumen der Proben begründet ist, welches sich träger aufheizen lässt bzw. abkühlt und dadurch eher zu inhomogenen Temperaturverteilungen neigt, als dies bei kleineren Kernen der Fall ist.

Damit dieser Effekt genauer untersucht und ein Vergleich der Ergebnisse mit dem im Kapitel 2.2 beschriebenen Messaufbau ermöglicht werden kann, wurde Kern #1 ausgewählt und in dem in Abbildung 37 links dargestellten Wärmeschrank gemessen. Die Ergebnisse zeigen Abbildung 80. Zunächst wurde der Ofen fünf mal in Folge aus dem vollständig abgekühlten Zustand auf über 120°C aufgeheizt. Zum Ablesen der Kerntemperatur T_c wurde an der Kernoberseite der Probe ein Stück der Isolation abgetragen, ein PT100 Thermoelement mit wärmeleitfähigem Kleber aufgebracht und mit dem in Abbildung 37 rechts dargestellten Thermometer verbunden. Sobald die jeweilige Messtemperatur erreicht war, wurde der automatische Iterationsprozess zum Einstellen der gewünschten Aussteuerung $\hat{B} = 100 \text{ mT}$ bei einer Frequenz von $f = 100 \text{ kHz}$ gestartet. In Abbildung 80 oben, als roter Fehlerbalken, ist der jeweilige Maximalwert sowie der Minimalwert einer 5er-Messreihe dargestellt. Die rot durchgezogene Linie gibt zusätzlich den Mittelwert der fünf Einzelmessungen an. Die Auswertung zeigt die sehr gute Reproduzierbarkeit der Messungen – die Streuung der Messwerte liegt lediglich bei ca. $\pm 1.14\%$. Nach jeder Iteration wurde der ermittelte Spannungswert am Funktionsgenerator für die jeweilige Aussteuerung und Temperatur notiert, um die Werte anschließend beim Durchlaufen der blau dargestellten Kühlkurve direkt eingeben zu können. Dafür wurde der Kern zunächst auf über 120°C aufgeheizt. Während des darauf folgenden Abkühlprozesses wurden nur Einzelmessungen ohne Iteration durchgeführt. Durch das sehr langsame Abkühlen konnte auf diese Weise sichergestellt werden, dass sich das gesamte Kernvolumen näherungsweise auf demselben Temperaturpotential befand.

Die Ergebnisse bestätigen obige Vermutung, dass die Kerne durch ihr großes Volumen nur sehr träge auf den Heiz- bzw. Kühlprozess des Ofens reagieren. Wird die Probe während des schnellen Aufheizprozesses gemessen (rote Kurve), ist das Innere des Kernvolumens noch kühler, als die Außenseite des Kerns, auf dem sich der Temperatursensor befindet. Folglich erscheint die Kurve im Verhältnis zu der viel langsamer durchlaufenden blauen Kühlkurve nach rechts verschoben.

Die beiden Kurven in der unteren Grafik in Abbildung 80 zeigen eine weitere Fehlerquelle. Die jeweilige Kerntemperatur wurde vor und nach Abschluss der Messungen notiert. Im Bild dargestellt ist die Erhöhung der Kerntemperatur durch den Messvorgang selbst. Diese ist in beiden Fällen zwar nur sehr schwach ausgeprägt, da die im Kern in Wärme umgesetzte Energie in den gemessenen Arbeitspunkten nur relativ gering ist. Dieser Effekt muss dennoch im höheren Frequenz- bzw. Aussteuerungsbereich berücksichtigt werden, da sonst das Innere des Kerns so schnell aufgeheizt wird, dass die Temperaturerhöhung durch den auf der Oberfläche montierten Temperatursensor nicht erfasst werden kann. Die Temperaturerhöhung ist bei Verwendung der automatischen Iterationsroutine in jedem Fall größer, weil in diesem Fall mehrere Messungen in kurzer Abfolge durchgeführt werden, bis die gewünschte Aussteuerung erreicht ist. Sollen die Messungen mit der größtmöglichen Genauigkeit erfolgen, so ist wie bei der Aufnahme der oben beschriebenen Kühlkurve zu verfahren. Die Messungen sind dabei sehr zeitaufwändig.



PARAMETER: $f = 100 \text{ kHz}$, $\hat{B} = 100 \text{ mT}$.

Abbildung 81: Vergleich der Messergebnisse von \bar{p}_v (Kern #1, P-4-47-15-TC)

Abbildung 81 zeigt den Vergleich der Heiz- und Kühlkurve mit den Messergebnissen der Firma Magnetics® Inc., die als schwarze Kurve eingezeichnet sind. Die Ergebnisse nähern sich insgesamt eher der erwähnten Heizkurve an (rot dargestellt). Dies spricht für zu schnelles Aufheizen während der Messungen. Im unteren Bild sind die Beträge der prozentualen Abweichungen von Heiz- und Kühlkurve, bezogen auf die Herstellerergebnisse, eingezeichnet. Die Abweichungen sind insgesamt mit denen der Kerne #1, #2 und #3 in Abbildung 79 vergleichbar. Etwas ausgeprägter sind die Abweichungen im Bereich des linken Parabelastes. Dort tritt während des Aufheizprozesses die größte Temperaturdifferenz zwischen Luft und Kern und somit die größte Dynamik auf. Im Bereich des rechten Parabelastes nähern sich die Ergebnisse der beiden unterschiedlichen Messsysteme wieder an. Die wesentlichen Angleichvorgänge sind bereits abgelaufen, wobei die Messwerte der Kerntemperatur eher den tatsächlichen Werten entsprechen.

4 Messtechnische Analyse der Kernverluste

Zur Verifikation des auf Seite 14 als Flussdiagramm dargestellten Gesamtkonzeptes aus Messung und Simulation wurde im Rahmen der Arbeit eine Vielzahl unterschiedlicher Messreihen durchgeführt. Die Kernverluste und weitere materialspezifische Eigenschaften sind dabei anhand der im Kapitel 2 beschriebenen Proben der Materialien 3E6, 3E25 und 3F3 bestimmt. Die Ergebnisse geben einen guten Eindruck vom nichtlinearen Verhalten der Kernverluste [Sne88] im praxisrelevanten Bereich und werden im Folgenden, nach den Einflussgrößen geordnet, dargestellt.

Kapitel 4.1 beschreibt die Abhängigkeit der Kernverluste von Frequenz und Aussteuerung. Zunächst werden nur zwei unterschiedliche Temperaturen ($T_c = 25^\circ\text{C}$ und $T_c = 100^\circ\text{C}$) betrachtet. Der Einfluss der Temperatur auf die spezifischen Materialeigenschaften und auf die Kernverluste wird im Kapitel 4.2 genauer untersucht. Wie bereits im Kapitel 1.3.3 ausgeführt, hängen die Kernverluste im Allgemeinen auch von der gewählten Stromform und den darin enthaltenen Gleichanteilen ab. Die entsprechenden Untersuchungen zeigen die Kapitel 4.3 und 4.4.

4.1 Einfluss von Frequenz und Aussteuerung (Flussdichte)

Können Feldverdrängungseffekte im Kern weitgehend vernachlässigt werden, lässt sich die Abhängigkeit der spezifischen Kernverluste von der Frequenz f und der Aussteuerung \hat{B} in guter Näherung durch die Koeffizienten x und y der Steinmetz-Formel (3) beschreiben. In diesem Fall kann bei der Messung der Kerneigenschaften von einer idealen Verteilung des Magnetfelds innerhalb der Probe ausgegangen werden, was die Extraktion der spezifischen Materialdaten stark vereinfacht. Wie bereits im Kapitel 2 festgestellt, ist jedoch, insbesondere bei der Messung der Materialien 3E6 und 3E25 aufgrund der relativ starken elektrischen Leitfähigkeit, mit einer Verdrängung des Magnetfelds aus dem Zentrum des Kernquerschnitts zu rechnen. Um die zur Simulation der Kernverluste nötigen Werte der spezifischen Großsignalpermeabilität auch in diesem Fall bestimmen zu können, wurde das im Kapitel 2.2.3 beschriebene Verfahren entwickelt.

Die Abbildungen 82 und 83 zeigen zunächst einen Vergleich der so bestimmten Werte der spezifischen Großsignalpermeabilität der Materialien 3E6 und 3F3 bei einer Variation von Frequenz und Aussteuerung. Die gemessenen Kernverluste (pro Volumen) der Materialien 3E6, 3E25 und 3F3 sind in den Abbildungen 84 und 85 dargestellt. Die Kurven in den beiden linken Bildern der Abbildung 82 geben den Realteil μ'/μ_0 der spezifischen Großsignalpermeabilität des Materials 3E6 als Funktion der Frequenz mit verschiedenen Aussteuerungen als Parameter an. Das obere Bild zeigt die Ergebnisse bei Raumtemperatur ($T_c = 25^\circ\text{C}$), das untere bei $T_c = 100^\circ\text{C}$. Vergleicht man die Ergebnisse mit denen der Kleinsignalaussteuerung in Abbildung 20, stellt man insgesamt etwas höhere Werte fest. Dieses Verhalten wird bei niedrigen Frequenzen durch die Amplitudenpermeabilität μ_a in (48) beschrieben. Der in Tabelle 5 angegebene Wert des Hysteresekoeffizienten v gilt hier jedoch nicht mehr, weil sich die gewählten Aussteuerungen bereits weit oberhalb des Rayleigh-Bereichs befinden.

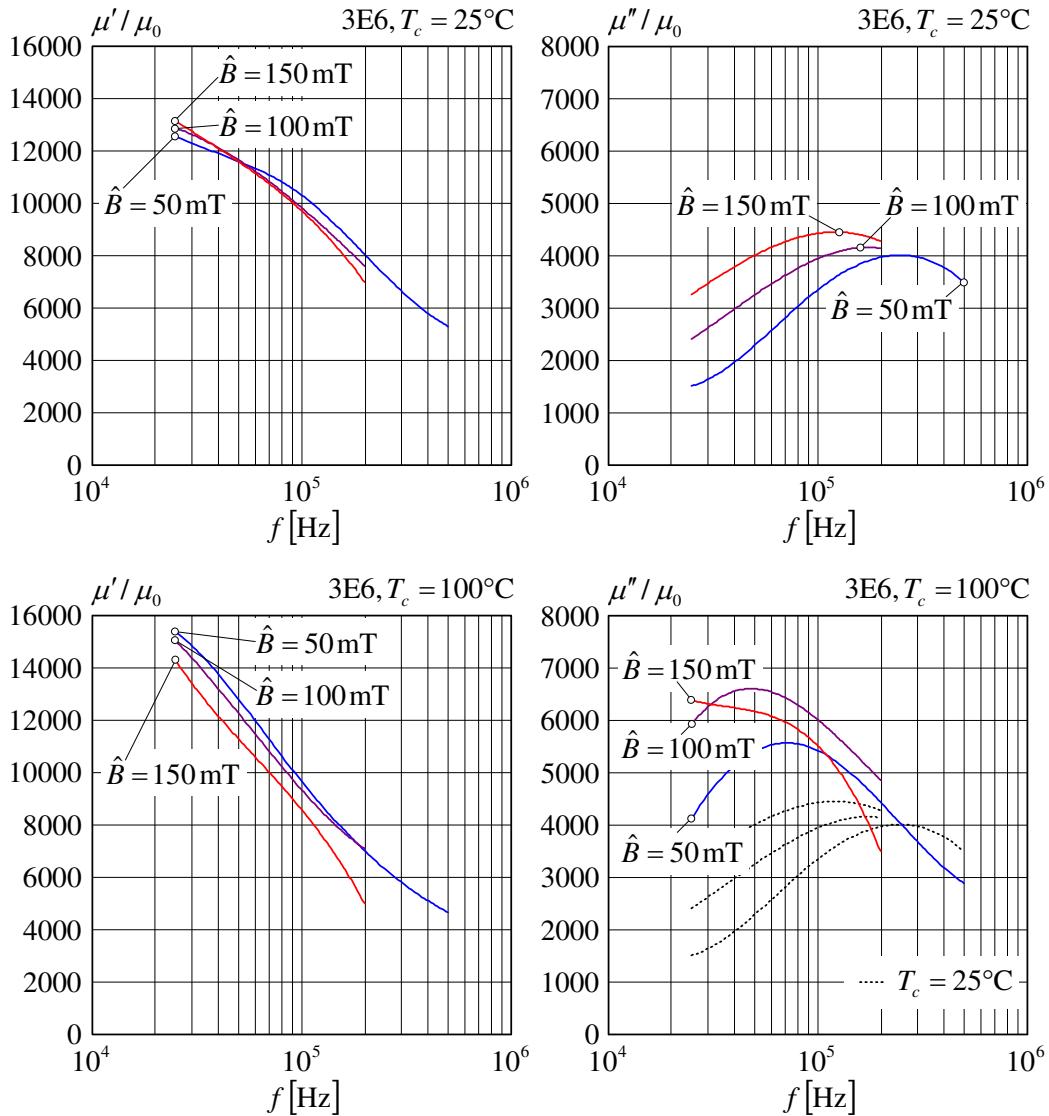


Abbildung 82: Spezifische Großsignalpermeabilität bei 25°C und 100°C (3E6)

Dies zeigt sich auch daran, dass sich die Werte von μ'/μ_0 bei den gemessenen Aussteuerungen $\hat{B} = 50 \text{ mT}$, 100 mT und 150 mT kaum unterscheiden. Die Aussteuerung befindet sich bereits in dem Bereich, in dem die Hystereseschleife zwar bei weiterer Zunahme der magnetischen Flussdichte ihre Größe ändert, ihre elliptische Form dabei aber nahezu unverändert bleibt. Deutlich ausgeprägter sind die Unterschiede beim Imaginärteil μ''/μ_0 der spezifischen Großsignalpermeabilität in den beiden rechten Bildern in Abbildung 82. Der Imaginärteil beschreibt die reinen Hystereseverluste des Materials einschließlich der mikroskopischen Wirbelstromverluste auf Kornebene. Diese sind gemäß der Übersicht in Abbildung 8 auf Seite 13 nach der folgenden Formel zu berechnen:

$$\bar{p}_m = \frac{1}{2} \omega \mu'' \hat{H}^2 = \frac{1}{2} \omega \frac{\mu''}{\mu'^2 + \mu''^2} \hat{B}^2 . \quad (196)$$

Vergleicht man die Ergebnisse von μ''/μ_0 im unteren rechten Bild ($T_c = 100^\circ\text{C}$) der Abbildung 82 mit den dort zusätzlich gestrichelt eingezeichneten Werten aus dem oberen

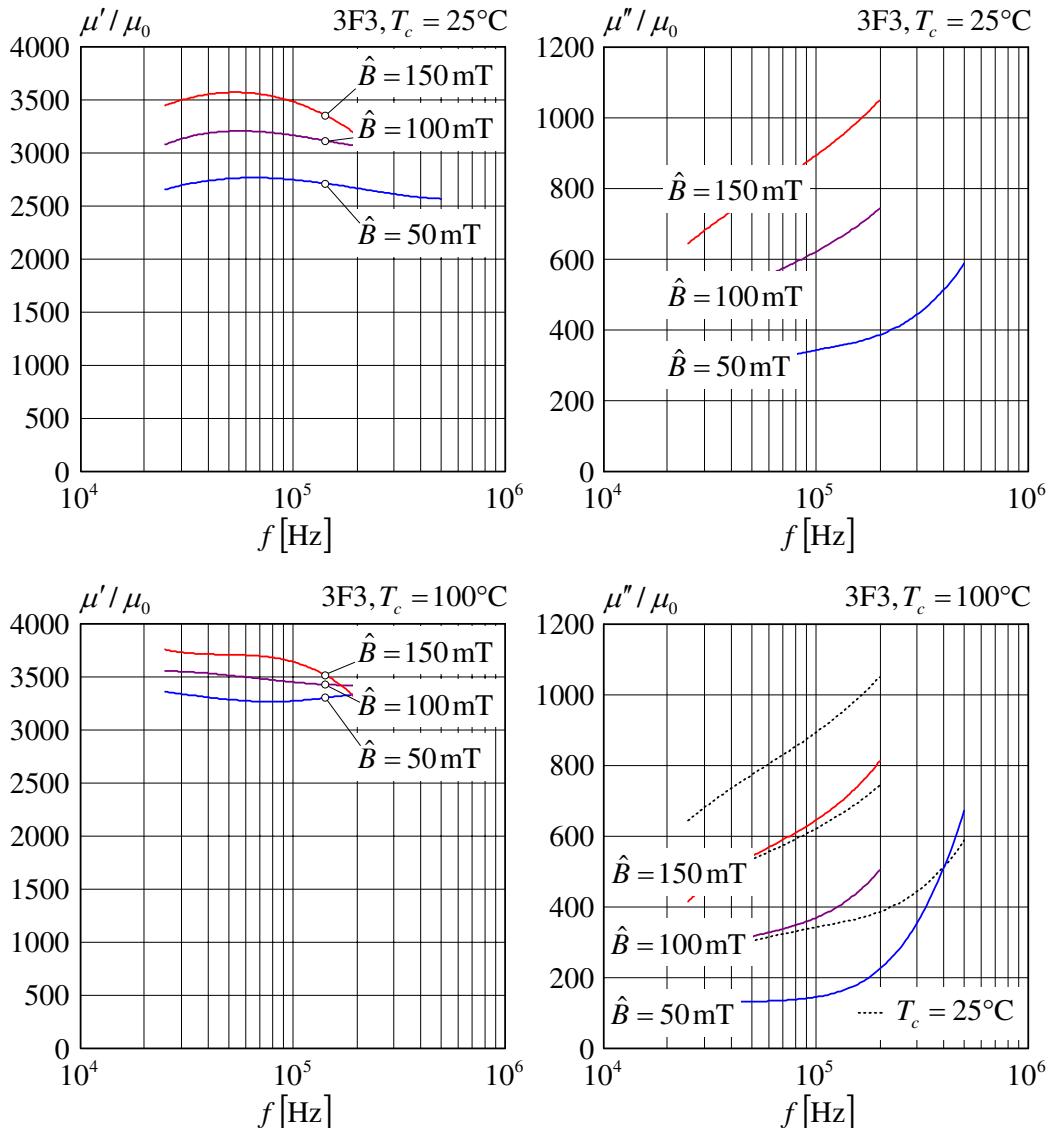
Abbildung 83: Spezifische Großsignalpermeabilität bei 25°C und 100°C (3F3)

Bild bei Raumtemperatur, erkennt man, dass die Hystereseverluste bei 3E6 mit steigender Temperatur deutlich ansteigen. Es ist deswegen bei höheren Verlustleistungen nur bedingt einsetzbar [Fer08]. Dagegen handelt es sich beim Material 3F3 um ein typisches Material für Leistungsanwendungen. Ziel bei der Auslegung der Materialien ist es, die minimalen Verluste möglichst nahe bei der späteren Einsatztemperatur zu halten. Diese liegt in den meisten Fällen im Bereich von 60°C – 120°C . Dadurch ergeben sich bei den Ferriten parabelförmige Temperaturverläufe, wie in Abbildung 81. Vergleicht man die Werte von μ''/μ_0 bei $T_c = 100^\circ\text{C}$ (Abbildung 83, Bild unten rechts) mit den dort in gestrichelten Linien eingezeichneten Werten bei $T_c = 25^\circ\text{C}$, wird deutlich, dass die Verluste beim Material 3F3 bei Raumtemperatur höher ausfallen als bei $T_c = 100^\circ\text{C}$. Dieses Verhalten stellt sich bei Ferritmaterialien insbesondere dann ein, wenn sie einen geringeren Anteil hochpermeabler Körner enthalten [Su05].

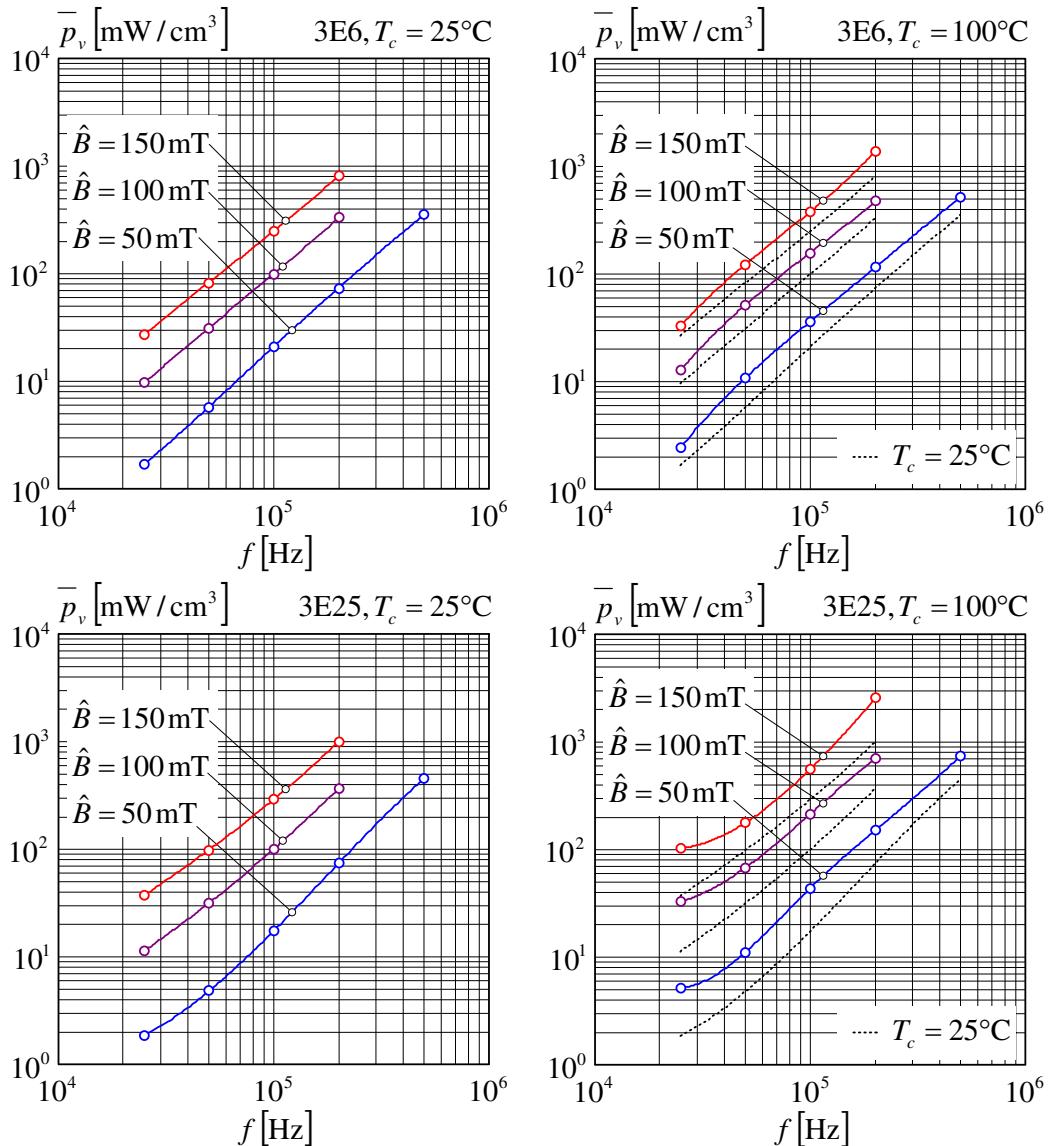


Abbildung 84: Gemessene Werte (R16) von \bar{p}_v bei 25°C und 100°C (3E6, 3E25)

Die Permeabilität dieser Materialien ist deshalb auch deutlich kleiner, wie der Vergleich von 3E6 und 3F3 zeigt. Gleichzeitig besitzen die hochpermeablen Körner einen größeren mittleren geometrischen Abstand zueinander und das durch die Rayleigh-Gesetze beschriebene Verhalten bleibt bis in höhere Aussteuerungsbereiche erhalten. Diese theoretische Annahme beruht auf der Überlegung, dass die Zunahme der Permeabilität mit der magnetischen Feldstärke bzw. Flussdichte im Rayleigh-Bereich dadurch bewirkt wird, dass zwischen den Polen der einzelnen magnetisierten Körner eine Wechselwirkung⁵ einsetzt. Die Messwerte von μ'/μ_0 links in den Abbildung 83 bestätigen das vorhergesagte Verhalten. Die Permeabilität des Materials 3F3 wird durch die Aus-

⁵Das Verhalten ist mit dem von schachbrettartig angeordneten Magnetnadeln vergleichbar, die sich in einem von außen angelegten Feld auszurichten beginnen und deren Abstand so gering zueinander ist, dass sich die Nord- und Südpole benachbarter Nadeln anziehen können.

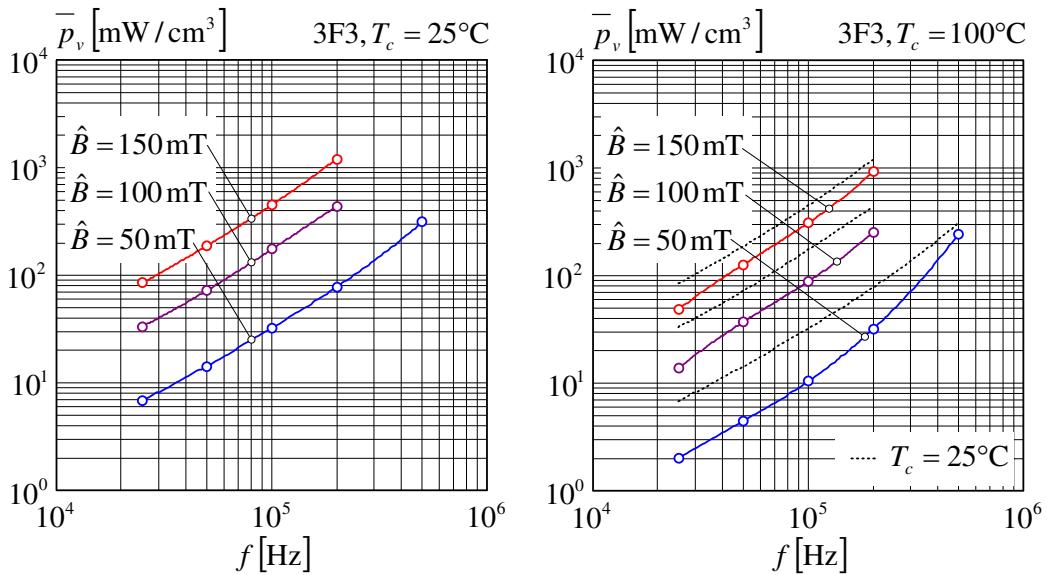


Abbildung 85: Gemessene Werte (R16) von \bar{p}_v bei 25°C und 100°C (3F3)

steuerung deutlich stärker beeinflusst, als die des hochpermeablen Materials 3E6. Das Materialverhalten von 3E25 ist im Wesentlichen mit dem von 3E6 vergleichbar und wird in diesem Zusammenhang nicht weiter untersucht.

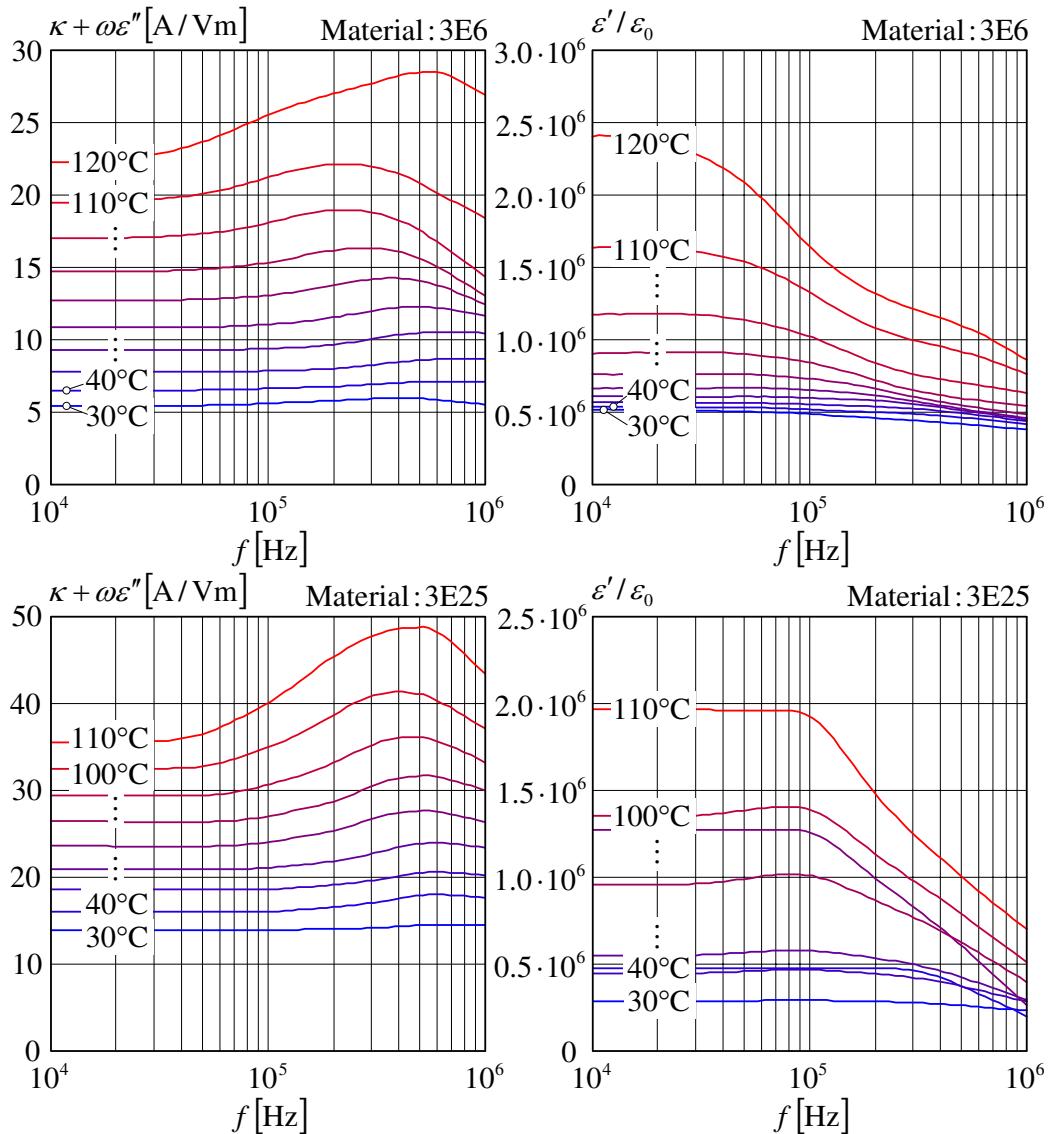
Die Abbildungen 84 und 85 zeigen schließlich einen Vergleich der gemessenen spezifischen Kernverluste \bar{p}_v (pro Volumen) aller drei untersuchten Materialien (3E6, 3E25 und 3F3). Die durchgezogenen Linien geben die mit Hilfe des im Kapitel 5.1.1 beschriebenen 2D-Differenzenverfahrens simulierten Verlustwerte der R16-Kerne an. Als Materialdaten wurden, neben den oben beschriebenen Werten der (komplexen) Großsignalpermeabilität, auch die Kleinsignalgrößen κ und ϵ' bzw. ϵ'' verwendet. Sie wurden wie im Kapitel 2.1 ermittelt. Die Ergebnisse bei verschiedenen Temperaturen zeigen die Abbildungen 87 und 88. Die Kleinsignalgrößen dienen zusätzlich dazu, bei der erwarteten Feldverdrängung im Fall der Materialien 3E6 und 3E25 auf die tatsächlichen spezifischen Werte der Großsignalpermeabilität rückrechnen zu können. Die Kreise in den Abbildungen 84 und 85 markieren die gemessenen Stützstellen. Die Werte von μ' und μ'' sind wie im Kapitel 2.2.3 berechnet und zur Simulation über der Frequenz interpoliert. Vergleicht man abschließend die in den Abbildungen 84 und 85 rechts dargestellten Verlustwerte bei $T_c = 100^\circ\text{C}$ mit den gestrichelt eingezeichneten Werten bei Raumtemperatur ($T_c = 25^\circ\text{C}$), zeigt sich der beschriebene Unterschied der Materialien: Die spezifischen Kernverluste von 3E6 und 3E25 steigen mit der Temperatur deutlich an, die des Materials 3F3 fallen dagegen ab. Bei Raumtemperatur und kleinen Aussteuerungen sind die Kernverluste von 3E6 und 3E25 aber deutlich niedriger, als die von 3F3 – bei konstanter Aussteuerung erweist sich die extrem hohe Permeabilität der Materialien als Vorteil. Die gemessenen Werte des Materials 3F3 werden auch durch die in der Literatur angegebenen Werte (z.B. [Mul93]) bestätigt. Für 3E6 und 3E25 stehen keine Vergleichswerte zur Verfügung, weil diese Materialien im gemessenen Bereich nicht eingesetzt werden (Vergleiche anderer Materialien mit Herstellerdaten finden sich im Kapitel 3.2).

4.2 Variation der Temperatur

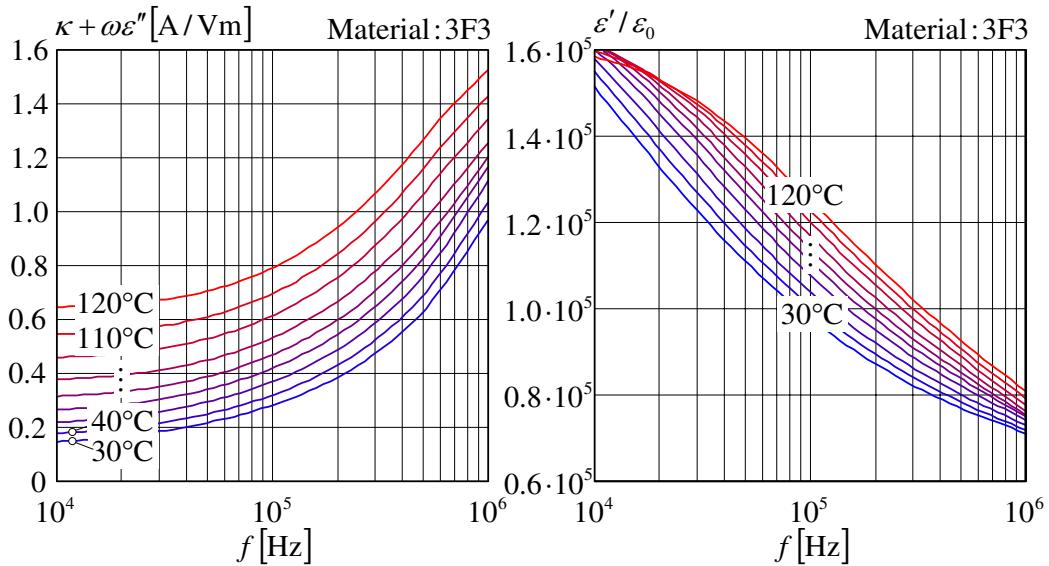


Abbildung 86: Versuchsaufbau: Kleinsignalmessung der Ringkerne im Wärmeschrank

Die Messreihen im Kapitel 4.1 wurden zunächst nur bei zwei verschiedenen Kerntemperaturen ($T_c = 25^\circ\text{C}$ und $T_c = 100^\circ\text{C}$) durchgeführt. Die Auswertung deutete jedoch bereits darauf hin, dass die Kernverluste relativ stark von der Temperatur beeinflusst werden. Zusätzlich war zu beobachten, dass bei einem Teil der untersuchten Proben die Kernverluste mit der höheren Temperatur anstiegen, beim anderen Teil dagegen abfielen. Dieses Verhalten soll nun genauer untersucht werden. Dazu wird die Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit sowie der dielektrischen Eigenschaften der

Abbildung 87: Spezifische Materialdaten $\kappa + \omega\epsilon''$ und ϵ'/ϵ_0 (3E6, 3E25)

Materialien nach dem Vorbild von [Yam91] bestimmt. Abbildung 86 zeigt ein Foto des Wärmeschranks, in dem die Proben (s. Kapitel 2.1) gemessen wurden. Mit den beiden Thermometern wurden die Ofentemperatur und die Kerntemperatur der R16-Proben in den Messhülsen (s. Abbildungen 10 und 17) abgelesen. Der Ofen wurde schrittweise aufgeheizt und die Materialparameter in Abständen von 10°C aufgenommen. Anschließend wurden alle Messungen noch einmal während des Abkühlprozesses des zuvor auf über 140°C aufgeheizten Ofens durchgeführt, um mögliche Fehler durch eine ungleichmäßige Temperaturverteilung im Inneren der Proben feststellen zu können. Die Messungen zur Bestimmung der Kleinsignalpermeabilität erfolgte anschließend in gleicher Weise. Die Abbildungen 87 und 88 zeigen die Ergebnisse, die aus den Messgrößen, wie im Kapitel 2.1.3 beschrieben, berechnet wurden.

Abbildung 88: Spezifische Materialdaten $\kappa + \omega\epsilon''$ und ϵ'/ϵ_0 (3F3)

Bei den Verläufen der frequenzabhängigen elektrischen Leitfähigkeit $\kappa + \omega\epsilon''$ jeweils in den Abbildungen links wird deutlich, dass diese bei allen drei untersuchten Materialien 3E6, 3E25 und 3F3 grundsätzlich mit der Temperatur ansteigt. Bei konstanter magnetischer Feldstärke steigt mit der Temperatur auch die Summe der elektrischen und der dielektrischen Verluste $\bar{p}_e + \bar{p}_d$. Die beiden Verlustmechanismen können demnach nicht dafür verantwortlich sein, dass die Gesamtverluste beim Material 3F3, wie im Kapitel 4.1 festgestellt, bei 100°C geringer ausfallen, als bei Raumtemperatur (25°C). Der Anteil von $\bar{p}_e + \bar{p}_d$ an den Gesamtverlusten \bar{p}_v ist bei den R16-Ringkernen im untersuchten Frequenzbereich auch viel zu gering, um die gemessenen Unterschiede hervorzurufen zu können (s. Abbildung 45). Sowohl die in Abbildung 85 erkennbaren Unterschiede der Verlustleistungen bei 25°C und 100°C beim Material 3F3 als auch die Differenzen bei den Materialien 3E6 und 3E25 bei niedrigen Frequenzen in Abbildung 84, sind folglich alleine auf den Anteil \bar{p}_m der magnetischen (Hysterese-)Verluste zurückzuführen. Da die elektrische Leitfähigkeit der Ferritkörner mit zunehmender Temperatur ebenfalls ansteigt, nimmt mit der Temperatur auch der in μ'' und damit in \bar{p}_m enthaltene Anteil der mikroskopischen Wirbelströme auf Kornoberfläche zu. Das Absinken der Verluste bei 100°C beim Material 3F3 zeigt sich in der veränderten Form der bei niedrigen Frequenzen umlaufenden statischen Hystereseschleife. Diese ist im Falle des Materials 3F3 bei 100°C schmäler als bei 25°C, bei den Materialien 3E6 und 3E25 dagegen breiter. Auf weiter gehende Untersuchungen der Kristallstruktur wird im Rahmen der Arbeit verzichtet.

Auch die Werte des Realteils ϵ'/ϵ_0 der komplexen Permittivität $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ in den Abbildungen 87 und 88 rechts steigen bei allen untersuchten Materialien mit der Temperatur an. Wie in [Sch70] beschrieben, sind sie bis zu einer bestimmten Grenzfrequenz nahezu konstant, ab der die Polarisation dem erregenden elektrischen Feld nicht mehr folgen kann und die Werte schließlich abfallen.

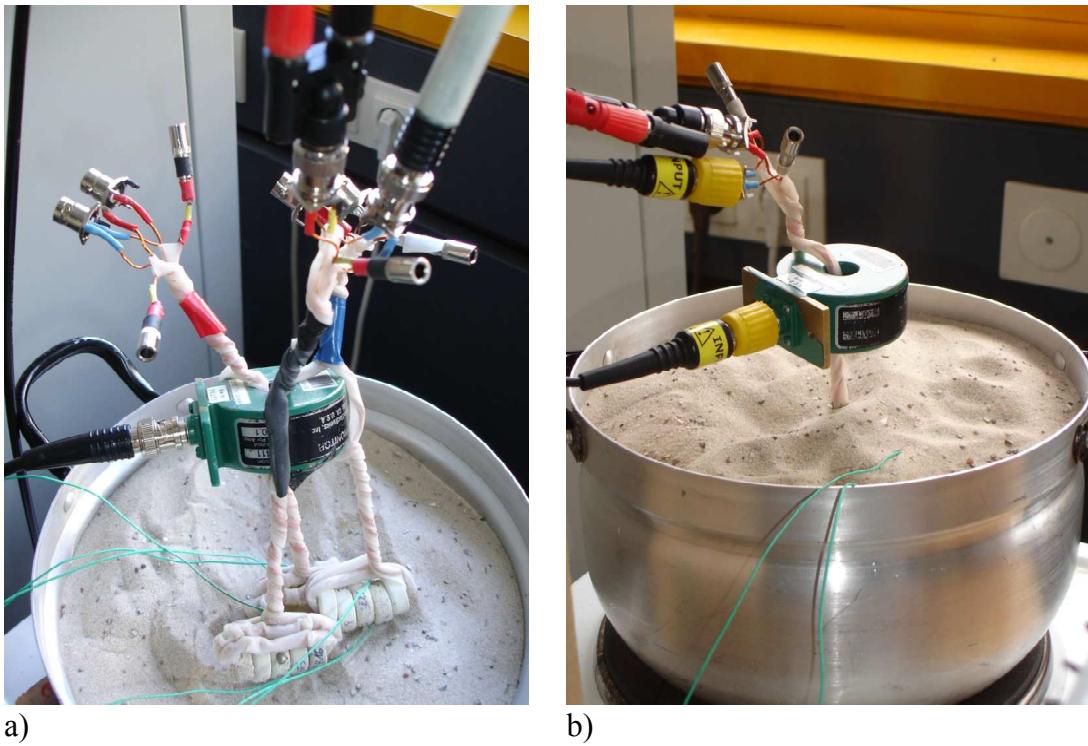


Abbildung 89: Versuchsaufbau: Messung der Ringkerne auf Kochplatte (im Sand)

Im nächsten Schritt wird das Temperaturverhalten bei Großsignalaussteuerung genauer untersucht. Abbildung 89 zeigt den verwendeten Versuchsaufbau. Die im Bild a) erkennbaren Messobjekte wurden im Sand eingebettet und, wie im Bild b) dargestellt, auf einer Kochplatte erhitzt. Der trockene Sand stellt durch den hohen Luftein schluss einen relativ schlechten Wärmeleiter dar, weshalb sich während des Aufheizens ein starker Temperaturgradient zwischen den Sandschichten am Boden und der Oberfläche einstellt. Dies hat den Vorteil, dass der Stromwandler zur Messung des Primärstroms in der Nähe der Messobjekte platziert und die nötigen Kabelstrecken so auf ein Minimum reduziert werden. Nach der Spezifikation des Herstellers [Pea08] darf der Wandler aufgrund der enthaltenen Ferritmaterialien nur bis zu einer maximalen Umgebungstemperatur von 65°C betrieben werden. Bei den Messungen im Wärmeschrank muss er aus diesem Grund außerhalb angeordnet und über temperaturstabile BNC-Kabel und Kupplungen mit dem Messobjekt verbunden werden. Gleiches gilt auch für alternativ eingesetzte Shuntwiderstände, deren Ohm'scher Widerstand ebenfalls von der Temperatur abhängt. Die sich daraus ergebenden Nachteile können bei der Messung im Sand vermieden werden können. So können die langen Kabelstrecken zum einen schlechter auf gleiche Laufzeiten hin abgeglichen werden, da die dielektrischen Eigenschaften der Kabel auch von der Temperatur abhängen und die Kupplungen zusätzliche Impedanzsprünge darstellen, an denen Reflexions- und Brechungseffekte auftreten. Dadurch vergrößern sich insgesamt die im Kapitel 3.1.2 beschriebenen Fehler durch Laufzeitunterschiede. Weiterhin besitzen die Kabel relativ große Kapazitäten, durch die mit zunehmender Frequenz Fehlerströme zu fließen beginnen. Der Fehlerstrom im Sekundärkreis, der die Probe zusätzlich magnetisiert, könnte

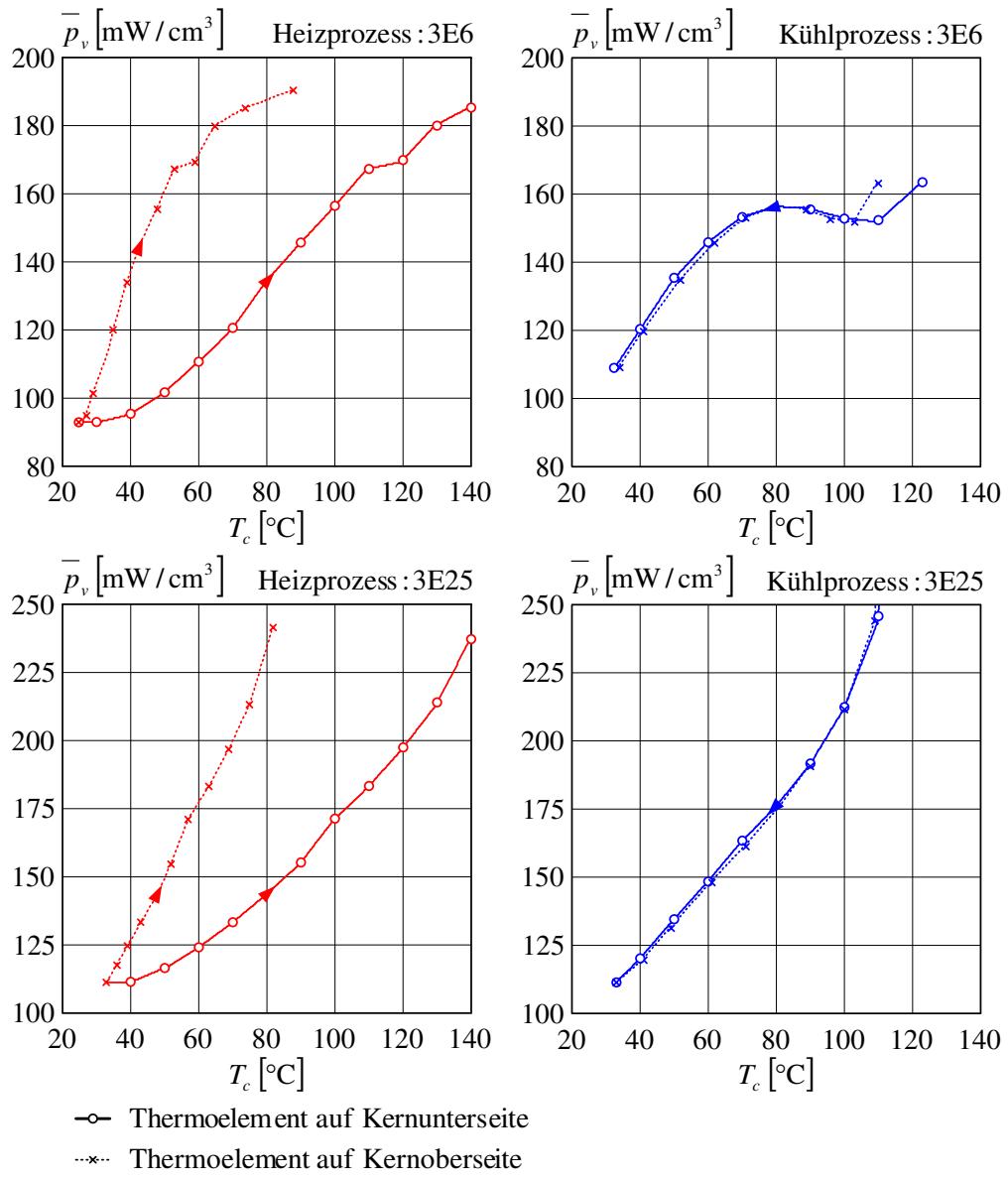


Abbildung 90: Messung von \bar{p}_v beim Aufheizen und Abkühlen der Proben (3E6, 3E25)

zwar, wie im Kapitel 3.1.3 beschrieben, ebenfalls durch den Stromwandler geführt und auf diese Weise mit berücksichtigt werden. Durch die vergrößerte Entfernung des Stromwandlers von der Probe fließen jedoch Teile des Primär- und Sekundärstroms über die Kabelkapazitäten ab, bevor sie den Wandler erreichen. Dadurch werden Messfehler verursacht, die sich im betrachteten Frequenzbereich bereits deutlich auswirken, wie eine Analyse der Ersatznetzwerke zeigte. Bei der in Abbildung 89 dargestellten Anordnung kann die Kapazität der Kabelstrecke zwischen Stromwandler und Messobjekt dagegen vernachlässigt werden. Die im Sekundär- und Gleichstromzweig fließenden Fehlerströme werden deswegen, zusammen mit dem Primärstrom, trifilar durch den Wandler geführt und auf diese Weise bei der Messung des Magnetisierungsstroms

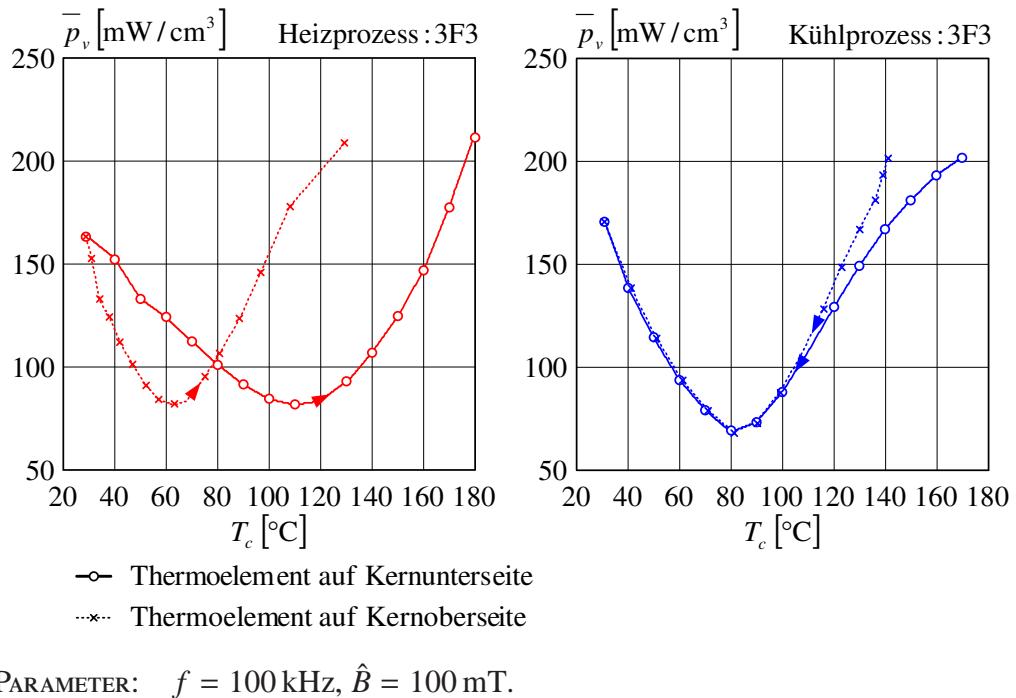


Abbildung 91: Messung von \bar{p}_v beim Aufheizen und Abkühlen der Proben (3F3)

automatisch phasenrichtig addiert. Bei Messungen unter Gleichfeld-Voraussteuerung, ist jedoch zu beachten, dass keine höheren Gleichströme durch den Stromwandler geführt werden, als in der Spezifikation angegeben. Größere Ströme können zur Sättigung der in den Stromwandlern enthaltenen Ferrite und damit zu erheblichen Messfehlern führen.

Die schlechten Wärmeleiteigenschaften des Sands sind auch bei der Messung der Kerne zu berücksichtigen, wie die nun folgende Auswertung der Messergebnisse zeigt. In den Abbildungen 90 und 91 sind die gemessenen Verlustleistungen (pro Volumen) \bar{p}_v für alle drei untersuchten Materialien 3E6, 3E25 und 3F3 als Funktion der gemessenen Kerntemperatur T_c dargestellt. Die Messungen wurden bei einer Frequenz von $f = 100 \text{ kHz}$ mit konstanter Aussteuerung $\hat{B} = 100 \text{ mT}$ durchgeführt. Zur Messung der Kerntemperatur wurde ein PT100 Thermoelement an der Oberseite der Kerne angebracht, ein weiteres an deren Unterseite, die sich näher an der Kochplatte befindet. Bei den mit Kreisen markierten Kurven wurden die gemessenen Kernverluste den Temperaturen zugeordnet, die mit Hilfe des Thermoelements an der Kernunterseite gemessen sind. Die mit Kreuzen markierten Kurven gelten für die Auswertung des an der Kernoberseite angebrachten Thermoelements. Alle Kurven werden im zeitlichen Verlauf in der eingezeichneten Richtung durchlaufen. Die Messungen in den linken Bildern (rote Kurven) wurden während des Aufheizprozesses durchgeführt, die in den rechten (blaue Kurven) während des Abkühlens, also bei ausgeschalteter Kochplatte. Auch bei diesen Experimenten zeigen sich im Hinblick auf die im Kapitel 3.2 beschriebenen Vergleichsmessungen die erwarteten Ergebnisse. Infolge schlechterer Wärmeleitung durchdringt die erzeugte Wärme die Sandschichten nur sehr langsam. Während des Aufheizens stellt sich daher ein relativ starker Temperaturgradient im Sand ein, wodurch die Unterseite der Kerne wesentlich schneller aufgeheizt

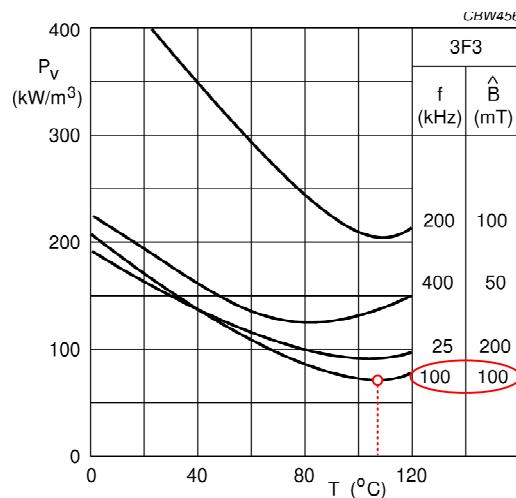


Abbildung 92: Auszug aus dem Herstellerdatenblatt des Materials 3F3 [Fer08]

wird als die Oberseite. Werden die gemessenen Verlustleistungen den an der Kernunterseite gemessenen Temperaturen zugeordnet, ist die tatsächliche Kerntemperatur niedriger als die mit Hilfe des Thermoelements gemessene – die Kurven erscheinen im Vergleich zu den wahren Werten nach rechts verschoben. Werden die Werte von \bar{P}_v dagegen den an der Kernoberseite gemessenen Temperaturen zugeordnet, hat sich der Kern bereits stärker erwärmt als das zur Temperaturmessung verwendete Thermoelement und die gemessenen Kurven sind im Vergleich zu den tatsächlichen Verlustwerten nach links verschoben. Bei Messungen während des Abkühlprozesses, deren Ergebnisse in den rechten Bildern (blaue Kurven) der Abbildungen 90 und 91 dargestellt sind, sind die dynamischen Prozesse dagegen schon weitgehend abgeklungen und der Raum um das Messobjekt befindet sich auf einem nahezu konstanten Temperaturpotential. Die an der Ober- und Unterseite der Kerne gemessenen Temperaturen sind annähernd identisch. Die Werte entsprechen damit – im Rahmen der Messgenauigkeit – auch der tatsächlichen Kerntemperatur und die so ermittelten Ergebnisse können als Referenzwerte der Untersuchung betrachtet werden.

Vergleicht man die parabelförmigen Verläufe in Abbildung 91 rechts mit der in Abbildung 92 markierten Kurve aus dem Datenblatt des Herstellers [Fer08], zeigen sich tendenziell dieselben Abweichungen, wie im Vergleich mit den Daten eines anderen Herstellers im Kapitel 3.2. Die Herstellerdaten sind auch in diesem Fall, im Vergleich zu den Messdaten, etwas nach rechts verschoben. Können weitere Messfehler ausgeschlossen werden, ist zu vermuten, dass auch die Datenblattwerte dieses Herstellers während des Aufheizens der Proben in einem Ofen gemessen wurden. Ein auf der Oberfläche der Kerne angebrachter Thermosensor hätte sich dabei schneller erwärmt, als das Innere der Proben und die zugeordneten Temperaturen lägen so etwas höher als die tatsächlichen. Genauere Angaben zum Messverfahren des Herstellers [Fer08] standen jedoch nicht zur Verfügung. Ob die Abweichungen durch die Streuung der Chargen oder das Messprinzip selbst verursacht wurden, war daher abschließend nicht zu klären.

4.3 Einfluss der Stromform

Leistungselektronische Schaltungen werden üblicherweise vor der Realisierung mit Hilfe von Schaltungssimulatoren untersucht. Die zu erwartenden Strom- und Spannungsverläufe an den induktiven Komponenten können deswegen sehr genau vorhergesagt werden. Mit diesen Informationen werden anschließend auch die Spulen und Transformatoren optimiert. Die verbleibenden Möglichkeiten, einen optimalen Kompromiss zwischen Baugröße, Wirkungsgrad und Kosten zu erzielen, wird durch die gewählte Kombination aus Kernform und Material bereits wesentlich eingeschränkt. Die Wahl eines möglichst gut an Frequenz und Form des Magnetisierungsstromes angepassten Ferritmaterials stellt dabei eine besondere Herausforderung dar, da sich bei den meisten Schaltungstopologien keine rein sinusförmigen Stromformen ergeben. Als wichtige Gruppe können z.B. die PWM-Schaltungen (Pulsweiten-Modulation) genannt werden. Hier stellen sich durch Schaltvorgänge mit konstanten Spannungen dreieck- bzw. trapezförmige Stromverläufe an den Induktivitäten ein, die auch Gleichanteile enthalten können (z.B. Hoch- und Tiefsetzsteller, Sperrwandler, Flusswandler). Eine weitere Klasse bilden die sog. PFC-Schaltungen (Power Factor Corrector). Hier bestehen die Stromformen aus einem niederfrequenten (meist 50 Hz) Sinus-Anteil, der von einem, oft näherungsweise dreieckförmigen, Hochfrequenzanteil (Ripple) überlagert ist. Eine Übersicht der gebräuchlichsten Schaltungstopologien und deren typische Signalformen geben [Bat03] und [Moh02].

Die Berechnung der spezifischen Kernverluste mit Hilfe der Steinmetz-Formel (3) ist damit in der Praxis nicht ohne Weiteres möglich, da die Formel nur bei rein sinusförmigen Stromverläufen gültig ist. Zur Abhilfe konnte die Gleichung in [Due95] erweitert werden, um die Kernverluste auch bei nicht sinusförmigen Strömen berechnen zu können. Die sog. „modifizierte Steinmetz-Formel“ gilt inzwischen als Standardverfahren, zu dem sich in der Literatur eine Vielzahl von Beiträgen findet (s. z.B. [Rei01], [Bos04], [Bos05a] und [Ros05]). Die Methode wurde dort bereits mit einer Vielzahl von Messungen verifiziert und hat sich in der praktischen Anwendung bewährt. Daher soll sie auch im Rahmen dieser Arbeit dazu verwendet werden, das im Kapitel 5.1 vorgestellte frequenzstationäre Modell zur Simulation der Kernverluste auf beliebige Stromformen hin zu erweitern – wie im Falle der Steinmetz-Formel (3) ist nämlich auch bei diesem linearisierten Modell der nichtlinearen Materialeigenschaften eine Überlagerung von Teilergebnissen auf Basis der Fourierzerlegung nicht erlaubt. Diese Vorgehensweise bietet zusätzlich den Vorteil, dass alle zur Ermittlung der spezifischen Materialparameter benötigten Messungen weiterhin bei rein sinusförmigen Signalen durchgeführt werden können. Die grundlegenden Überlegungen bei der Ableitung der „modifizierten Steinmetz-Formel“ werden nun kurz zusammengefasst, anschließend an einem Beispiel verdeutlicht und die Ergebnisse mit gemessenen Werten verglichen.

Betrachtet man die ursprüngliche Form der Gleichung (3), zeigt sich, dass die Frequenzabhängigkeit der Kernverluste rein empirisch mit Hilfe des Parameters x beschrieben wird. Dies ist der Hauptgrund dafür, dass die Fehler bei der Berechnung der Kernverluste nach (3) bei nicht sinusförmigen Strömen in der Größenordnung von 200% - 2000% liegen können [Rei01]. Vorarbeiten [Bro93] zeigten, dass die Kernverluste physikalisch direkt mit der zeitlichen Änderung der Magnetisierung und damit

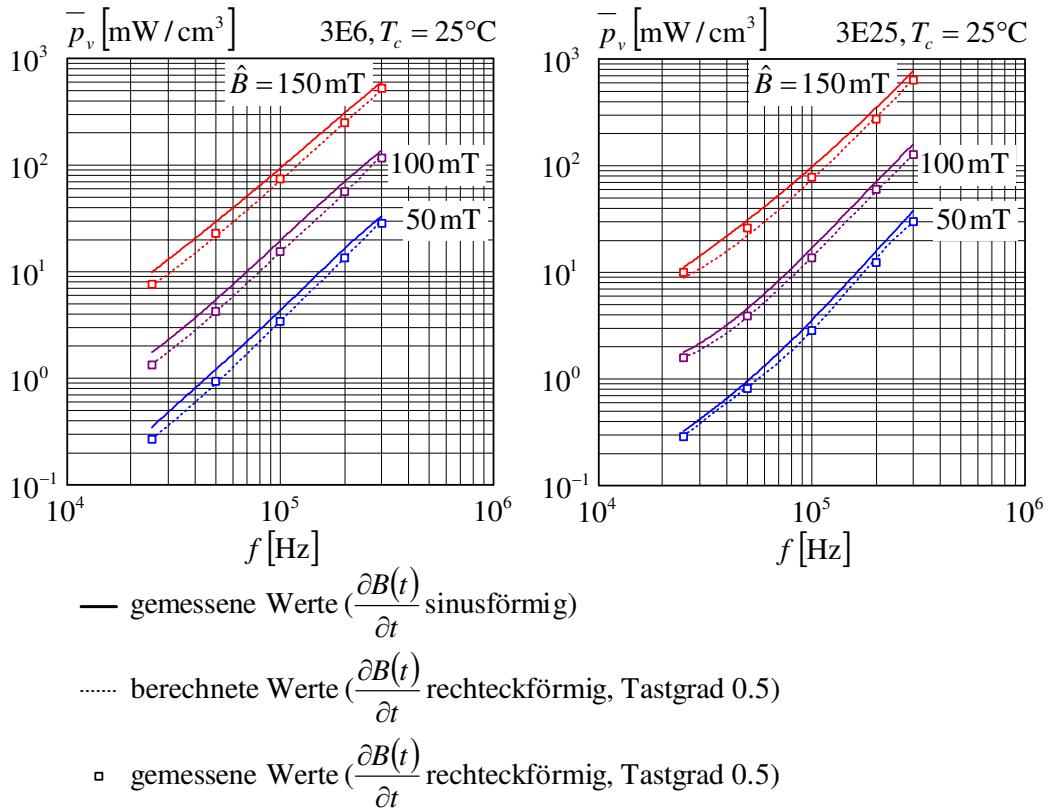


Abbildung 93: Einfluss der Stromform auf die spezifischen Kernverluste (3E6, 3E25)

mit der zeitlichen Änderung der magnetischen Flussdichte verknüpft sind. Da mit Hilfe der Steinmetz-Formel das zeitliche Mittel der Kernverluste berechnet wird, lag nun der Schritt nahe, die mittlere Änderung der magnetischen Flussdichte beim Umlaufen der Hystereseschleife als physikalische Größe in (3) einfließen zu lassen. In [Due95] wurde schließlich gezeigt, dass zu jeder beliebigen Stromform über

$$f_{eq} = \frac{1}{2} (\pi \hat{B})^{-2} \int_0^T \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt \quad (197)$$

eine zugehörige äquivalente Frequenz f_{eq} berechnet werden kann, mit deren Hilfe die Kernverluste in sehr guter Näherung bestimmt werden können. Dazu werden über (3) zunächst die Kernverluste $\bar{p}_v^{(sin)}$ unter Annahme rein harmonischer Größen bei der Frequenz $f = 1/T$ berechnet. Die tatsächlichen Kernverluste \bar{p}_v bei der betrachteten Signalform liefert anschließend der folgende Zusammenhang:

$$\bar{p}_v = \left(\frac{f_{eq}}{f} \right)^{x(f, \hat{B})-1} \bar{p}_v^{(sin)}. \quad (198)$$

Um bei konstant gehaltener Aussteuerung \hat{B} einen größeren Frequenzbereich abbilden zu können, wird der Parameter x aus (3) im Hinblick auf die folgenden Untersuchungen in (198) zusätzlich frequenzabhängig definiert. Die Gültigkeit der beiden Beziehungen (197) und (198) wird nun an einem Beispiel verdeutlicht. Dazu werden die in den Abbildungen 93 und 94 dargestellten Ergebnisse genauer betrachtet.

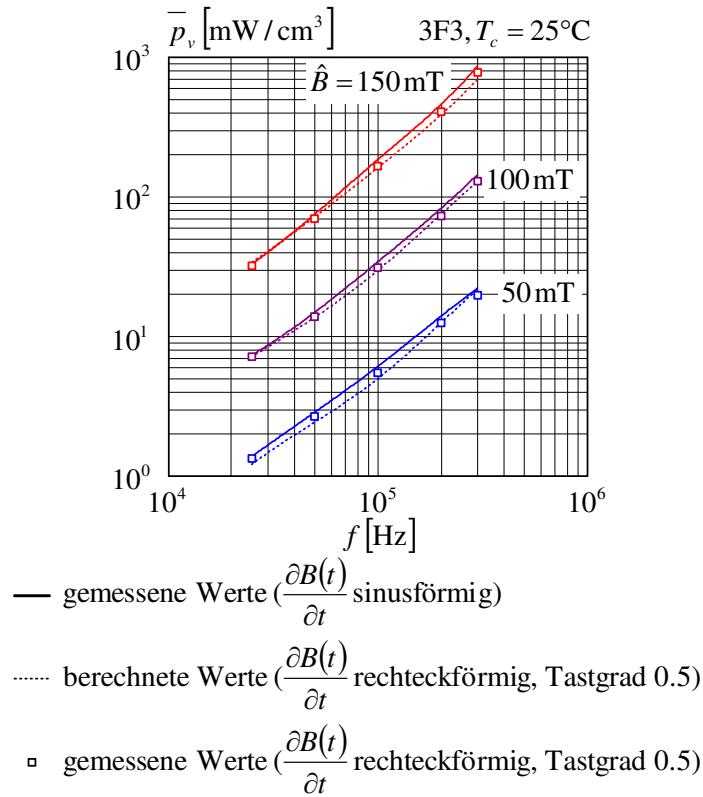


Abbildung 94: Einfluss der Stromform auf die spezifischen Kernverluste (3F3)

Die durchgezogenen Linien in den Abbildungen 93 und 94 geben zunächst die spezifischen Kernverluste (pro Volumen) bei sinusförmigen Signalverläufen an. Die Kernverluste und die spezifischen Materialdaten wurden bei Raumtemperatur (25°C) für die dargestellten Aussteuerungen wie im Kapitel 4.1 beschrieben ermittelt. Mit Hilfe der Materialdaten konnten die Verlustwerte im gemessenen Frequenzbereich anschließend noch einmal mit Hilfe des Kernmodells aus Kapitel 5.1.1 als Funktion der Frequenz f simuliert werden. Dabei wurde der Koeffizient $x(f, \hat{B})$ für jede der drei gemessenen Aussteuerungen näherungsweise als Polynom dargestellt und anschließend die Spannung am Funktionsgenerator (s. Abbildung 31) automatisch auf eine symmetrische⁶ Rechteckform (Tastgrad 0.5) umgestellt und die Messreihen wiederholt – die Messwerte sind in den Bildern als Rechtecke eingezeichnet. Aus den Einzelmessungen wurden gleichzeitig die äquivalenten Frequenzen f_{eq} berechnet. Das Integral (197) konnte dabei direkt anhand der digitalen Messsignale numerisch bestimmt werden. Die gestrichelt gezeichneten Linien geben schließlich die über (198) vorhergesagten Werte der Kernverluste an.

Die berechneten Werte zeigen für alle drei untersuchten Materialien 3E6, 3E25 und 3F3 eine gute Übereinstimmung mit den Messwerten. Aufgrund der geringeren mittleren Änderung der magnetischen Flussdichte sind die Kernverluste bei rechteckförmigen Spannungsverläufen bei einem Tastgrad von 0.5 kleiner als bei harmonischen

⁶Im gegenwärtigen Ausbauzustand des Messplatzes können unsymmetrische Signalformen (Tastgrad $\neq 0.5$) noch nicht automatisiert gemessen werden.

Signalen. Dieses Verhalten ist bereits in [Ros91] theoretisch vorhergesagt. Eine Abschätzung lieferte dort, im Falle der sinusförmigen Größen, um den Faktor $\pi^2/8 \approx 1.23$ höhere Kernverluste als bei den rechteckförmigen. Dabei wurde angenommen, dass die Verluste in erster Linie durch Wirbelströme hervorgerufen werden ($x \approx 2$). Wie die Messergebnisse zeigen, liegen die Abweichungen bei den Materialien 3E6 und 3E25 mit hoher elektrischer Leitfähigkeit auch in dieser Größenordnung. Beim Material 3F3 mit einer viel schwächeren Leitfähigkeit ($x < 2$) sind die Unterschiede dagegen kleiner. Im Falle rein statischer Hysterese, d.h. $x = 1$ in (198), wären die Ergebnisse idealerweise identisch. Mit zu- bzw. abnehmendem Tastgrad steigen die Kernverluste wieder an, wie mit Hilfe des theoretischen Modells (198) vorhergesagt werden kann. Dieses Verhalten wurde im Rahmen der Arbeit aber nicht weiter untersucht, weil sich die entsprechenden Ergebnisse auch an den angegebenen Literaturstellen finden (s. z.B. [Bro93], [Due95], [Rei01], [Bos04], [Bos05a], [Ros05] und [Sim05]).

4.4 Verhalten bei Gleichfeld-Vormagnetisierung

Die Signalformen typischer leistungselektronischer Schaltungen sind häufig nicht mittelwertfrei. Die enthaltenen Gleichanteile führen zu einer Vormagnetisierung des Kernmaterials in den induktiven Komponenten. Erreicht die Gleichfeld-Voraussteuerung B_{DC} dabei die Größenordnung der Wechselfeld-Aussteuerung \hat{B} , kann der Einfluss auf die Kernverluste und die Permeabilität des Kernmaterials nicht mehr vernachlässigt werden, wie die Messergebnisse in [Bro96] bzw. [Pau96] zeigen. Von den Herstellern gibt es zu diesen Effekten nur unzureichende Angaben. Um dennoch eine zuverlässige Auslegung der induktiven Komponenten durchführen zu können, müssen die entsprechenden Daten daher selbst messtechnisch ermittelt werden.

Im Rahmen dieses Kapitels wurden die erforderlichen Messungen nach dem in Abbildung 29 dargestellten Prinzip durchgeführt. Um die durch die Vormagnetisierung verursachten Prozesse genauer untersuchen zu können, wurden zusätzlich die Werte der spezifischen Großsignalpermeabilität aus den Messdaten extrahiert. Die Voraussteuerung bildet im Allgemeinen keinen eigenständigen physikalischen Verlustmechanismus, sondern führt lediglich zu einer Veränderung von $\mu = \mu' - j\mu''$. Da keine messbaren Auswirkungen auf die elektrische Leitfähigkeit und die dielektrischen Eigenschaften der Ferritmaterialien festgestellt werden können, kann das im Kapitel 2.2.3 beschriebene Verfahren zur Bestimmung der spezifischen Großsignalpermeabilität nach wie vor verwendet werden. Auch die elektromagnetischen Felder im Kern können mit den Methoden aus Kapitel 5.1 berechnet werden. Der Einfluss der Vormagnetisierung auf den Real- und Imaginärteil μ' und μ'' wird nun im Folgenden genauer analysiert.

In den Abbildungen 95, 96 und 97 sind verschiedene Werte der Gleichfeld-Voraussteuerung B_{DC} eingetragen. Diese können nicht direkt gemessen, sondern müssen separat ermittelt werden. Zur Bestimmung von B_{DC} bieten sich zwar grundsätzlich mehrere Möglichkeiten, sollen der technische Aufwand und die Fehleranfälligkeit jedoch möglichst gering gehalten werden, verbleiben im Wesentlichen nur zwei zweckmäßige Verfahren.

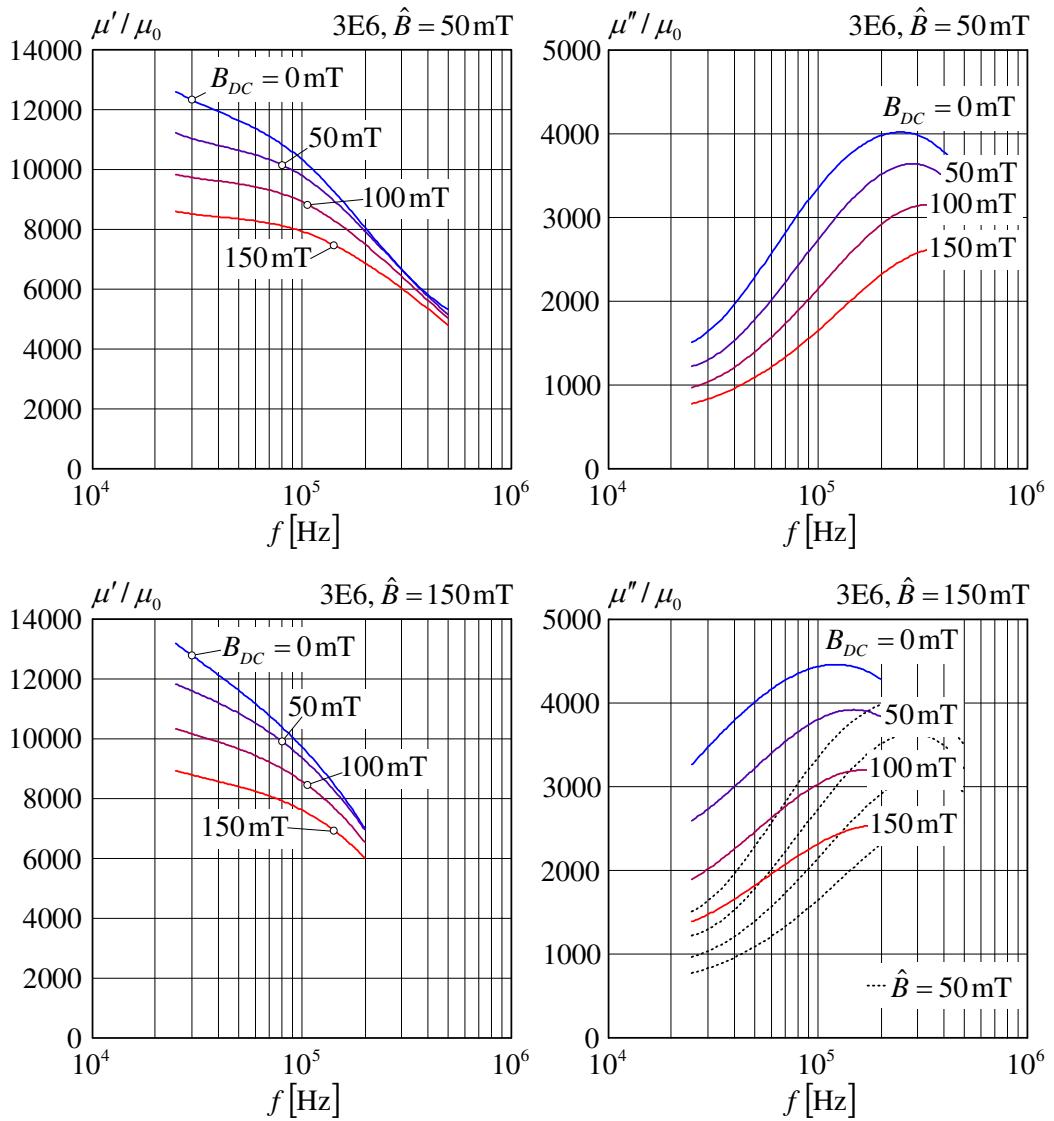


Abbildung 95: Spezifische Großsignalpermeabilität bei 25°C (3E6)

Das erste Verfahren besteht darin, einen Ringkern mit Luftspalt als Probe zu verwenden. Das bietet den Vorteil, dass der B - H Zusammenhang durch die Scherung der Kennlinie linearisiert wird. Auf diese Weise ist der zu H_{DC} gehörige Wert von B_{DC} einfach zu berechnen. Diese Methode hat aber auch einige entscheidende Nachteile. So wird durch den eingefügten Luftspalt die Impedanz der Probe deutlich herabgesetzt. Soll der Aussteuerungsbereich jedoch konstant gehalten werden, müssen die Windungszahlen von Primär- und Gleichstromkreis wesentlich erhöht werden. Dadurch steigen einerseits die im Kapitel 3.1.3 beschriebenen Fehlerströme im Gleichstromkreis, andererseits bildet die Probe durch den eingefügten Luftspalt keinen ideal geschlossenen magnetischen Pfad mehr, wodurch die magnetische Flussdichte im Kern nicht mehr gleichmäßig verteilt ist und sich ein größerer Anteil des magnetischen Feldes in den Luftbereich erstreckt [Sta04a]. Es erhöhen sich die im Kapitel 3.1.5 beschriebenen Fehler infolge einer nicht idealen Kopplung der Messwicklungen. Das

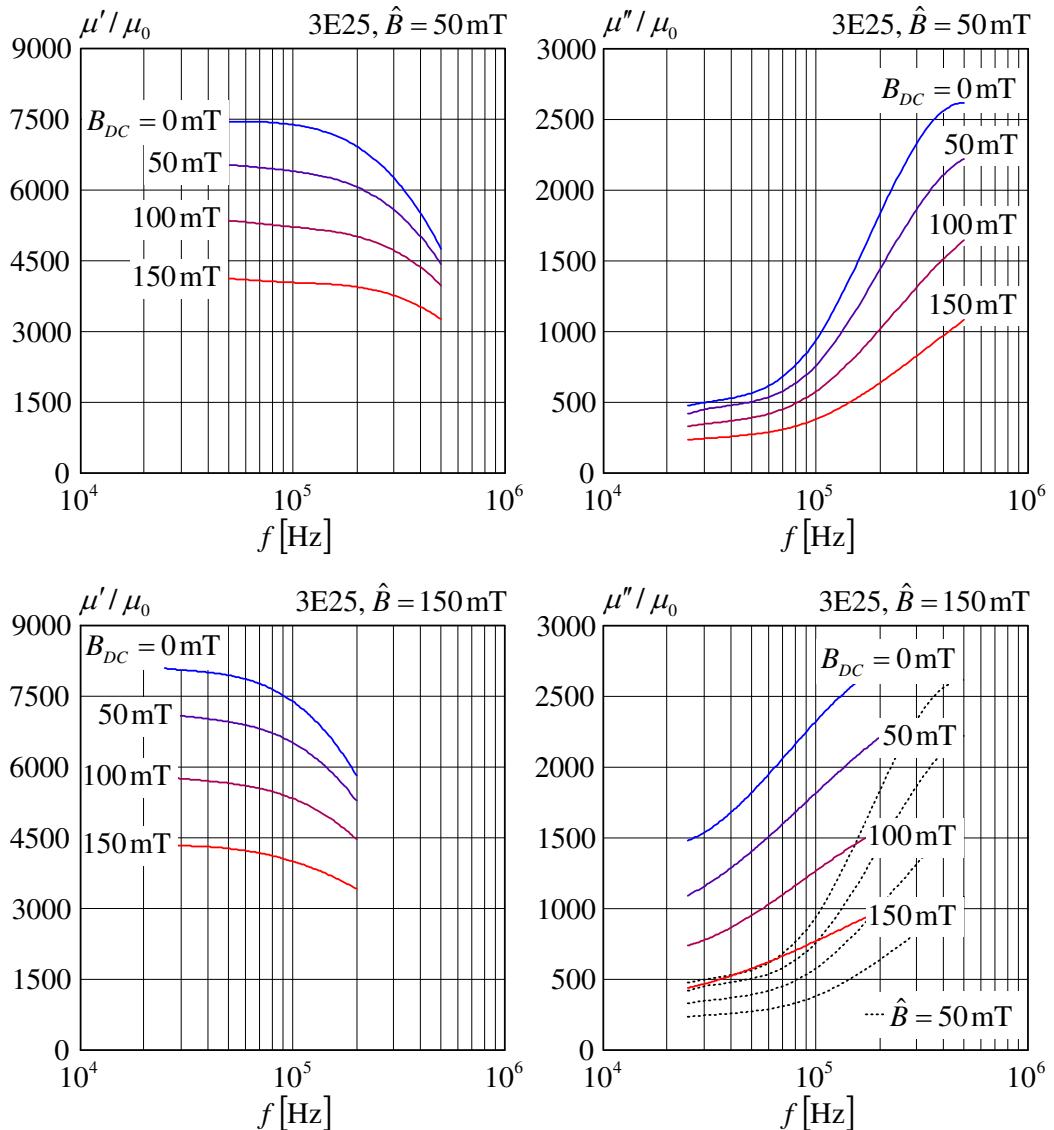


Abbildung 96: Spezifische Großsignalpermeabilität bei 25°C (3E25)

Streufeld verursacht zusätzliche Verluste in den aufgebrachten Wicklungen und in metallischen Körpern in der Umgebung, was weitere Messfehler zur Folge hat. Wegen der genannten Gründe wurde diese Lösung schließlich nicht weiter verfolgt.

Das zweite Verfahren liegt in der Bestimmung der AC-Kommutierungskurve, die annähernd der Neukurve entspricht und so als B - H Zusammenhang für die Gleichfelder verwendet werden kann. Abbildung 106 zeigt die Kommutierungskurven der Materialien F49 und N92, die anhand der gemessenen Unterschleifen in den Abbildungen 104 und 105 bei den Temperaturen $T_c = 25^\circ\text{C}$ und $T_c = 100^\circ\text{C}$ berechnet wurden. Die Spitzen der gemessenen Unterschleifen bilden die Stützstellen der Kommutierungskurve, Zwischenwerte werden durch Interpolation ermittelt. Werden bei der Wahl der Interpolationsfunktion physikalische Grundsätze berücksichtigt, wie das typische Verhalten im Rayleigh-Bereich bzw. in der Nähe der Sättigung, so steigt insgesamt die Qualität der

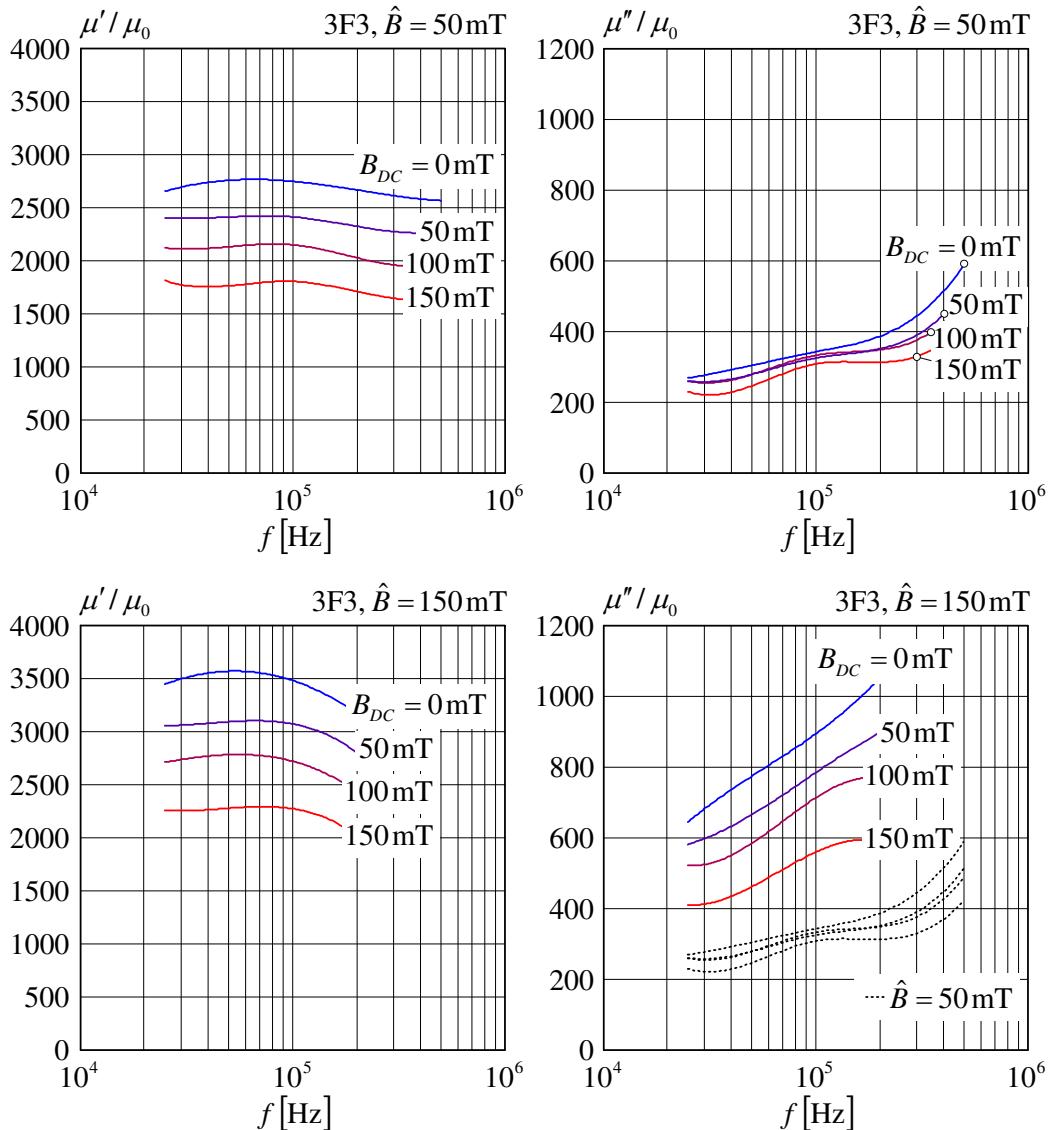


Abbildung 97: Spezifische Großsignalpermeabilität bei 25°C (3F3)

Ergebnisse. Geeignete Interpolationsfunktionen, die auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurden, finden sich in [Riv81]. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, dass mit Ausnahme der im Kapitel 3 berechneten, keine weiteren Messfehler entstehen, da Proben und Messaufbau gleich bleiben. Als Nachteil erweist sich, dass der tatsächliche B_{DC} - H_{DC} Arbeitspunkt mit Hilfe der AC-Kommutierungskurve nur angenähert werden kann. Für die Praxis ist die zu erwartende Genauigkeit jedoch ausreichend.

Die Abbildungen 95, 96 und 97 links zeigen den Einfluss der Gleichfeld-Voraussteuerung B_{DC} auf den Realteil μ'/μ_0 der spezifischen Großsignalpermeabilität. Wie erwartet, nehmen die Werte bei allen drei untersuchten Materialien 3E6, 3E25 und 3F3 mit zunehmender Vormagnetisierung ab, da die umlaufenden Schleifen dabei immer flacher werden, wie in Abbildung 111 am Beispiel des Materials F49 gezeigt wird. Die Kurven mit einer Wechselfeldaussteuerung von $\hat{B} = 50$ mT in den oberen Bildern

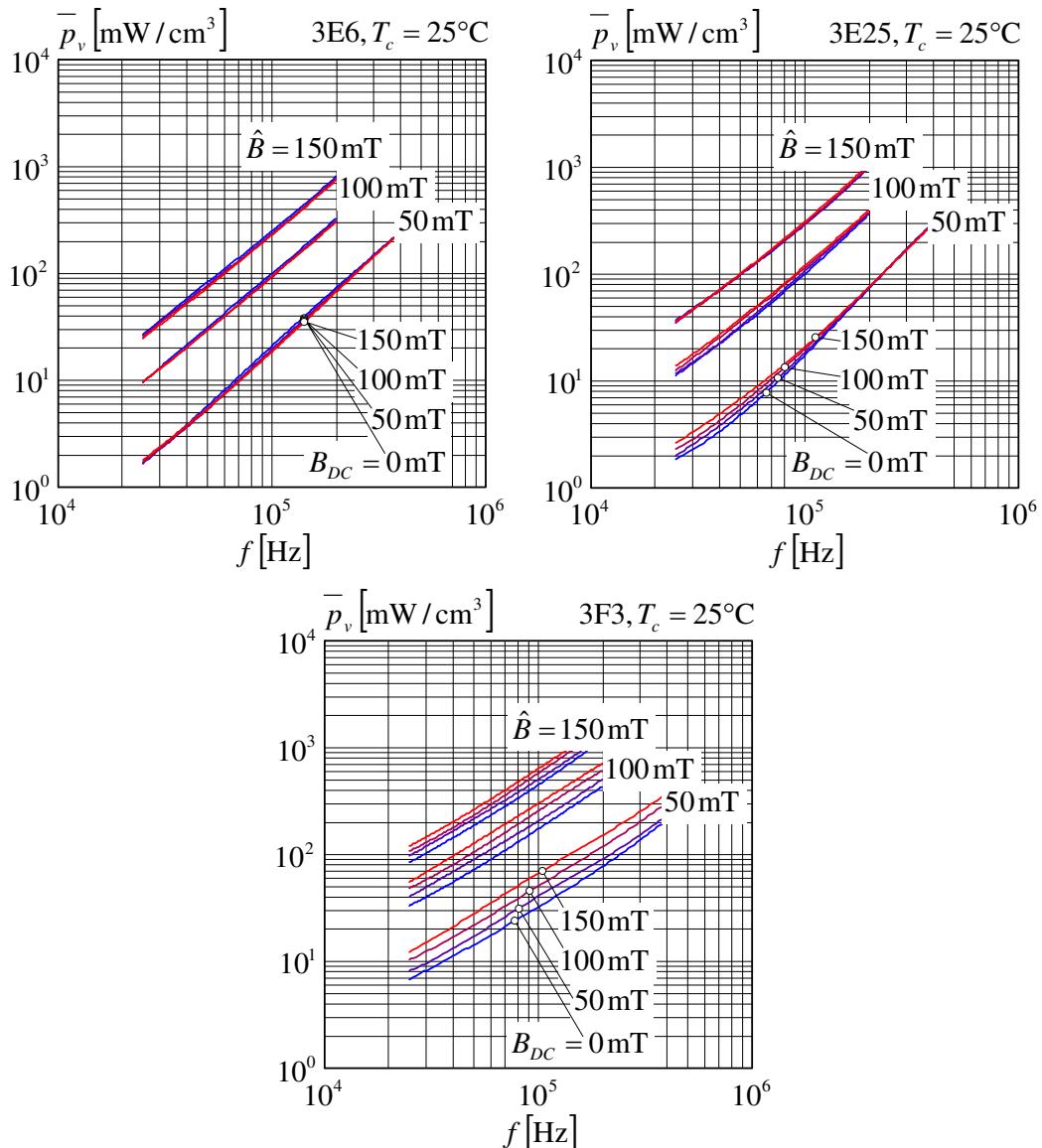


Abbildung 98: Gemessene Werte (R16) von \bar{p}_v bei 25°C (3E6, 3E25 und 3F3)

unterscheiden sich nicht wesentlich von denen in den unteren Bildern, mit einer Aussteuerung von $\hat{B} = 150 \text{ mT}$. Lediglich beim Material 3F3 liegen die Werte von μ'/μ_0 aufgrund der Amplitudenpermeabilität μ_a (48) bei $\hat{B} = 150 \text{ mT}$ nennenswert höher als bei $\hat{B} = 50 \text{ mT}$. Dasselbe Verhalten zeigte sich schon bei den Ergebnissen im Kapitel 4.1.

Bei der Betrachtung der Verläufe des Imaginärteils μ''/μ_0 in den Abbildungen 95, 96 und 97 rechts kann bemerkt werden, dass die Werte mit zunehmender Vormagnetisierung zwar deutlich abnehmen, die zugehörigen Messwerte der spezifischen Kernverluste (pro Volumen) \bar{p}_v in Abbildung 98 aber annähernd gleich bleiben (3E6) bzw. sogar mehr (3F3) oder weniger (3E25) stark zunehmen. Obwohl die Verluste bei den gemessenen R16-Ringkernen im betrachteten Frequenzbereich noch größtenteils durch den Anteil der magnetischen Verluste \bar{p}_m und damit durch μ'' geprägt sind, stehen die

Ergebnisse dennoch nicht im Widerspruch. Die Werte von μ''/μ_0 nehmen zwar aufgrund der Tatsache ab, dass die umlaufenden Hystereseschleifen, wie in Abbildung 111 dargestellt, mit zunehmender Voraussteuerung in ihrer Form immer schmäler werden. Um jedoch beim Erreichen der Sättigung die definierte AC-Aussteuerung

$$\hat{B} = \frac{1}{2} (B_{max} - B_{min}) \quad (199)$$

konstant zu halten, muss die Amplitude \hat{i}_p des Primärstroms, und damit die Amplitude der magnetischen Feldstärke \hat{H} , deutlich erhöht werden. Dadurch steigen die Kernverluste in Übereinstimmung mit (196) entsprechend an.

Die Messergebnisse in Abbildung 98 zeigen, dass die spezifischen Kernverluste hochpermeabler Ferritmaterialien (z.B. von 3E6 und 3E25) nur relativ schwach von der Gleichfeld-Voraussteuerung B_{DC} beeinflusst werden. Bei typischen Materialien für Leistungsanwendungen mit geringerer Permeabilität (z.B. 3F3 und F49) sind die Kernverluste dagegen relativ stark von der Vormagnetisierung abhängig. Der Einfluss nimmt dabei mit steigender AC-Aussteuerung \hat{B} tendenziell ab. Alle untersuchten Materialien zeigen mit zunehmender Voraussteuerung einen deutlichen Abfall des Realteils μ'/μ_0 der komplexen Großsignalpermeabilität, was bei der Berechnung der zu erwartenden Induktivität(en) der Bauelemente beachtet werden muss. Die Ergebnisse befinden sich in guter Übereinstimmung mit [Bos05c], [Bos06a], [Bos06b], [Bro97a], [Gra91] und [Val05]. An den angegebenen Literaturstellen finden sich auch vergleichbare Messwerte für das Material 3F3 bei höheren Temperaturen ($T_c = 100^\circ\text{C}$).

5 Simulation auf Basis der spezifischen Materialeigenschaften

5.1 Simulation der Kernverluste im stationären Betrieb

Die physikalische Interpretation der verschiedenen Verlustmechanismen in Abbildung 8 bietet gegenüber der rein empirischen Beschreibung der Kernverluste einige wesentliche Vorteile. Die Materialeigenschaften werden so unmittelbar durch ihre physikalische Ursache μ , κ und ε beschrieben. Dadurch können die aus den Messungen extrahierten Daten sofort nach dem Messprozess durch Lösen der Maxwell'schen Gleichungen verifiziert und anschließend ohne weitere Konvertierung in bereits vorhandene Simulations-tools (z.B. in FEM-Programme) übernommen werden. Die Simulation der elektromagnetischen Felder bildet dabei ein wichtiges Hilfsmittel, mit dem aus dem Kernmodell viel mehr Information gewonnen werden kann als in Form der Materialdaten mit einzogenen werden muss.

Bei der Simulation der Kernverluste genügt in den meisten Fällen die Betrachtung des stationären Zustands. So wird die aufwändige Berechnung des transienten Verhaltens der Feldgrößen vermieden und die Lösung der Maxwell'schen Gleichungen kann unter Verwendung komplexer Zeiger durchgeführt werden, was im Kapitel 5.1.1 am Beispiel der Ringkernproben gezeigt wird. Dabei ist jedoch zu beachten, dass das linearisierte Modell des allgemein nichtlinearen Materialverhaltens lediglich in einer Umgebung des durch $\mu(f, \hat{B}, T_c)$, $\kappa(f, T_c)$ und $\varepsilon(f, T_c)$ festgelegten Arbeitspunktes gültig ist. Im Kapitel 5.1.2 wird daher die Gültigkeit der zugrunde liegenden Feldgleichung überprüft. Kapitel 5.1.3 beschreibt schließlich am Beispiel von E-Kernen, wie die Feldverteilung in beliebigen Kernformen analysiert werden kann. Dazu werden die komplexen Materialparameter direkt in das kommerzielle Simulationsprogramm COMSOL® übernommen. Der Aufwand bei der Berechnung der Kernverluste beschränkt sich damit auf die Eingabe der Geometrie, der gültigen Feldgleichung und der zu berechnenden integralen Werte.

5.1.1 Simulation der Ringkernproben

Der Berechnung der elektromagnetischen Felder in Ringkernen mit rechteckförmigem Querschnitt kommt im Rahmen der Arbeit eine besondere Bedeutung zu. Auf Basis der Algorithmen wird eine Reihe von wichtigen Simulationen zur Verifikation der Modelle durchgeführt, so z.B. die Überprüfung des vereinfachten eindimensionalen Impedanzmodells (29) der Ringkerne zur schnellen Extraktion der spezifischen Materialeigenschaften in den Kapiteln 2.1.3 und 2.2.3. Das in Abbildung 99 dargestellte Feldproblem wurde zunächst analytisch auf Basis von Orthogonalfunktionen gelöst [Sta06d]. Die gültigen Lösungsfunktionen sind dabei durch Eigenwerte festgelegt, die nur durch eine numerische Nullstellensuche bestimmt werden können. Die in einem automatisierten Programmablauf benötigten Kontrollroutinen stellen jedoch einen unangemessenen Mehraufwand dar und verlangsamten die eigentliche Berechnung deutlich. Aus diesem Grund wurde zusätzlich der im Folgenden beschriebene Differenzenalgorithmus entwickelt.

Betrachtet wird nun die Anordnung in Abbildung 99. Im Querschnitt dargestellt ist ein Ringkern mit Innenradius a , Außenradius b und der Höhe h . Der Toroid ist homogen und mit ausreichend vielen Windungen bewickelt, deren Einfluss durch die Strombeläge mit den komplexen Amplituden \hat{K}_i , \hat{K}_o , \hat{K}_a und \hat{K}_u beschrieben werden kann.

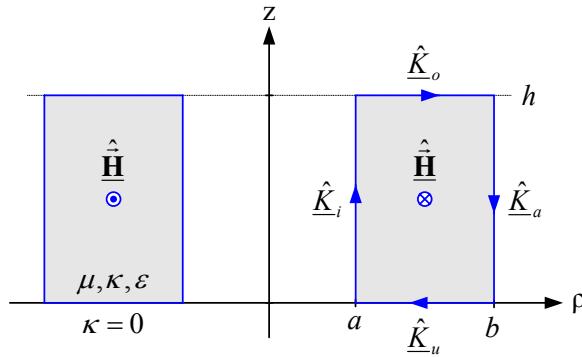


Abbildung 99: Ringkern mit rechteckförmigem Querschnitt

Zu lösen ist die folgende vektorielle Differentialgleichung für zeitlich periodische Felder:

$$\text{rot rot } \hat{\underline{\underline{H}}} + \gamma^2 \hat{\underline{\underline{H}}} = \vec{0} \quad (200)$$

mit $\gamma^2 = j\omega\mu(\kappa + j\omega\epsilon)$.

Der vereinfachte Ansatz für die magnetische Feldstärke $\hat{\underline{\underline{H}}} = \hat{H}_\varphi(\rho, z)\hat{\mathbf{e}}_\varphi$ liefert die skalare Differentialgleichung

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \hat{H}_\varphi) \right] + \frac{\partial^2 \hat{H}_\varphi}{\partial z^2} - \gamma^2 \hat{H}_\varphi = 0. \quad (201)$$

Die partielle Differentialgleichung wird nun mit Hilfe der dimensionslosen Einheitsgrößen $\hat{\rho}$ und \hat{z} normiert. Die normierte Gleichung lautet:

$$\frac{1}{b^2} \frac{\partial}{\partial \hat{\rho}} \left[\frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial}{\partial \hat{\rho}} (\hat{\rho} \hat{H}_\varphi) \right] + \frac{1}{h^2} \frac{\partial^2 \hat{H}_\varphi}{\partial \hat{z}^2} - \gamma^2 \hat{H}_\varphi = 0, \quad (202)$$

mit $\rho = b\hat{\rho}$ und $z = h\hat{z}$.

Zur Lösung der Differentialgleichung im Frequenzbereich, wird ein Differenzenverfahren (s. z.B. [Alb07a]) verwendet. Dazu wird das Definitionsgebiet

$$\mathbb{D} = \{a/b \leq \hat{\rho} \leq 1, 0 \leq \hat{z} \leq 1\} \quad (203)$$

zunächst in ein geeignetes Gitter eingeteilt. Die Intervalle $[a/b, 1]$ und $[0, 1]$ der $\hat{\rho}$ - und \hat{z} -Achse werden anschließend in $N_1 - 1$ und $N_2 - 1$ Teile unterteilt. Die Gitterpunkte $\hat{\rho}_i$ und \hat{z}_j erfüllen dabei die Normierungsbedingungen

$$\sum_{i=1}^{N_1-1} \hat{\rho}_{i+1} - \hat{\rho}_i = 1 - a/b \quad \text{und} \quad \sum_{j=1}^{N_2-1} \hat{z}_{j+1} - \hat{z}_j = 1.$$

Ein äquidistantes Gitter ist somit gegeben durch

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_i &= a/b + (i-1) \cdot r, \quad i \in \{1, 2, \dots, N_1\} \quad \text{und} \\ \hat{z}_j &= (j-1) \cdot s, \quad j \in \{1, 2, \dots, N_2\}.\end{aligned}$$

Die Schrittweiten sind durch $r = (1 - a/b) / (N_1 - 1)$ und $s = 1 / (N_2 - 1)$ festgelegt. Die Differentialgleichung lautet nun im Punkt $(\hat{\rho}_i, \hat{z}_j)$:

$$\frac{1}{b^2} \frac{\partial}{\partial \hat{\rho}} \left[\frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial}{\partial \hat{\rho}} (\hat{\rho} \underline{\hat{H}}_{\varphi}) \right] \Big|_{\hat{\rho}_i, \hat{z}_j} + \frac{1}{h^2} \frac{\partial^2 \underline{\hat{H}}_{\varphi}}{\partial \hat{z}^2} \Big|_{\hat{\rho}_i, \hat{z}_j} - \gamma^2 \underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_i, \hat{z}_j) = 0. \quad (204)$$

Jetzt werden die Differentialausdrücke durch Differenzenausdrücke ersetzt:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \hat{\rho}} \left[\frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial}{\partial \hat{\rho}} (\hat{\rho} \underline{\hat{H}}_{\varphi}) \right] \Big|_{\hat{\rho}_i, \hat{z}_j} &\approx \frac{4}{\hat{\rho}_{i+1} - \hat{\rho}_{i-1}} \left[\frac{\hat{\rho}_{i+1} \underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_{i+1}, \hat{z}_j) - \hat{\rho}_i \underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_i, \hat{z}_j)}{\hat{\rho}_{i+1}^2 - \hat{\rho}_i^2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\hat{\rho}_i \underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_i, \hat{z}_j) - \hat{\rho}_{i-1} \underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_{i-1}, \hat{z}_j)}{\hat{\rho}_i^2 - \hat{\rho}_{i-1}^2} \right] \quad \text{und} \quad (205)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \underline{\hat{H}}_{\varphi}}{\partial \hat{z}^2} \Big|_{\hat{\rho}_i, \hat{z}_j} &\approx \frac{1}{s^2} \left[\underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_i, \hat{z}_{j+1}) - 2\underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_i, \hat{z}_j) + \right. \\ &\quad \left. + \underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_i, \hat{z}_{j-1}) \right]. \quad (206)\end{aligned}$$

Die magnetische Feldstärke muss dabei die folgenden Randbedingungen erfüllen, wenn sie analog zu (23) im Außenraum vernachlässigt wird:

$$\begin{aligned}\underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_{i=1}, \hat{z}_j) &= \underline{\hat{K}}_i(\hat{z}_j), \quad \underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_{i=N_1}, \hat{z}_j) = \underline{\hat{K}}_a(\hat{z}_j), \\ \underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_i, \hat{z}_{j=1}) &= \underline{\hat{K}}_u(\hat{\rho}_i), \quad \underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_i, \hat{z}_{j=N_2}) = \underline{\hat{K}}_o(\hat{\rho}_i).\end{aligned}$$

Damit ist das gesamte Lösungssystem vollständig und eindeutig bestimmt, es lautet in Block-Matrizenbeschreibweise:

$$\underline{\mathbf{A}} \underline{\hat{\mathbf{h}}}_{\varphi} = \underline{\mathbf{b}} \hat{i}_0. \quad (207)$$

In der obigen Gleichung (207) definiert

$$\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{\varphi}^T = \left[\underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_1, \hat{z}_1) \quad \underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_1, \hat{z}_2) \quad \dots \quad \underline{\hat{H}}_{\varphi}(\hat{\rho}_{N_1}, \hat{z}_{N_2}) \right]^T \quad (208)$$

den Vektor der gesuchten komplexen Amplituden der magnetischen Feldstärke in allen Gitterpunkten $(\hat{\rho}_i, \hat{z}_j)$. Mit $\underline{\mathbf{A}}$ wird eine komplexwertige und quadratische Matrix bezeichnet, deren Elemente durch Sortieren der Terme in (204), (205) und (206) bestimmt werden können. Der reellwertige Vektor $\underline{\mathbf{b}}$ verknüpft das System mit der komplexen Amplitude \hat{i}_0 des erregenden Stroms. Jetzt können die Systemgleichungen nach den gesuchten Größen aufgelöst werden:

$$\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{\varphi} = \underline{\mathbf{A}}^{-1} \underline{\mathbf{b}} \hat{i}_0. \quad (209)$$

Zur Vermeidung von numerischen Problemen wurden die Ergebnisse anfangs mit der analytischen Lösung [Sta06d] verglichen. Es zeigte sich, dass eine äquidistante Diskretisierung mit $N_1 = N_2 = 64$ Stützstellen bei allen Untersuchungen ausreichend genaue Ergebnisse lieferte. Die Invertierung der schwach besetzten 4096×4096 Matrix $\underline{\mathbf{A}}$ dauert dabei nur Bruchteile von Sekunden.

5.1.2 Überprüfung der Konsistenz von Modell und Simulation

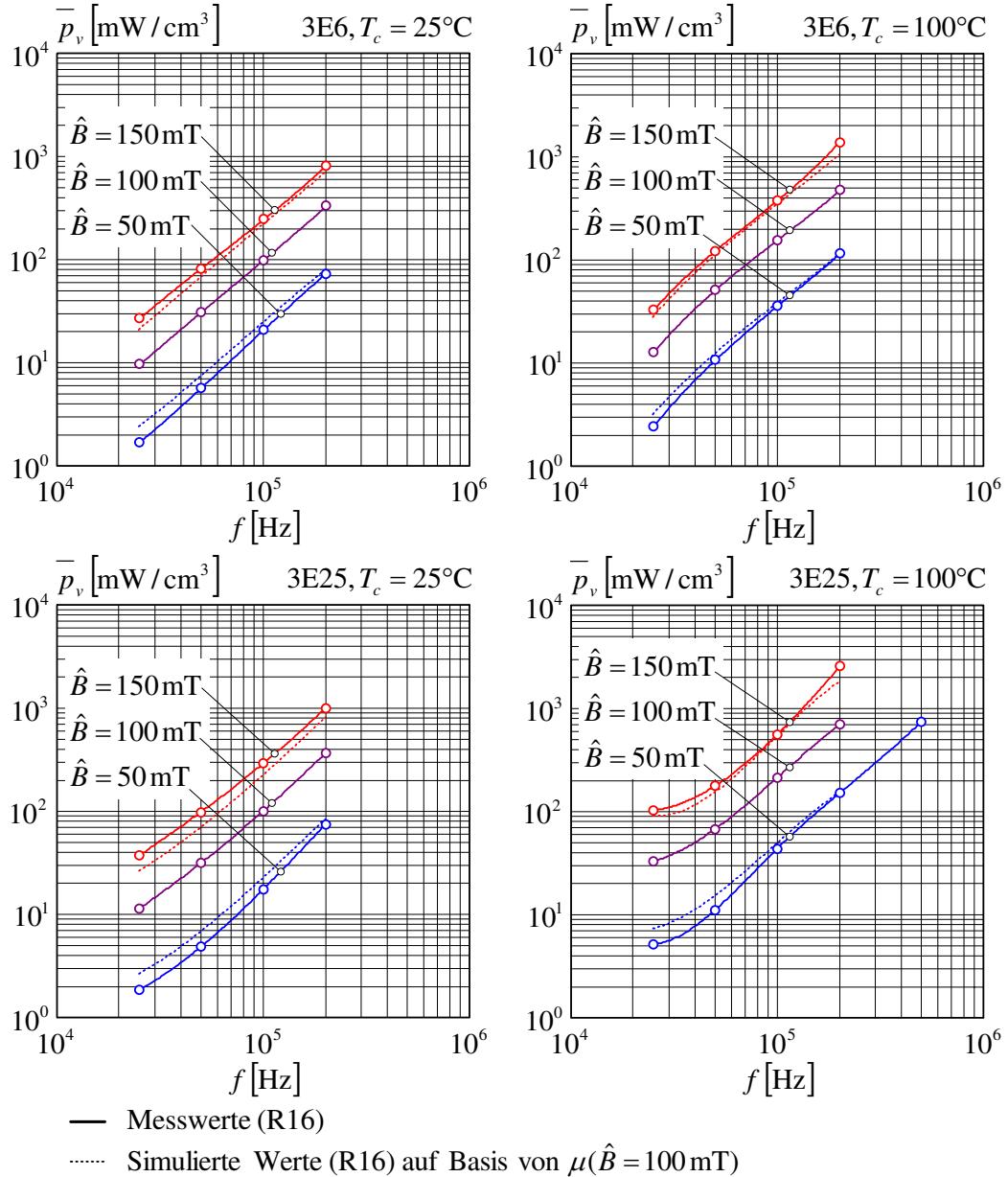


Abbildung 100: Simulation (R16) von \bar{p}_v auf Basis von $\mu(\hat{B} = 100 \text{ mT})$ (3E6, 3E25)

In allen bisher durchgeführten Feldberechnungen wurde die Helmholtz'sche Differentialgleichung in (200) gelöst. Die Gleichung wird auch von allen anderen Feldgrößen erfüllt. Voraussetzung ist dabei, dass die Materialeigenschaften im untersuchten Gebiet durch (komplexe) Konstanten beschrieben werden können. Betrachtet man jedoch die Materialgrößen im gemessenen Arbeitspunkt $\mu(f, \hat{B}, T_c)$, $\kappa(f, T_c)$ und $\varepsilon(f, T_c)$, wird deutlich, dass bei Annahme einer homogenen Temperaturverteilung im Kern zumindest die spezifische Großsignalpermeabilität zusätzlich von der Aussteuerung \hat{B} abhängt. Ändert sich nun die FlussdichteVerteilung aufgrund der Geometrie (s. Abbildung 7)

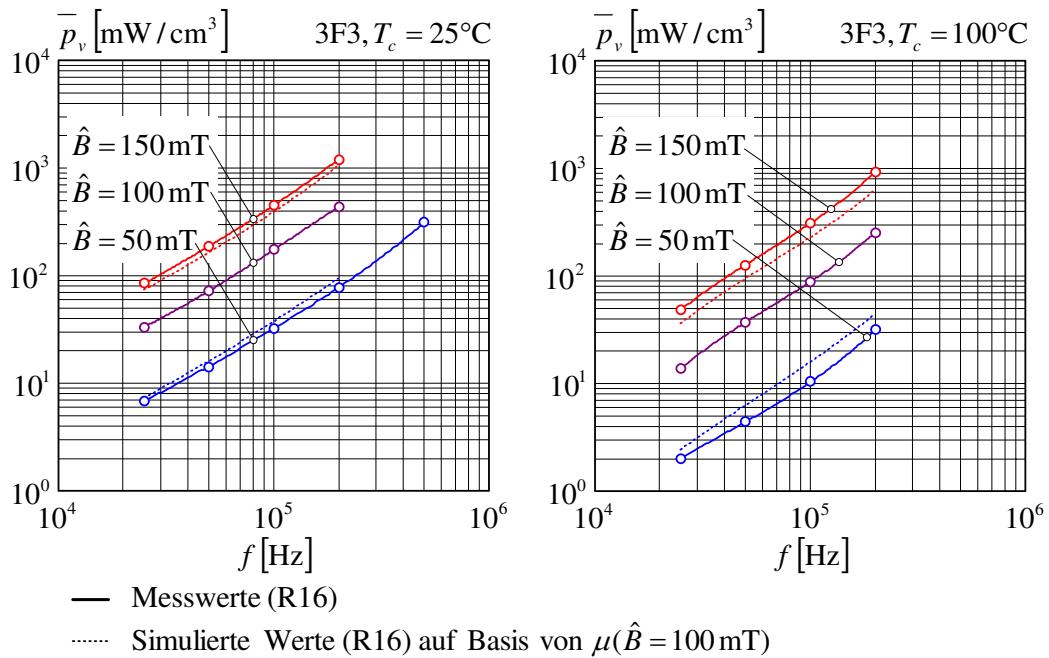


Abbildung 101: Simulation (R16) von \bar{p}_v auf Basis von $\mu(\hat{B} = 100 \text{ mT})$ (3F3)

des Kerns oder aufgrund von induzierten Wirbelströmen (s. Abbildung 44), wird μ damit ortsabhängig. Folglich existiert kein einheitliches Gebiet mehr, in dem die Differentialgleichung gültig ist. Zudem kann keine alternative Differentialgleichung unter Einbeziehung der Flussdichte- bzw. Ortsabhängigkeit aufgestellt werden, da die Abhängigkeit erst dann funktional beschrieben werden kann, wenn die Materialparameter durch Lösen der Gleichung ermittelt wurden.

Der beschriebene Linearisierungsfehler muss folglich akzeptiert werden. Um die Konsistenz des vorgestellten Verfahrens in der Praxis dennoch gewährleisten zu können, müssen die zu erwartenden Abweichungen genauer untersucht werden. Zu diesem Zweck wurden einige Messreihen durchgeführt, deren Ergebnisse in den Abbildungen (100) und (101) dargestellt sind. Die durchgezogenen Linien bezeichnen zunächst die gemessenen spezifischen Kernverluste \bar{p}_v als Funktion der Frequenz, mit der gemessenen mittleren AC-Aussteuerung (Sinus) \hat{B} als Parameter. Die Kreise geben die gemessenen Stützstellen an. Mit Hilfe der nach Kapitel 2 bestimmten Materialparameter wurden die Werte anschließend noch einmal über (209) nachberechnet, sämtliche Simulationen wurden jedoch in diesem Fall auf Basis der einheitlichen spezifischen Großsignalpermeabilität $\mu(\hat{B} = 100 \text{ mT})$ durchgeführt, die bei der mittleren Aussteuerung $\hat{B} = 100 \text{ mT}$ gemessen wurde. Die entsprechenden Ergebnisse sind in den Abbildungen (100) und (101) als gestrichelte Linien eingezeichnet.

Das praktische Experiment erfüllt zwar nicht den Anspruch einer deterministischen Fehlerrechnung – die in diesem Fall nicht leicht möglich ist – dennoch kann festgestellt werden, dass die Abweichungen insgesamt noch in einem akzeptablen Bereich liegen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die zugrunde gelegte mittlere Abweichung der magnetischen Flussdichte von 50 mT im Kern in der Praxis kaum zu erwarten ist. Würde diese Größe rein durch induzierte Wirbelströme hervorgerufen, dürften

die Kernverluste in den meisten Fällen für technisch sinnvolle Lösungen ohnehin zu hoch ausfallen. Durch die Kerngeometrie können mittlere Abweichungen in dieser Größenordnung ebenfalls nur in Extremfällen erreicht werden, da starke Gradienten der magnetischen Flussdichte meistens nur in den Ecken der Kerne auftreten und sich damit im Mittel nicht so stark auswirken (s. z.B. Abbildung 103). Signifikant ist der Effekt beim Erreichen der Sättigung. Da die maximale Frequenz dabei jedoch durch die entstehenden Kernverluste stark beschränkt wird, können Wirbelströme in diesem Fall häufig vernachlässigt werden. Zur Berechnung der FlussdichteVerteilung findet dann z.B. die in [Sta04b] vorgestellte Methode Verwendung. Diese kann zur Berücksichtigung von Sättigungserscheinungen entsprechend erweitert werden (iterative Lösung).

5.1.3 Simulation anderer Kerngeometrien am Beispiel des E-Kerns



Abbildung 102: Versuchsaufbau: Messung der E-Kerne auf Kochplatte (im Sand)

Im folgenden Kapitel wird am Beispiel von E-Kernen gezeigt, wie die Feldverteilung auch in beliebig geformten Kernen berechnet werden kann. Zu diesem Zweck wurden zunächst die spezifischen Materialdaten von 3F3, wie im Kapitel 2 beschrieben, für die in den Tabellen 8, 9 und 10 aufgelisteten Frequenz- und Aussteuerungswerte bei Raumtemperatur (25°C) und $T_c = 100^{\circ}\text{C}$ gemessen. Anschließend wurden die E-Kerne zur späteren Verifikation der Simulationsergebnisse bei denselben Bedingungen gemessen. Hierzu wurde die in Abbildung 102 dargestellte Kombination aus zwei E-Kernen, wie bei der Probenmessung (R16), auf dem Mittelschenkel bewickelt und ohne Luftspalt mit dem im Bild sichtbaren Holzrahmen verspannt. Da das Volumen der E80-Kerne relativ groß ist, sind die Kerne, wie im Kapitel 4.2 beschrieben, mit Sand bedeckt und mittels Kochplatte erhitzt. Um dabei Abweichungen durch inhomogene Temperaturverteilungen im Kern zu vermeiden, wurden die Messwerte bei $T_c = 100^{\circ}\text{C}$ ausschließlich beim langsamen Durchlaufen der Kühlkurve aufgenommen, zusätzlich die Temperatur auf der Ober- und Unterseite der Kerne fortlaufend verglichen und nur dann gemessen, wenn beide Temperaturfühler nahezu denselben Wert anzeigen. Zur Minimierung der im Kapitel 3.1.3 beschriebenen Fehlerströme im Sekundärzweig und der im Kapitel 3.1.5 analysierten Fehler durch eine unzureichende Kopplung von Primär- und Sekundärwicklung, sind die Windungen beider Wicklungen

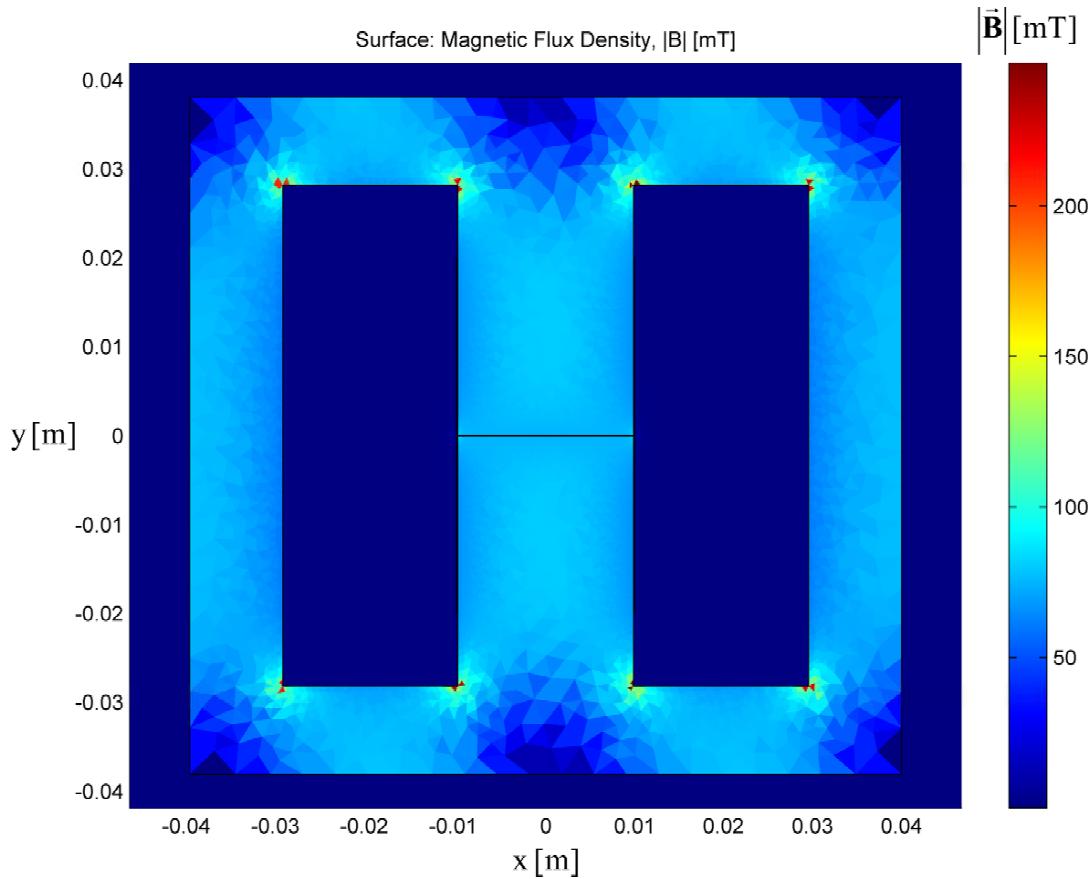


Abbildung 103: Simulation mit COMSOL® (Kern: 2xE80, 3F3)

bifilar durch den Stromwandler geführt. Die Gleichstromwicklung ist zwar, wie in Abbildung 102 sichtbar, mit aufgebracht, Messungen unter DC-Voraussteuerung wurden jedoch nicht durchgeführt, um eine Sättigung des Stromwandlers zu vermeiden.

Die Materialdaten $\mu(f, \hat{B}, T_c)$, $\kappa(f, T_c)$ und $\varepsilon(f, T_c)$ können als komplexwertige Frequenzlisten mit allen gemessenen Kombinationen von f , \hat{B} und T_c in das kommerzielle Simulationsprogramm COMSOL® übernommen werden. Abbildung 103 zeigt den Betrag der magnetischen Flussdichteverteilung für $f = 200$ kHz, $T_c = 25^\circ\text{C}$ und eine gemessene mittlere Aussteuerung von $\hat{B} = 100$ mT. Im Bild deutlich erkennbar ist die Überhöhung der Flussdichte an den Kanten des Wickelfensters sowie deren Absenkung in der Verlängerung des Mittelschenkels. Vergleichbare Untersuchungen der Feldverteilung finden sich z.B. in [Dai94] und [Sev92]. Um die Simulationen mit den Messungen vergleichen zu können, muss der magnetische Gesamtfluss, der die Wicklung durchsetzt, zunächst durch numerische Integration der magnetischen Flussdichte bestimmt werden. Anschließend kann im Modell der Primärstrom soweit angepasst werden, bis dort dieselbe Spannungsamplitude wie bei der realen Messung erreicht ist. Auf diese Weise sind die Simulationen für alle Kombinationen durchgeführt und die mittlere Gesamtverlustleistung \bar{P}_v bzw. die Teilverlustleistungen der einzelnen Verlustmechanismen \bar{P}_m , \bar{P}_d und \bar{P}_e ebenfalls durch numerische Integration berechnet.

\bar{P}_v [W]	Messung am Großsignalmessplatz ($T_c = 25^\circ\text{C}$)				
	$f = 25 \text{ kHz}$	50 kHz	100 kHz	200 kHz	500 kHz
$\hat{B} = 50 \text{ mT}$	0.389	0.839	1.735	4.232	26.461
100 mT	1.876	4.091	9.476	24.090	-
150 mT	4.539	9.915	24.050	64.388	-
Simulation COMSOL® (R16-Materialdaten, $T_c = 25^\circ\text{C}$)					
$\hat{B} = 50 \text{ mT}$	0.395	0.873	1.913	5.233	31.490
100 mT	1.902	4.222	10.177	27.888	-
150 mT	4.596	10.202	25.580	72.387	-

Tabelle 8: Vergleich der mittleren Verlustleistung \bar{P}_v bei 25°C (Kern: 2×E80, 3F3)

Tabelle 8 zeigt schließlich den Vergleich der Ergebnisse bei Raumtemperatur (25°C), Tabelle 9 bei $T_c = 100^\circ\text{C}$. In beiden Fällen werden die Messwerte der mittleren Verlustleistung \bar{P}_v durch die Simulation auf Basis der R16-Materialdaten mit hoher Genauigkeit wiedergegeben. Dabei ist einerseits zu berücksichtigen, dass in den Abweichungen die Streuung der Materialeigenschaften zwischen den R16-Toroiden und den E80-Kernen bereits anteilig enthalten ist, andererseits, dass die Flussdichte-verteilung des ebenen 2D-Modells nicht exakt den realen dreidimensionalen Verhältnissen entspricht. Einen guten Eindruck von der Komplexität des untersuchten Feldproblems gibt die Auswertung in Tabelle 10. Aufgelistet ist der Anteil der Wirbelstromverluste $\bar{P}_d + \bar{P}_e$ an den Gesamtverlusten \bar{P}_v . Die erreichten Zahlenwerte liegen dabei in einem ähnlichen Bereich wie bei den R36-Kernen aus dem Material 3E6, in Abbildung 46 rechts, deren Flussdichte-verteilung in Abbildung 44 dargestellt ist. Die elektrische Leitfähigkeit ist beim Material 3F3 zwar viel geringer, dennoch werden bei den großen E80-Kernen ähnliche Verhältnisse a_m/δ_m aus dem Radius a_m (20) des äquivalenten Rundstabs und der Eindringtiefe δ_m (146) der magnetischen Feldstärke

\bar{P}_v [W]	Messung am Großsignalmessplatz ($T_c = 100^\circ\text{C}$)				
	$f = 25 \text{ kHz}$	50 kHz	100 kHz	200 kHz	500 kHz
$\hat{B} = 50 \text{ mT}$	0.097	0.253	0.768	2.114	28.788
100 mT	0.545	1.336	4.318	13.750	-
150 mT	1.665	4.283	13.958	47.752	-
Simulation COMSOL® (R16-Materialdaten, $T_c = 100^\circ\text{C}$)					
$\hat{B} = 50 \text{ mT}$	0.085	0.251	0.869	3.179	30.428
100 mT	0.451	1.226	4.365	16.498	-
150 mT	1.322	3.653	12.844	48.477	-

Tabelle 9: Vergleich der mittleren Verlustleistung \bar{P}_v bei 100°C (Kern: 2×E80, 3F3)

$(\bar{P}_d + \bar{P}_e) / \bar{P}_v$	Simulation COMSOL® (R16-Materialdaten, $T_c = 25^\circ\text{C}$)				
	$f = 25 \text{ kHz}$	50 kHz	100 kHz	200 kHz	500 kHz
$\hat{B} = 50 \text{ mT}$	0.024	0.056	0.135	0.280	0.457
	0.020	0.045	0.103	0.211	-
	0.018	0.042	0.091	0.183	-
Simulation COMSOL® (R16-Materialdaten, $T_c = 100^\circ\text{C}$)					
	$f = 25 \text{ kHz}$	50 kHz	100 kHz	200 kHz	500 kHz
$\hat{B} = 50 \text{ mT}$	0.273	0.407	0.530	0.746	0.636
	0.203	0.325	0.426	0.584	-
	0.154	0.242	0.330	0.439	-

Tabelle 10: Verhältnis $(\bar{P}_d + \bar{P}_e) / \bar{P}_v$ bei 25°C und 100°C (Kern: 2×E80, 3F3)

erreicht, wie bei den kleineren und leitfähigeren Kernen. Eine Berechnung der Kernverluste mit Hilfe der Steinmetzformel (3) würde also auch in diesem Fall zu erheblichen Abweichungen führen.

5.2 Simulation des transienten Verhaltens der Bauelemente

Für die Berechnung des zeitlichen Mittelwertes der Kernverlustleistung war es bisher bei sämtlichen Schritten des in Abbildung 9 dargestellten Gesamtkonzeptes ausreichend, lediglich die Grundfrequenz $f = 1/T$ eines HF-Intervalls mit der Periodendauer T zu betrachten. Wie die vorangegangenen Untersuchungen zeigen, wurde so ein konsistentes Verfahren entwickelt, mit dem die Kernverluste bei beliebigen Kern- und Signalformen ausreichend genau berechnet werden können. Dabei ist jedoch zu beachten, dass sämtliche Feldgrößen, und somit auch die Ströme und Spannungen an den Klemmen der Bauelemente, im Modell ebenfalls nur durch die Grundwelle beschrieben werden (hier ist eine Überlagerung von Teillösungen auf Basis der Fourierzerlegung wegen der nichtlinearen Materialeigenschaften nicht erlaubt). Das Klemmenverhalten kann bei kleinen bis mittleren Aussteuerungen und hohen Frequenzen zwar realistisch berechnet werden, bei Aussteuerungen bis in die Sättigung und bei Gleichfeld-Vormagnetisierung müssen aber zusätzliche Modelle für das transiente Verhalten abgeleitet werden.

Den Ausgangspunkt zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Hysterese bildet die nichtlineare Differentialgleichung nach Bouc, Chua und Stromsmoe [Col87] im Kapitel 5.2.1. In 5.2.2 wird die Gleichung zunächst für kleine Aussteuerungen und in 5.2.3 schließlich auch für Aussteuerungen bis in die Sättigung analytisch gelöst. Die allgemeinen Lösungsfunktionen können dabei mit Hilfe der im Kapitel 5.2.4 beschriebenen Algorithmen leicht an gemessene Daten angepasst werden. Wie zahlreiche Untersuchungen zeigten, sind die auf diese Weise gewonnenen dynamischen Modelle unter allen Umständen stabil und schwingen bei periodischer Erregung schon nach kurzer Zeit (wenige Perioden) auf ihre stationären Lösungen (s. Kapitel 5.2.5) ein. Das transiente Verhalten wird dabei so realistisch wiedergegeben, dass die Signalformen bei Gleichfeld-Voraussteuerung selbst dann genau vorhergesagt werden, wenn keine entsprechenden Messergebnisse zur Anpassung der Modelle eingeflossen sind.

5.2.1 Transiente Beschreibung der Hysterese

Eine realistische Nachbildung des Klemmenverhaltens der nichtlinearen Bauelemente erfordert den Einsatz relativ komplexer dynamischer Modelle. Dabei genügt es nicht, wie in [Moh97], [Riv81] und [Udp85] beschrieben, lediglich die bei verschiedenen Aussteuerungen umlaufenden B - H Schleifen abzubilden. Es müssen beliebige Übergänge von einem Zustand (B_i, H_i) in der B - H Ebene in einen anderen (B_{i+1}, H_{i+1}), die sog. Trajektorien, so originalgetreu wie möglich nachgebildet werden. Die bekanntesten Modelle dieser Art sind nach den Autoren L. O. Chua, M. L. Hodgdon, D. C. Jiles & D. L. Atherton und F. Preisach benannt und ihre verschiedenen Vor- und Nachteile in [And98], [Oss90], [Sag04] und [Tak95] gegenüber gestellt. In der Literatur finden sich auch Erweiterungen der genannten Methoden und abweichende phänomenologische Beschreibungen der Hysterese (s. z.B. [Bro93], [Hen06], [Hui94], [Jil92], [Lan06], [May88] und [Mi98]). Die im Rahmen dieser Arbeit abgeleiteten Verfahren basieren auf den Vorarbeiten von B. D. Coleman und M. L. Hodgdon, deren wesentliche Ergebnisse in den Artikeln [Bol89], [Cal95], [Col87], [Hod88a] und [Hod88b] zusammengefasst sind.

Als Ausgangspunkt sollen nun sämtliche Trajektorien nur so langsam durchlaufen werden, dass ihre Wege von der Durchlaufgeschwindigkeit unabhängig sind. In diesem Fall kann die zeitliche Änderung der magnetischen Flussdichte nach Coleman/Hodgdon durch den differentiellen Zusammenhang

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \alpha \left| \frac{\partial H}{\partial t} \right| [f(H) - B] + \frac{\partial H}{\partial t} g(H) \quad (210)$$

beschrieben werden. Die positive Konstante α sowie die materialabhängigen Funktionen $f(H)$ und $g(H)$ sind zunächst noch unbekannt. Im angenommenen statischen Fall können die zeitlichen Änderungen in (210) eliminiert werden. Man erhält auf diese Weise eine Formel für die differentielle Permeabilität:

$$\frac{\partial B}{\partial H} = \alpha s \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) [f(H) - B] + g(H). \quad (211)$$

Darin bezeichnet $s(\eta)$ die Signumfunktion aus (50):

$$s(\eta) = \begin{cases} 1 & \eta > 0 \\ 0 & \text{falls } \eta = 0 \\ -1 & \eta < 0. \end{cases}$$

Nach Coleman/Hodgdon erhält man durch Tausch von B und H in (211) eine alternative Form der Darstellung:

$$\frac{\partial H}{\partial B} = \tilde{\alpha} s \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right) [\tilde{f}(B) - H] + \tilde{g}(B). \quad (212)$$

Für die Materialfunktionen gelten die Einschränkungen

$$\begin{aligned} f(H) &= -f(-H), \quad f(0) = 0 \quad \text{und} \quad g(H) = g(-H) \quad \text{bzw.} \\ \tilde{f}(B) &= -\tilde{f}(-B), \quad \tilde{f}(0) = 0 \quad \text{und} \quad \tilde{g}(B) = \tilde{g}(-B). \end{aligned} \quad (213)$$

Am Beispiel von (211) wird nun gezeigt, wie die Gleichung für symmetrische Aussteuerungen zu lösen ist und die Ergebnisse mit bekannten Materialparametern in Verbindung zu bringen sind.

5.2.2 Lösung für kleine Aussteuerungen

Für kleine Aussteuerungen, können die Materialfunktionen $f(H)$ und $g(H)$ in (211) durch die Taylor-Entwicklungen um den Punkt $H = 0$

$$f(H) \approx f_1 H \quad \text{und} \quad (214)$$

$$g(H) \approx g_0 \quad (215)$$

ersetzt werden. Zur einfacheren Unterscheidung der verschiedenen Äste der Hystereseschleife, werden nun die folgenden Abkürzungen eingeführt:

$$B(H) = \begin{cases} B_1(H) & \partial H / \partial t > 0 & H > 0 \\ B_2(H) & \partial H / \partial t < 0 & H > 0 \\ B_3(H) & \text{falls} & \partial H / \partial t < 0 \quad \text{und} \quad H < 0 \\ B_4(H) & \partial H / \partial t > 0 & H < 0 \end{cases} \quad (216)$$

Durch Umstellen von (211) erhält man zwei unterschiedliche partielle Differentialgleichungen für die magnetische Flussdichte B :

$$\frac{\partial B_{1,4}}{\partial H} + \alpha B_{1,4} = \alpha f_1 H + g_0 \quad \text{und} \quad (217)$$

$$\frac{\partial B_{2,3}}{\partial H} - \alpha B_{2,3} = -\alpha f_1 H + g_0. \quad (218)$$

Die Gleichungen (217) und (218) können analytisch gelöst werden. Eine Überlagerung der homogenen und partikulären Lösungsanteile liefert mit den unbekannten Konstanten c_1, c_2, c_3 und c_4

$$B_1(H) = c_1 e^{-\alpha H} + f_1 H - \frac{f_1}{\alpha} + \frac{g_0}{\alpha}, \quad (219)$$

$$B_2(H) = c_2 e^{\alpha H} + f_1 H + \frac{f_1}{\alpha} - \frac{g_0}{\alpha}, \quad (220)$$

$$B_3(H) = c_3 e^{\alpha H} + f_1 H + \frac{f_1}{\alpha} - \frac{g_0}{\alpha} \quad \text{und} \quad (221)$$

$$B_4(H) = c_4 e^{-\alpha H} + f_1 H - \frac{f_1}{\alpha} + \frac{g_0}{\alpha}. \quad (222)$$

Wird die magnetische Feldstärke H sehr lange periodisch zwischen $-\hat{H}$ und \hat{H} variiert, müssen die Lösungen die Symmetrieverbedingungen

$$-B_1(0) = B_2(0) = B_3(0) = -B_4(0) := B_r \quad (223)$$

erfüllen. Für die unbekannten Koeffizienten gilt dann

$$c_1 = -c_2 = -c_3 = c_4 = -B_r + \frac{f_1}{\alpha} - \frac{g_0}{\alpha} \quad (224)$$

und, abhängig von \hat{H} , stellt sich die Remanenz

$$B_r = \left(1 - \frac{2e^{-\alpha \hat{H}} - 2e^{-3\alpha \hat{H}}}{1 - e^{-4\alpha \hat{H}}} \right) \left(\frac{f_1}{\alpha} - \frac{g_0}{\alpha} \right) \quad (225)$$

ein. Die Gleichungen (219)-(222) können somit auf die einheitliche Form

$$B(H) = s \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \left[\left(-B_r + \frac{f_1}{\alpha} - \frac{g_0}{\alpha} \right) e^{-as(\frac{\partial H}{\partial t})H} - \frac{f_1}{\alpha} + \frac{g_0}{\alpha} \right] + f_1 H \quad (226)$$

gebracht werden. Mit Hilfe der Näherung für kleine Argumente η

$$e^\eta \approx 1 + \eta + \frac{1}{2}\eta^2 \quad (227)$$

kann (226) weiter vereinfacht werden:

$$B(H) \approx s \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \left[\frac{a^2}{2} \left(-B_r + \frac{f_1}{\alpha} - \frac{g_0}{\alpha} \right) H^2 - B_r \right] + (\alpha B_r + g_0) H. \quad (228)$$

Die von Rayleigh vorgeschlagene Form zur Darstellung der Hystereseschleife bei kleinen Aussteuerungen lautet nach (49):

$$B_{Ray}(H) = \mu_0 \left[s \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \frac{v}{2} (H^2 - \hat{H}^2) + (\mu_i + v \hat{H}) H \right]. \quad (229)$$

Gleichung (229) enthält die relative Anfangspermeabilität

$$\mu_i = \frac{1}{\mu_0} \left. \frac{\partial B}{\partial H} \right|_{H \rightarrow 0} \quad (230)$$

des magnetischen Materials, die zusammen mit dem (relativen) Hysteresekoeffizienten v , die (relative) Amplitudenpermeabilität (48)

$$\mu_a = \mu_i + v \hat{H} \quad (231)$$

definiert. Durch einen Koeffizientenvergleich von (228) und (229) können schließlich die häufig in Datenblättern angegebenen Materialparameter v , μ_a und μ_i in Abhängigkeit der Taylor-Koeffizienten f_1 und g_0 aus (214) und (215) sowie der positiven Konstanten α aus (211), der Reihe nach berechnet werden:

$$v = \frac{2\alpha}{\mu_0} \frac{f_1 - g_0}{2 + \alpha^2 \hat{H}^2}, \quad (232)$$

$$\mu_a = \frac{\alpha v \hat{H}^2}{2} + \frac{g_0}{\mu_0} \quad \text{und} \quad (233)$$

$$\mu_i = \mu_a - v \hat{H}. \quad (234)$$

Die Gleichungen (232), (233) und (234) zeigen, dass auch das dynamische Modell (211) das von Rayleigh beobachtete Verhalten (229) bei kleinen symmetrischen Aussteuerungen aufweist. Die Ergebnisse werden im Kapitel 5.2.4 als Startwerte zur Anpassung der vollständigen Lösung an gemessene Daten verwendet. In einem nächsten Schritt soll nun (211) auch für Aussteuerungen bis in die Sättigung gelöst werden.

5.2.3 Lösung für Aussteuerungen bis in die Sättigung

Unter Berücksichtigung der Einschränkungen (213), können beliebige Verläufe der Materialfunktionen $f(H)$ und $g(H)$ in (211) mit folgenden Fourier-Reihendarstellungen beschrieben werden:

$$f(H) = \sum_{n=1}^{+\infty} F_n \sin(p_n H) \quad \text{mit} \quad p_n = \frac{n\pi}{H_{max}} \quad \text{und} \quad (235)$$

$$g(H) = G_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} G_n \cos(p_n H). \quad (236)$$

Darin bezeichnet $H_{max} \geq H_S$ einen beliebig festgelegten positiven Wert der magnetischen Feldstärke, der in der Simulation aber unter keinen Umständen erreicht werden darf.

Analog zu (217) und (218) ergeben sich durch Umstellen von (211) wiederum zwei unterschiedliche partielle Differentialgleichungen für die magnetische Flussdichte B :

$$\frac{\partial B_{1,4}}{\partial H} + \alpha B_{1,4} = G_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} [\alpha F_n \sin(p_n H) + G_n \cos(p_n H)] \quad \text{und} \quad (237)$$

$$\frac{\partial B_{2,3}}{\partial H} - \alpha B_{2,3} = G_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} [-\alpha F_n \sin(p_n H) + G_n \cos(p_n H)]. \quad (238)$$

Die auftretenden Sinus- und Kosinusfunktionen erlauben auch in diesem Fall eine analytische Lösung der Gleichungen (237) und (238). Sie lauten mit den unbekannten Konstanten c_1, c_2, c_3 und c_4 :

$$B_1(H) = c_1 e^{-\alpha H} + B_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} [A_n \sin(p_n H) + B_n \cos(p_n H)], \quad (239)$$

$$B_2(H) = c_2 e^{\alpha H} - B_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} [A_n \sin(p_n H) - B_n \cos(p_n H)], \quad (240)$$

$$B_3(H) = c_3 e^{\alpha H} - B_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} [A_n \sin(p_n H) - B_n \cos(p_n H)] \quad \text{und} \quad (241)$$

$$B_4(H) = c_4 e^{-\alpha H} + B_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} [A_n \sin(p_n H) + B_n \cos(p_n H)] \quad \text{mit} \quad (242)$$

$$A_n = \frac{\alpha^2 F_n + p_n G_n}{p_n^2 + \alpha^2}, \quad B_0 = \frac{G_0}{\alpha} \quad \text{und} \quad B_n = \frac{-\alpha p_n F_n + \alpha G_n}{p_n^2 + \alpha^2}.$$

Die Symmetrieverbedingungen bei symmetrischer Aussteuerung

$$-B_1(0) = B_2(0) = B_3(0) = -B_4(0) := B_r \quad (243)$$

sind erfüllt, falls für die unbekannten Koeffizienten

$$c_1 = -c_2 = -c_3 = c_4 = -B_r - B_0 - \sum_{n=1}^{+\infty} B_n \quad (244)$$

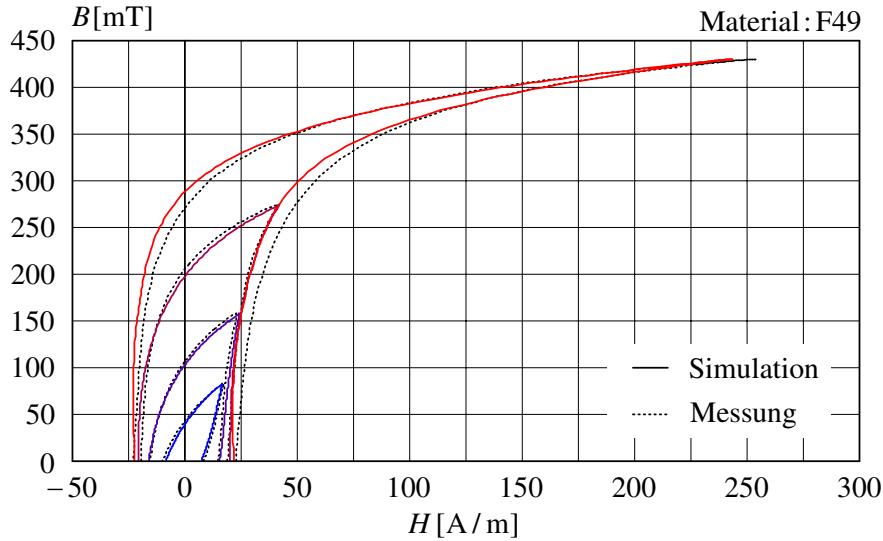
gilt. Die Remanenz lautet damit abhängig vom Wert \hat{H} :

$$B_r = -B_0 - \sum_{n=1}^{+\infty} B_n + \frac{2e^{-\alpha \hat{H}} - 2e^{-3\alpha \hat{H}}}{1 - e^{-4\alpha \hat{H}}} \left[B_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} B_n \cos(p_n \hat{H}) \right]. \quad (245)$$

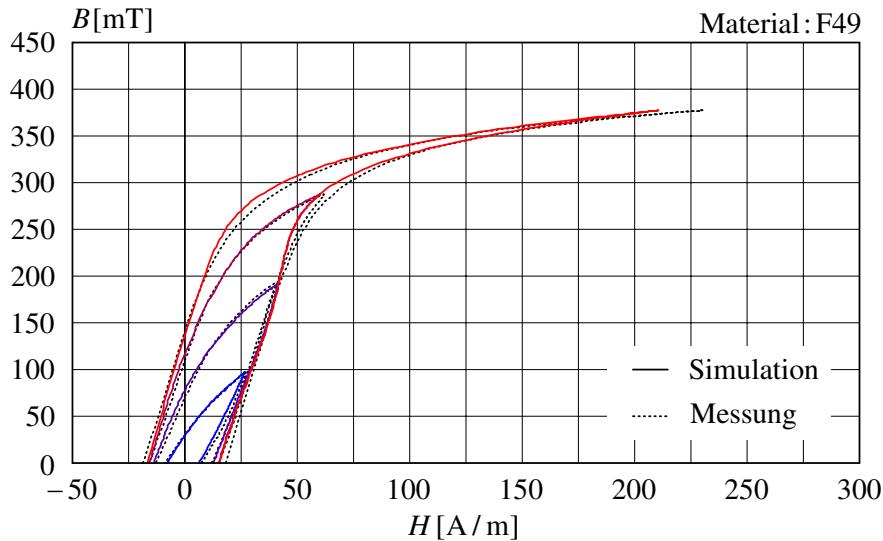
Abschließend können die Lösungsfunktionen (239)-(242) in einheitlicher Form dargestellt werden:

$$\begin{aligned} B_{Hodg.}(H) &= s \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \left[\left(-B_r - B_0 - \sum_{n=1}^{+\infty} B_n \right) e^{-\alpha s (\frac{\partial H}{\partial t}) H} + B_0 + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{+\infty} B_n \cos(p_n H) \right] + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \sin(p_n H). \end{aligned} \quad (246)$$

5.2.4 Algorithmus zur Anpassung des Modells an gemessene Daten



PARAMETER: $f = 10 \text{ kHz}$, $T_c = 25^\circ\text{C}$



PARAMETER: $f = 10 \text{ kHz}$, $T_c = 100^\circ\text{C}$

Abbildung 104: Gemessene und berechnete B - H Schleifen (F49)

In [Col87], [Hod88a] und [Hod88b] werden einfache analytische Funktionen für $f(H)$ und $g(H)$ zugrunde gelegt und, mit Hilfe von (211) und wenigen Koeffizienten, an die gemessene Sättigungsschleife sowie den gemessenen Wert von μ_i angepasst. Die Remanenz B_r und die Form der Unterschleifen werden anschließend durch das Modell bestimmt und nur in Ausnahmefällen originalgetreu wiedergegeben. Verschiedene Versuche im Rahmen der Arbeit zeigten, dass die angegebenen Funktionen für eine realistische Modellierung des nichtlinearen Klemmenverhaltens ungeeignet sind. In der Literatur waren keine Vorschläge zur Verbesserung der Genauigkeit des Coleman/Hodgdon-Modells zu finden.

Die abgeleitete allgemeine Lösung (246) stellt nun eine direkte Verbindung zwischen den gesuchten Materialfunktionen (235) und (236) und den am Großsignalmessplatz gemessenen B - H Schleifen bei unterschiedlichen Aussteuerungen her. Die Bestimmung der Funktionen $f(H)$ und $g(H)$ wird dadurch erheblich vereinfacht und erlaubt so eine wesentlich präzisere Modellierung der Hysterese als bisher. Im Folgenden wird gezeigt, wie die Fourierkoeffizienten F_n und G_0 bzw. G_n der Materialfunktionen an beliebig viele Unterschleifen angepasst werden können.

In einem ersten Schritt muss dazu ein geeigneter Wert für die positive Konstante α festgelegt werden. Die Auswertung von (211) im Remanenzpunkt ($B = B_r$, $H = 0$) der Sättigungsschleife ($\hat{H} = H_S$) liefert:

$$\left. \frac{\partial B}{\partial H} \right|_{(B_r, H=0)} = \alpha B_r + g(0) = \alpha B_r + \mu_0 \mu_i . \quad (247)$$

Wird B_r , μ_i und die differentielle Permeabilität im Remanenzpunkt ebenfalls aus den Messdaten bestimmt, kann α direkt berechnet werden:

$$\alpha = B_r^{-1} \left(\left. \frac{\partial B}{\partial H} \right|_{(B_r, H=0)} - \mu_0 \mu_i \right) . \quad (248)$$

Mit Hilfe des relativen Hysteresekoeffizienten ν können auch die Taylor-Koeffizienten f_1 und g_0 der Materialfunktionen (214) und (215) durch Lösen des nichtlinearen Gleichungssystems (232)-(234) bestimmt werden. Über die Darstellung der nur im Rayleigh-Bereich gültigen Materialfunktionen als Fourierreihen

$$f(H) = f_1 H = \sum_{n=1}^{+\infty} F_n \sin(p_n H) \quad \text{mit} \quad p_n = \frac{n\pi}{H_{max}} \quad \text{und} \quad (249)$$

$$g(H) = g_0 = G_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} G_n \cos(p_n H) \quad \text{mit} \quad (250)$$

$$F_n = \frac{2f_1}{p_n} (-1)^{(n-1)}, \quad G_0 = g_0 \quad \text{und} \quad G_n = 0, \quad (251)$$

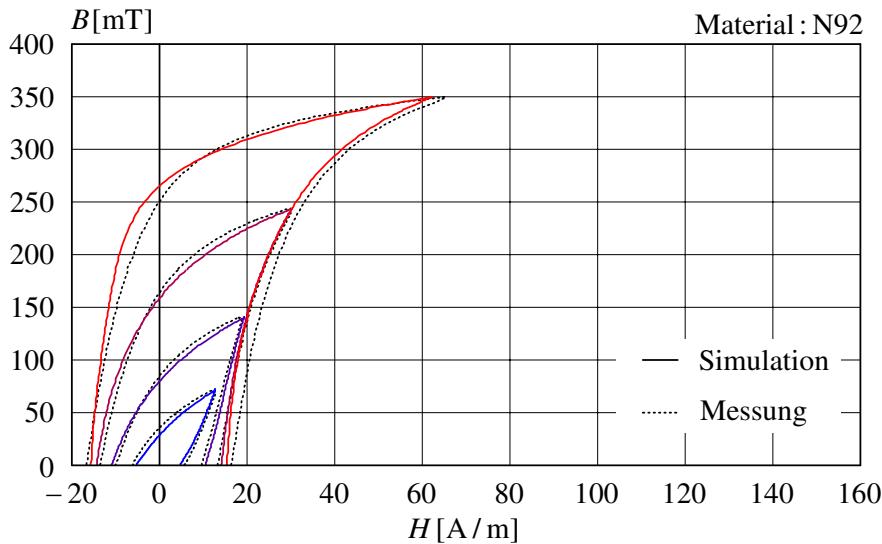
können die Koeffizienten (251) direkt als Startwerte für den numerischen Anpass-Algorithmus verwendet werden. Ausgehend von den Startwerten, werden die Koeffizienten F_n und G_0 bzw. G_n anschließend so lange mit Hilfe der Matlab®-Funktion `lsqcurvefit.m` variiert, bis die B - H Schleifen von Messung und Modell (246) einen quadratisch minimalen Abstand zueinander aufweisen:

$$\left| B_{Mess}^2(H_{Mess}) - B_{Modell}^2(H_{Mess}) \right| = \min! . \quad (252)$$

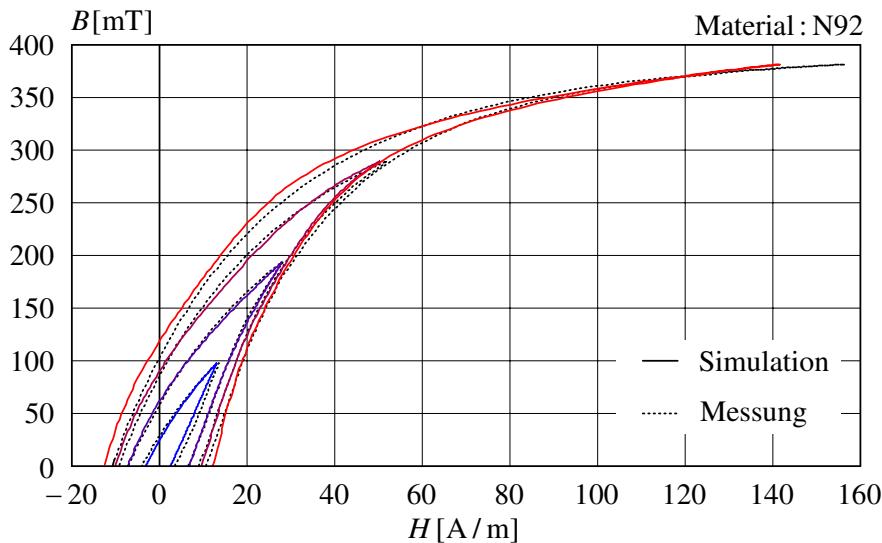
Wird der Wert von H_{max} in der Praxis im Bereich

$$H_S \leq H_{max} \leq 10H_S \quad (253)$$

gewählt, genügen in den meisten Fällen bereits ca. $N = 10$ Fourierkoeffizienten für eine ausreichend genaue Darstellung der Materialfunktionen. Die Rechenzeit für die Anpassung liegt dann deutlich unter einer Minute (512 Stützstellen pro Unterschleife, 10 Unterschleifen, aktueller Standard Office-PC).



PARAMETER: $f = 10$ kHz, $T_c = 25^\circ\text{C}$



PARAMETER: $f = 10$ kHz, $T_c = 100^\circ\text{C}$

Abbildung 105: Gemessene und berechnete B - H Schleifen (N92)

Um eine zeitaufwändige Auswertung der Summen in späteren Simulationen zu vermeiden, sollte dies unter Verwendung der Matrzenschreibweise [Alb07a] erfolgen. Alternativ können auch Stützstellen der Materialfunktionen in einer Tabelle abgelegt werden. Zwischenwerte sind dann durch ein geeignetes Interpolationsverfahren zu bestimmen.

Die Abbildungen 104 und 105 zeigen die Ergebnisse des Anpass-Algorithmus am Beispiel der Materialien F49 und N92. Die gestrichelten Linien geben die bei einer Frequenz von 10 kHz gemessenen Hystereseschleifen an. In den Abbildungen sind jeweils oben die Ergebnisse bei Raumtemperatur ($T_c = 25^\circ\text{C}$) eingezeichnet, unten die bei $T_c = 100^\circ\text{C}$. Insgesamt wurden 10 Unterschleifen aufgenommen, 4 davon sind

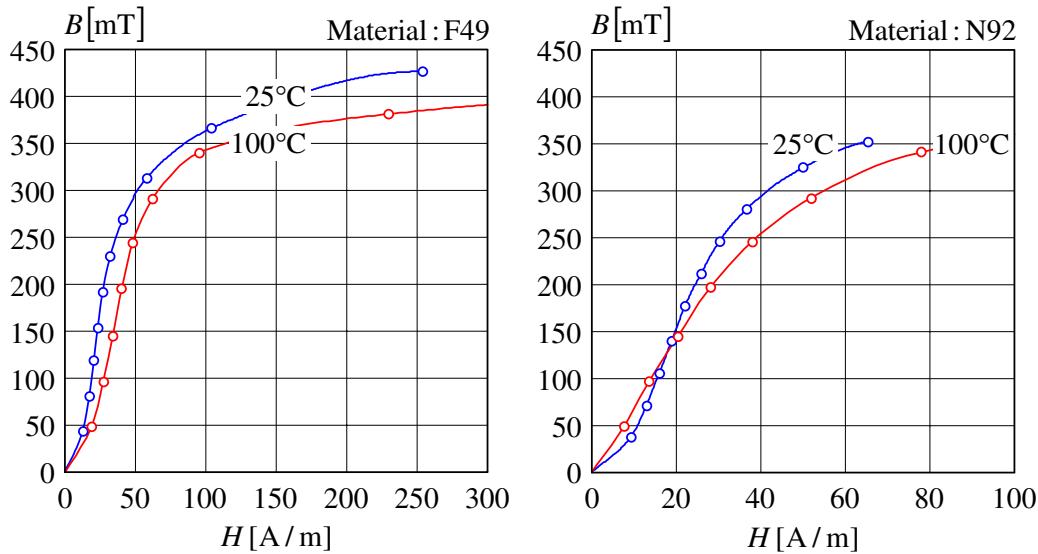


Abbildung 106: Aus den Messdaten bestimmte Kommutierungskurven (F49, N92)

dargestellt. Die Ringkernproben wurden mit einer näherungsweise sinusförmigen Spannungsquelle magnetisiert. Es ergeben sich ähnliche Verläufe von $B(t)$ und $H(t)$ wie in Abbildung 4. Zur Bestimmung der Materialfunktionen $f(H)$ und $g(H)$ ist die allgemeine Lösung (246), wie oben beschrieben, an die 10 gemessenen Unterschleifen angepasst. Die durchgezogenen Linien geben die entsprechend simulierten B - H Schleifen der Approximation an.

Vergleicht man die berechneten Kurven mit den gemessenen in den Abbildungen 104 und 105, wird deutlich, dass die allgemeine Definition der Materialfunktionen $f(H)$ und $g(H)$ in (235) und (236) eine sehr gute Anpassung des Modells (211) an unterschiedliche Schleifenformen erlaubt. Die Abweichungen sind dabei nicht auf eine oder wenige Schleifen konzentriert, so dass über den gesamten Aussteuerungsbereich eine nahezu konstante Güte der Simulation erreicht wird. Zusätzlich ist festzustellen, dass es sich bei F49 [Mmg08] und N92 [Epc08] um typische Ferrite für Leistungsanwendungen handelt. Beide Materialien besitzen vergleichbare Eigenschaften und weisen über der Temperatur die in den Kapiteln 3.2 und 4.2 diskutierten parabelförmigen Verläufe der Kernverluste auf. Dementsprechend erscheinen die Hystereseschleifen bei $T_c = 100^\circ\text{C}$ etwas schmäler als bei Raumtemperatur ($T_c = 25^\circ\text{C}$). Am Beispiel beider Materialien werden im Kapitel 5.2.5 weitere Simulationen im Zeitbereich – auch unter Gleichfeld-Vormagnetisierung – vorgestellt und mit Messwerten verglichen.

Zur Berechnung des B - H Zusammenhangs bei Gleichstrom wurden aus den Messwerten zusätzlich die in Abbildung 106 dargestellten Kommutierungskurven, wie im Kapitel 4.4 beschrieben, bestimmt. Die Kreise geben die Spitzen der 10 gemessenen Unterschleifen im ersten Quadranten der B - H Ebene an. Die als durchgezogene Linien dargestellten Verläufe sind, basierend auf den Stützstellen, durch Interpolation ermittelt. Da insbesondere das Verhalten im Rayleigh-Bereich richtig wiedergegeben werden sollte, fanden bei der Wahl der Interpolationsfunktion die in [Riv81] beschriebenen physikalischen Grundsätze Berücksichtigung. Die Kurven bei $T_c = 100^\circ\text{C}$ zeigen, dass bei den zur Verfügung gestellten Proben die vom Hersteller [Mmg08] garantiierte Sättigungsflussdichte von $B_s \geq 500$ mT beim Material F49 nicht eingehalten wird.

5.2.5 Betrachtung des stationären Zustands

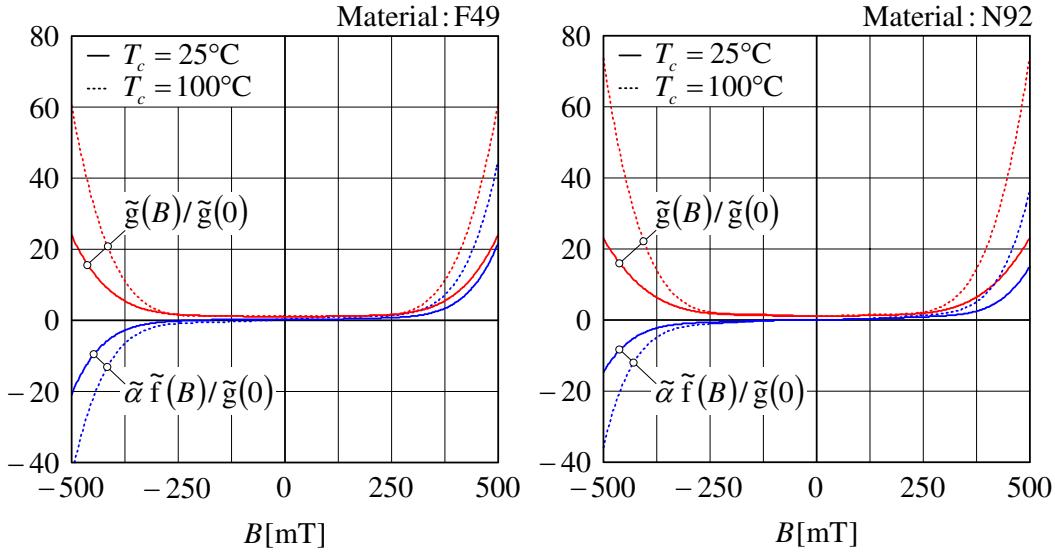


Abbildung 107: Verlauf der Materialfunktionen $\tilde{f}(B)$ und $\tilde{g}(B)$ (F49, N92)

Das im Kapitel 5.2.4 vorgestellte Verfahren erlaubt die Anpassung des dynamischen Modells nach B. D. Coleman und M. L. Hodgdon an einfach zu messende Daten. Die Algorithmen sind zwar anhand der ursprünglichen Formulierung (211) des Modells abgeleitet, können jedoch mit geringen Modifikationen auch zur Anpassung des alternativen Modells (212) genutzt werden. Für die Bestimmung von $\tilde{\alpha}$ wird (212) zunächst im Koerzitivpunkt ($B = 0, H = H_{CB}$) der Sättigungsschleife ($\hat{B} = B_S$) ausgewertet:

$$\left. \frac{\partial H}{\partial B} \right|_{(B=0, H=H_{CB})} = -\tilde{\alpha} H_{CB} + \tilde{g}(0) = -\tilde{\alpha} H_{CB} + (\mu_0 \mu_i)^{-1}. \quad (254)$$

Mit H_{CB} , μ_i und der inversen differentiellen Permeabilität im Koerzitivpunkt lautet der gesuchte Wert von $\tilde{\alpha}$:

$$\tilde{\alpha} = H_{CB}^{-1} \left[(\mu_0 \mu_i)^{-1} - \left. \frac{\partial H}{\partial B} \right|_{(B=0, H=H_{CB})} \right]. \quad (255)$$

Durch Tausch der numerischen Daten von $B(t)$ und $H(t)$ können nun dieselben Programme zur Bestimmung der Materialfunktionen $\tilde{f}(B)$ und $\tilde{g}(B)$ verwendet werden wie im Kapitel 5.2.4. Abbildung 107 zeigt die ermittelten Verläufe von $\tilde{f}(B)$ und $\tilde{g}(B)$, jeweils auf dimensionslose Größen normiert. Das Modell ist an 10 gemessene Unterschleifen der Materialien F49 und N92 angepasst, von denen 4 in den Abbildungen 104 und 105 eingezeichnet sind. Die durchgezogenen Linien in Abbildung 107 geben die Kurven bei Raumtemperatur ($T_c = 25^\circ\text{C}$) an, die gepunkteten die bei $T_c = 100^\circ\text{C}$. In Tabelle 11 finden sich ergänzend die zugehörigen Zahlenwerte von $\tilde{\alpha}$ und $\tilde{g}(0)$. Beim Tausch von $B(t)$ und $H(t)$ lauten die Eigenwerte der Reihendarstellungen (235) und (236) nun:

$$\tilde{p}_n = \frac{n\pi}{B_{max}}. \quad (256)$$

$f = 10 \text{ kHz}$	Material: F49		Material: N92	
	$T_c = 25^\circ\text{C}$	$T_c = 100^\circ\text{C}$	$T_c = 25^\circ\text{C}$	$T_c = 100^\circ\text{C}$
$\tilde{\alpha} \left[(\text{Ws/m}^2)^{-1} \right]$	12.511	13.112	13.187	5.498
$\tilde{g}(0) \left[(\text{Vs/Am})^{-1} \right]$	260.185	329.612	221.476	133.314

Tabelle 11: Werte der Materialparameter $\tilde{\alpha}$ und $\tilde{g}(0)$ (F49, N92)

Die Zahl der berücksichtigten Fourierkoeffizienten ist im untersuchten Beispiel auf $N = 20$ festgelegt, es gilt $B_{max} = 1.5B_S$. Ersetzt man die partiellen Ableitungen in (212) durch entsprechende Differenzenquotienten

$$\frac{\partial H}{\partial B} \Big|_{(B=B_i, H=H_i)} \approx \frac{H_{i+1} - H_i}{B_{i+1} - B_i} \approx \tilde{\alpha} s \left(\frac{B_{i+1} - B_i}{t_{i+1} - t_i} \right) \left[\tilde{f}(B_i) - H_i \right] + \tilde{g}(B_i), \quad (257)$$

und sind die Werte B_i und H_i der magnetischen Flussdichte und der magnetischen Feldstärke im Zeitpunkt t_i bekannt, kann die magnetische Feldstärke, abhängig vom zugehörigen Wert B_{i+1} der magnetischen Flussdichte, auch im unmittelbar folgenden Zeitpunkt $t_{i+1} > t_i$ angegeben werden:

$$H_{i+1} = H_i + \underbrace{\left\{ \tilde{\alpha} s (B_{i+1} - B_i) \left[\tilde{f}(B_i) - H_i \right] + \tilde{g}(B_i) \right\}}_{\tilde{h}(B_i, B_{i+1}, H_i)} \cdot \underbrace{(B_{i+1} - B_i)}_{\Delta B}. \quad (258)$$

Der Operator $\tilde{h}(B_i, B_{i+1}, H_i)$ muss zur Berechnung der sog. „Modifikation“ $\tilde{h} \cdot \Delta B$ nicht invertiert werden. Zur Simulation des Klemmenverhaltens der nichtlinearen Bauelemente in entsprechenden Schaltungssimulationen ist die alternative Form (212) des Modells somit besser geeignet als (211), da die induktiven Komponenten dabei meist durch modellierte Spannungsquellen erregt werden. In diesem Fall kann B_{i+1} als bekannt vorausgesetzt werden, im Falle von Stromquellen H_{i+1} .

Symmetrische Aussteuerung Die Abbildungen 108 und 109 zeigen die mit Hilfe des Differenzenalgorithmus (258) berechneten Zeitverläufe der magnetischen Feldstärke H . Für die magnetische Flussdichte ist ein ideal sinusförmiger Verlauf angenommen. Die simulierten Aussteuerungen sind mit denen der gemessenen Vergleichskurven identisch. Bei $f = 10 \text{ kHz}$ entspricht die Schrittweite $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ der transienten Simulation 512 Gitterpunkten pro Periode, wobei sich der simulierte Zeitraum über 10 vollständige Perioden erstreckt und im ideal abmagnetisierten Zustand $B(t = 0) = H(t = 0) = 0$ begonnen wird. In den Abbildungen 108 und 109 ist jeweils die letzte Periode dargestellt. Nach Beginn der Simulation durchläuft das Modell die Neukurve (hier nicht gezeigt) und erreicht noch innerhalb der ersten Periode den abgebildeten stationären Zustand. Vergleicht man die als durchgezogene Linien eingezeichneten simulierten Kurven mit den gepunktet dargestellten Messungen, wird deutlich, dass das nichtlineare Verhalten der Materialien vom Modell in der Praxis mit hoher Genauigkeit wiedergegeben wird. Die Qualität ist bei allen Einzelergebnissen in etwa vergleichbar.

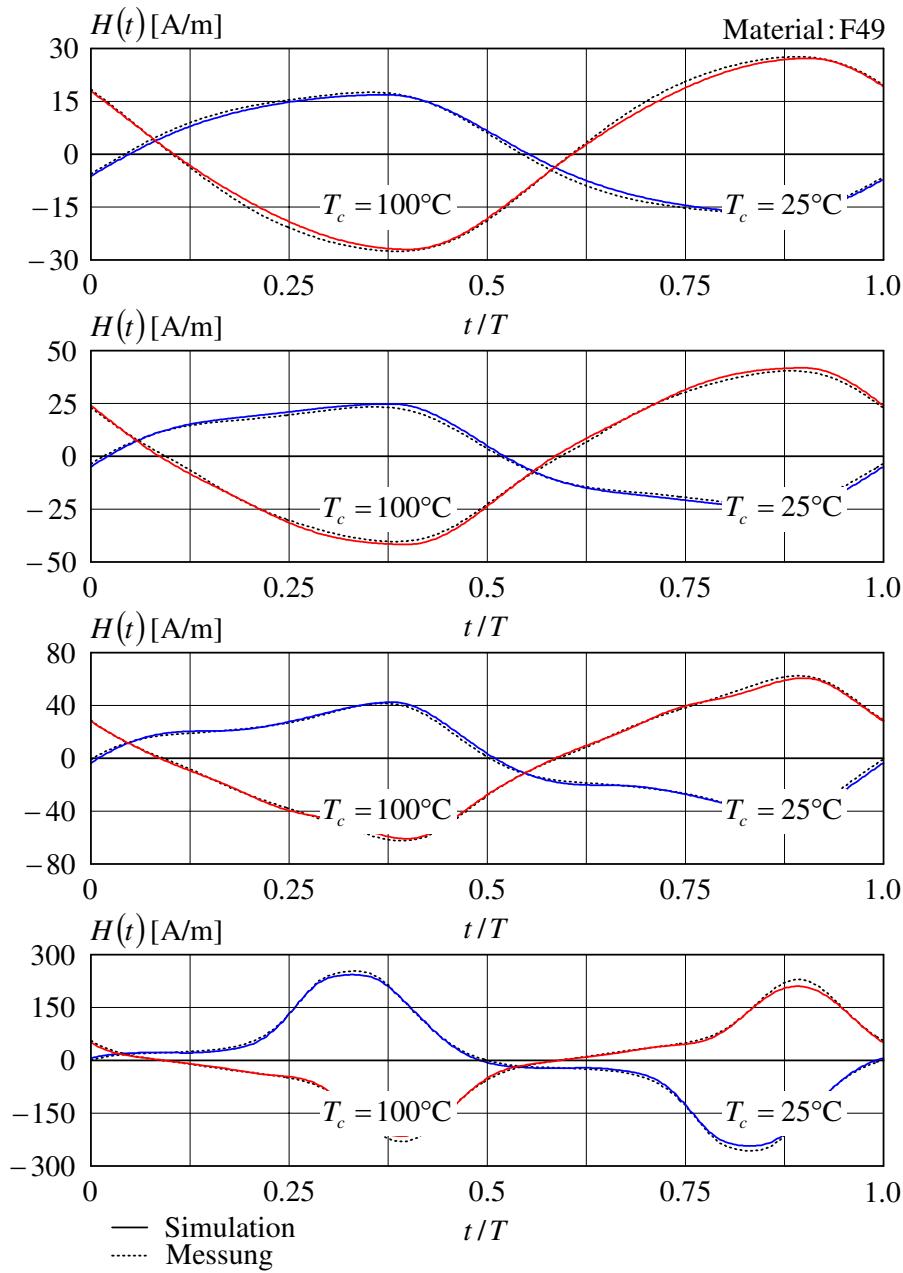


Abbildung 108: Verlauf von $H(t)$ für symmetrische Aussteuerungen (F49)

Auf Basis der simulierten Verläufe von $B(t)$ und $H(t)$ wurden auch die mittleren Kernverluste (pro Volumen) über (2) ermittelt. In Abbildung 110 ist \bar{p}_v im stationären Zustand als Funktion der Aussteuerung \hat{B} dargestellt. Die berechneten Kurven zeigen für beide untersuchten Materialien F49 und N92 eine sehr gute Übereinstimmung mit den eingetragenen Messpunkten. Wie im Kapitel 4.2 beschrieben, fallen die Verluste der untersuchten Leistungsferrite auch im unteren Frequenzbereich bei $T_c = 100^\circ\text{C}$ deutlich geringer aus, als bei Raumtemperatur ($T_c = 25^\circ\text{C}$). Der Effekt beruht somit im Wesentlichen auf der veränderten Form der in den Abbildungen 104 und 105 dargestellten statischen Hystereseschleifen. Die übrigen Verlustmechanismen können bei der untersuchten Frequenz $f = 10 \text{ kHz}$ vernachlässigt werden.

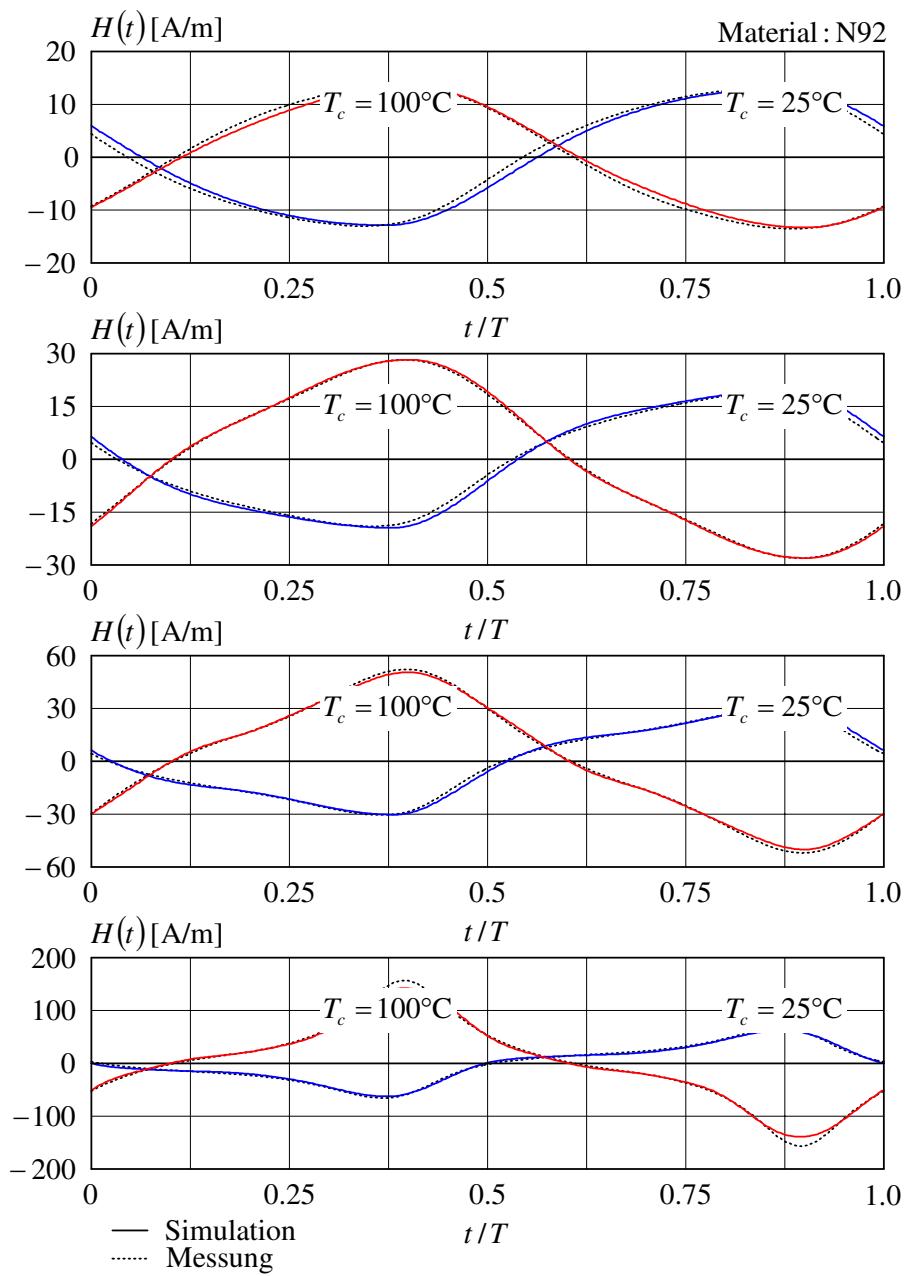


Abbildung 109: Verlauf von $H(t)$ für symmetrische Aussteuerungen (N92)

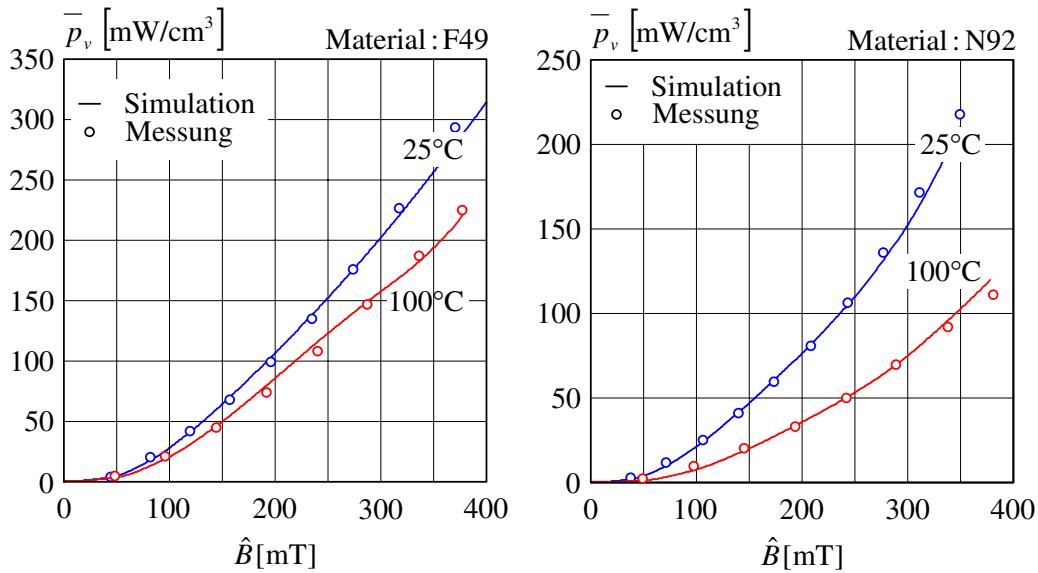
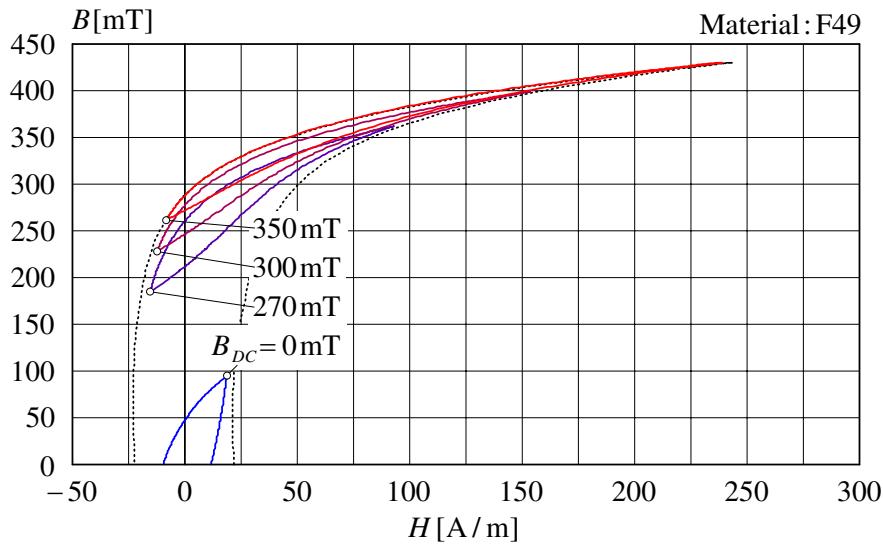


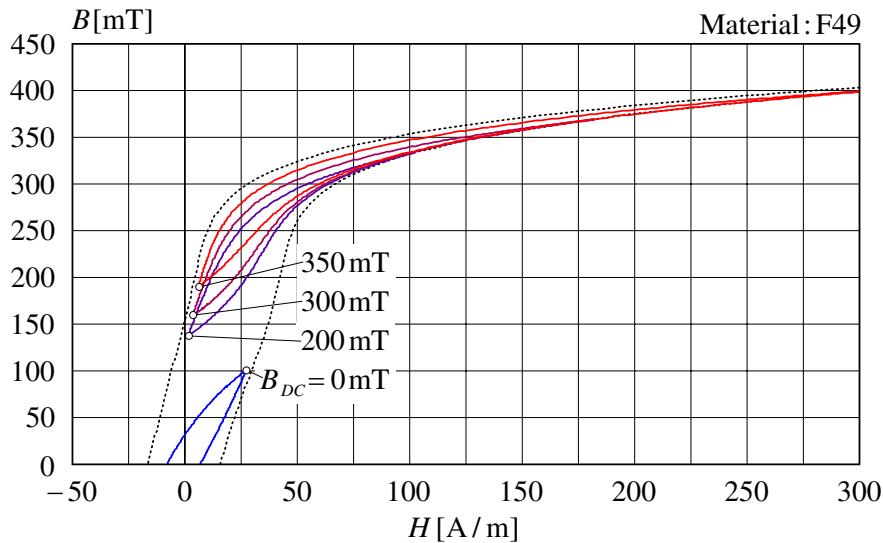
Abbildung 110: Im Zeitbereich berechnete Werte ($f = 10$ kHz) von \bar{p}_v (F49, N92)

Unsymmetrische Aussteuerung Im Folgenden wird nun gezeigt, wie das angepasste Modell auch zur Simulation des Hystereseverhaltens bei Gleichfeld-Voraussteuerung verwendet werden kann. Der Differenzenalgorithmus (258) muss dazu nicht modifiziert werden, es muss lediglich der durch die Stützstellen B_i beschriebene Verlauf der magnetischen Flussdichte mit dem gewünschten Gleichanteil B_{DC} beaufschlagt werden. Auf diese Weise bleibt zwar ΔB in (258) unverändert, der Arbeitspunkt des Operators $\tilde{h}(B_i, B_{i+1}, H_i)$ wird jedoch entsprechend verschoben, wodurch die magnetische Feldstärke $H(t)$ im stationären Zustand automatisch mit dem zugehörigen Mittelwert H_{DC} beaufschlagt wird. Das Modell bleibt unter allen Umständen stabil, wenn die Schrittweite $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ klein genug und die Voraussteuerung B_{DC} nicht höher als die Sättigungsflussdichte B_S des untersuchten Materials gewählt wird. Abbildung 111 zeigt die bei der AC-Aussteuerung (199) $\hat{B} = 100$ mT simulierten Unterschleifen mit der Voraussteuerung B_{DC} als Parameter. Im Bild oben sind die Ergebnisse (F49) bei Raumtemperatur ($T_c = 25^\circ\text{C}$) dargestellt, unten die bei $T_c = 100^\circ\text{C}$. Die im eingeschwungenen Zustand umlaufenden Unterschleifen ergeben insgesamt ein realistisches Bild und sollen nun zur quantitativen Beurteilung mit gemessenen Daten verglichen werden. Hierbei stellt sich das Problem, dass der Gleichanteil B_{DC} beim verwendeten Messprinzip nicht direkt erfasst werden kann. Daher wurde der gewünschte Wert B_{DC} , wie im Kapitel 4.4 beschrieben, unter Verwendung der in Abbildung 106 dargestellten Kommutierungskurven eingestellt (eine direkte Messung der abgebildeten Schleifen wäre z.B. unter Verwendung des in [Jow89] beschriebenen Messprinzips möglich).

Tabelle 12 zeigt einen Vergleich der gemessenen und der im Zeitbereich simulierten Werte der mittleren Verlustleistung \bar{p}_m (pro Volumen) und der mittleren gespeicherten magnetischen Energie \bar{w}_m (pro Volumen). Um vergleichbare Größen von Messung und Simulation zu erhalten, ist der durch die Gleichanteile B_{DC} und H_{DC} hervorgerufene Energieanteil bei der Simulation von \bar{w}_m nicht berücksichtigt.



PARAMETER: $\hat{B} = 100$ mT, $f = 20$ kHz, $T_c = 25^\circ\text{C}$



PARAMETER: $\hat{B} = 100$ mT, $f = 20$ kHz, $T_c = 100^\circ\text{C}$

Abbildung 111: Berechnete B - H Schleifen bei Gleichfeld-Voraussteuerung (F49)

Ein Vergleich der ermittelten Zahlenwerte zeigt die hohe Genauigkeit der transienten Simulation. Bei der Beurteilung muss berücksichtigt werden, dass das dynamische Modell, wie oben beschrieben, lediglich an die bei symmetrischen Aussteuerungen gemessenen Unterschleifen angepasst wurde. Zusätzliche Informationen zum Verhalten bei Gleichfeldvormagnetisierung sind nicht mit einbezogen. Obwohl die zur Anpassung des Modells verwendeten Daten bei $f = 10$ kHz gemessen wurden, können die in Tabelle 12 aufgelisteten Werte bei $f = 20$ kHz dennoch mit hoher Genauigkeit berechnet werden. Dies bestätigt die Annahme, dass die Kernverluste im unteren Frequenzbereich in guter Näherung durch die statische Hysterese beschrieben werden können, wenn Wirbelstromeffekte vernachlässigbar sind. Mit zunehmender Frequenz treten

\bar{p}_v [mW/cm ³]	$T_c = 25^\circ\text{C}$		$T_c = 100^\circ\text{C}$	
	Messung	Rechnung	Messung	Rechnung
$B_{DC} = 0 \text{ mT}$	66.1899	56.0969	52.7062	40.8264
200 mT	67.8200	69.1616	55.5901	46.2143
300 mT	75.2274	72.1820	56.0040	48.4272
350 mT	80.1502	73.5691	55.3041	61.3847
\bar{w}_m [Ws/m ³]	$T_c = 25^\circ\text{C}$		$T_c = 100^\circ\text{C}$	
	Messung	Rechnung	Messung	Rechnung
$B_{DC} = 0 \text{ mT}$	0.4363	0.4998	0.6775	0.7187
200 mT	1.2452	1.1623	1.1528	1.1853
300 mT	1.9330	1.7065	1.9705	2.1506
350 mT	2.8466	2.4852	3.4908	3.7068

PARAMETER: $\hat{B} = 100 \text{ mT}$, $f = 20 \text{ kHz}$

Tabelle 12: Im Zeitbereich berechnete Werte von \bar{p}_v und \bar{w}_m (F49)

diese jedoch in den Vordergrund, was zu erheblichen Fehlern bei der Berechnung von \bar{p}_v führt. Zur Vermeidung der hohen Kernverluste ist die Aussteuerung in der praktischen Anwendung dann aber notwendigerweise reduziert, die aufwändige Berechnung der Transienten erübrigts sich, und die Kernverluste können wieder auf Basis des frequenzstationären Modells im Kapitel 5.1 ermittelt werden. Die induktiven Bauelemente werden in der Schaltungssimulation anschließend durch ihre im Arbeitspunkt linearisierten Modelle ersetzt.

6 Zusammenfassung und Ausblick

6.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird zur exakten Bestimmung der Kernverluste ein kombiniertes Verfahren aus Messung und Simulation vorgestellt, mit Hilfe dessen die Kernverluste weichmagnetischer Ferritmaterialien bei beliebigen Kernformen durch eine exakte Lösung der Maxwell'schen Gleichungen berechnet werden können. Die allgemein gültige Formulierung des Modells erlaubt dabei auch den Einsatz kommerzieller numerischer Simulationsprogramme wie z.B. COMSOL®.

Zur Bestimmung der spezifischen Materialparameter und zur Messung der Kernverluste im praxisrelevanten Fall, d.h. bei gleichzeitig hohen Frequenzen, Aussteuerungen und Temperaturen sowie nicht sinusförmigen Signalformen und Gleichfeld-Voraussteuerung, wurde eine Reihe von Laboraufbauten erstellt. Im Rahmen der Arbeit wird der theoretischen Berechnung der systematischen Messfehler ein hoher Stellenwert beigemessen. Es zeigt sich, dass Feldverdrängungseffekte in den Materialproben nicht in allen Fällen vernachlässigbar sind. Um dennoch auf die tatsächlichen spezifischen Materialparameter schließen zu können, wurden ein mathematisches Optimierungsverfahren und zusätzliche koaxiale Messhülsen zur Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit und der dielektrischen Eigenschaften der Proben entwickelt.

Die wesentlichen nichtlinearen Abhängigkeiten der untersuchten Ferritmaterialien wurden mit Hilfe der Messaufbauten herausgearbeitet, in zahlreichen Diagrammen verdeutlicht und gleichzeitig die Konsistenz von Modell und Simulation durch Gegenrechnung überprüft. Gezeigt wird, dass die zu erwartenden Kernverluste im gesamten für die praktische Anwendung interessanten Bereich auch bei wechselnden Kerngrößen und Kernformen durch die Simulation mit hoher Genauigkeit vorhergesagt werden können. Die Ergebnisse der abgeleiteten analytischen Lösungen der Maxwell'schen Gleichungen sind denen der kommerziellen Software COMSOL® vergleichbar. Durch die Verwendung komplexer Zeiger laufen die Simulationen ausreichend schnell ab.

Zur Berechnung des nichtlinearen Klemmenverhaltens der Bauelemente wurden zusätzliche Algorithmen zur Simulation des transienten Verhaltens der Hysterese entwickelt. Die analytische Lösung der differentiellen Formulierung der statischen Hysterese nach B. D. Coleman und M. L. Hodgdon erlaubt dabei die Anpassung des Modells an einfach zu messende Daten. Das transiente Verhalten wird vom Modell äußerst realistisch wiedergegeben, die Signalformen bei Gleichfeld-Voraussteuerung können genau vorhergesagt werden.

6.2 Ausblick

6.2.1 Erweiterung der Versuchsaufbauten

Zur Fortführung des Forschungsprojektes sollte die Steuersoftware und Benutzeroberfläche der Messaufbauten dahingehend modifiziert werden, dass bei den praxisrelevanten rechteckförmigen Spannungsverläufen am Funktionsgenerator (s. S. 124) auch Tastgrade $\neq 0.5$ automatisch eingestellt werden können. Auch sollte der Einsatz von dif-

ferentiellen (potentialfreien) Tastköpfen zur Spannungsmessung geprüft werden. Dies würde den Einsatz von Shuntwiderständen zur Messung des Primärstroms erlauben und auf die zusätzliche Gleichstromwicklung könnte verzichtet werden. Die Messung von Strom und Spannung an den Klemmen der Bauelemente würde zugleich die Bestimmung der Gesamtverluste (von Kern und Wicklung) realer induktiver Komponenten ermöglichen. Wie anhand des verwendeten Stromwandlers und der Koaxialkabel bzw. Tastköpfe gezeigt, müssten jedoch auch hier die zu erwartenden Signallaufzeiten bzw. das Übertragungsverhalten vor dem Einsatz experimentell untersucht werden, um die resultierenden Messfehler abzuschätzen.

6.2.2 Ergänzung der theoretischen Untersuchungen

Die kommerzielle Software COMSOL® erlaubt auch die Lösung nichtlinearer gekoppelter Systeme. Diese Funktion könnte dazu benutzt werden, das differentielle Modell nach B. D. Coleman und M. L. Hodgdon bei transienten Simulationen im Zeitbereich in Form eines ortsabhängigen Operators einzusetzen. Der Gültigkeitsbereich des Modells könnte auf diese Weise im höheren Frequenzbereich erweitert werden, indem die Ausbreitung von Wirbelströmen mit berücksichtigt wird. Im Rahmen der Arbeit zeigten erste Versuche positive Ergebnisse. Im Hinblick auf die praktische Anwendung wurde der Ansatz wegen der erheblichen Simulationszeit jedoch nicht weiter verfolgt.

Literaturverzeichnis

- [Alb95] M. Albach, A. Brockmeyer, *Analytical Representation of the Magnetization-Curve of Soft Ferrites and its Temperature Dependence*, International Conference on Power Electronics Drives and Motion PCIM, June 1995, Nuremberg, Germany, p. 187-197.
- [Alb00] M. Albach, *Two-Dimensional Calculation of Winding Losses in Transformers*, 31st Power Electronics Specialists Conference PESC, June 2000, Galway, Ireland, paper 41.4, p. 1639-1644.
- [Alb01] M. Albach, H. Roßmanith, *The Influence of Air Gap Size and Winding Position on the Proximity Losses in High Frequency Transformers*, 32nd Power Electronics Specialists Conference PESC, June 2001, Vancouver, Canada, paper 10260.
- [Alb04] M. Albach, *Grundlagen der Elektrotechnik 1*, Verlag Pearson Studium, München, 2004.
- [Alb06a] M. Albach, *Elektromagnetische Felder I*, Mitschrift zur Vorlesung, Universität Erlangen–Nürnberg, Lehrstuhl für Elektromagnetische Felder, Erlangen, 2006.
- [Alb06b] M. Albach, *Elektromagnetische Felder II*, Mitschrift zur Vorlesung, Universität Erlangen–Nürnberg, Lehrstuhl für Elektromagnetische Felder, Erlangen, 2006.
- [Alb07a] M. Albach, *Verfahren zur Lösung elektrodynamischer Probleme*, Mitschrift zur Vorlesung, Universität Erlangen–Nürnberg, Lehrstuhl für Elektromagnetische Felder, Erlangen, 2007.
- [Alb07b] M. Albach, B. Piepenbreier, *Leistungselektronik*, Mitschrift zur Vorlesung, Universität Erlangen–Nürnberg, Lehrstuhl für Elektromagnetische Felder, Lehrstuhl für Elektrische Antriebe und Maschinen, Erlangen, 2007.
- [Ale94] L. D’Alessandro, A. Ferrero, *A Method for the Determination of the Parameters of the Hysteresis Model of Magnetic Materials*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 43, no. 4, August 1994, p. 599-605.
- [Amm00] K. Ammous, B. Allard, O. Brevet, H. El Omari, D. Bergogne, D. Ligot, R. Ehlinger, H. Morel, *Error in Estimation of Power Switching Losses based on Electrical Measurements*, 31st Power Electronics Specialists Conference PESC, June 2000, Galway, Ireland, vol. 1, p. 286-291.
- [And98] P. Andrei, O. Caltun, A. Stancu, *Differential Phenomenological Models for the Magnetization Processes in Soft Mn–Zn Ferrites*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 34, no. 1, January 1998, p. 231-241.

- [Bat99] A. J. Batista, J. C. S. Fagundes, P. Viarouge, *An Automated Measurement System for Core Loss Characterization*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 48, no. 2, April 1999, p. 663-667.
- [Bat03] I. Batarseh, *Power Electronic Circuits*, Int. Ed., John Wiley & Sons, 2003.
- [Bla94] F. Blache, J. P. Karadec, *Stray Capacitances of Two Winding Transformers: Equivalent Circuit, Measurement, Calculation and Lowering*, IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 1994, vol. 2, p. 1211-1217.
- [Bog96] A. Boglietti, P. Ferraris, M. Lazzari, M. Pastorelli, *About the Possibility of Defining a Standard Method for Iron Loss Measurement in Soft Magnetic Materials with Inverter Supply*, 31st Industry Applications Conference IAS, IEEE IAS Conference Record 1996, vol. 2, p. 856-861.
- [Bol89] C. D. Boley, M. L. Hodgdon, *Model and Simulations of Hysteresis in Magnetic Cores*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 25, no. 5, September 1989, p. 3922-3924.
- [Bos04] A. Van den Bossche, V. C. Valchev, G. B. Georgiev, *Measurement and Loss Model of Ferrites with Non-sinusoidal Waveforms*, 35th IEEE Power Electronics Specialists Conference PESC, 2004, p. 4814-4818.
- [Bos05a] A. Van den Bossche, D. M. Van de Sype, V. C. Valchev, *Ferrite Loss Measurement and Models in Half Bridge and Full Bridge Waveforms*, 36th IEEE Power Electronics Specialists Conference PESC, 2005, p. 1535-1539.
- [Bos05b] A. Van den Bossche, V. C. Valchev, *Inductors and Transformers for Power Electronics*, 1st Ed., CRC Press, Taylor & Francis Group, 2005.
- [Bos05c] A. Van den Bossche, V. C. Valchev, *Self-Oscillating Sine Wave Oscillator for Ferrite Loss Measurements*, 11th European Conference on Power Electronics and Applications EPE, Sep. 2005, Dresden, Germany, paper 222.
- [Bos06a] A. Van den Bossche, V. C. Valchev, *Modeling Ferrite Core Losses in Power Electronics*, Journal of International Review of Electrical Engineering, IREE, 2006, p. 14-22.
- [Bos06b] A. Van den Bossche, V. C. Valchev, D. M. Van de Sype, L. P. Vandebossche, *Ferrite Losses of Cores with Square Wave Voltage and DC Bias*, Journal of Applied Physics, vol. 99, no. 1, 2006.
- [Bro93] A. Brockmeyer, L. Schüting, *Modelling of Dynamic Losses in Magnetic Material*, Proceedings of the 5th European Conference on Power Electronics and Applications, EPE 1993, Brighton, England, p.112-117.
- [Bro96] A. Brockmeyer, *Experimental Evaluation of the Influence of DC-Premagnetization on the Properties of Power Electronic Ferrites*, 11th Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC, March 1996, San Jose, USA, vol. 1, p. 454-460.

- [Bro97a] A. Brockmeyer, J. Paulus–Neues, *Frequency Dependence of the Ferrite-Loss Increase Caused by Premagnetization*, 12th Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC, February 1997, Atlanta, USA, vol. 1, p. 375-380.
- [Bro97b] A. Brockmeyer, *Dimensionierungswerkzeug für magnetische Bauelemente in Stromrichteranwendungen*, 1. Auflage, Verlag der Augustinus Buchhandlung, Aachen, 1997.
- [Buc07] A. Bucher, M. Albach, T. Dürbaum, und D. Kübrich, *Industrie-Schaltungsgeräte im Test – Teil 1: Stationäre Eigenschaften*, Elektronik, Ausgabe 08/2007, S. 56-65.
- [Cal95] O. Caltun, C. Papusoi, W. Kappel, P. Andrei, A. Stancu, D. Hatmanu, *Magnetization Processes in Soft Mn–Zn Ferrites*, University Sciintifice Annals, 1995-1996, Romania, vol. 41-42, no. 2, p. 37-46.
- [Che94] K. W. E. Cheng, P. D. Evans, *Calculation of Winding Losses in High-Frequency Toroidal Inductors using Single Strand Conductors*, Proceedings of the IEE Electrical Power Applications, vol. 141, no. 2, March 1994, p. 52-62.
- [Che95] K. W. E. Cheng, P. D. Evans, *Calculation of Winding Losses in High Frequency Toroidal Inductors using Multistrand Conductors*, Proceedings of the IEE Electrical Power Applications, vol. 142, no. 5, September 1995, p. 313-322.
- [Cli07] <http://www.climatesaverscomputing.org>, 2007.
- [Col87] B. D. Coleman, M. L. Hodgdon, *On a Class of Constitutive Relations for Ferromagnetic Hysteresis*, Archive for Rational Mechanics and Analysis, 1987, p. 375-396.
- [Col90] J. A. Collins, *An Accurate Method for Modeling Transformer Winding Capacitances*, 16th Industrial Electronics Society IECON, IEEE IECON Conference Record 1990, vol. 2, p. 1094-1099.
- [Dai94] N. Dai, F. C. Lee, *Edge Effect Analysis in a High-Frequency Transformer*, 25th Power Electronics Specialists Conference PESC, IEEE PESC Conference Record 1994, vol. 2, p. 850-855.
- [DIN ...] Siehe S. 172, „Normenverzeichnis“.
- [Dow66] P. L. Dowell, *Effects of Eddy Currents in Transformer Windings*, Proceedings of the IEE, vol. 113, no. 8, August 1966, p. 1387-1394.
- [Dro97] M. Drofenik, A. Znidarsic, I. Zajc, *Highly Resistive Grain Boundaries in Doped Mn–Zn Ferrites for High-Frequency Power Supplies*, Journal of Applied Physics, vol. 82, no. 1, 1997, p. 333-339.

- [Due95] T. Dürbaum, M. Albach, *Core Losses in Transformers with an Arbitrary Shape of the Magnetizing Current*, Proceedings of the European Conference on Power Electronics and Applications EPE, 1995, vol. 1, p. 1.171-1.176.
- [Due99] T. Dürbaum, *Layer Based Capacitance Model for Magnetic Devices*, Proceedings of the European Conference on Power Electronics and Applications EPE, 1999, paper 43.
- [Due01] T. Dürbaum, G. Sauerländer, *Energy Based Capacitance Model for Magnetic Devices*, 16th Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC, March 2001, Anaheim, USA, vol. 1, p. 109-115.
- [Epc08] EPCOS AG, *SIFERRIT® Materials – Data Sheets*, <http://www.epcos.com>, 2008.
- [Eri01] R. W. Erickson and D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics*, 2nd Ed., Springer Netherlands, 2001.
- [Fer92] J. A. Ferreira, W. A. Cronje, W. A. Relihan, *Integration of High Frequency Current Shunts in Power Electronic Circuits*, 23rd Power Electronics Specialists Conference PESC, IEEE PESC Conference Record 1992, vol. 2, p. 1284-1290.
- [Fer08] Ferroxcube (Philips Components), *Product Selection Guide – Data Sheets*, <http://www.ferroxcube.com>, 2008.
- [Fis90] G. E. Fish, *Soft Magnetic Materials*, Proceedings of the IEEE, vol. 78, no. 6, June 1990, p. 947-972.
- [Foo98] C. F. Foo, D. M. Zhang, *A Resonant Method to Construct Core Loss of Magnetic Materials using Impedance Analyser*, 29th Power Electronics Specialists Conference PESC, IEEE PESC Conference Record 1998, vol. 2, p. 1997-2002.
- [Fro81] O. Frölich, *Investigations of Dynamoelectric Machines and Electric Power Transmission and Theoretical Conclusions Therefrom*, Elektrotech. Z., no. 2, 1881, p. 134-141.
- [Gel07] F. Geling, *Messtechnische Ermittlung der Kernverluste von Ferritmaterien unter Gleichfeldvormagnetisierung*, Universität Erlangen–Nürnberg, Lehrstuhl für Elektromagnetische Felder, Studienarbeit, 2007.
- [Gel08] F. Geling, *Simulation elektromagnetischer Felder in weichmagnetischen Ferritkernen*, Universität Erlangen–Nürnberg, Lehrstuhl für Elektromagnetische Felder, Diplomarbeit, 2008.
- [Gol88] A. F. Goldberg, *High Field Properties of Nickel-Zinc Ferrites at 1-10 MHz*, 3rd Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC, 1988, vol. 1, p. 311-318.

- [Gra90] P. M. Gradzki, M. M. Jovanovic, F. C. Lee, *Computer-Aided Design for High-Frequency Power Transformers*, 5th Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC, 1990, vol. 1, p. 336-343.
- [Gra91] P. M. Gradzki, F. C. Lee, *Domain Wall Resonance and its Effect on Losses in Ferrites*, 22nd Power Electronics Specialists Conference PESC, IEEE PESC Conference Record 1991, p. 627-632.
- [Han04] Y. Han, W. Eberle, Y. F. Liu, *New Measurement Methods to Characterize Transformer Core Loss and Copper Loss in High Frequency Switching Mode Power Supplies*, Proceeding-CD of the 35th Power Electronics Specialists Conference PESC, June 2004.
- [Har06] T. Harder, *Cluster Leistungselektronik*, Präsentation im Rahmen des European Center for Power Electronics e.V. ECPE, Nürnberg, 12. Oktober 2006.
- [Hen06] F. Henrotte, K. Hameyer, *A Dynamical Vector Hysteresis Model Based on an Energy Approach*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 42, no. 4, April 2006, p. 899-902.
- [Hew96] Hewlett Packard Inc., *Manual of the HP 4194A Impedance/Gain-Phase Analyzer*, Part Number 04194-90011, December 1996.
- [Hip06] J. Hippeli, *Automatisierter B-H Messplatz zur Bestimmung der Kernverlustparameter an Hand von Ringkern-Proben*, Universität Erlangen–Nürnberg, Lehrstuhl für Elektromagnetische Felder, Studienarbeit, 2006.
- [Hod88a] M. L. Hodgdon, *Applications of a Theory of Ferromagnetic Hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, no. 1, January 1988, p. 218-221.
- [Hod88b] M. L. Hodgdon, *Mathematical Theory and Calculations of Magnetic Hysteresis Curves*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, no. 6, November 1988, p. 3120-3122.
- [Hod91] M. L. Hodgdon, R. S. Hixson, W. M. Parsons, *Computation of the Current Density in Nonlinear Materials Subjected to Large Current Pulses*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 27, no. 5, September 1991, p. 4101-4104.
- [Hub84] A. Hubert, *Magnetische Werkstoffe*, Mitschrift zur Vorlesung, Universität Erlangen–Nürnberg, Institut für Werkstoffwissenschaften, Erlangen, 1984.
- [Hui94] S. Y. R. Hui, J. Zhu, *Magnetic Hysteresis Modeling and Simulation using the Preisach Theory and TLM Technique*, 25th Power Electronics Specialists Conference PESC, IEEE PESC Conference Record 1994, vol. 2, p. 837-842.
- [IEC...] Siehe S. 172, „Normenverzeichnis“.

- [IEEE92] IEEE Power Electronics Society, *IEEE Standard for Test Procedures for Magnetic Cores*, Published by the Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., 345 East 47th Street, New York, NY 10017, USA, March 1992.
- [Jil92] D. C. Jiles, J. B. Thoelke, M. K. Devine, *Numerical Determination of Hysteresis Parameters for the Modeling of Magnetic Properties Using the Theory of Ferromagnetic Hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 28, no. 1, January 1992, p. 27-35.
- [Jow89] P. T. Jowett, D. I. MacInnes, *Computerized Magnetic Test and Evaluation of Hysteretic Materials*, Industry Applications Conference IAS, IEEE IAS Conference Record 1989, vol. 1, p. 285-288.
- [Kol61] F. Kollar, R. D. Russell, *Small Signal Impedance of a Solid Core Inductance*, British Journal of Applied Physics, vol. 12, 1961, p. 307-309.
- [Koo07] J. G. Koomey, *Estimating Total Power Consumption by Servers in the U.S. and the World*, Final Report, <http://www.koomey.com>, 2007.
- [Kro93] R. Kröger, R. Unbehauen, *Elektrodynamik: Einführung für Physiker und Ingenieure*, Verlag B. G. Teubner, Stuttgart, 3. überarb. Aufl., 1993.
- [Lag67] B. Lago, R. Eatock, *Coaxial Shunt*, Proceedings of the IEE, no. 114, 1967, p. 1317-1324.
- [Lan06] S. Langvagen, *Yet Another Hysteresis Model*, Chernogolovka, Moscow region, Russia, www.arxiv.org/pdf/cond-mat/0103573, August 2006.
- [Les99] J. N. Lester, B. M. Alexandrovich, *Compensating Power Measurement Phase Delay Error*, 34th Industry Applications Conference IAS, IEEE IAS Conference Record 1999, vol. 3, p. 1679-1684.
- [Lu99] H. Y. Lu, J. G. Zhu, V. S. Ramsden, S. Y. R. Hui, *Measurement and Modeling of Stray Capacitances in High Frequency Transformers*, 30th Power Electronics Specialists Conference PESC, 1999, vol. 2, p. 763-768.
- [Mag08] Magnetics Inc., *Data Sheets*, <http://www.mag-inc.com>, 2008.
- [Mal77] R. Malewski, *Micro-Ohm Shunts for Precise Recording of Short-Circuit Currents*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 96, no. 2, March 1977, p. 579-585.
- [Mas96] A. Massarini, M. K. Kazimierczuk, *Lumped Parameter Models for Single- and Multiple-Layer Inductors*, 27th Power Electronics Specialists Conference PESC, 1996, vol. 1, p. 295-301.
- [May88] I. D. Mayergoyz, *Dynamic Preisach Models of Hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, no. 6, November 1988, p. 2925-2927.

- [Mi98] N. L. Mi, R. Oruganti, S. X. Chen, *Modeling of Hysteresis Loops of Ferrite Cores Excited by a Transient Magnetic Field*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 34, no. 4, July 1998, p. 1294-1296.
- [Mmg08] MMG Magdev Ltd., *Data Sheets*, <http://www.magdev.co.uk>, 2008.
- [Moh02] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins, *Power Electronics, Converters, Applications and Design*, 3rd Ed., John Wiley & Sons, 2002.
- [Moh97] I. A. Mohammed, B. A. R. Al-Hashemy, M. A. Tawfik, *A Fourier Descriptor Model of Hysteresis Loops for Sinusoidal and Distorted Waveforms*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, no. 1, January 1997, p. 686-691.
- [Mul93] S. A. Mulder, *Fit Formulae for Power Loss in Ferrites and their Use in Transformer Design*, Proceedings of the European Power Conversion and Intelligent Motion Conference PCIM, 1993, p. 345-359.
- [Nam98] K. V. Namjoshi, J. Douglas Lavers, P. P. Biringer, *Eddy-Current Power Loss in Toroidal Cores with Rectangular Cross Section*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 34, no. 3, May 1998, p. 636-641.
- [Nan03] X. Nan, R. Sullivan, *An Improved Calculation of Proximity-Effect Loss in High-Frequency Windings of Round Conductors*, Proceeding-CD of the 34th Power Electronics Specialists Conference PESC, June 2003.
- [Nie03] J. M. Niedra, *Performance of the NASA Digitizing Core-Loss Instrumentation*, 1st International Energy Conversion Engineering Conference, August 2003, Portsmouth, Virginia, USA, Report NASA/CR-2003-212545, p. 1-9.
- [Nik07] G. Nikolov, V. C. Valchev, A. Van den Bossche, *Core Loss Model for Nanocrystalline Cores for Full and Half Bridge Waveforms*, Proceedings of the European Conference on Power Electronics and Applications EPE, 2007, p. 1-5.
- [Oka74] S. Okamura, T. Okabe, *A New Device for Measurements of Pulses or High-Frequency Currents*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 23, no. 1, March 1974, p. 52-55.
- [Oss90] F. Ossart, G. Meunier, *Comparison Between Various Hysteresis Models and Experimental Data*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 26, no. 5, September 1990, p. 2837-2839.
- [Ots91] E. Otsuki, S. Yamada, T. Otsuka, K. Shoji, T. Sato, *Microstructure and Physical Properties of Mn-Zn Ferrites for High-Frequency Power Supplies*, Journal of Applied Physics, vol. 69, no. 8, 1991, p. 5942-5944.
- [Pan99] J. Pankau, D. Leggate, D. W. Schlegel, R. J. Kerkman, G. L. Skibinski, *High-Frequency Modeling of Current Sensors*, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 35, no. 6, November/December 1999, p. 1374-1382.

- [Pau96] J. Paulus–Neues, *Untersuchungen über den Einfluß der Gleichfeldvermagnetisierung auf die Ummagnetisierungsverluste von Ferriten für die Leistungselektronik*, Technische Universität Aachen, Institut für Stromrichter-technik und Elektrische Antriebe, 1996.
- [Pea08] Pearson Electronics Inc., *Data Sheets*, <http://www.pearsonelectronics.com>, 2008.
- [Per00] L. Peretto, R. Sasdelli, G. Serra, *Measurement of Harmonic Losses in Transformers Supplying Nonsinusoidal Load Currents*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 49, no. 2, April 2000, p. 315-319.
- [Pet04] M. Petkovsek, J. Nastran, P. Zajec, F. Pavlovic, D. Voncina, *Soft-Magnetic Ring Core Measuring System with a Decreased Number of Primary and Secondary Winding Turns*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 53, no. 2, April 2004, p. 444-447.
- [Ray87] Lord Rayleigh, Phil. Mag., no. 23, 1887, p. 225.
- [Rei01] J. Reinert, A. Brockmeyer, R. W. A. A. De Doncker, *Calculation of Losses in Ferro- and Ferrimagnetic Materials Based on the Modified Steinmetz Equation*, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 37, no. 4, July/August 2001, p. 1055-1061.
- [Rev03] B. Revol, H. Chazal, J. Roudet, *Common Mode Choke Characterisation Method and Modelling for EMI Filter in Power Electronics*, Proceedings of the European Conference on Power Electronics and Applications EPE, 2003, paper 936.
- [Riv81] J. Rivas, J. M. Zamarro, E. Martin, C. Pereira, *Simple Approximation for Magnetization Curves and Hysteresis Loops*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 17, no. 4, July 1981, p. 1498-1502.
- [Ros91] W. A. Roshen, *Ferrite Core Loss for Power Magnetic Components Design*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 27, no. 6, November 1991, p. 4407-4415.
- [Ros05] W. A. Roshen, *A Practical, Accurate and Very General Core Loss Model for Non-Sinusoidal Waveforms*, 20th Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC, vol. 2, 2005, p. 1308-1314.
- [Sag04] M. Saghafifar, *Magnetic Hysteresis Modelling using Knowledge Based Engineering Techniques*, University of South Australia, School of Electrical and Information Engineering, Master Thesis, 2004.
- [Sak93] Y. Sakaki, M. Yoshida, T. Sato, *Formula for Dynamic Power Loss in Ferrite Cores Taking into Account Displacement Current*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, November 1993, p. 3517-3519.

- [Sao97] H. Saotome, Y. Sakaki, *Iron Loss Analysis of Mn–Zn Ferrite Cores*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, no. 1, January 1997, p. 728-734.
- [Sao98] H. Saotome, Y. Sakaki, *Complex Permeability of Polycrystalline Mn–Zn and Ni–Zn Ferrites*, Journal of Electrical Engineering in Japan, vol. 123, no. 2, 1998, p. 813-817.
- [Sat84] T. Sato, Y. Sakaki, *Electrical and Magnetic Properties of Mn–Zn Ferrites*, IEEE Magnetics Society Japan, vol. 84, no. 3, 1984, p. 19-29.
- [Sch70] W. Schultz, *Dielektrische und magnetische Eigenschaften der Werkstoffe*, Verlag Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1970.
- [Sch93] L. Schütting, *Optimierte Auslegung induktiver Bauelemente für den Mittelfrequenzbereich*, 1. Auflage, Verlag der Augustinus Buchhandlung, Aachen, 1993.
- [Sev92] R. Severns, *Additional Losses in High Frequency Magnetics due to Non Ideal Field Distributions*, 7th Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC, 1992, vol. 1, issue 23-27, p. 333-338.
- [Sie07] Fujitsu Siemens Computers, Datenblatt zur Leistungsaufnahme und Geräuschemission, *Angaben gemäß den Vorgaben des Umweltzeichens Blauer Engel RAL UZ 78*, Ausgabe 3, <http://www.fujitsu-siemens.com>, Mai 2007.
- [Sim05] C. Simao, N. Sadowski, N. J. Batistela, J. P. A. Bastos, *Analysis of Magnetic Hysteresis Loops under Sinusoidal and PWM Voltage Waveforms*, 36th IEEE Power Electronics Specialists Conference PESC, 2005, p. 1555-1559.
- [Sku90] G. R. Skutt, P. S. Venkatraman, *Analysis and Measurement of High-Frequency Effects in High-Current Transformers*, 5th Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC, 1990, vol. 1, issue 11-16, p. 354-364.
- [Sku96] G. R. Skutt, *High-Frequency Dimensional Effects in Ferrite-Core Magnetic Devices*, Virginia Polytechnic Institute and State University, Ph. D. Thesis, 1996.
- [Smi59] J. Smit, H. P. J. Wijn, *Ferrites*, Philips Research Laboratories N. V., Philips' Gloeilampenfabrieken Eindhoven, Eindhoven, the Netherlands, 1959, p. 236-241.
- [Sne88] E. C. Snelling, *Soft Ferrites – Properties and Applications*, 2nd Ed., Power Sources Manufacturers Association PSMA Reprint, 1988.
- [Sta...] Siehe S. 170 ff., „Eigene Veröffentlichungen im Rahmen der Arbeit“.
- [Stn72] K. J. Standley, *Oxide Magnetic Materials*, Clarendon, Oxford, 1972, p. 140-143.

- [Ste92] C. P. Steinmetz, *On the Law of Hysteresis*, American Institute of Electrical Engineers Transaction, vol. 9, 1892, p. 3-64, Reprint in the Proceedings of the IEEE, vol. 72, no. 2, 1984, p. 196-221.
- [Su05] H. Su, H. Zhang, X. Tang, X. Wei, *Effects of Calcining and Sintering Parameters on the Magnetic Properties of High-Permeability Mn-Zn Ferrites*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, no. 11, November 2005, p. 4225-4228.
- [Sul99] R. Sullivan, *Optimal Choice for Number of Strands in a Litz-Wire Transformer Winding*, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 14, no. 2, March 1999, p. 283-291.
- [Sul01] R. Sullivan, *Computationally Efficient Winding Loss Calculation with Multiple Windings, Arbitrary Waveforms, and Two-Dimensional or Three-Dimensional Field Geometry*, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 16, no. 1, January 2001, p. 142-150.
- [Tak95] M. D. Takach, P. O. Lauritzen, *Survey of Magnetic Core Models*, 10th Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC, 1995, p. 560-566.
- [Tek08] Tektronix Inc., *Digital Phosphor Oscilloscopes*, <http://www.tektronix.com>, 2008.
- [Tel06] B. Tellini, R. Giannetti, G. Robles, S. Lizon-Martinez *New Method to Characterize Magnetic Hysteresis in Soft Ferrites up to High Frequencies*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 55, no. 1, February 2006, p. 311-315.
- [Udp85] S. S. Udpa, W. Lord, *A Fourier Descriptor Model of Hysteresis Phenomena*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 21, no. 6, November 1985, p. 2370-2373.
- [Val05] V. C. Valchev, A. Van den Bossche, D. M. Van de Sype, *Ferrite Losses of Cores with Square Wave Voltage and DC Bias*, 31st Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, IECON, 2005, p. 837-841.
- [Val07] V. C. Valchev, G. T. Nikolov, A. Van den Bossche, D. D. Yudov, *Power Losses and Applications of Nanocrystalline Magnetic Materials*, Proceedings of the 42nd International Scientific Conference on Information, Communication and Energy Systems and Technologies ICEST, 2007, Ohrid, Macedonia, ISBN 9989-786-06-2.
- [Vos03] S. Voss, M. Albach, *Analytical Calculations of Winding Capacitances in Transformers*, Proceedings of the IEEE International Magnetics Conference INTERMAG, 2003, p. EA-10.
- [Yam91] S. Yamada, E. Otsuki, T. Otsuka, *AC Resistivity of Mn-Zn Ferrites*, 13th Telecommunications Energy Conference INTELEC, 1991, vol. 1, issue 5-8, p. 703-708.

- [Zha99a] D. M. Zhang, H. Saotome, *Calculation of Iron Losses in Ferrite Toroids using FEM and Complex Vectors*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 35, no. 5, September 1999, p. 3451-3453.
- [Zha99b] D. M. Zhang, C. F. Foo, *Fields Analysis in a Solid Magnetic Toroidal Core with Circular Cross Section Based on Green's Function*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 35, no. 5, September 1999, p. 3760-3762.

Eigene Veröffentlichungen im Rahmen der Arbeit

- [Sta04a] M. Albach, A. Stadler, *The Minimization of Magnetic Stray Fields from Toroids with Air Gaps*, IEEE Symposium on Electromagnetic Compatibility, August 2004, Santa Clara, USA, p. 881-886.
- [Sta04b] A. Stadler, M. Albach, S. Chromy, *The Minimization of Magnetic Stray Fields from UI-Cores with Air Gaps*, 11th International Power Electronics and Motion Control Conference EPE-PEMC, September 2004, Riga, Latvia, paper A101452.
- [Sta05a] T. Dürbaum, D. Kübrich, K. Schetters, A. Stadler, *Influence of non Linear Magnetic Inductance in Passive Mains Harmonic Reduction Circuits*, 20th Annual Applied Power Electronics Conference, APEC 2005, Austin, Texas, USA, p. 1170-1175, paper 10731.
- [Sta05b] A. Stadler, M. Albach, D. Kübrich, *The Optimization of Transformers with Air Gapped Toroids*, 20th Annual Applied Power Electronics Conference, APEC 2005, Austin, Texas, USA, p. 1938-1943, paper 10356.
- [Sta05c] A. Stadler, M. Albach, T. Dürbaum, *The Minimization of Magnetic Stray Fields from Transformers with Air Gapped Toroids*, 4th International Workshop on Compatibility in Power Electronics, CPE 2005, June 2005, Gdynia, Poland, p. 123-125.
- [Sta05d] A. Stadler, M. Albach, S. Chromy, *The Optimization of High Frequency Operated Transformers with E-Cores – Application to Resonant Converters*, PCIM Conference, June 2005, Nuremberg, Germany, p. 228-233.
- [Sta05e] A. Stadler, M. Albach, F. Macary, *Minimum Loss Design for Core-Less Foil Inductors*, PCIM Conference, June 2005, Nuremberg, Germany, p. 159-163.
- [Sta05f] A. Stadler, M. Albach, S. Chromy, *The Optimization of High Frequency Operated Transformers with E-Cores*, 15th Conference on the Computation of Electromagnetic Fields Compumag, June 2005, Shenyang, Liaoning, China, vol. 3, p. 72-73.
- [Sta05g] A. Stadler, M. Albach, F. Macary, *The Minimization of Copper Losses in Core-Less Inductors: Application to Foil- and PCB-based Planar Windings*, 15th Conference on the Computation of Electromagnetic Fields Compumag, June 2005, Shenyang, Liaoning, China, vol. 1, p. 218-219.
- [Sta05h] A. Stadler, M. Albach, S. Chromy, *The Optimization of High Frequency Operated Transformers for Resonant Converters*, 11th European Conference on Power Electronics and Applications EPE, Sep. 2005, Dresden, Germany, paper 77.

- [Sta05i] A. Stadler, M. Albach, F. Macary, *The Minimization of Copper Losses in Core-Less Inductors: Application to Foil- and PCB-based Planar Windings*, 11th European Conference on Power Electronics and Applications EPE, Sep. 2005, Dresden, Germany, paper 200.
- [Sta05j] A. Stadler, M. Albach, T. Dürbaum, *Optimum EMC Design of Flyback and Load Resonant Converters Using Toroids with Air Gaps*, Electrical Power Quality and Utilisation Journal, EPQU 2005, vol. XI, no. 2, p. 15-22.
- [Sta06a] A. Stadler, M. Albach, *The Influence of the Winding Layout on the Core Losses and the Leakage Inductance in High Frequency Transformers*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 42, no. 4, April 2006.
- [Sta06b] A. Stadler, M. Albach, *Analytical Calculation of Stray Fields Generated by Ferrite Rods in EMI Suppression Applications*, PCIM Conference, May/June 2006, Nuremberg, Germany.
- [Sta06c] A. Bucher, T. Dürbaum, D. Kübrich, A. Stadler, *Comparison of Different Design Methods for the Parallel Resonant Converter*, 12th International Power Electronics and Motion Control Conference EPE-PEMC, September 2006, Portoroz, Slovenia, paper T2-404.
- [Sta06d] A. Stadler, M. Albach, A. Bucher, *Calculation of Core Losses in Toroids with Rectangular Cross Section*, 12th International Power Electronics and Motion Control Conference EPE-PEMC, September 2006, Portoroz, Slovenia, paper T2-407.
- [Sta07a] M. Albach, A. Stadler, M. Spang, *The Influence of Ferrite Characteristics on the Inductance of Coils with Rod Cores*, 10th Joint MMM/Intermag Conference, January 2007, Baltimore, Maryland, USA.
- [Sta07b] M. Albach, A. Stadler, M. Spang, *The Influence of Ferrite Characteristics on the Inductance of Coils with Rod Cores*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 43, no. 6, June 2007, p. 2618 - 2620.

Normenverzeichnis

- [DIN-50460] DIN EN 50460, *Determination of Magnetic Properties of Soft Magnetic Materials; General, Terminology and Principles of Measurement*, 1988.
- [IEC-60205] IEC 60205, *Calculation of the Effective Parameters of Magnetic Piece Parts*, Ed. 3.0, 2006.
- [IEC-60367-1] IEC 60367-1, *Cores for Inductors and Transformers for Telecommunications – Part 1: Measuring Methods*, Ed. 2.0, 1982.
- [IEC-60401-1] IEC 60401-1, *Terms and Nomenclature for Cores Made of Magnetically Soft Ferrites – Part 1: Terms Used for Physical Irregularities*, Ed. 1.0, 2002.
- [IEC-60401-2] IEC 60401-2, *Terms and Nomenclature for Cores Made of Magnetically Soft Ferrites – Part 2: Reference of Dimensions*, Ed. 1.0, 2003.
- [IEC-60401-3] IEC 60401-3, *Terms and Nomenclature for Cores Made of Magnetically Soft Ferrites – Part 3: Guidelines on the Format of Data Appearing in Manufacturers' Catalogues of Transformers and Inductor Cores*, Ed. 1.0, 2003.
- [IEC-60404-6] IEC 60404-6, *Magnetic Materials – Part 6: Methods of Measurement of the Magnetic Properties of Magnetically Soft Metallic and Powder Materials at Frequencies in the Range 20 Hz to 200 kHz by the Use of Ring Specimens*, Ed. 2.0, 2003.
- [IEC-62044-1] IEC 62044-1, *Cores Made of Soft Magnetic Materials – Measuring Methods – Part 1: Generic Specification*, Ed. 1.0, 2002.
- [IEC-62044-2] IEC 62044-2, *Cores Made of Soft Magnetic Materials – Measuring Methods – Part 2: Magnetic Properties at Low Excitation Level*, Ed. 1.0, 2005.
- [IEC-62044-3] IEC 62044-3, *Cores Made of Soft Magnetic Materials – Measuring Methods – Part 3: Magnetic Properties at High Excitation Level*, Ed. 1.0, 2000.
- [IEC-62317-1] IEC 62317-1, *Ferrite Cores – Dimensions – Part 1: General Specification*, Ed. 1.0, 2007.

Verzeichnis der Abbildungen

1	PC-Netzteil mit 300W Leistung	1
2	Herstellerangaben zur Permeabilität	4
3	Bereiche mit bekanntem Verhalten der Permeabilität	5
4	Darstellung der Hystereseschleife (Messung: $f = 10 \text{ kHz}$)	6
5	Auszüge aus dem Herstellerdatenblatt [Fer08] (Material: 3F3)	9
6	Herstellerangaben zu den Kernverlusten	10
7	Vergleich der Kernverluste bei konstanter Induktivität [Sta05d]	12
8	Übersicht über die verschiedenen Verlustmechanismen (Sinus)	13
9	Übersicht über das Gesamtkonzept aus Messung und Simulation	14
10	Vorrichtung zur Messung der Kleinsignalmaterialgrößen κ und ε	17
11	Ringkern mit leitfähiger Verbindung zu hochleitfähigen Scheiben	18
12	Messung des 50Ω Referenzwiderstands anstelle des Probenkerns	19
13	Kleinsignalverläufe von $\kappa + \omega\varepsilon''$ und $\varepsilon'/\varepsilon_0$ (3E6 und 3E25)	20
14	Kleinsignalverläufe von $\kappa + \omega\varepsilon''$ und $\varepsilon'/\varepsilon_0$ (3F3)	21
15	Mit Hilfe der Startwerte berechnete Impedanz Z_{K_o} (3E6 und 3E25)	24
16	Mit Hilfe der Startwerte berechnete Impedanz Z_{S_p} (3F3)	25
17	Vorrichtung zur Messung der Kleinsignalpermeabilität der Kerne	26
18	Reihenschaltung aus N gleichen Ringkernen	27
19	Messung eines Kohleschichtwiderstands anstelle der Kerne	28
20	Kleinsignalverläufe von μ'/μ_0 und μ''/μ_0 (3E6 und 3E25)	29
21	Kleinsignalverläufe von μ'/μ_0 und μ''/μ_0 (3F3)	30
22	Ferritstab erregt durch homogenen Flächenstrom	30
23	Mit Hilfe der Startwerte berechnete Impedanz Z_{S_p} (3E6 und 3E25)	32
24	Mit Hilfe der Startwerte berechnete Impedanz Z_{S_p} (3F3)	33
25	Mit den spezifischen Werten berechnete Impedanz Z_{K_o} (3E6, 3E25)	35
26	Mit den spezifischen Werten berechnete Impedanz Z_{K_o} (3F3)	36
27	Mit den spezifischen Werten berechnete Impedanz Z_{S_p} (3E6, 3E25)	37
28	Mit den spezifischen Werten berechnete Impedanz Z_{S_p} (3F3)	38
29	Prinzipschaltbild der Großsignalmessung	40
30	Eingabefenster der Steuersoftware	42
31	Funktionsgenerator Fluke® PM-5138A	43
32	HF-Leistungsverstärker Rohrer® PFL-172-U240	43
33	Labornetzgerät Elektro-Automatik® EA-PS-9065-20	44
34	Oszilloskop Tektronix® TDS-3052B	44
35	Leistungswiderstände ($R_{ges} \approx 2.3 \Omega$)	45
36	Filterspule im Gleichstromkreis ($L \approx 3.1 \text{ mH}$)	45
37	Wärmeschrank Venticell®, Thermometer Greisinger® GMH-3230	46
38	Messaufbau außerhalb des Wärmeschrankes	47
39	Spezifische Materialdaten $\kappa + \omega\varepsilon''$ und $\varepsilon'/\varepsilon_0$ (3E6 und 3F3)	48
40	Großsignalverläufe von μ'/μ_0 und μ''/μ_0 (3E6 und 3F3)	49
41	Verlustleistung bei unterschiedlichen Kerngrößen (3E6 und 3F3)	50
42	Verlauf des Verhältnisses $\bar{p}_{v,R36}/\bar{p}_{v,R16}$ (3E6 und 3F3)	51
43	Verteilung der magnetischen Flussdichte $ B(\rho, z) /\hat{B}$ (3F3, R36)	52

44	Verteilung der magnetischen Flussdichte $ B(\rho, z) / \hat{B}$ (3E6, R36)	53
45	Prozentuale Anteile von \bar{p}_m , \bar{p}_d und \bar{p}_e an \bar{p}_v (3F3)	54
46	Prozentuale Anteile von \bar{p}_m , \bar{p}_d und \bar{p}_e an \bar{p}_v (3E6)	55
47	B - H Schleifen bei kleinen Aussteuerungen (3E6)	59
48	Verlauf der Verhältnisse $V_p^{(e,R)}$ und $V_w^{(e,R)}$ (Material: 3E6)	61
49	Näherung der Sinusfunktion mit Hilfe von Parabelästen	63
50	Darstellung der berechneten B - H Schleifen (3E6, 3F3)	64
51	Verlauf der Verhältnisse $V_p^{(e,S)}$ und $V_w^{(e,S)}$ (Material: 3E6)	66
52	Verlauf der Verhältnisse $V_p^{(e,S)}$ und $V_w^{(e,S)}$ (Material: 3F3)	67
53	Modell zur Analyse der Abweichungen durch Laufzeitunterschiede	68
54	Messung einer Luftspule, Stromwandler Pearson® Nr. 411	70
55	Messung der komplexen Impedanz Z der Luftspule	72
56	Messung der Serienelemente L_s und R_s der Luftspule	73
57	Niederinduktiver Koaxialshunt (Quelle: Fraunhofer IISB)	74
58	Verlustwinkel φ_m (Kleinsignal) und Abweichung $V_p^{(\Delta T)}$ ($\Delta T = \pm 1$ ns)	75
59	Verlauf von $V_p^{(\Delta T)}$ bei kleinen Aussteuerungen (keine Kompensation)	77
60	Modell zur Analyse der Fehlerströme im Sekundärkreis	78
61	Messung der Eingangsimpedanz Z_K der Tastköpfe/Koaxialkabel	79
62	Verlauf der Verhältnisse $V_p^{(C_K)}$ und $V_w^{(C_K)}$ (Kleinsignalmessung)	81
63	Verlauf der Umkehrfunktion $\eta(V_{p,w,min}^{(C_K)})$	82
64	Modell zur Analyse des Fehlerstroms im Gleichstromkreis	83
65	Komplexe Eingangsimpedanzen Z_{DC} und Z_{Wid}	84
66	Komplexe Eingangsimpedanzen Z_{Sp} und Z_{HF}	85
67	Messung der Spule am Wayne-Kerr Messplatz	86
68	Verlauf der Verhältnisse $V_p^{(Z_{HF})}$ und $V_w^{(Z_{HF})}$ (Kleinsignalmessung)	88
69	Vereinfachtes ebenes Modell des Messobjekts	90
70	Linien konstanter Abweichung $V_p^{(k)}$ (148)	92
71	$V_p^{(k)}$ für zwei Toroide mit rechteckförmigem Querschnitt	93
72	Linien konstanter Abweichungen $V_{\mu'}^{(k)}$ (153) und $V_{\mu''}^{(k)}$ (154)	94
73	Ebenes Modell zur Berechnung des Magnetfelds	95
74	Konvergenz der Reihendarstellung von M (176)	98
75	Verlauf des Koppelfaktors k (178)	99
76	Verlauf des Verhältnisses $V_p^{(k)}$ (193)	102
77	Verlauf des Verhältnisses \bar{W}_L/\bar{W}_0 (189, 191)	103
78	Verlauf der Verhältnisse $V_{\mu'}^{(k)}$ (194) und $V_{\mu''}^{(k)}$ (195)	104
79	Messprotokoll von Magnetics® Inc., Kerne: P-4-47-15-TC [Mag08]	106
80	Ermittlung von \bar{p}_v am B - H Messplatz (Kern #1, P-4-47-15-TC)	107
81	Vergleich der Messergebnisse von \bar{p}_v (Kern #1, P-4-47-15-TC)	109
82	Spezifische Großsignalpermeabilität bei 25°C und 100°C (3E6)	111
83	Spezifische Großsignalpermeabilität bei 25°C und 100°C (3F3)	112
84	Gemessene Werte (R16) von \bar{p}_v bei 25°C und 100°C (3E6, 3E25)	113
85	Gemessene Werte (R16) von \bar{p}_v bei 25°C und 100°C (3F3)	114
86	Versuchsaufbau: Kleinsignalmessung der Ringkerne im Wärmeschrank	115
87	Spezifische Materialdaten $\kappa + \omega\epsilon''$ und ϵ'/ϵ_0 (3E6, 3E25)	116
88	Spezifische Materialdaten $\kappa + \omega\epsilon''$ und ϵ'/ϵ_0 (3F3)	117

89	Versuchsaufbau: Messung der Ringkerne auf Kochplatte (im Sand)	118
90	Messung von \bar{p}_v beim Aufheizen und Abkühlen der Proben (3E6, 3E25)	119
91	Messung von \bar{p}_v beim Aufheizen und Abkühlen der Proben (3F3)	120
92	Auszug aus dem Herstellerdatenblatt des Materials 3F3 [Fer08]	121
93	Einfluss der Stromform auf die spezifischen Kernverluste (3E6, 3E25)	123
94	Einfluss der Stromform auf die spezifischen Kernverluste (3F3)	124
95	Spezifische Großsignalpermeabilität bei 25°C (3E6)	126
96	Spezifische Großsignalpermeabilität bei 25°C (3E25)	127
97	Spezifische Großsignalpermeabilität bei 25°C (3F3)	128
98	Gemessene Werte (R16) von \bar{p}_v bei 25°C (3E6, 3E25 und 3F3)	129
99	Ringkern mit rechteckförmigem Querschnitt	132
100	Simulation (R16) von \bar{p}_v auf Basis von $\mu(\hat{B} = 100 \text{ mT})$ (3E6, 3E25) . .	134
101	Simulation (R16) von \bar{p}_v auf Basis von $\mu(\hat{B} = 100 \text{ mT})$ (3F3)	135
102	Versuchsaufbau: Messung der E-Kerne auf Kochplatte (im Sand)	137
103	Simulation mit COMSOL® (Kern: 2×E80, 3F3)	138
104	Gemessene und berechnete <i>B-H</i> Schleifen (F49)	146
105	Gemessene und berechnete <i>B-H</i> Schleifen (N92)	148
106	Aus den Messdaten bestimmte Kommutierungskurven (F49, N92)	149
107	Verlauf der Materialfunktionen $\tilde{f}(B)$ und $\tilde{g}(B)$ (F49, N92)	150
108	Verlauf von $H(t)$ für symmetrische Aussteuerungen (F49)	152
109	Verlauf von $H(t)$ für symmetrische Aussteuerungen (N92)	153
110	Im Zeitbereich berechnete Werte ($f = 10 \text{ kHz}$) von \bar{p}_v (F49, N92)	154
111	Berechnete <i>B-H</i> Schleifen bei Gleichfeld-Voraussteuerung (F49)	155

Tabellenverzeichnis

1	Energieverbrauch aller Servergeräte weltweit [Koo07]	2
2	Steinmetz-Koeffizienten des Materials 3F3	9
3	Mittlere Verlustleistung \bar{P}_v pro Volumen ($\hat{B} = 50$ mT, $T_c = 25^\circ\text{C}$)	11
4	Elektrische Leitfähigkeit κ der Kerne (DC) bei 25°C (Datenblätter)	22
5	Rayleigh-Parameter der Kerne [Fer08]	58
6	Verlustwinkel der Kerne bei kleinen Aussteuerungen (Datenblätter)	76
7	Kapazitätswerte $C_{K,max}$ [pF] bei 10% und 5% Abweichung ($N_s = 1$)	81
8	Vergleich der mittleren Verlustleistung \bar{P}_v bei 25°C (Kern: 2xE80, 3F3)	139
9	Vergleich der mittleren Verlustleistung \bar{P}_v bei 100°C (Kern: 2xE80, 3F3)	139
10	Verhältnis $(\bar{P}_d + \bar{P}_e) / \bar{P}_v$ bei 25°C und 100°C (Kern: 2xE80, 3F3)	140
11	Werte der Materialparameter $\tilde{\alpha}$ und $\tilde{g}(0)$ (F49, N92)	151
12	Im Zeitbereich berechnete Werte von \bar{p}_v und \bar{w}_m (F49)	156

Formelzeichen und Abkürzungen

Generelle Bemerkungen

Komplexe Größen sind zur besseren Unterscheidung von reellen Größen durch einen Unterstrich gekennzeichnet. Koordinatenbezeichnungen, Operatoren, Funktionen, Vektoren und Matrizen werden steil gesetzt. Vektoren und Matrizen sind zusätzlich fett gedruckt. Vektoren unterscheiden sich von Matrizen durch einen übergeordneten Pfeil.

Abkürzungen

AC	Wechselstrom, „alternating current“
BNC	Koaxial-Steckverbindung nach „Bayonet, Neill, Concelman“
DC	Gleichstrom, „direct current“
DUT	Messobjekt, „device under test“
EMV	elektromagnetische Verträglichkeit
FEM	Finite Elemente Methode
FR4	Leiterplatten Basismaterial
GPIB	Schnittstelle zur Steuerung von Laborgeräten, „general purpose instrumentation bus“
GS	Giga Samples
HF	Hochfrequenz, „high frequency“
LF	Niederfrequenz, „low frequency“
PCB	elektronische Leiterplatte, „printed circuit board“
PWM	Pulsweiten-Modulation
SMD	oberflächenmontierbares Bauteil, „surface-mounted device“

Vektoren

$\vec{0}$	Vektor der Länge Null	
\vec{A}	magnetisches Vektorpotential, $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$	[Tm]
$d\vec{A}$	vektorielles Flächenelement $d\vec{A} = \vec{n}dA$	$[m^2]$
\vec{B}	magnetische Flussdichte, (Induktion)	[T]
\vec{D}	elektrische Flussdichte, Verschiebungsdichte	$[Cm^{-2}]$
\vec{E}	elektrische Feldstärke	$[Vm^{-1}]$
\vec{e}	Einheitsvektor, Vektor mit Betrag $ \vec{e} = 1$	
$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$	Einheitsvektoren in kartesischen Koordinaten	

$\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z$	Einheitsvektoren in Zylinderkoordinaten	
\vec{H}	magnetische Feldstärke	$[\text{Am}^{-1}]$
\vec{J}	räumliche Stromdichte	$[\text{Am}^{-2}]$
\vec{K}	Flächenstrom	$[\text{Am}^{-1}]$
\vec{M}	Magnetisierung	$[\text{Am}^{-1}]$
\vec{n}	senkrecht auf einer Fläche stehender Einheitsvektor	
$d\vec{s}$	vektorielles Wegelement	[m]

Lateinische Buchstaben

A	1. Fläche	$[\text{m}^2]$
	2. Betrag des magnetischen Vektorpotentials	$[\text{Tm}]$
A_L	A_L -Wert	$[\text{nH}]$
a, b	Abmessungen	[m]
B	Betrag der magnetischen Flussdichte	[T]
C	Kapazität	[F]
c_0	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, $c_0 \approx 2,99792 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$	$[\text{ms}^{-1}]$
D	Betrag der elektrischen Flussdichte	$[\text{Cm}^{-2}]$
d	Dicke	[m]
E	Betrag der elektrischen Feldstärke	$[\text{Vm}^{-1}]$
e	Eulersche Konstante, $e \approx 2,71828$	
f	Frequenz	[Hz]
G	elektrischer Leitwert	[S]
H	Betrag der magnetischen Feldstärke	$[\text{Am}^{-1}]$
h	Höhe	[m]
I	Gleichstrom	[A]
$i(t)$	zeitabhängiger Strom	[A]
i	Zählindex	
J	Betrag der räumlichen Stromdichte	$[\text{Am}^{-2}]$
k	1. Zählindex 2. Koppelfaktor	
K	Betrag eines Flächenstroms	$[\text{Am}^{-1}]$

L	Induktivität	[H]
l	Länge	[m]
M	1. Gegeninduktivität 2. Betrag der Magnetisierung	[H] $\left[\text{Am}^{-1} \right]$
N	Zahl, Windungszahl	
n	Zählindex	
P	Leistung	[W]
p	Leistungsdichte	$\left[\text{Wm}^{-3} \right]$
R	Ohm'scher Widerstand	[Ω]
s	Strecke	[m]
T	Periodendauer	[s]
T_c	Temperatur (des Kernmaterials)	[K]
t	Zeit	[s]
U	Gleichspannung	[V]
$u(t)$	zeitabhängige Spannung	[V]
V	1. Volumen 2. Verhältnis	$\left[\text{m}^3 \right]$
W	1. Energie 2. Windungszahl	[J]
w	Energiedichte	$\left[\text{Jm}^{-3} \right]$
x, y, z	kartesische Koordinaten	[m]

Griechische Buchstaben

Φ	magnetischer Fluss	[Vs]
Θ	Durchflutung	[A]
Ψ	elektrischer Fluss	[C]
α	1. Skinkonstante 2. Parameter (Hodgdon-Modell)	$\left[\text{m}^{-1} \right]$ $\left[\text{mA}^{-1} \right]$
β	Winkel	
ε	1. Dielektrizitätskonstante (Permittivität), $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ 2. komplexe Dielektrizitätskonstante, $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$	$\left[\text{CV}^{-1} \text{m}^{-1} \right]$ $\left[\text{CV}^{-1} \text{m}^{-1} \right]$

ε_0	elektrische Feldkonstante, $\varepsilon_0 \approx 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ CV}^{-1}\text{m}^{-1}$	$[\text{CV}^{-1}\text{m}^{-1}]$
ε_r	Dielektrizitätszahl	
δ	Eindringtiefe	[m]
γ	komplexe Wellenkonstante	$[\text{m}^{-1}]$
η	1. Wirkungsgrad 2. Variable	
η_B	Hysterese-Materialkonstante	$[\text{T}^{-1}]$
φ	Zylinderkoordinate $0 \leq \varphi < 2\pi$	
φ	Winkel	
κ	elektrische Leitfähigkeit	$[\text{Sm}^{-1}]$
λ	Wellenlänge	[m]
μ	1. (absolute) Permeabilität, $\mu = \mu_r \mu_0$ 2. komplexe (Serien-)Permeabilität, $\mu = \mu' - j\mu''$	$[\text{VsA}^{-1}\text{m}^{-1}]$
μ_0	magnetische Feldkonstante, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ VsA}^{-1}\text{m}^{-1}$	$[\text{VsA}^{-1}\text{m}^{-1}]$
μ_a	(relative) Amplitudenpermeabilität	
μ_i	(relative) Anfangspermeabilität	
μ_r	Permeabilitätszahl	
ν	(relativer) Hysteresekoeffizient	$[\text{mA}^{-1}]$
ρ	Zylinderkoordinate, $0 \leq \rho < \infty$	[m]
ω	Kreisfrequenz, $\omega = 2\pi f$	[Hz]

Indizes

A	bezieht sich auf eine Querschnittsfläche
d	dielektrisch
e	1. elektrisch 2. effektiv
eff	effektiv
K	Kabel
Ko	Kondensator
L	1. bezieht sich auf eine Last 2. (in) Luft

<i>m</i>	magnetisch
<i>max</i>	maximal
<i>Mess</i>	Messung, Mess-, gemessen
<i>min</i>	minimal
<i>n</i>	1. in Richtung der Flächennormalen 2. Zählindex
<i>Opt</i>	Optimum, Optimal-, optimiert
<i>p</i>	1. Primärseite beim Transformator 2. parallel 3. bezieht sich auf eine Leistungsdichte
<i>R, L, C</i>	das entsprechende Bauelement betreffend
<i>s</i>	1. Sekundärseite beim Transformator 2. in Serie
<i>S</i>	Sättigung
<i>Sh</i>	Shunt(-Widerstand)
<i>Sp</i>	Spule (Drossel)
<i>t</i>	in tangentialer Richtung
<i>v</i>	verlustbehaftet
<i>V</i>	Voltage
<i>w</i>	bezieht sich auf eine Energiedichte
<i>Wid</i>	betrifft einen Widerstand
x, y, z	in Richtung der jeweiligen Koordinate
ρ, φ	in Richtung der jeweiligen Koordinate

Sonstiges

.	Skalarprodukt
\times	Kreuzprodukt
$ \vec{B} $	Betrag (Länge) des Vektors \vec{B}
\hat{B}	Spitzenwert (Amplitude) von $B(t)$, Aussteuerung
j	Imaginäre Einheit
\overline{p}	zeitlicher Mittelwert von $p(t)$, mittlere Leistung