렌.고.쿠 는 어디에 숨었나

❑ 목 적

드라마, 영화 등에서 종종 볼 수 있는 **이미지 O.L (overlap)**
모방 중에 발생한 에러와 발생 원인 및 해결 과정을 공유

* 활용 수단 수학적 모델: 행렬, Linearity, 부등식
공학적 도구: Google Colab, Python (3.10.12), PIL, numpy, IPython 등
이미지 파일: 애니메이션 캐릭터 두 장

❑ 모 델 링

❍ 행렬, Linearity 활용 이미지 합성 및 분해 가능 여부 검토

✓ Superposition Principle

어떤 행렬 $A_{m \times n}$, $B_{k \times l}$ 가 $m = k$, $n = l$ 인 같은 꼴일 때, 행렬의 덧셈이 정의되고 두 행렬 A, B 의 (i, j) 성분의 합은 두 행렬의 합 $A + B$ 의 (i, j) 성분과 같다.

$$A_{ij} + B_{ij} = (A+B)_{ij} \ (\text{단}, \ 1 \le i \le m, \ 1 \le j \le n)$$

따라서, 다음 등식이 성립한다.

$$\begin{pmatrix} 1\,2\,3 \\ 4\,5\,6 \\ 7\,8\,9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10\,11\,12 \\ 13\,14\,15 \\ 16\,17\,18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1+10)(2+11)(3+12) \\ (4+13)(5+14)(6+15) \\ (7+16)(8+17)(9+18) \end{pmatrix}$$

✓ Homogeneity

또한, 행렬의 실수배에 관한 정의에 따라 어떤 행렬 A의 t 배는 행렬 A의 모든 성분에 t 를 곱한 성분을 새로운 성분으로 하는 행렬과 같다.

$$(tA)_{ij} = t(A_{ij})$$

따라서, 다음 등식이 성립한다.

$$t \times \begin{pmatrix} 1\,2\,3 \\ 4\,5\,6 \\ 7\,8\,9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (t \times 1)(t \times 2)(t \times 3) \\ (t \times 4)(t \times 5)(t \times 6) \\ (t \times 7)(t \times 8)(t \times 9) \end{pmatrix}$$

❑ 모델링

❍ 행렬, Linearity 활용 이미지 합성 및 분해 가능 여부 검토 (계속)

행렬이 Superposition Principle 과 Homogeneity 를 모두 만족하여 Linearity 를 가지므로 같은 꼴인 임의의 두 행렬 A, B 와 임의의 실수 t 에 대하여 다음 등식이 성립한다.

$$t\,(A+B) = t\,A + t\,B \quad \Leftrightarrow \quad t\,(A+B)_{ij} = t\,(A)_{ij} + t\,(B)_{ij}$$

임의의 두 행렬의 합이 이루는 각 성분은 합을 이루는 각 행렬의 성분에 따라 변하지만 Linearity 를 가지므로 합의 각 성분에는 그 성분을 이루는 두 행렬의 성분이 독립적으로 보존되며, 적절한 방법을 쓰면 다시 두 행렬의 각 성분으로 분해가 가능하고 이러한 성질은 실수배를 한 임의의 두 행렬의 합에도 동일하게 성립한다.

만약 임의의 두 행렬 A, B 가 서로 다른 이미지를 나타내는 행렬이라면 이들의 합으로 이루어진 새로운 행렬 C 를 만들 수 있고 다시 두 이미지로 분해도 가능할 것이다. 또한 어떤 이미지 행렬의 실수배를 통해 그 이미지의 색상을 자유롭게 조절할 수 있을 것이다.

❍ 부등식 활용 합성 이미지 의미 해석

0 이상의 정수 a 와 1보다 큰 양수 b 의 곱 ab 에 대해 다음 부등식이 성립한다.

$$a \le b\,a$$

여기에서 a 대신 어떤 이미지 행렬 A 를 생각할 때, $b\,A$ 의 임의의 성분 $(b\,A)_{ij}$ 은 항상 0 이상의 정수이고 이에 대응하는 A 의 성분 A_{ij}보다 항상 크거나 같다. 따라서 다음 부등식이 성립한다.

$$A_{ij} \le (b\,A)_{ij}$$

따라서, 모든 성분이 $[0, 255]$ 에 속하는 정수를 갖는 어떤 이미지 행렬 A 와 1보다 큰 양수 b 의 곱 $b\,A$ 의 각 성분은 대응하는 A 의 성분과 같거나 큰 성분이므로 행렬 bA 는 행렬 A 가 나타내는 이미지가 갖는 색보다 더 짙은 색을 갖는 이미지를 나타내는 행렬이다. **하지만 O.L 은 중첩된 두 이미지 중 하나는 본래 이미지보다 옅게, 나머지 하나는 옅은 상태에서 본래 이미지로의 변화 과정이므로 1보다 큰 양수 b 를 이미지 행렬에 곱하는 것은 O.L 현상을 나타내는 수학적 표현이라 볼 수 없다.**

이번에는 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 임의의 실수 t 를 생각해 보자. 이때 $1-t$ 와 t 의 부등식을 대조하여 극한을 관찰하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} 0 \le t \le 1 \\ 0 \le 1-t \le 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} t \to 1- \quad &\Rightarrow \quad 1-t \to 0+ \\ t \to 0+ \quad &\Rightarrow \quad 1-t \to 1- \end{aligned}$$

❑ 모델링

❍ 부등식 활용 합성 이미지 의미 해석 (계속)

위의 내용을 임의의 두 행렬의 각 성분에 적용하여 살펴보면 다음과 같다.

$$\begin{cases} 0 \le t\,(A)_{ij} \le A_{ij} \\ 0 \le ((1-t)\,B)_{ij} \le B_{ij} \end{cases}$$

$$\begin{array}{lcl} t \to 1- & \Rightarrow & (1-t) \to 0+ \\ (t\,A)_{ij} \to A_{ij}- & \Rightarrow & ((1-t)\,B)_{ij} \to 0+ \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} t \to 0+ & \Rightarrow & (1-t) \to 1- \\ (t\,A)_{ij} \to 0+ & \Rightarrow & ((1-t)\,B)_{ij} \to B_{ij}- \end{array}$$

이를 해석하면 다음과 같은 사실을 확인할 수 있다.

$t \to 1-$ 일 때, 이미지 행렬 $t\,A$ 가 나타내는 이미지는
색이 짙어지며 이미지 A 에 근접하고,
이때 $1-t \to 0+$ 이므로 이미지 행렬 $(1-t)\,B$ 가 나타내는 이미지는
색이 옅어지며 O (투명한 상태) 에 근접한다.

또한 $t \to 0+$ 일 때, 이미지 행렬 $t\,A$ 가 나타내는 이미지는
색이 옅어지며 O (투명한 상태) 에 근접하고,
이때 $1-t \to 1-$ 이므로 이미지 행렬 $(1-t)\,B$ 가 나타내는 이미지는
색이 짙어지며 이미지 B 에 근접한다.

이제 이미지 행렬 $t\,A$ 와 $(1-t)\,B$ 의 합성 행렬 C 에 대해 이 행렬의 임의의 성분 C_{ij} 의 성질을 살펴보자. 그렇다면 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$\begin{cases} 0 \le t \le 1 \quad A_{ij}\ ,\ A_{ij} \in Z,\ A_{ij} \in [0,\ 255] \\ 0 \le (1-t) \le 1 \quad B_{ij}\ ,\ B_{ij} \in Z,\ B_{ij} \in [0,\ 255] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \le (t\,A)_{ij} \le 255 \\ 0 \le ((1-t)B)_{ij} \le 255 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 1 \text{ 일 때, } (t\,A)_{ij} \text{ 는 최댓값 } 255,\ ((1-t)B)_{ij} \text{ 는 최솟값 } 0 \\ t = 0 \text{ 일 때, } (t\,A)_{ij} \text{ 는 최솟값 } 0,\ ((1-t)B)_{ij} \text{ 는 최댓값 } 255 \end{cases} \Rightarrow 0 \le C_{ij} \le 255$$

그리고 $A_{ij},\ B_{ij} \in Z$ 이고 Z 는 덧셈에 대해 닫혀있으므로 $C_{ij} \in Z$ 이다. 따라서, $C_{ij} \in [0,\ 255],\ Z$ 이므로 합성 행렬 C 는 이미지를 나타내는 행렬이다.

❑ 모 델 링

❍ 부등식 활용 합성 이미지 의미 해석 (계속)

합성 행렬 C는 이미지를 나타내는 행렬이다. 이 행렬은 Linearity 를 가지므로 각 성분은 이미지 A 와 B 의 성분을 온전히 가지고 있고 적절한 방법을 통해 이미지 행렬 A 와 B 의 성분을 분해할 수 있으며 C 의 경우, t 의 변화가 그 목표를 이루는 실마리가 된다.

즉,

$$t \to 1- \;\Rightarrow\; (1-t) \to 0+ \text{ 일 때 } C\text{는 } A\text{에 근접하고,}$$
$$t \to 0+ \;\Rightarrow\; (1-t) \to 1- \text{ 일 때 } C\text{는 } B\text{에 근접한다.}$$

따라서, 이미지 행렬 C 의 t 에 변화를 주면 두 이미지의 O.L을 표현할 수 있을 것이다.

결 론

O.L 모델링 결과 도출된 모델은 아래와 같고, 모델 구현 전에 시뮬레이션을 통해 O.L 모방에 적합한지 확인할 필요가 있다.

⇩

O.L 모델

- $t \in [0, 1]$ 이고 실수인 t 가 존재한다.
- 행렬은 서로 같은 꼴이다.
- 행렬의 각 성분은 $\{x \mid x \in [0, 255],\ x \in Z\}$ 에 속한다.
- 임의의 두 이미지 행렬 A, B의 합성 행렬 C는 아래와 같다.

$$C = tA + (1-t)B$$

❑ 시뮬레이션 : GeoGebra Classic 6 활용 ☞ 모델 적합

❑ 모 델 구 현 : 기본 모델 ⇨ 반응형 모델

❑ 모 델 구 현(계속)

❍ 기본 모델

1. 모듈, 패키지, 라이브러리 준비 ⇨ 이미지 준비 ⇨ 변수 구성
2. 이미지 행렬 변환과 Resizing ⇨ 행렬 합성 및 dtype 변환
   ⇨ 가중치에 따른 합성 이미지 표시 기능 구성
3. 테스트 및 코드 개선

· Step 1 : 준비 단계

- 모듈, 패키지, 라이브러리 준비

```
import numpy               as  np                # Colab 환경
from   PIL              import Image
from   time             import sleep
from   google.colab     import files
from   IPython.display  import display
```

- 이미지 준비

렌고쿠	탄지로
	

< 출 처 > 렌고쿠 ☞ https://m.blog.naver.com/mgc4007/222253482149
탄지로 ☞ https://m.blog.naver.com/grace_seonmi/221982737601

```
#@markdown **이미지를선택하여 업로드해 주세요.**

# 이미지 파일 업로드
filename = list(files.upload().keys())[0]
```

- 변수 구성

```
t = 0         # 가중치
rengoku_img = Image.open('/content/렌고쿠.jpg')
tanjiro_img = Image.open('/content/탄지로.jpg')
```

- Step 2 : 구성 단계
  - 이미지 행렬 변환과 Resizing

```
# rengoku, tanjuro 이미지 행렬 변환
rengoku_arr = np.array(rengoku_img)
tanjiro_arr = np.array(tanjiro_img)


# rengoku 행렬을 tanjiro 행렬과 같은 꼴로
rengoku_arr = np.array(rengoku_img.crop((0, 0, 468, 703)))
```

  - 행렬 합성 및 dtype 변환

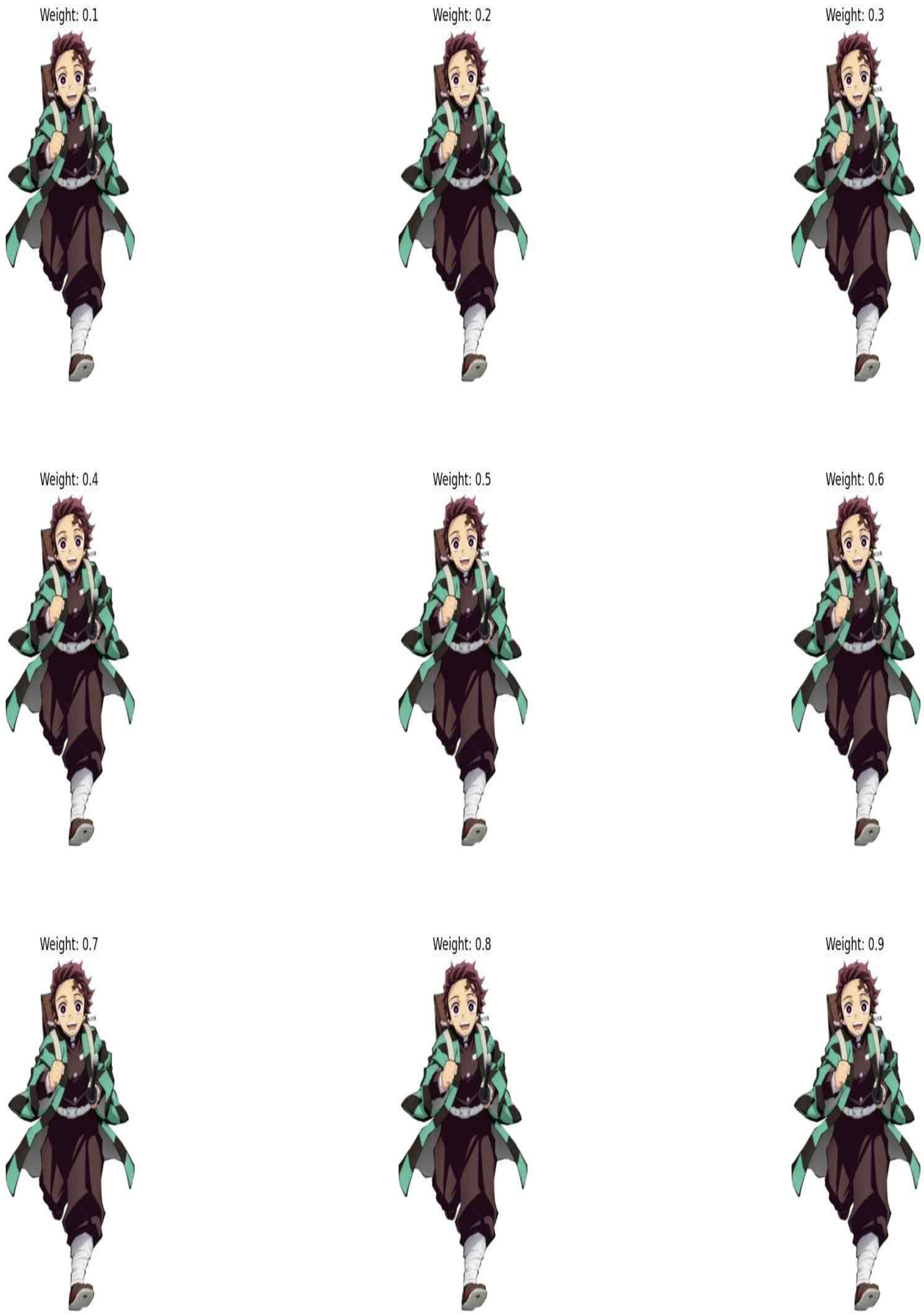
```
# 행렬 합성
composite_img_arr = (t * rengoku_arr + \
                                    (1- t) * tanjiro_arr)

# dtype 변환
composite_img_arr = composite_img_arr.astype(np.uint8)
```

  - 가중치에 따른 합성 이미지 표시 기능 구성

```
# 가중치에 따른 합성 이미지 출력 기능
for i in range(11):
  t += 0.1
  display(composite_img_arr)
  sleep(1)
```

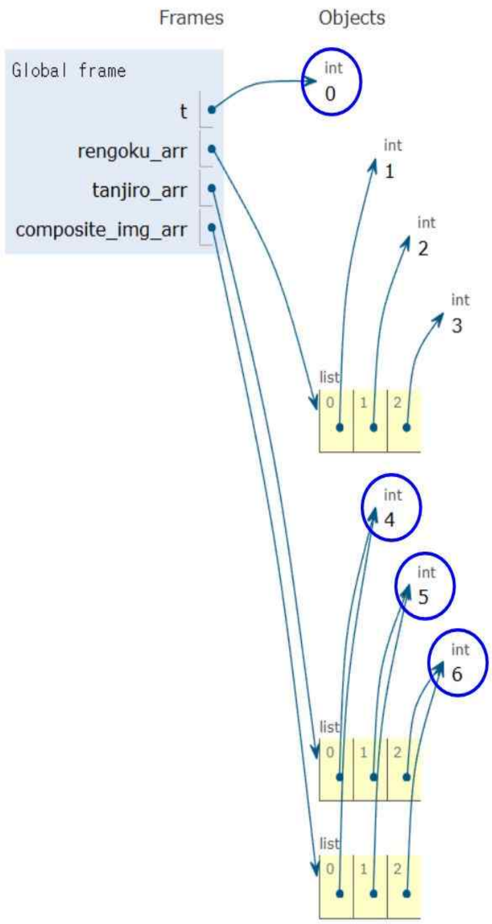
- Step 3 : **테스트 및 코드 개선**
  - 모듈 테스트: 코드 작성 진행하며 확인 ☞ 오류 발생 없음
  - 모델 테스트: 모델이 예상 밖의 결과 출력

가중치가 변해도 합성 이미지가 변하지 않는 현상

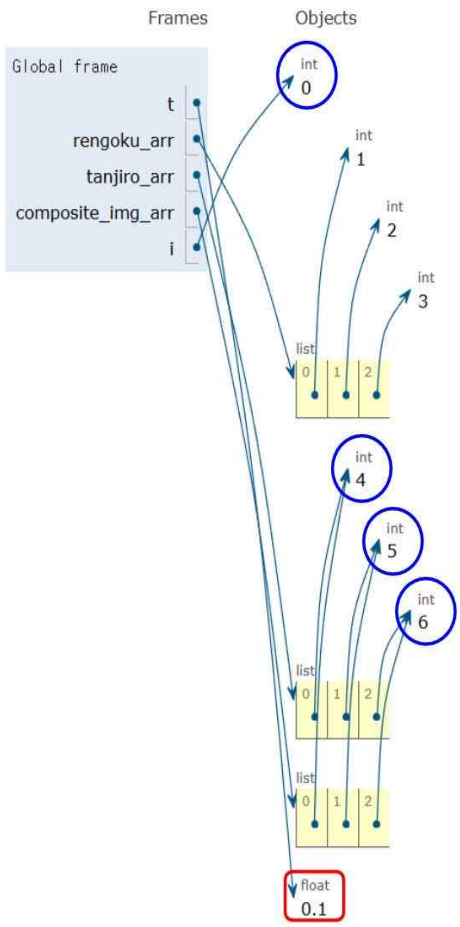


✓ 원인 분석

for 진입 전 합성 이미지



for 진입 후 합성 이미지



분석 결과

composite_img_arr 는 for 에 진입 후 변하는 가중치 t 가 가리키는 객체를 참조하지 않는다.

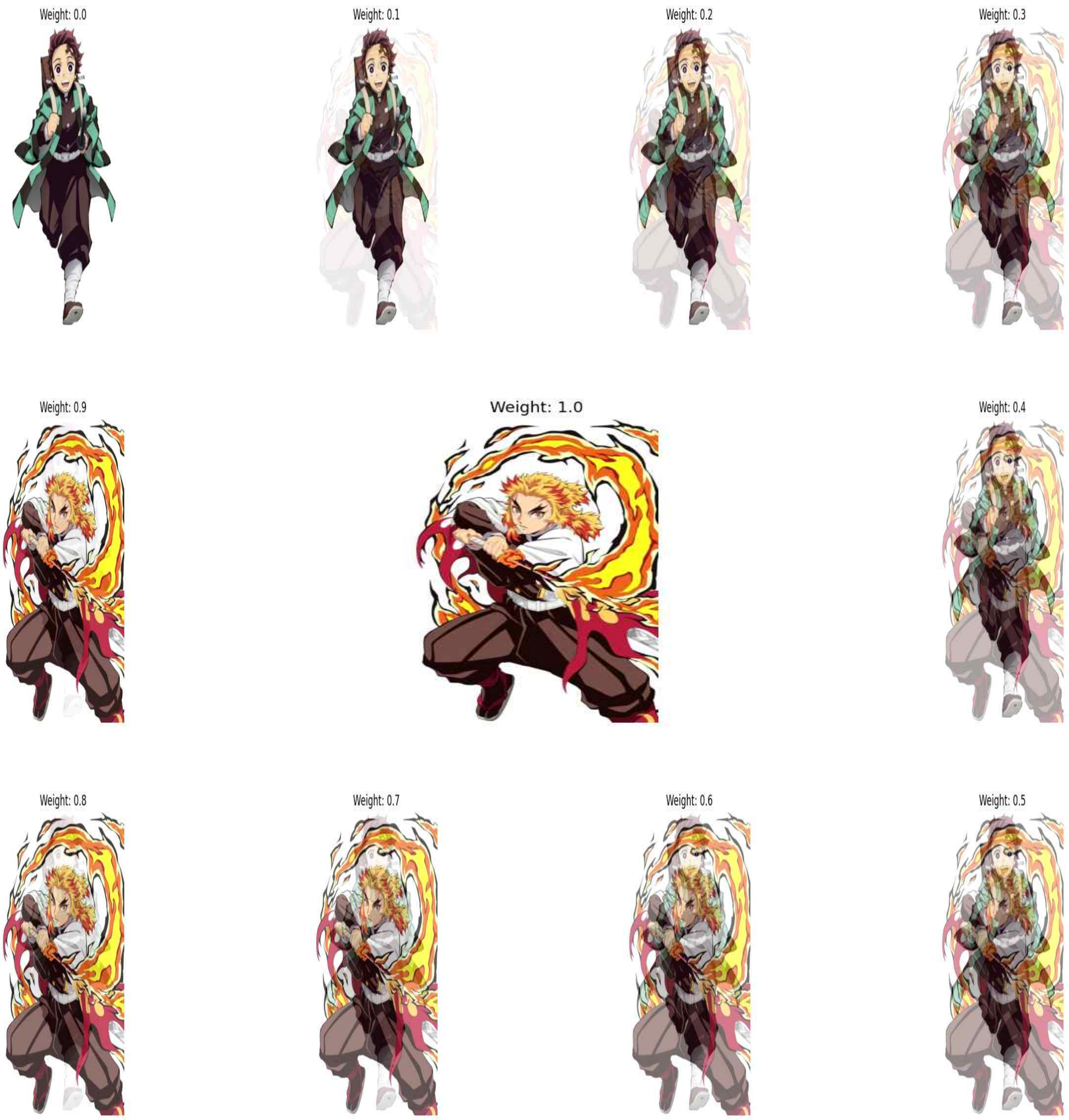
따라서, 변하는 가중치 t 가 가리키는 객체를 참조하도록 t 의 변화에 따라 composite_img_arr 를 재정의하고 표현 위치를 조정할 필요가 있다.

- Step 3 : **테스트 및 코드 개선(계속)**

  - 코드 개선

```python
# 가중치에 따른 합성 이미지 표시 기능
for i in range(11):
  composite_img_arr =  (t * rengoku_arr + \
                       (1- t) * tanjiro_arr).astype(np.uint8)
  display(composite_img_arr)
  t += 0.1
  sleep(1)
```

  - 코드 개선 후 모델 테스트



❍ 반응형 모델

『기본 모델』을 바탕으로

1. 모듈, 패키지, 라이브러리 준비
2. 이미지 행렬 변환과 Resizing ⇨ 행렬 dtype 변환
   ⇨ 애니메이션 프레임 목록 생성 ⇨ 애니메이션 표시 기능 구성
3. 테스트 및 코드 개선

· Step 1 : 준비 단계

- 이미지 행렬 변환과 Resizing

```
from   cv2                     import resize
from   IPython.display         import HTML
from   tqdm                    import tqdm_notebook
import matplotlib.animation       as animation
```

· Step 2 : 구성 단계

- 이미지 행렬 변환과 Resizing

```
# rengoku, tanjuro 이미지 행렬 변환                    Colab 환경
rengoku_arr = np.array(rengoku_img)
tanjiro_arr = np.array(tanjiro_img)


# rengoku 행렬을 tanjiro 행렬과 같은 꼴로
row, col, _ = tanjiro_arr.shape
rengoku_arr = resize(rengoku_arr, dsize = (col, row))
               # np.array(rengoku_img.crop((0, 0, 468, 703)))
```

- 행렬 dtype 변환

```
# rengoku, tanjiro 이미지 행렬 dtype 변환
rengoku_arr = rengoku_arr / 255.0
tanjiro_arr = tanjiro_arr / 255.0
```

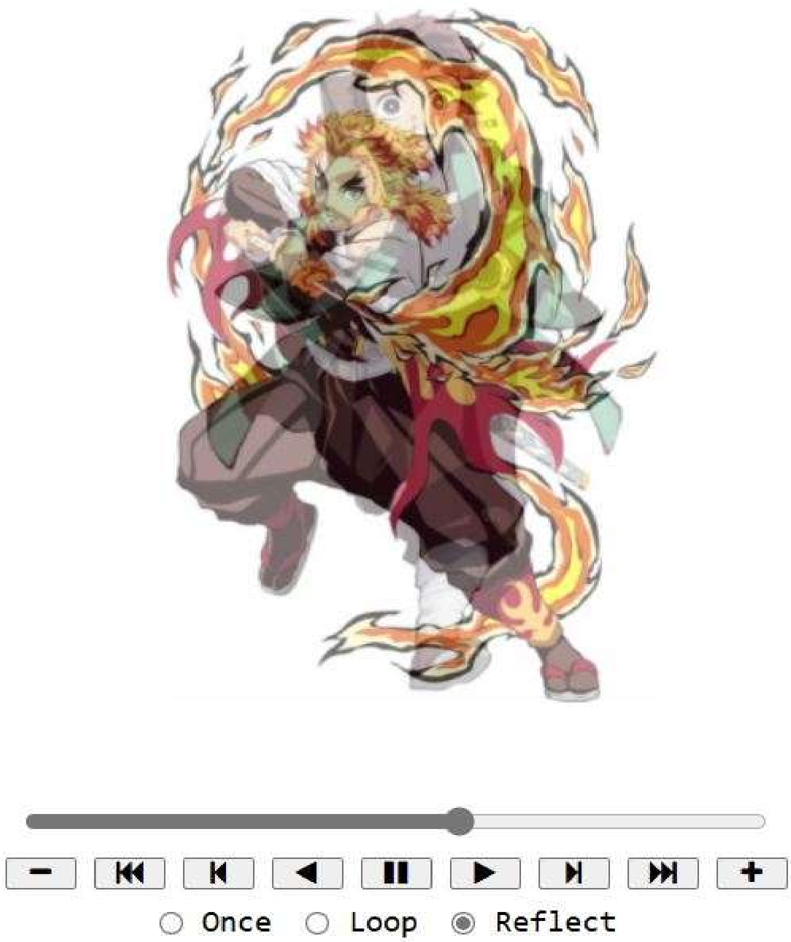
- Step 2 : 구성 단계 (계속)
  - 애니메이션 프레임 목록 생성

```
fig = plt.figure()       # 캔버스 개방
plt.axis('off')          # 축 제거


# 가중치에 따른 이미지 합성, 프레임 생성 및 프레임 목록 갱신
for i in tqdm_notebook(range(NUM_OF_FRAMES + 1)):

  # 가중치 설정
  alpha = i / NUM_OF_FRAMES

  # 이미지 합성
  composite_image_arr = (alpha * rengoku_arr + \
                              (1- alpha) * tanjiro_arr)

  # 이미지 프레임 생성
  img_frame = [plt.imshow(composite_image_arr,\
                                      animated = True)]

  # 프레임 목록에 갱신
  img_frames.append(img_frame)

plt.close()      # 캔버스 폐쇄


# Overlap 애니메이션 생성
overlap_animation = animation.ArtistAnimation(fig,\
                    img_frames, interval = 40, blit = True)


# 애니메이션을 jupyter notebook 환경에서 표시
display(HTML(overlap_animation.to_jshtml()))
```

- Step 3 : **테스트 및 코드 개선**
  - 모듈 테스트: 코드 작성 진행 간 모듈 동작 확인하며 오류 수정
  - 모델 테스트: 프레임 수 조정 (50 ⇨ 100), interval 조정(10 ⇨ 40)
  - 코드 개선

```
NUM_OF_FRAMES = 100     # 프레임 수

# Overlap 애니메이션 생성
overlap_animation = animation.ArtistAnimation(fig,\
                                img_frames, interval = 40, blit = True)
```

  - 코드 개선 후 모델 테스트



"렌고쿠는 숨지 않았다."

끝.