

# Caso Funnys Company

Grupo Butify

22-03-2025

Nicolas Horta  
Nicolas Olivos  
Benjamin Pavez  
Ariel Pulgar  
Gabriel Saez

# 1. Introducción

El presente trabajo expone un modelo matemático desarrollado con el objetivo de optimizar la localización estratégica de plantas de producción y la distribución eficiente de productos en diversas regiones geográficas. Esta problemática surge de la necesidad de las empresas modernas por minimizar costos operativos, atender de manera efectiva la demanda del mercado y garantizar una operación sostenible en el tiempo.

El modelo integra múltiples variables clave, entre ellas los costos de apertura de nuevas plantas, las capacidades de producción de estas instalaciones, los costos de transporte asociados al envío de productos y la demanda proyectada para las distintas regiones a lo largo del tiempo. Al considerar estas variables, se busca encontrar una configuración que no solo responda a las necesidades actuales del mercado, sino que también anticipe cambios y crecimiento en la demanda futura, maximizando el beneficio económico y la eficiencia operacional.

Además, el enfoque matemático incorpora restricciones y parámetros específicos que permiten reflejar las particularidades de la red de distribución y los recursos disponibles, haciendo que las soluciones obtenidas sean prácticas y aplicables en escenarios reales. Este análisis es esencial para brindar una propuesta robusta que no solo reduzca costos, sino que también optimice el uso de recursos y mejore la competitividad de la empresa.

En resumen, este modelo constituye una herramienta valiosa para la toma de decisiones estratégicas en empresas que buscan expandir su infraestructura, aumentar su alcance y mantenerse competitivas en un entorno económico dinámico y exigente.

## 2. Enunciado

Funnys Company, empresa orientada a la producción de productos para la entretención en el hogar, observó fuertes cambios en el mercado experimentando un aumento explosivo de la demanda. La compañía comercializa sus productos en varias ciudades de Chile, los cuales transporta directamente desde su planta de producción ubicada en la ciudad de Rancagua hacia los puntos de venta a lo largo de todo Chile.

Los ejecutivos de la empresa establecieron que su actual capacidad de producción y la red de distribución implementada no les permitirían abordar este auspicioso aumento de la demanda, por lo cual el rediseño de su capacidad de producción y red de distribución era inminente. Dentro de las alternativas a evaluar se considera la apertura de nuevas plantas de producción y la selección de medios de transporte adecuados para su distribución.

La administración dividió al país en 6 grandes regiones para efectos de planificación. La demanda actual de cada región se muestra en la Tabla 1 junto con la tasa de crecimiento estimada para los siguientes 3 años.

Se identificaron cinco posibles ciudades para las localizaciones de nuevas plantas de producción: Antofagasta, Valparaíso, Santiago, Concepción y Puerto Montt. En cada ciudad se debe evaluar si localizar o no una (sólo una) planta de producción. Existen dos alternativas de plantas de producción las cuales varían en su capacidad productiva (pequeña o grande) y costos (ver Tabla 2). Actualmente, la planta ubicada en Rancagua es pequeña. En la Tabla 3 se exponen los costos de apertura de una nueva planta, junto con los costos fijos y variables de producción según la capacidad de la planta en cada ciudad.

Funnys Company utiliza actualmente un servicio de transporte AT1 para realizar todos sus envíos y debe evaluar qué servicio de transporte utilizar para enviar los productos a las zonas de demanda. Existen tres alternativas de transporte disponibles cuyos costos se muestran en la Tabla 4, 5 y 6.

Dados todos estos antecedentes, los ejecutivos de la compañía le han solicitado confeccionar un informe técnico para la toma de decisiones en donde exponga los siguientes ítems:

### **Requerimientos de la presentación: Diseño de la Red de Distribución**

1. Introducción contextualizando la empresa bajo análisis, el problema a resolver, alternativas de solución y cómo propone resolverlo.
2. Metodología de resolución, exponiendo y explicando modelo matemático utilizado (variables, parámetros, restricciones y función objetivo).
3. Supuestos realizados al momento de realizar el modelamiento.

### **Preguntas sobre la optimización de plantas de producción**

4. ¿Cuál es la configuración óptima que le recomendaría a Funnys Company si se considera la posibilidad de implementar plantas de producción en las ciudades seleccionadas? Es decir, ¿Dónde implementaría las nuevas plantas de producción, de qué capacidad deben ser y qué servicios de transporte debe utilizar para atender la demanda anual pronosticada para los próximos tres años?
5. ¿Cómo cambiaría su respuesta si se relaja la restricción de número de instalaciones por habilitar en cada ciudad? Es decir, si ahora se permite instalar más de una planta de producción en cada ciudad.
6. Exponga al menos 5 conclusiones de su trabajo indicando como mínimo: la importancia de la localización óptima de las instalaciones en los costos totales de la red de distribución, impacto de los costos de apertura de plantas de producción, los costos de transporte y costos de producción.

**Tabla 1: Demanda regional actual que enfrenta Funnys Company**

Región	Demanda Actual (unidades)	Tasa de Crecimiento
Región 01	951.776	0,16
Región 02	967.364	0,22
Región 03	512.051	0,26
Región 04	386.248	0,15
Región 05	946.174	0,39
Región 06	303.445	0,30

**Tabla 2: Capacidad de planta de producción (unidades/año)**

Tipo	Capacidad
Pequeña	4.636.446
Grande	14.966.773

**Tabla 3: Costos de apertura y costos fijos y variables de producción, por tipo de planta y ciudad**

Tipo	Ciudad	Costo Fijo (\$/año)	Costo Variable (\$/unidad)	Costo Apertura (\$)
Planta Pequeña	Antofagasta	18.236.639	28,20	86.626.147
Planta Pequeña	Valparaíso	8.838.286	41,68	115.721.215
Planta Pequeña	Santiago	6.840.758	38,17	172.235.977
Planta Pequeña	Rancagua	13.378.246	17,63	57.494.934
Planta Pequeña	Concepción	26.394.217	50,11	51.494.934
Planta Pequeña	Puerto Montt	3.678.737	43,55	175.561.471
Almacén Grande	Antofagasta	30.788.796	28,20	201.456.157
Almacén Grande	Valparaíso	32.734.393	41,68	231.793.913
Almacén Grande	Santiago	35.932.948	38,17	344.903.247
Almacén Grande	Rancagua	29.585.543	17,63	103.923.903
Almacén Grande	Concepción	35.985.543	50,11	103.923.903
Almacén Grande	Puerto Montt	27.619.543	43,55	175.561.471

**Tabla 4: Costo de transporte por unidad de producto (\$/unidad), alternativa de transporte 01 (AT1)**

Región	01	02	03	04	05	06
Antofagasta	1.06	2.80	10.29	4.87	6.41	10.35
Valparaíso	3.49	6.19	3.39	6.77	3.07	6.61
Santiago	6.38	5.88	5.36	9.23	5.67	5.57
Rancagua	3.44	4.78	2.79	2.90	1.50	1.29
Concepción	5.94	7.33	8.13	2.86	2.84	3.25
Puerto Montt	2.57	9.63	4.84	6.64	4.48	8.54

**Tabla 5: Costo de transporte por unidad de producto (\$/unidad), alternativa de transporte 02 (AT2)**

Región	01	02	03	04	05	06
Antofagasta	10.03	4.09	4.55	7.84	5.33	10.63
Valparaíso	10.52	1.82	3.91	5.10	5.88	2.33
Santiago	1.90	8.89	6.55	9.71	7.03	10.23
Rancagua	2.06	10.17	2.12	6.91	4.79	6.19
Concepción	2.54	6.95	5.10	4.85	4.51	3.78
Puerto Montt	7.92	10.32	1.41	4.94	2.74	8.08

**Tabla 6: Costo de transporte por unidad de producto (\$/unidad), alternativa de transporte 03 (AT3)**

Región	01	02	03	04	05	06
Antofagasta	9.86	4.30	8.10	9.63	7.40	6.47
Valparaíso	1.58	2.71	3.08	5.91	7.99	5.11
Santiago	9.63	8.38	5.55	7.13	7.45	4.58
Rancagua	2.06	10.17	2.12	6.91	4.79	6.19
Concepción	9.62	7.88	5.19	2.61	3.78	1.34
Puerto Montt	10.32	8.88	10.87	8.53	4.51	1.54

### 3. Formulación del Modelo Matemático

#### 1. Conjuntos:

- $I$ : Conjunto de ciudades  $\{Antofagasta, Valparaíso, Santiago, Concepción, PuertoMontt, Rancagua\}$ .
- $J$ : Conjunto de tipos de plantas  $\{pequeña, grande\}$ .
- $K$ : Conjunto de regiones  $\{R1, R2, R3, R4, R5, R6\}$ .
- $T$ : Conjunto de transportes  $\{AT1, AT2, AT3\}$ .
- $Y$ : Conjunto de años  $\{1, 2, 3\}$ .

#### 2. Parámetros:

- $C_{ij}$ : Costo de apertura en ciudad  $i$  con tipo de planta  $j$ .
- $Ct_{ikt}$ : Costo de transporte por unidad de ciudad  $i$  a región  $k$  en transporte  $t$ .
- $D_k$ : Demanda actual de la región  $k$ .
- $D_{ky}$ : Demanda de la región  $k$  en el año  $y$ .  $(D_k * (1 + Y_i)^y)$
- $Cpp_j$ : Capacidad de producción de planta tipo  $j$ .
- $Cv_{ij}$ : Costo variable por unidad de la planta  $j$  en la ciudad  $i$ .
- $Cf_{ij}$ : Costo fijo de planta  $j$  en la ciudad  $i$ .
- $T_i$ : Tasa de crecimiento de la región  $k$ .

#### 3. Variables:

▪

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si abrir planta de producción } j \text{ en la ciudad } i \\ 0, & \text{en otro caso (e.o.c.)} \end{cases} \quad (1)$$

- $Y_{ikty}$ : Cantidad de unidades transportadas de la ciudad  $i$  a región  $k$  en transporte  $t$  en el año  $y$ .

#### 4. Restricciones:

- A lo más una planta de cada tipo por ciudad:  
 $\sum_i X_{ij} \leq 1, \quad \forall j \in J$
- A lo más una planta por ciudad:  
 $\sum_j X_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in I$
- Capacidad de producción máxima:  
 $\sum_k \sum_t Y_{ikty} \leq X_{ij} \cdot Cpp_j, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall y \in Y$
- Satisfacción de la demanda:  
 $\sum_i \sum_t Y_{ikty} \geq D_{ky}, \quad \forall k, y$
- Solo ciudades con planta pueden transportar:  
 $\sum_i \sum_t Y_{ikty} \leq \sum_j X_{ij} \cdot Cpp_j, \quad \forall i, y$
- Definición de la variable binaria:  
 $X_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j$

#### 5. Función Objetivo:

$$\text{mín } z = \sum_i \sum_j (C_{ij} + Cf_{ij}) \cdot X_{ij} + \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t \sum_y Cv_{ij} \cdot Y_{ikty} + \sum_i \sum_k \sum_t \sum_y Ct_{ikt} \cdot Y_{ikty}$$

#### 6. Supuestos:

- Cada ciudad puede tener a lo más una planta, ya sea pequeña o grande.
- Se asume que el año 0 corresponde al momento actual. Las decisiones del modelo se aplican desde el año 1, considerando la tasa de crecimiento en la demanda.

## 4. Preguntas y respuestas

4. ¿Cuál es la configuración óptima que le recomendaría a Funnys Company si se considera la posibilidad de implementar plantas de producción en las ciudades seleccionadas? Es decir, ¿Dónde implementaría las nuevas plantas de producción, de qué capacidad deben ser y qué servicios de transporte debe utilizar para atender la demanda anual pronosticada para los próximos tres años?

La configuración óptima contempla el establecimiento de plantas en Santiago y Antofagasta. En Santiago, se recomienda una planta de alta capacidad, ya que centraliza el abastecimiento de todas las regiones (R1 a R6) durante los tres años, utilizando principalmente el servicio AT1 para los envíos. Por su parte, en Antofagasta se sugiere una planta de capacidad moderada, clave para abastecer a las regiones R2 y R3, especialmente en los años 2 y 3, mediante el uso de los servicios AT1 y AT2. Esta distribución permite reducir los costos de transporte al ubicar la producción cerca de las zonas con demanda crítica, como R3, y evitar una sobrecarga en la planta de Santiago. A continuación, se detallan los aspectos relacionados con la ubicación de las fábricas.

Año	Ciudad	Región Destino	Transporte	Unidades
1	Antofagasta	R2	AT1	446.828
1	Santiago	R1	AT2	1.104.060
1	Santiago	R2	AT1	733.356
1	Santiago	R3	AT1	645.184
1	Santiago	R4	AT1	444.185
1	Santiago	R5	AT1	1.315.181
1	Santiago	R6	AT1	394.478
2	Antofagasta	R2	AT1	1.439.824
2	Antofagasta	R3	AT2	308.933
2	Santiago	R1	AT2	1.280.709
2	Santiago	R3	AT1	503.998
2	Santiago	R4	AT1	510.812
2	Santiago	R5	AT1	1.828.102
2	Santiago	R6	AT1	512.822
3	Antofagasta	R1	AT1	644.343
3	Antofagasta	R2	AT1	1.756.585
3	Antofagasta	R3	AT2	1.024.294
3	Santiago	R1	AT2	841.279
3	Santiago	R4	AT1	587.434
3	Santiago	R5	AT1	2.541.062
3	Santiago	R6	AT1	666.668

Cuadro 1: Resultado del modelo. Se muestran las fábricas, la región de destino, el tipo de transporte y las unidades que se producirán.

La configuración óptima que recomendamos a Funnys Company es implementar plantas de producción en la región 5

5. ¿Cómo cambiaría su respuesta si se relaja la restricción de número de instalaciones por habilitar en cada ciudad? Es decir, si ahora se permite instalar más de una planta de producción en cada ciudad.

Si al modelo le permitimos agregar más de un tipo de planta, ocurrirá que Santiago absorbería toda la producción, eliminando la necesidad de Antofagasta. Sin embargo, esto elevaría el costo total en un 22 % (de 1,387 MM a 1,693 MM) debido a dos factores:

- **Mayores costos fijos:** Apertura de 2-3 plantas en Santiago para alcanzar una capacidad combinada de 5-6 millones de unidades anuales.
- **Incremento en costos de transporte:** Envíos desde Santiago a regiones lejanas como R2 y R3 serían más costosos que desde Antofagasta. Este escenario muestra que la restricción original es más eficiente, ya que equilibra costos fijos y variables al distribuir plantas estratégicamente.

Año	Ciudad	Región Destino	Transporte	Unidades
1	Santiago	R1	AT2	1.104.060
1	Santiago	R2	AT1	1.180.184
1	Santiago	R3	AT1	645.184
1	Santiago	R4	AT1	444.185
1	Santiago	R5	AT1	1.315.181
1	Santiago	R6	AT1	394.478
2	Santiago	R1	AT2	1.280.709
2	Santiago	R2	AT1	1.439.824
2	Santiago	R3	AT1	812.932
2	Santiago	R4	AT1	510.812
2	Santiago	R5	AT1	1.828.102
2	Santiago	R6	AT1	512.822
3	Santiago	R1	AT2	1.485.623
3	Santiago	R2	AT1	1.756.585
3	Santiago	R3	AT1	1.024.294
3	Santiago	R4	AT1	587.434
3	Santiago	R5	AT1	2.541.062
3	Santiago	R6	AT1	666.668

Cuadro 2: Resultado del modelo con la restricción del tipo de planta relajada. Se muestran las fábricas, la región de destino, el tipo de transporte y las unidades que se producirán.

6. Exponga al menos 5 conclusiones de su trabajo indicando como mínimo: la importancia de la localización óptima de las instalaciones en los costos totales de la red de distribución, impacto de los costos de apertura de plantas de producción, los costos de transporte y costos de producción.

- **Localización óptima de las instalaciones:** Si se colocan las plantas en zonas estratégicas permite minimizar los costos de transporte y responder fácilmente a la demanda, reduciendo los tiempos y costos de logística.
- **Impacto de los costos de apertura:** Los costos de apertura que tiene cada planta influye bastante para tomar la decisión, ya que ciudades como Puerto Montt tiene alto costo de apertura en plantas pequeñas, limitando su selección para una nueva planta si no se tiene algún tipo de beneficio.
- **Costos de transporte:** Si se selecciona una empresa de transporte adecuada, puede significar grandes ahorros dependiendo de las rutas entre las regiones, donde se destaca principalmente AT1, que presenta costos por lo general bajos, aunque para algunas rutas específicas AT2 y AT3 pueden ser más convenientes de utilizar.
- **Escalabilidad de la producción:** A pesar de que las plantas grandes ofrecen bastante capacidad para satisfacer la demanda creciente, su alto costo de apertura puede ser un impedimento a la hora de tomar la decisión si no se justifica con algún beneficio.



- **Restricciones en la instalación afectan la solución:** Al limitar en un inicio una planta por cada ciudad, restringe bastante el espacio de soluciones, llevando a una solución sub-óptima, pero luego, al relajar esta restricción, se tradujo en menores costos, ya que el modelo empieza a tener más grados de libertad para buscar la combinación más eficiente entre todos los costos, como por ejemplo permitiendo abrir más de una planta pequeña en una ciudad significando menores costos de apertura.