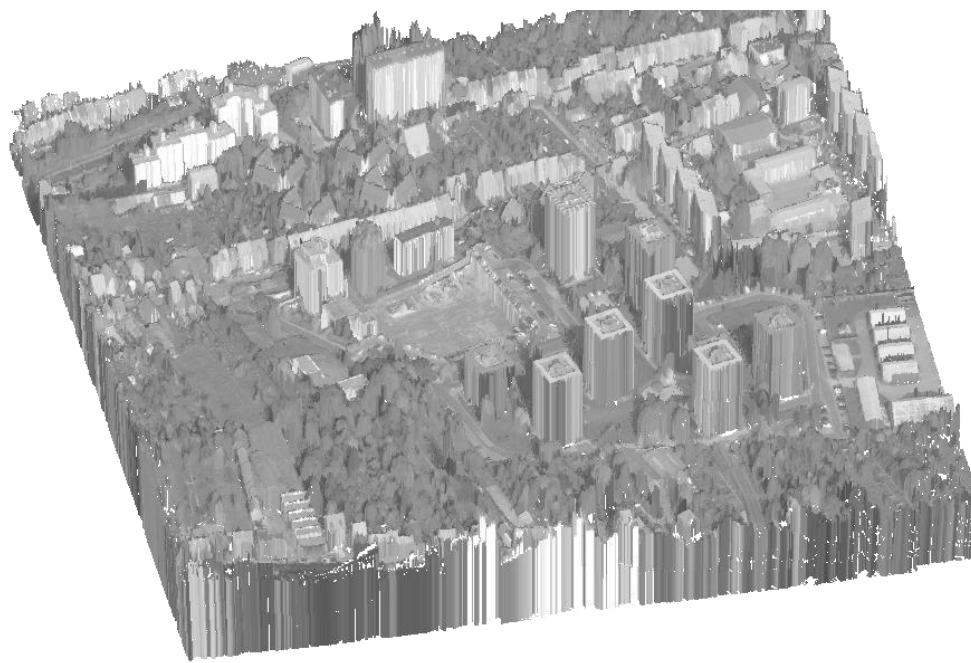


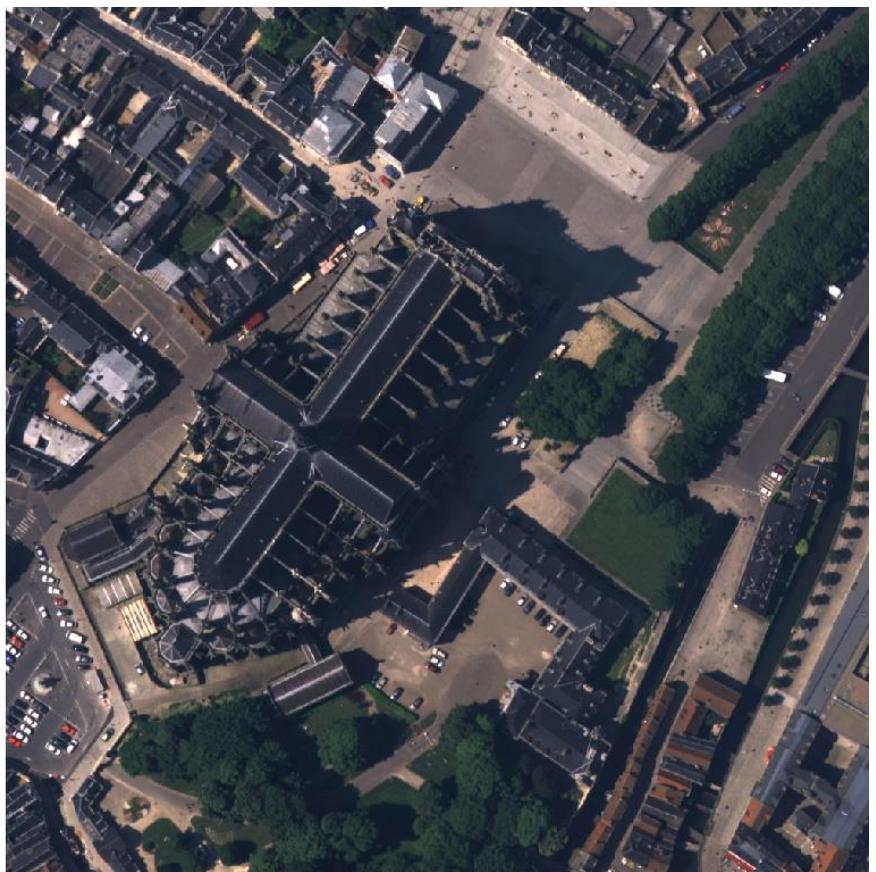
# Stéréovision

---



# Comment obtenir de l'information 3D à partir d'au moins deux images

---

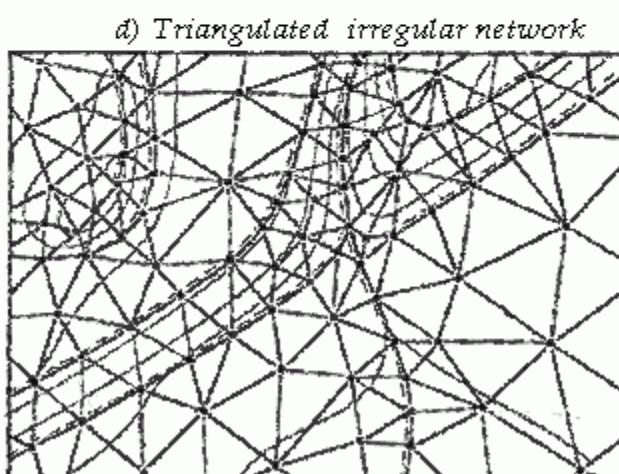
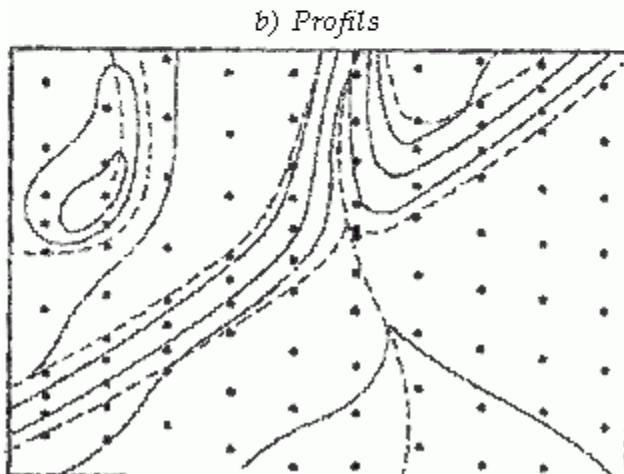
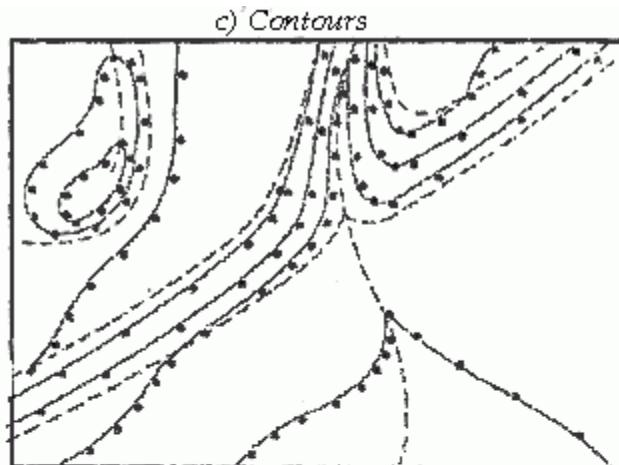
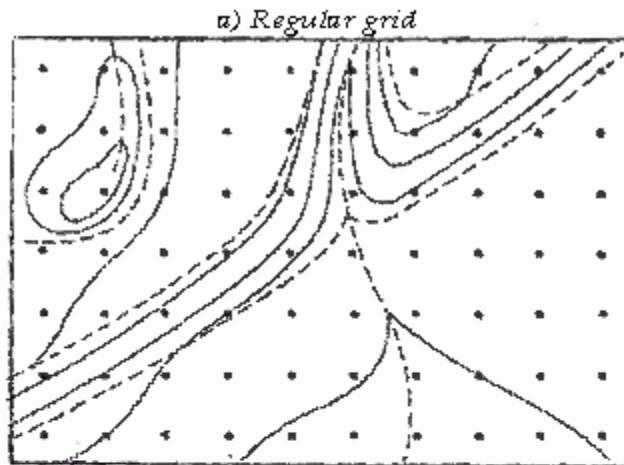


# Stéréovision

---

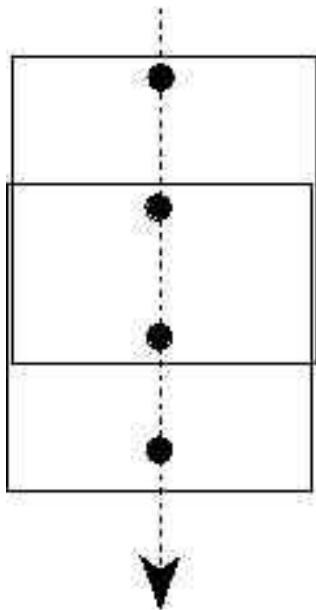
- Principe de la stéréovision
  - Géométrie épipolaire
  - Appariement de points
  - Carte de disparité – améliorations
- Géométrie épipolaire et matrice fondamentale
- Approches multi-vues
  - Fusion de modèles 3D
  - Fusion de courbes de corrélation
  - Approche volumique (fusion images ?)
  - Minimisation d'une énergie
- Appariement de primitives
  - Exemple des coins
  - Approche multi-vues incrémentale

# Conservation de l'information 3D (surtout 'a' et 'd')

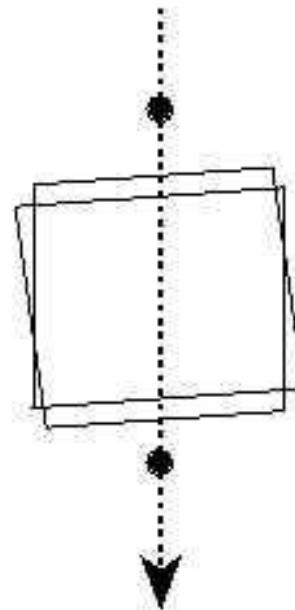


# Les différents types de stéréoscopie en télédétection

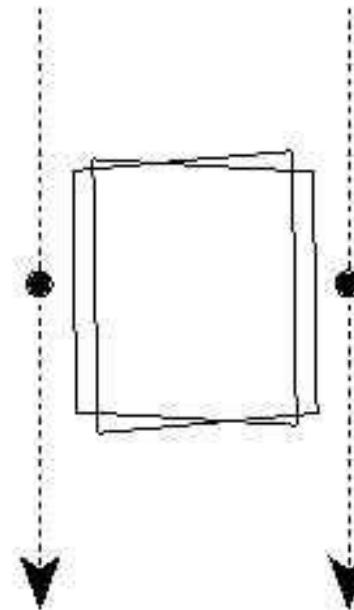
---



a) Vertical

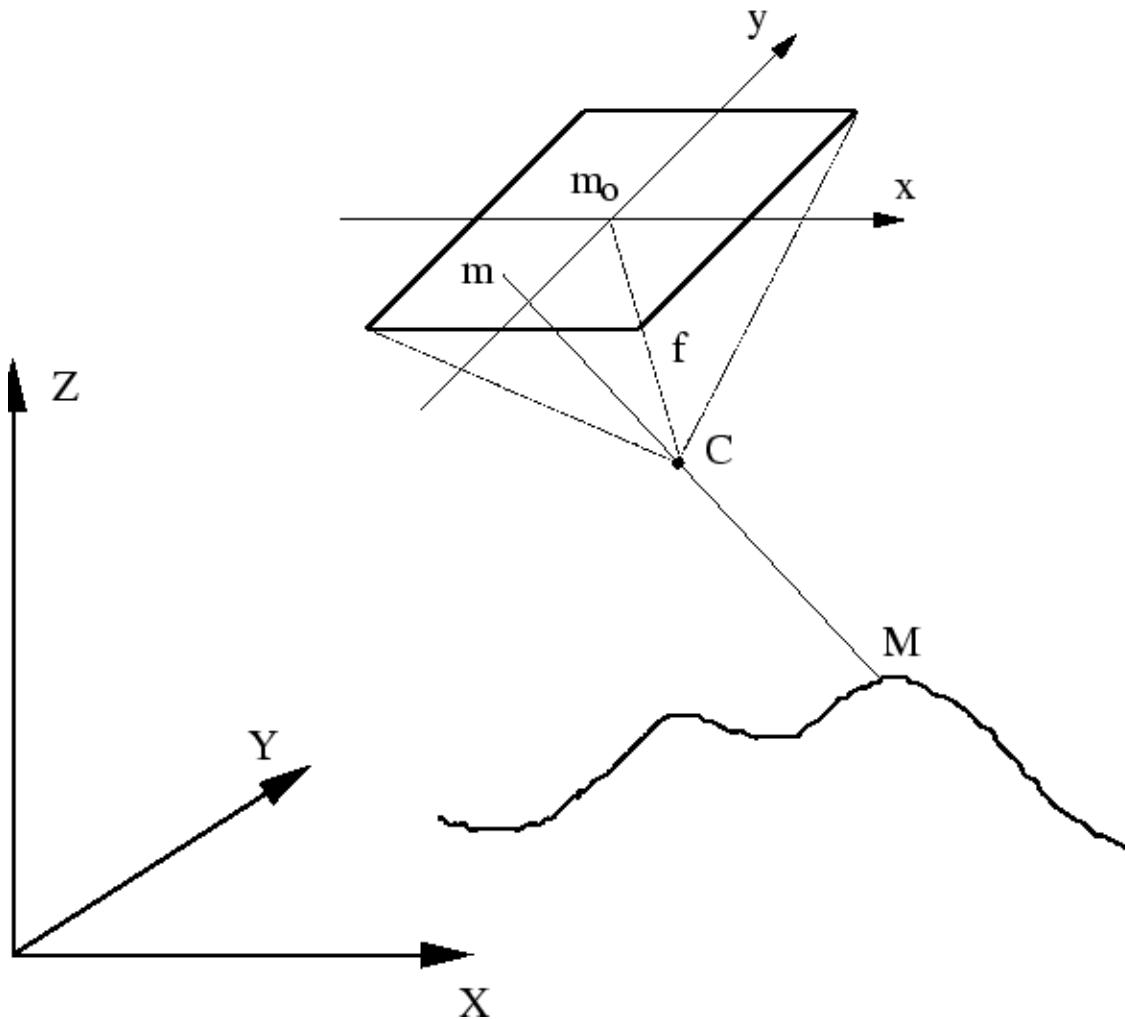


b) Before-after



c) Lateral

# Caméra conique (= modèle sténopé)



# Equations de colinéarité

---

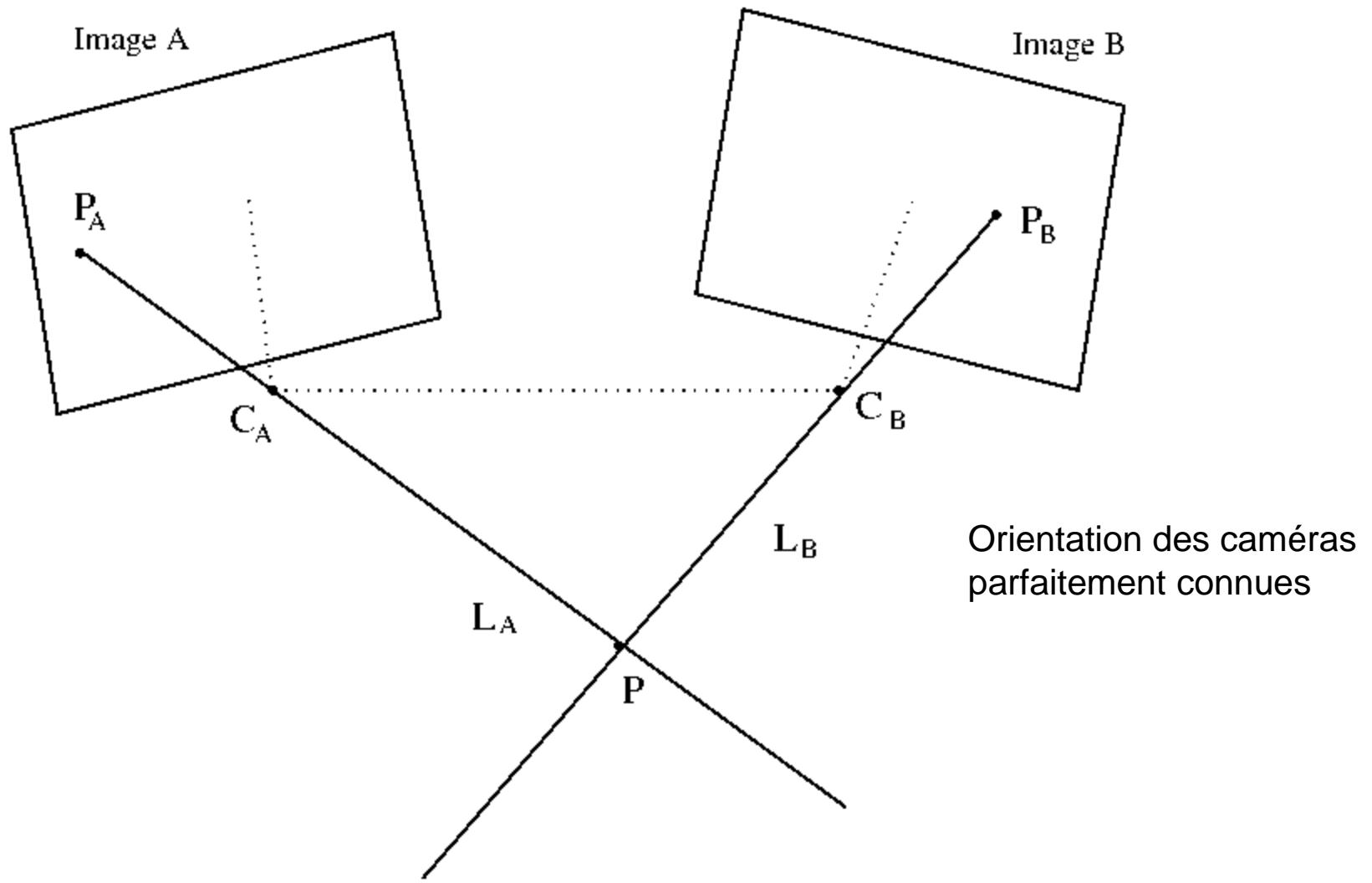
- Les vecteurs  $CM$  et  $Cm$  sont colinéaires :

$$\begin{pmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{pmatrix} = \alpha R \begin{pmatrix} x \\ y \\ -f \end{pmatrix}$$

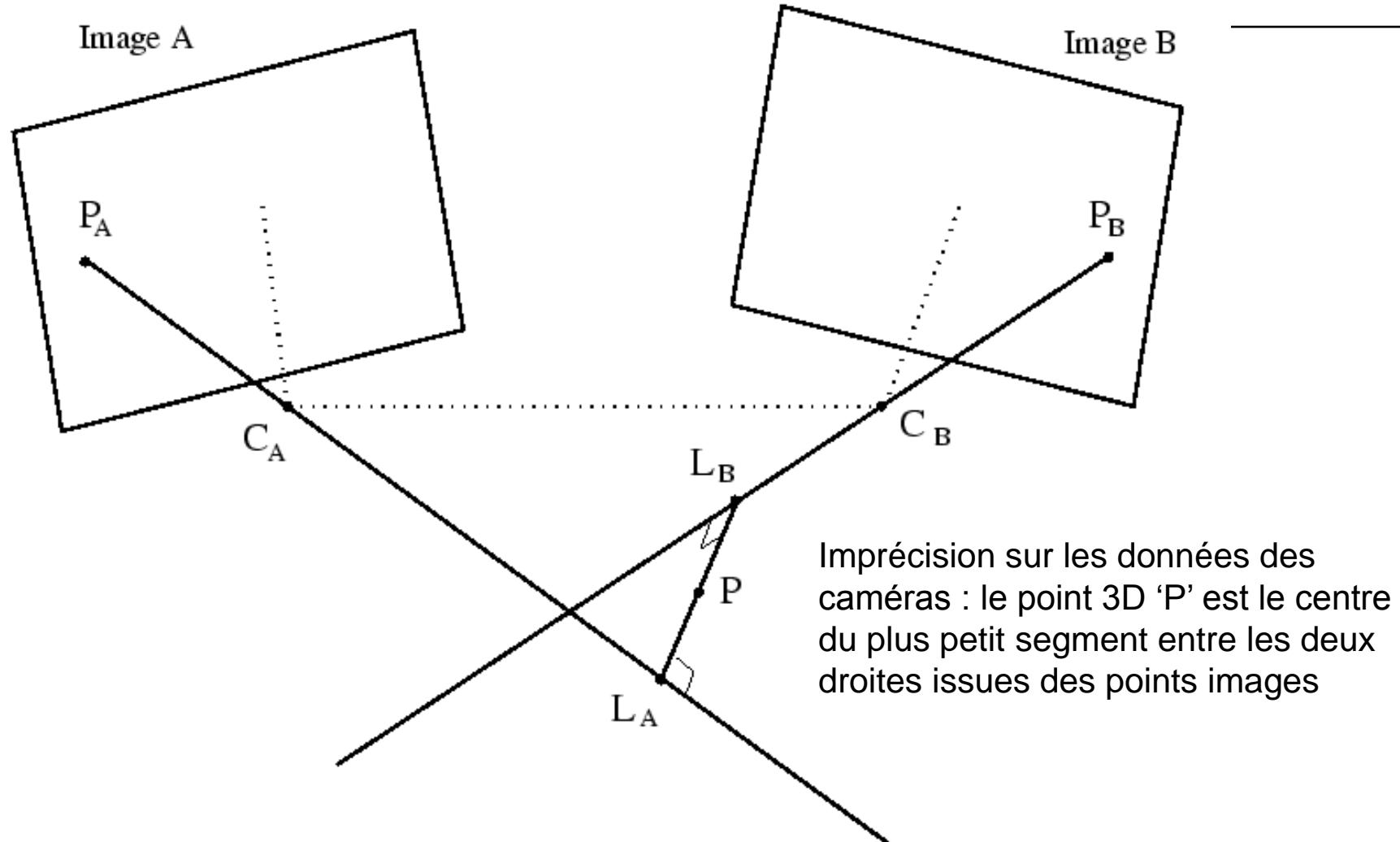
- En simplifiant : 2 équations, 3 inconnues

$$x = \frac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14}}{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}}$$
$$y = \frac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24}}{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}}$$

# Stéréovision : 2 images (au moins)



# Stéréovision : 2 images (au moins)



# Équations de colinéarité pour 2 images

- 4 équations à 3 inconnues

$$x_A = \frac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14}}{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}}$$

$$y_A = \frac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24}}{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}}$$

$$x_B = \frac{b_{11}X + b_{12}Y + b_{13}Z + b_{14}}{b_{31}X + b_{32}Y + b_{33}Z + b_{34}}$$

$$y_B = \frac{b_{21}X + b_{22}Y + b_{23}Z + b_{24}}{b_{31}X + b_{32}Y + b_{33}Z + b_{34}}$$

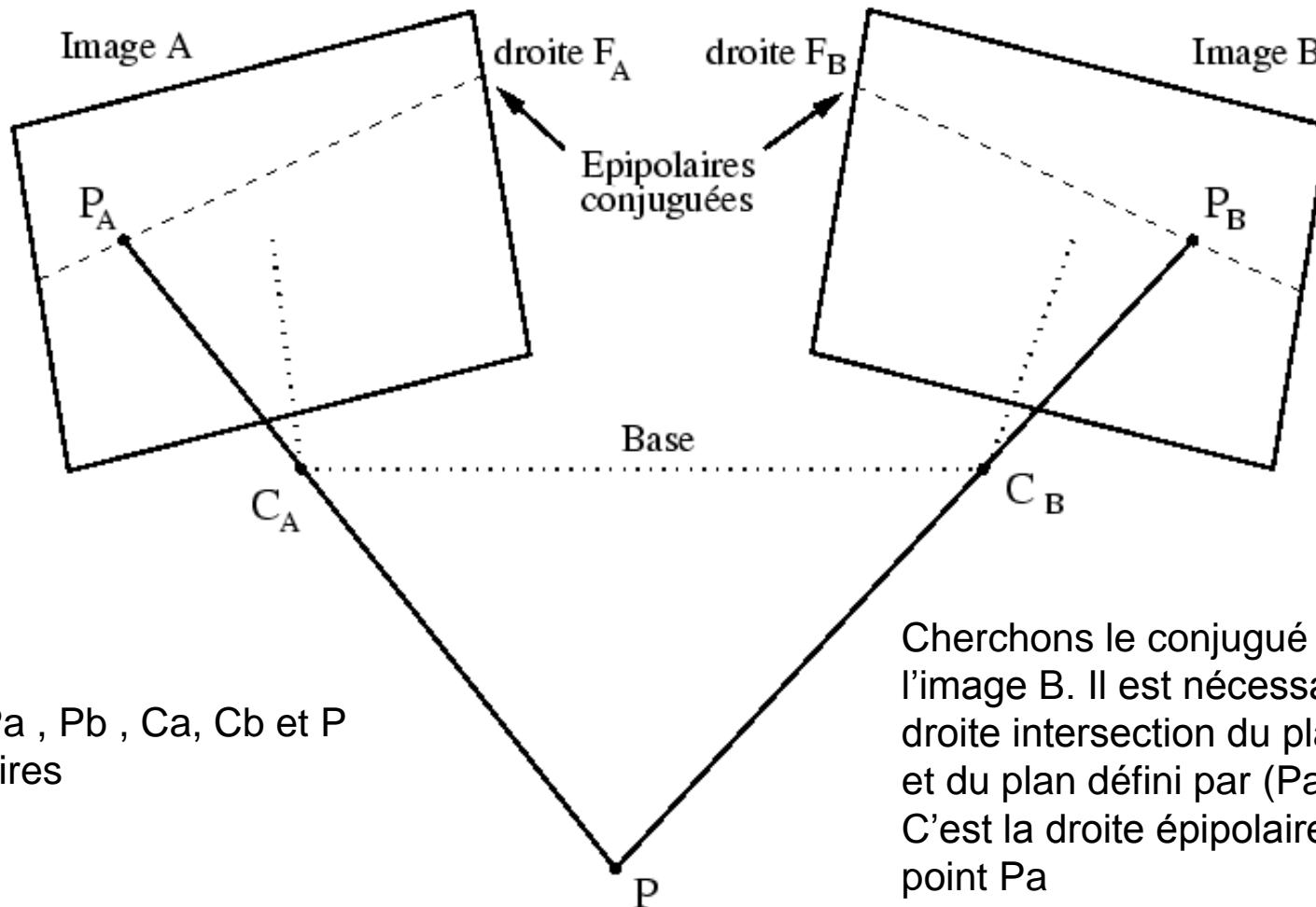
Solution aux moindres carrés

Principe :

si PA et PB se correspondent,

alors on sait calculer la position de P

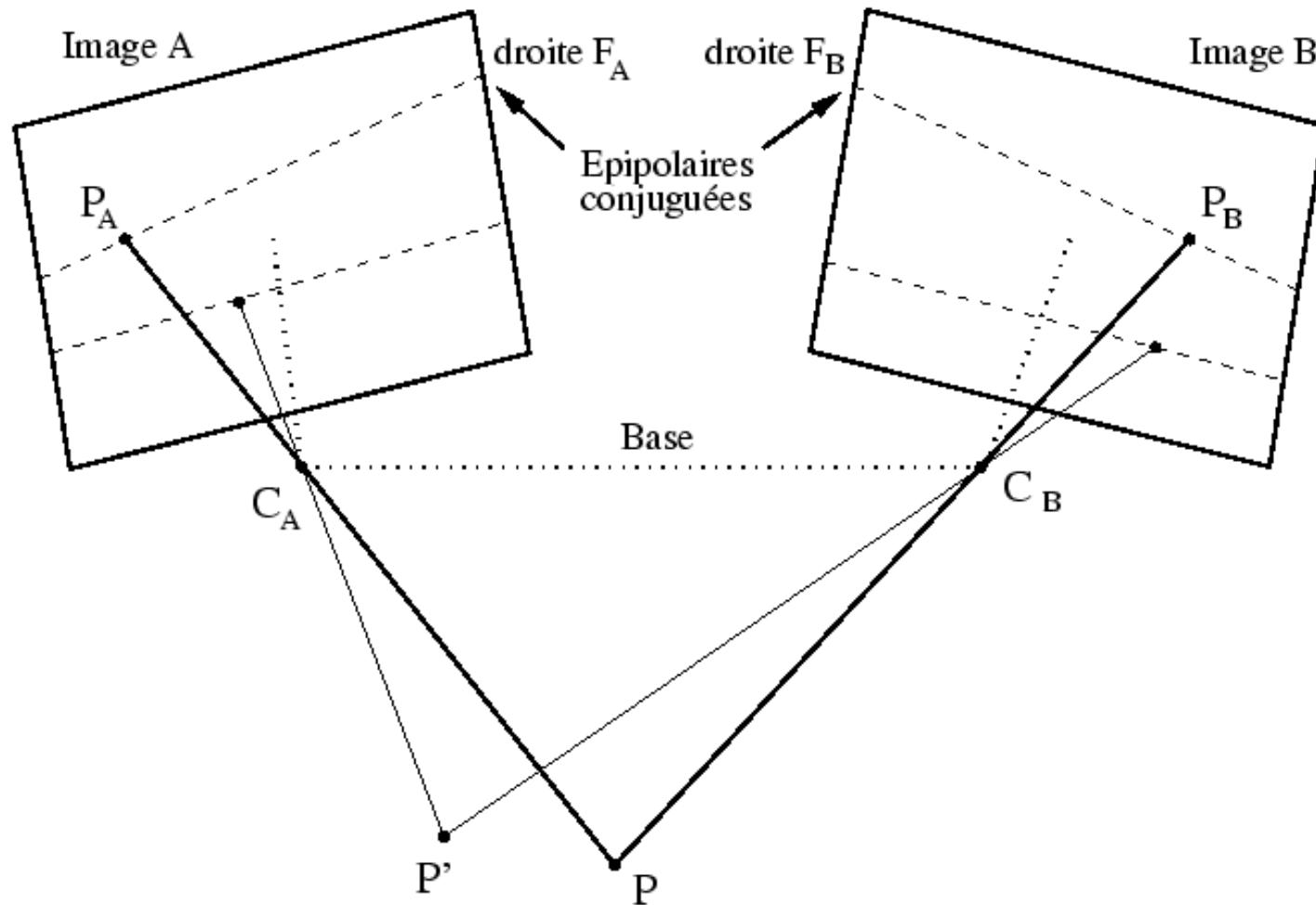
# Géométrie épipolaire



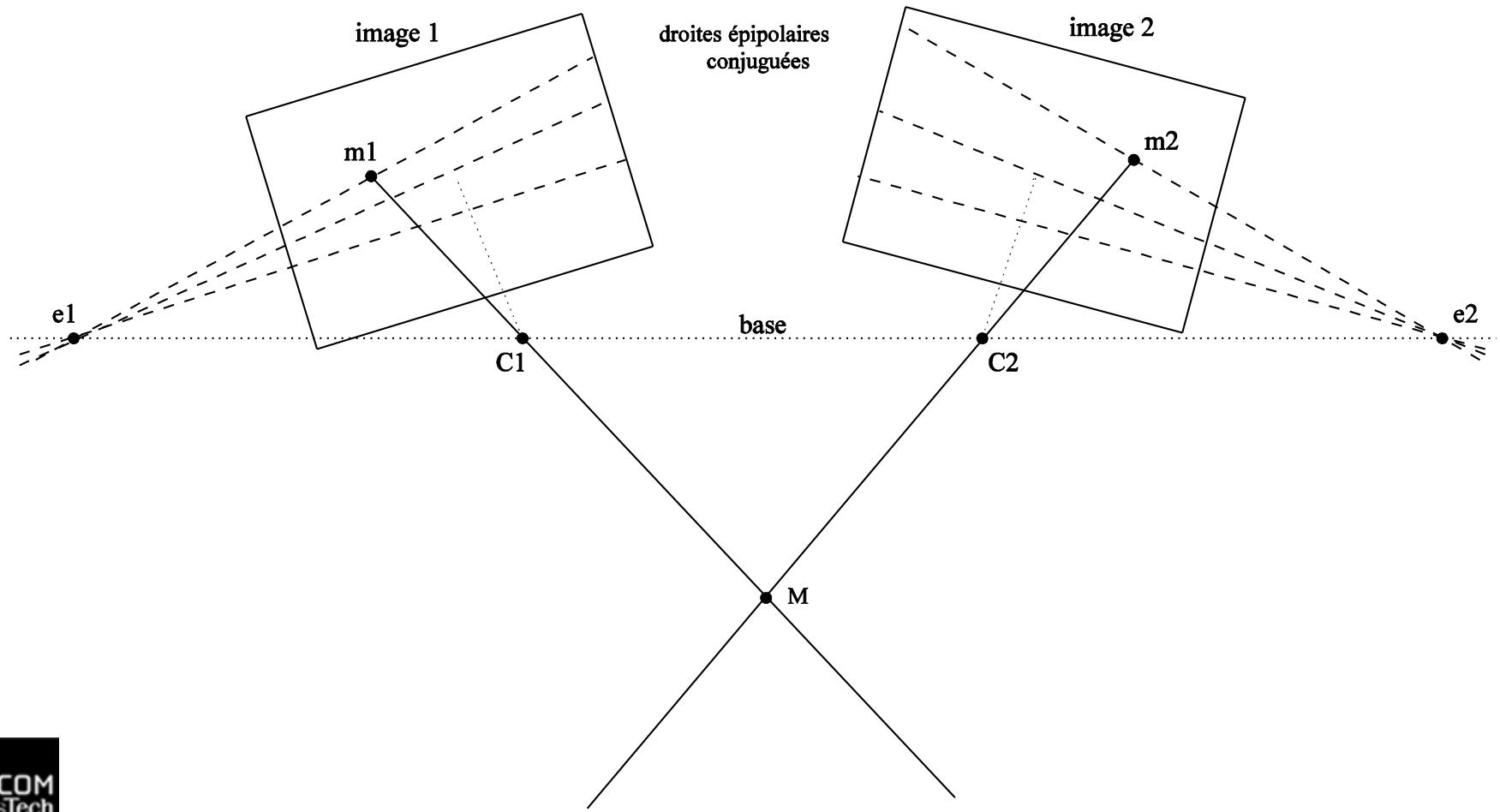
Les points  $P_A$ ,  $P_B$ ,  $C_A$ ,  $C_B$  et  $P$  sont coplanaires

Cherchons le conjugué de  $P_A$  dans l'image B. Il est nécessairement sur la droite intersection du plan de l'image B et du plan défini par  $(P_A, C_A, C_B)$ . C'est la droite épipolaire conjuguée au point  $P_A$

# Géométrie épipolaire

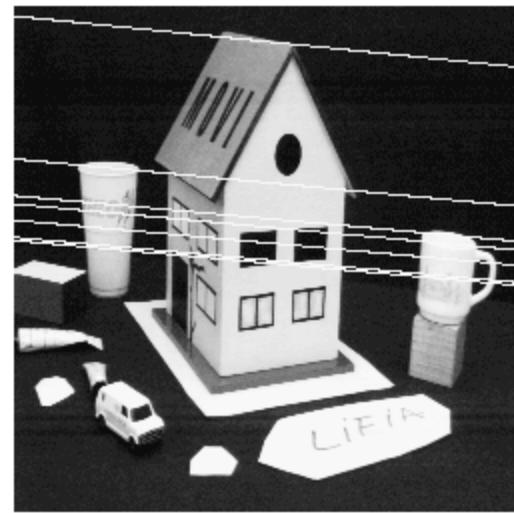
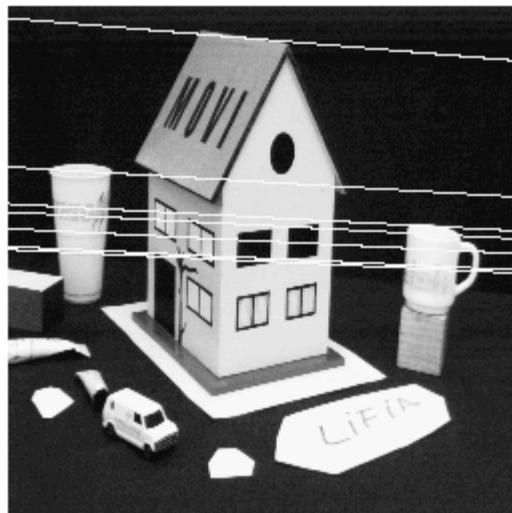


# Géométrie épipolaire



# Géométrie épipolaire

---



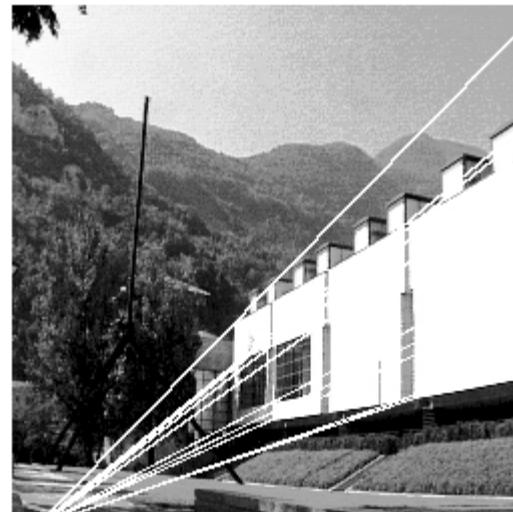
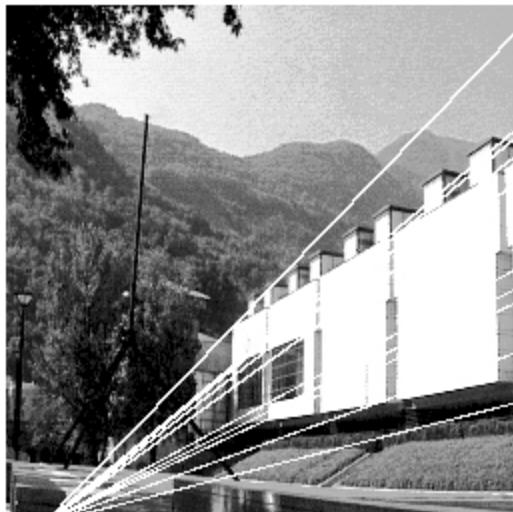
# Géométrie épipolaire

---



# Géométrie épipolaire

---



# Géométrie épipolaire

---



# Rectification en géométrie épipolaire

---

Image A

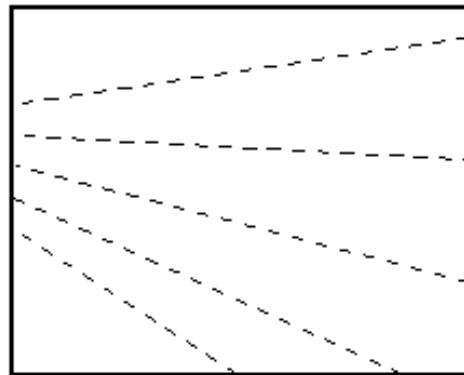


Image B

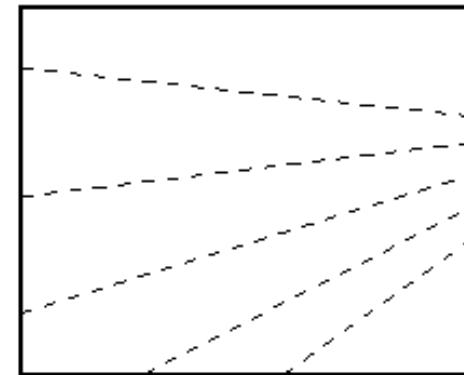
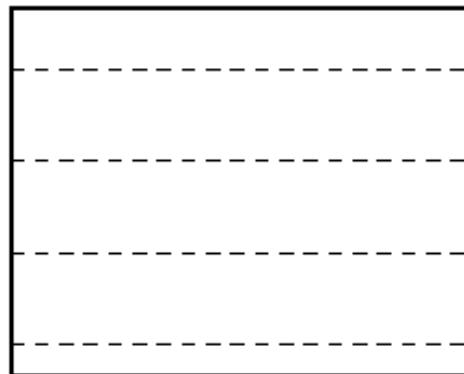
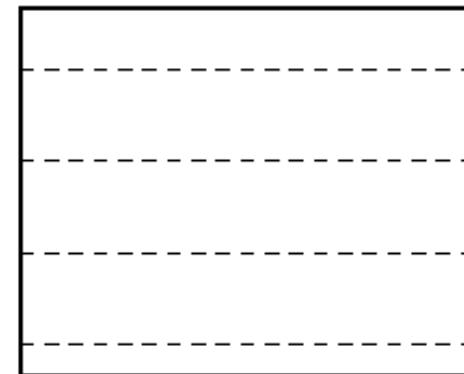


Image A'



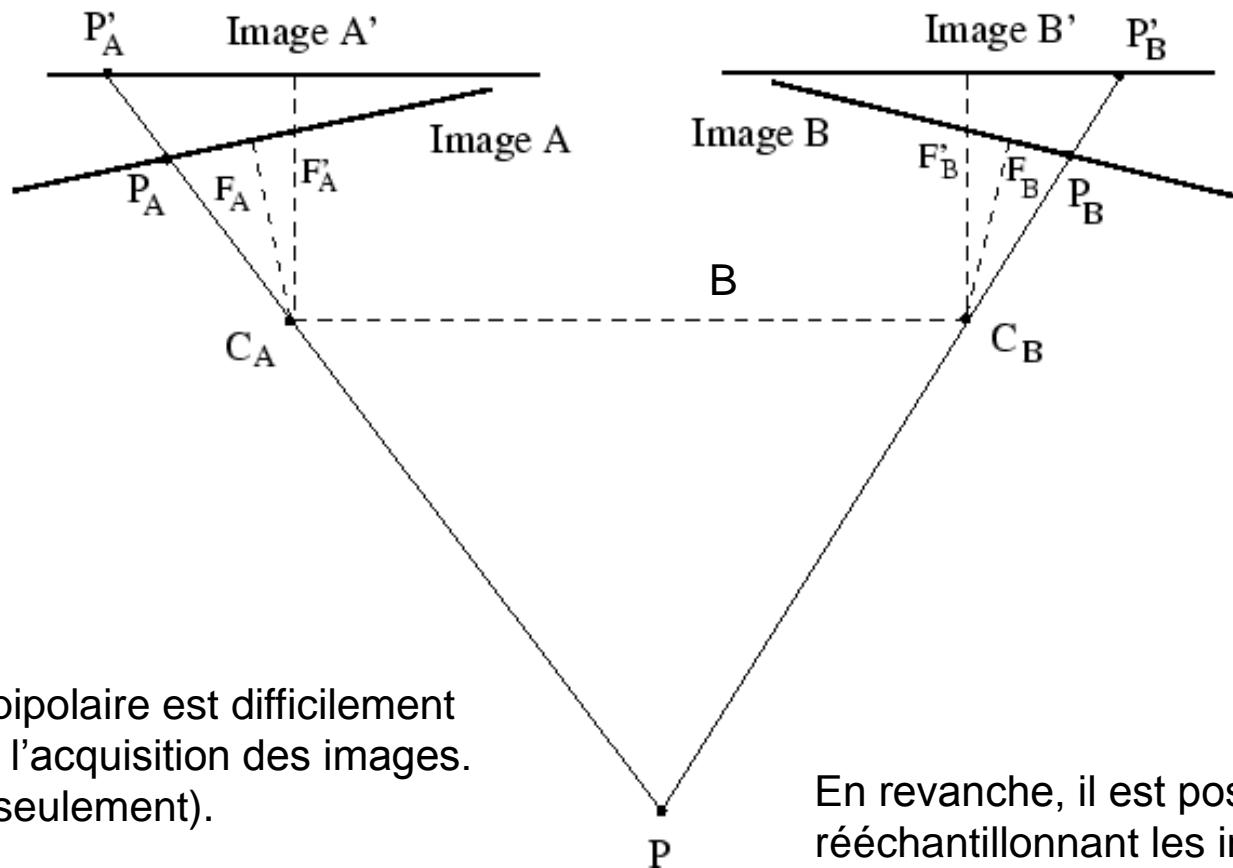
orientation  
quelconque

Image B'



orientation  
redressée

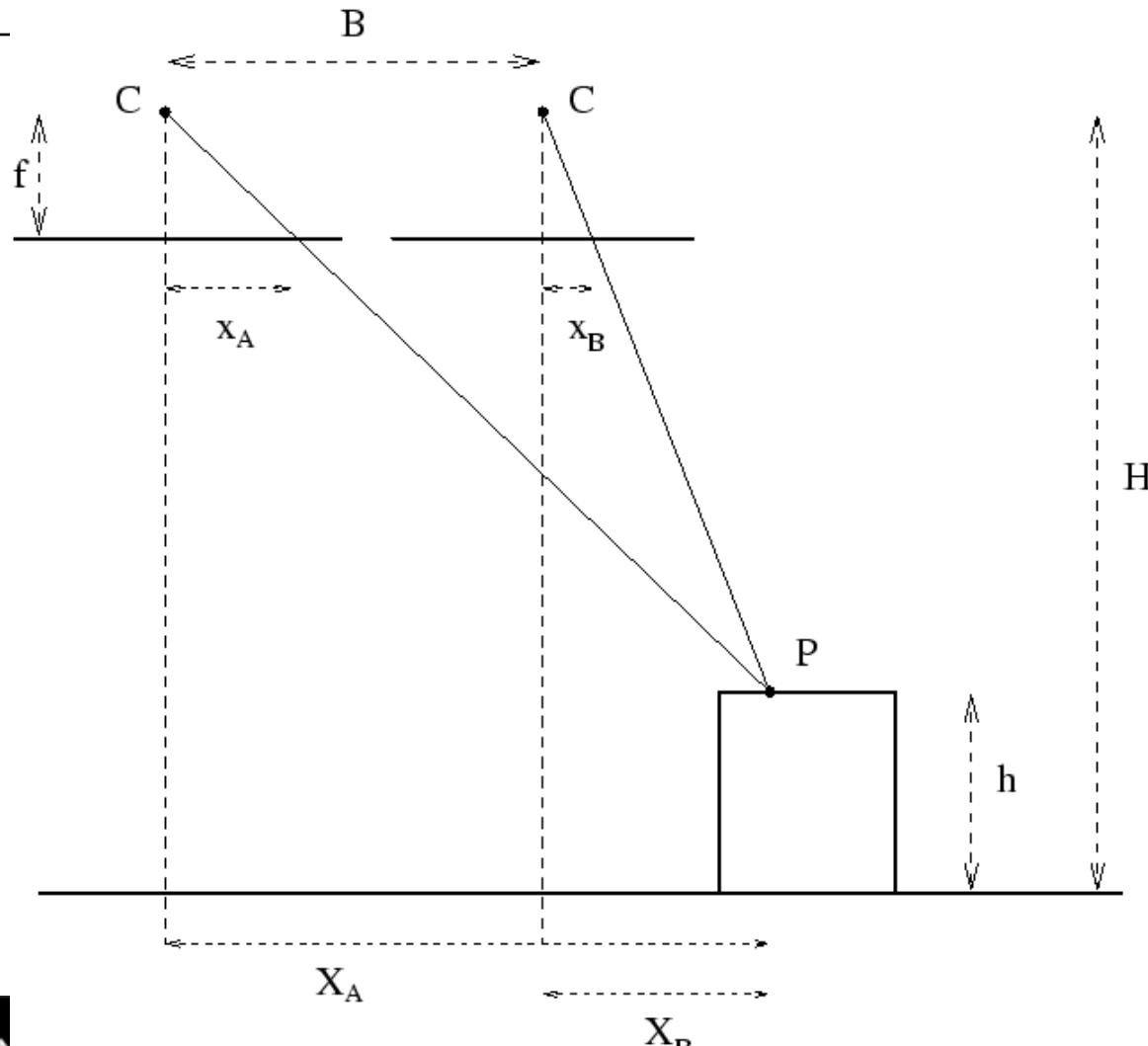
# Rectification en géométrie épipolaire



La géométrie épipolaire est difficilement obtenue lors de l'acquisition des images.  
(en laboratoire seulement).

En revanche, il est possible de l'obtenir en rééchantillonnant les images dans un plan parallèle à la base, en tournant autours des centres optiques C<sub>a</sub> et C<sub>b</sub>  
(il s'agit d'homographies)

# Relation entre disparité et élévation



$$\begin{aligned} \text{disparité } D &= x_A - x_B \\ \text{base : } B &= X_a - X_b \\ \text{Profondeur : } Z &= H-h \end{aligned}$$

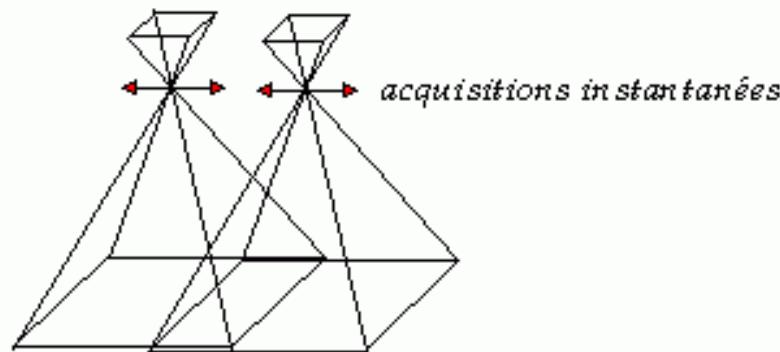
$$\begin{aligned} D &= f B / Z \\ &= f B / (H-h) \end{aligned}$$

Et si  $h \ll H$

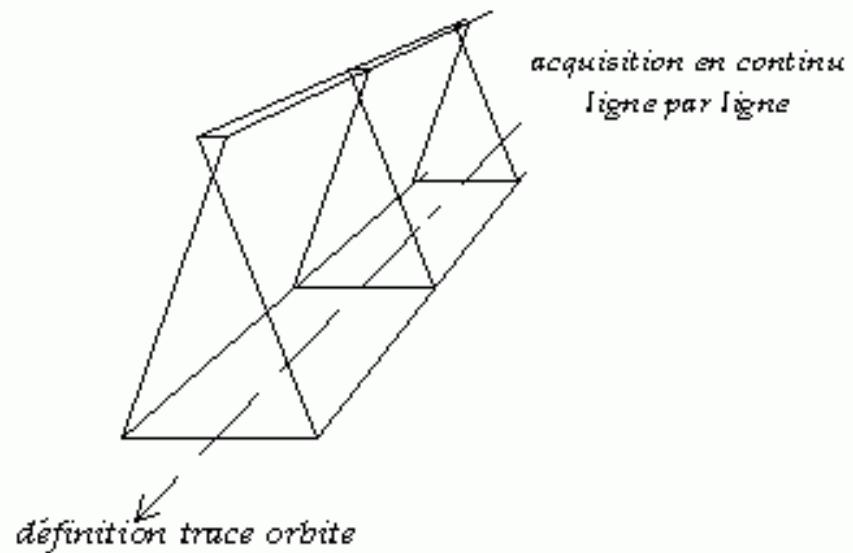
$$D = f B (1 + h / H) / H$$

# Différences photographies aériennes et image de satellite à défilement

Photographie aérienne : plusieurs perspectives coniques



Images SPOT : succession de perspectives cylindriques (en vue verticale)



# Equations de colinéarité (aparté push-broom)

---

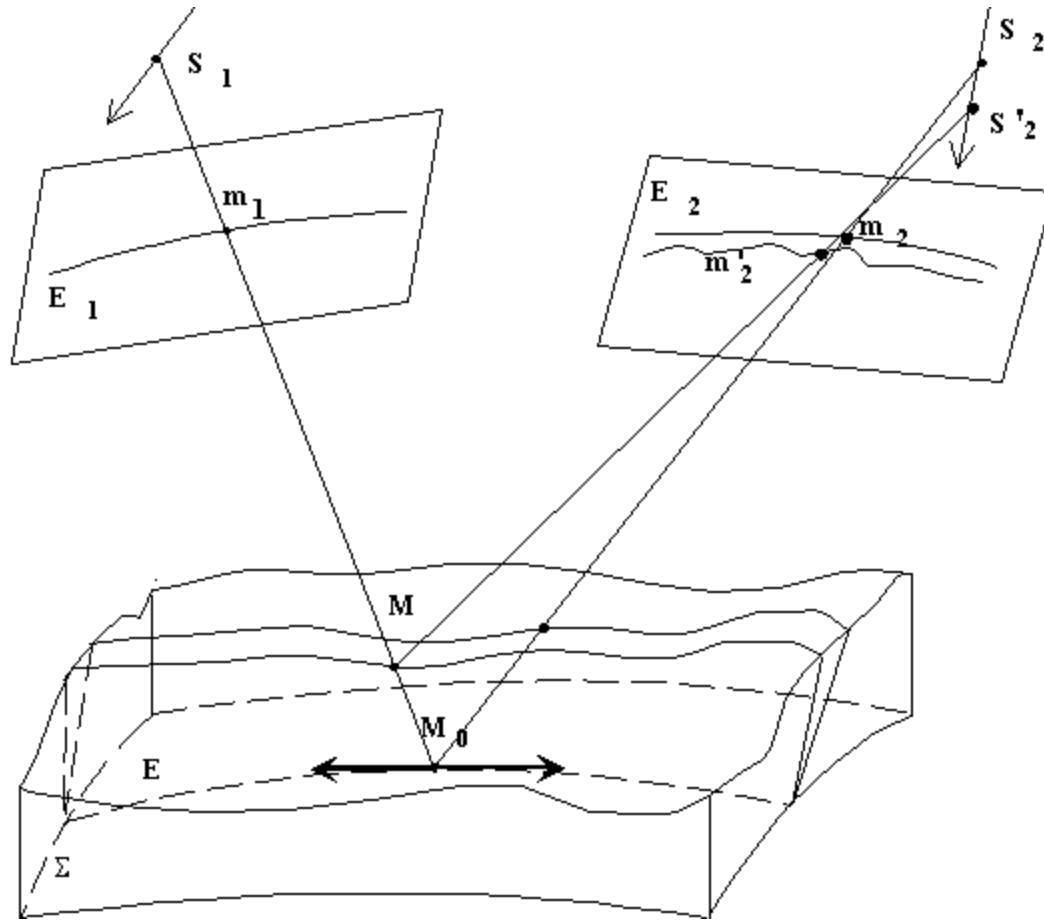
- Capteur conique (sténopé)

$$\begin{pmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{pmatrix} = \alpha R \begin{pmatrix} x \\ y \\ -f \end{pmatrix}$$

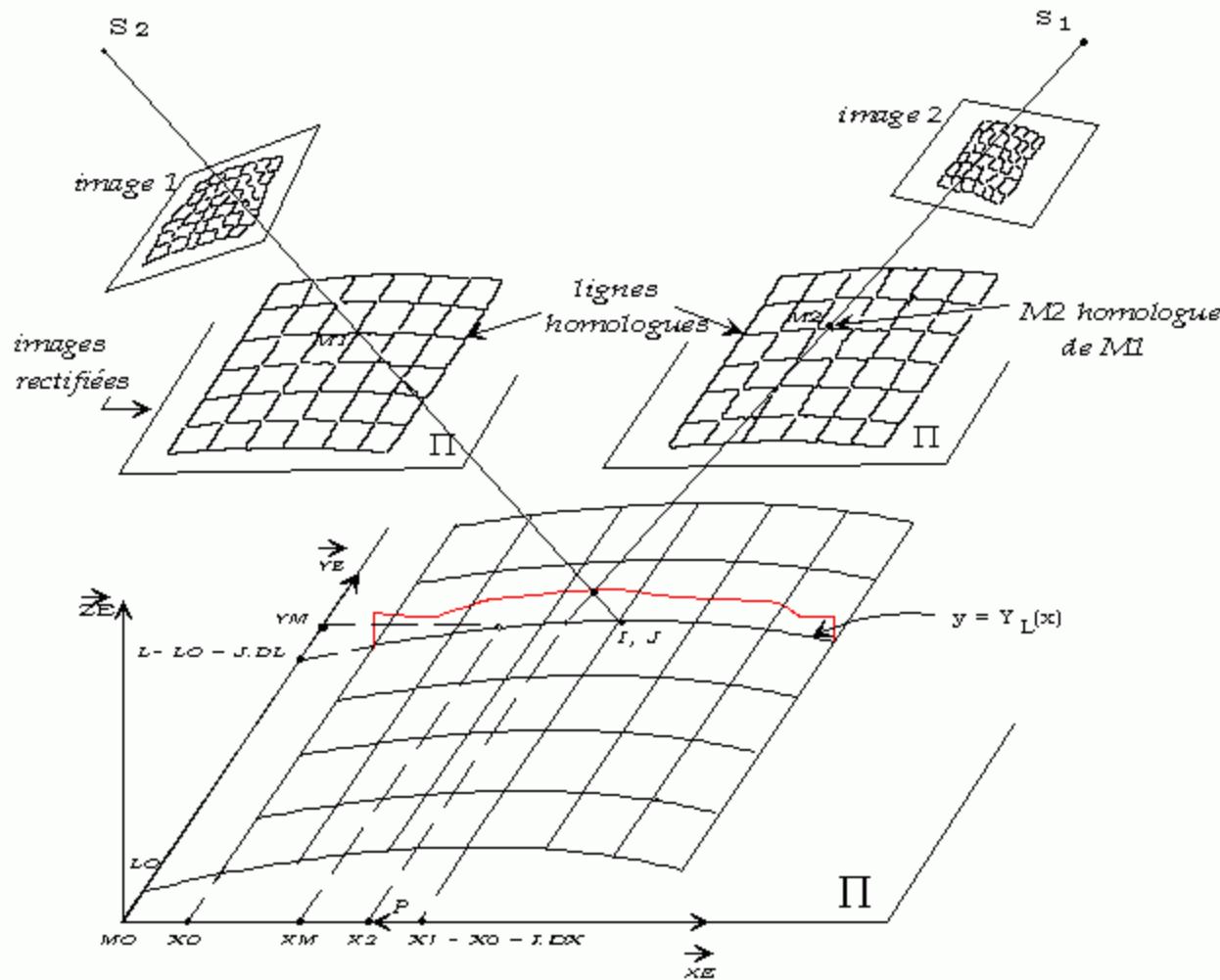
- Capteur à défilement push

$$\begin{pmatrix} X - X_0(t) \\ Y - Y_0(t) \\ Z - Z_0(t) \end{pmatrix} = \alpha R(t) \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ -f \end{pmatrix}$$

# Images SPOT : géométrie quasi-épipolaire

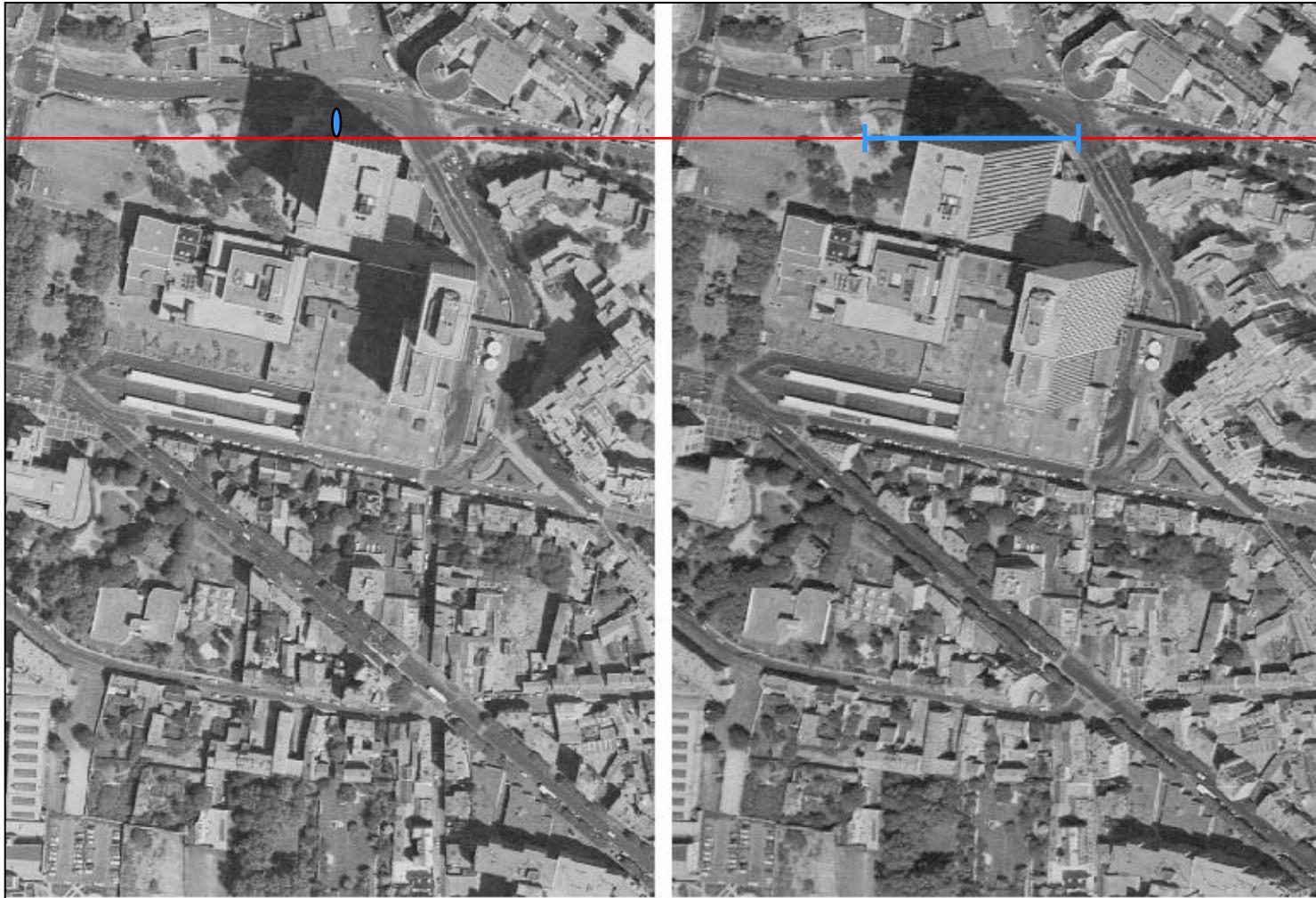


# Images SPOT : rééchantillonnage le long des courbes épi-polaires



# Couple d'images en géométrie épipolaire (sténopé)

## Correspondances ligne-à-ligne :disparité = Xgauche - Xdroit



# Carte dense de disparité

---

## Contraintes

- Géométrie épipolaire
- Contrainte de similarité radiométrique
- Contrainte d'ordre
- Limites de disparité
- Gradient de disparité (en fonction de la pente maximale sur la scène)

# Corrélation croisée centrée normalisée

---

- Corrélation croisée :

$$C(f, g) = \frac{1}{N} \sum_w f_i g_i$$

- Corrélation croisée centrée :

$$C(f, g) = \frac{1}{N} \sum_w (f_i - \bar{f})(g_i - \bar{g})$$

- Corrélation croisée centrée normalisée :

$$C(f, g) = \frac{1}{N} \sum_w \frac{(f_i - \bar{f})(g_i - \bar{g})}{\sigma_f \sigma_g}$$

Principe : plus  $C(f,g)$  est grand, plus les imagettes se ressemblent

# Mesure de ressemblance

---

- Corrélation croisée normalisée

$$C(M, N) = \frac{\sum_{m \in M} \sum_{n \in N} (m - \bar{m})(n - \bar{n})}{\sigma_M \sigma_N}$$

- Information mutuelle

$$I(M, N) = H(M) + H(N) - H(M, N)$$

avec

$$H(M) = - \sum_{m \in M} p\{m\} \log(p\{m\}) \quad H(M, N) = - \sum_{m \in M} \sum_{n \in N} p\{m, n\} \log(p\{m, n\})$$

# Corrélation / Information mutuelle

Robustesse vs transformations des niveaux de gris



originale

linéaire

inversion

sinusoïde

aléatoire

Un élément carré d'une image satellitaire a été extrait et ses niveaux de gris modifiés comme indiqué ici (modification effectuée sur l'histogramme de l'imagette).

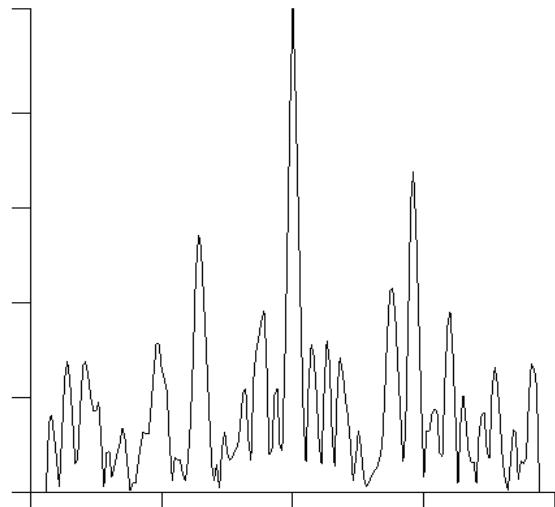
Le test consiste à retrouver cet élément modifié en le déplaçant horizontalement autours de sa position initiale, et de mesurer en chaque position la corrélation et l'information mutuelle.

# Corrélation / Information mutuelle

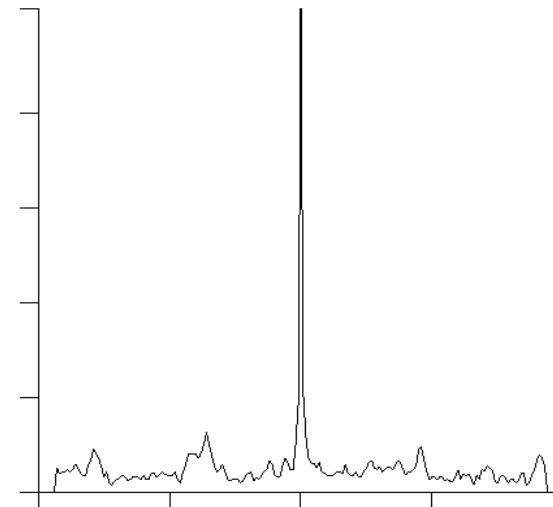
---

- Image originale

*Profil de la ligne centrale*



corrélation



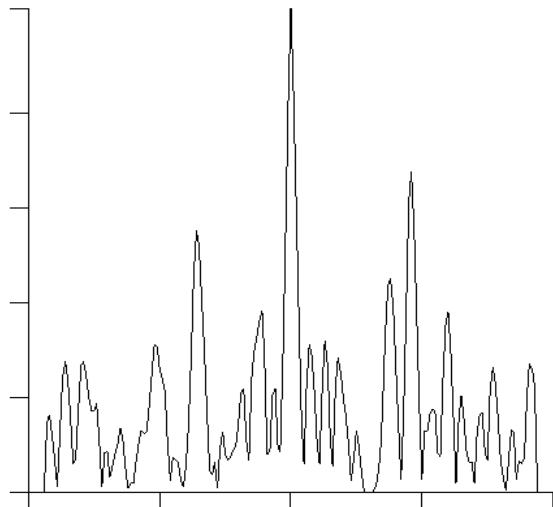
information mutuelle

# Corrélation / Information mutuelle

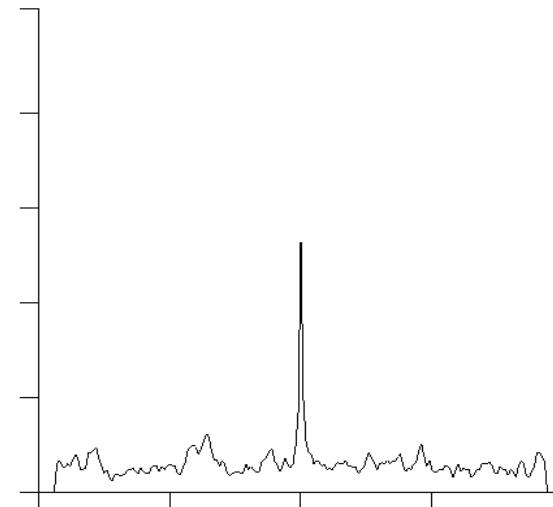
---

- Transformation linéaire

*Profil de la ligne centrale*



corrélation



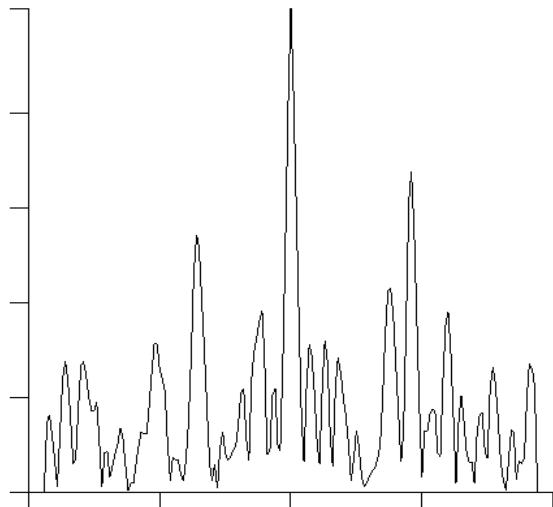
information mutuelle

# Corrélation / Information mutuelle

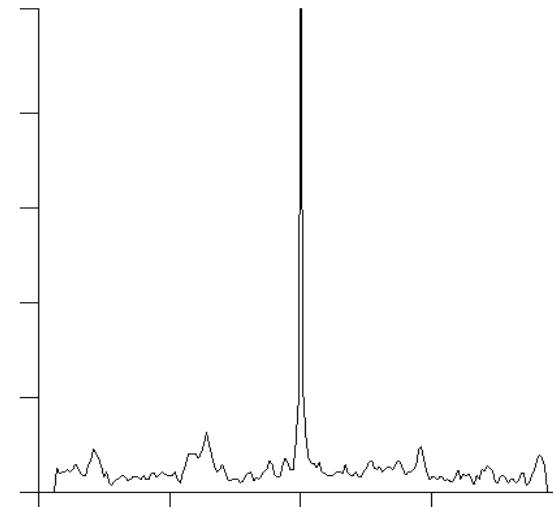
---

- Transformation inverse

*Profil de la ligne centrale*



corrélation



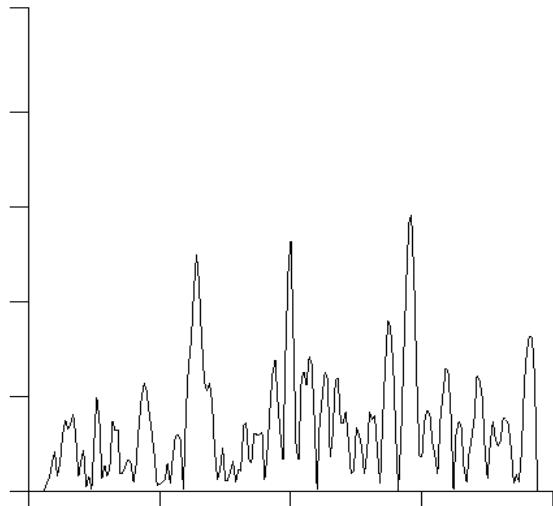
information mutuelle

# Corrélation / Information mutuelle

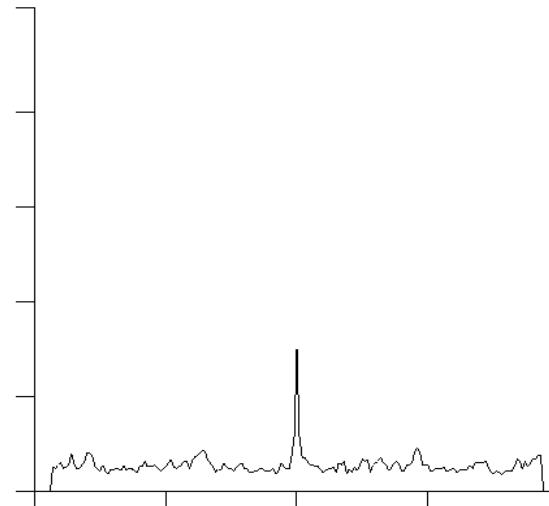
---

- Transformation sinusoïdale

*Profil de la ligne centrale*



corrélation



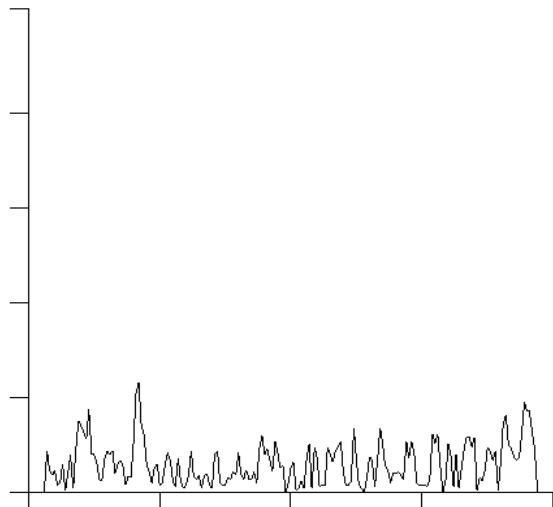
information mutuelle

# Corrélation / Information mutuelle

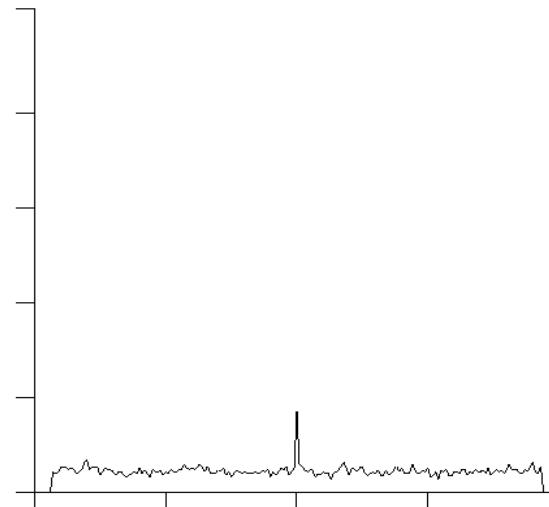
---

- Transformation aléatoire

*Profil de la ligne centrale*



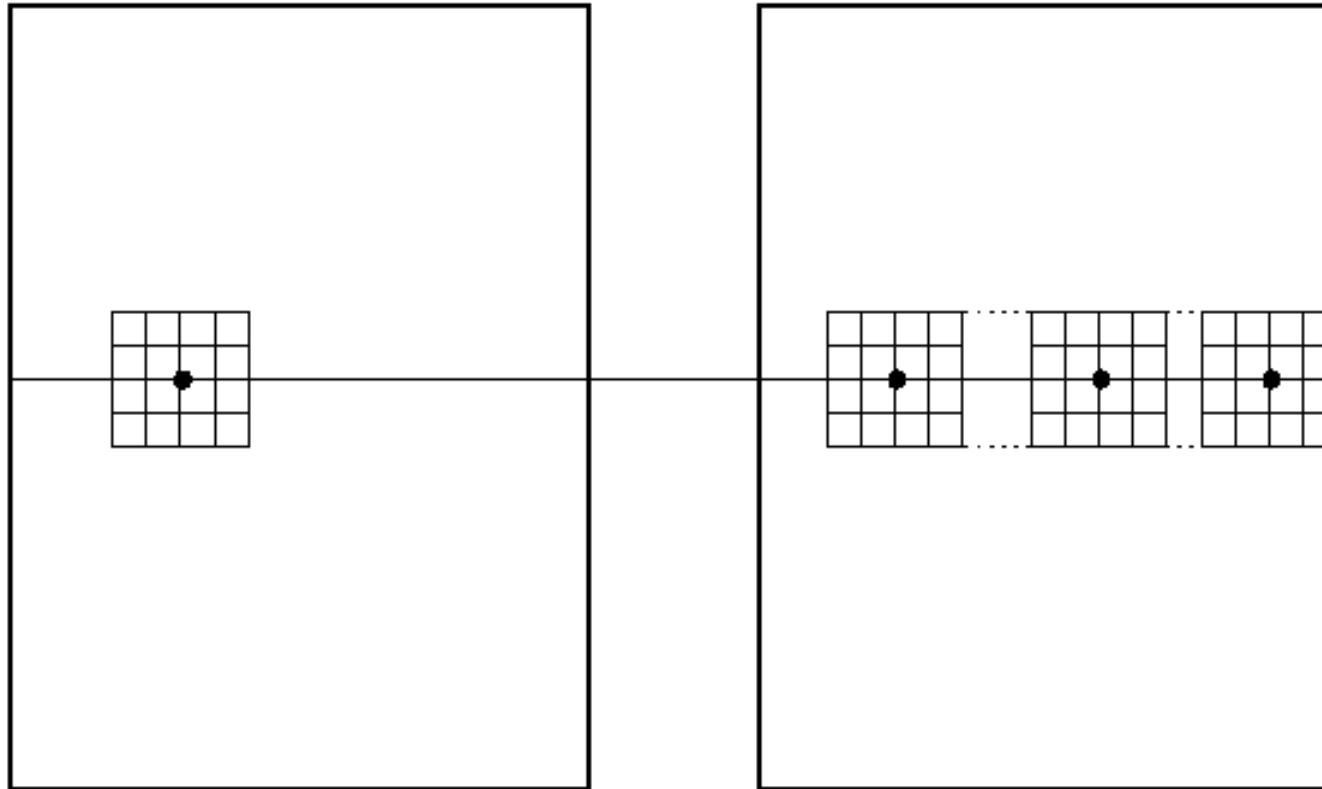
corrélation



information mutuelle

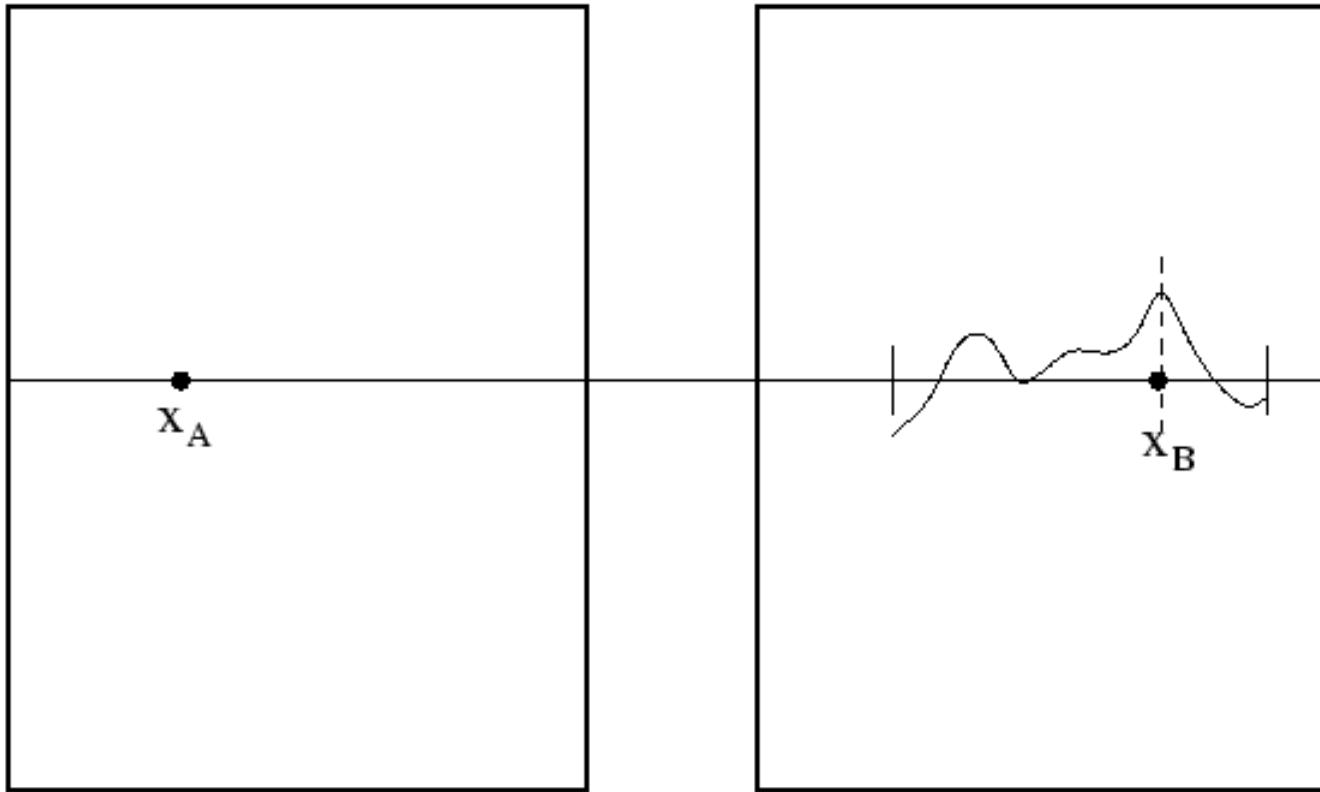
# Disparité : recherche de points homologues

---



# Disparité : maximum de la courbe de corrélation

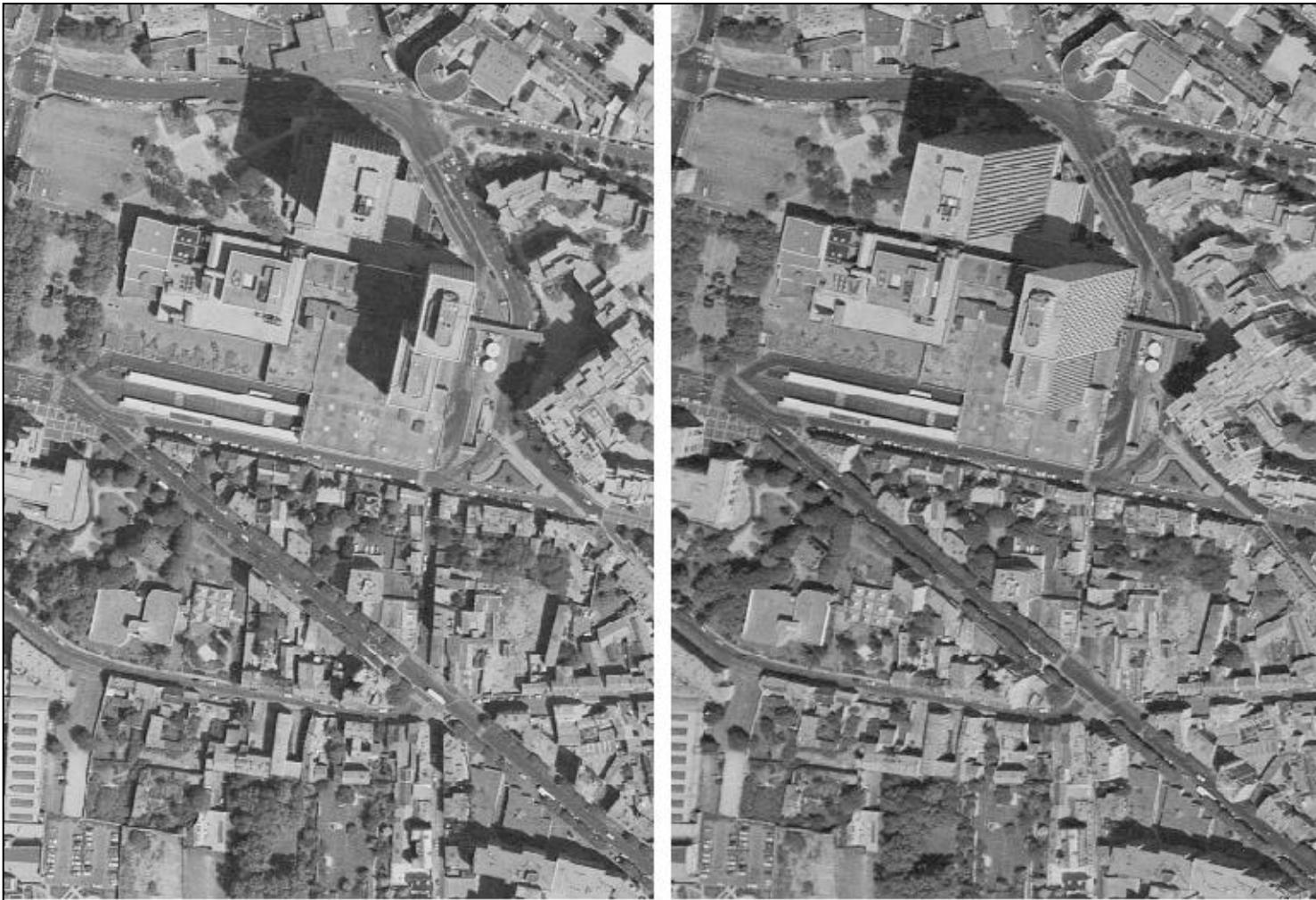
---



$$\text{Disparité} = x_A - x_B$$

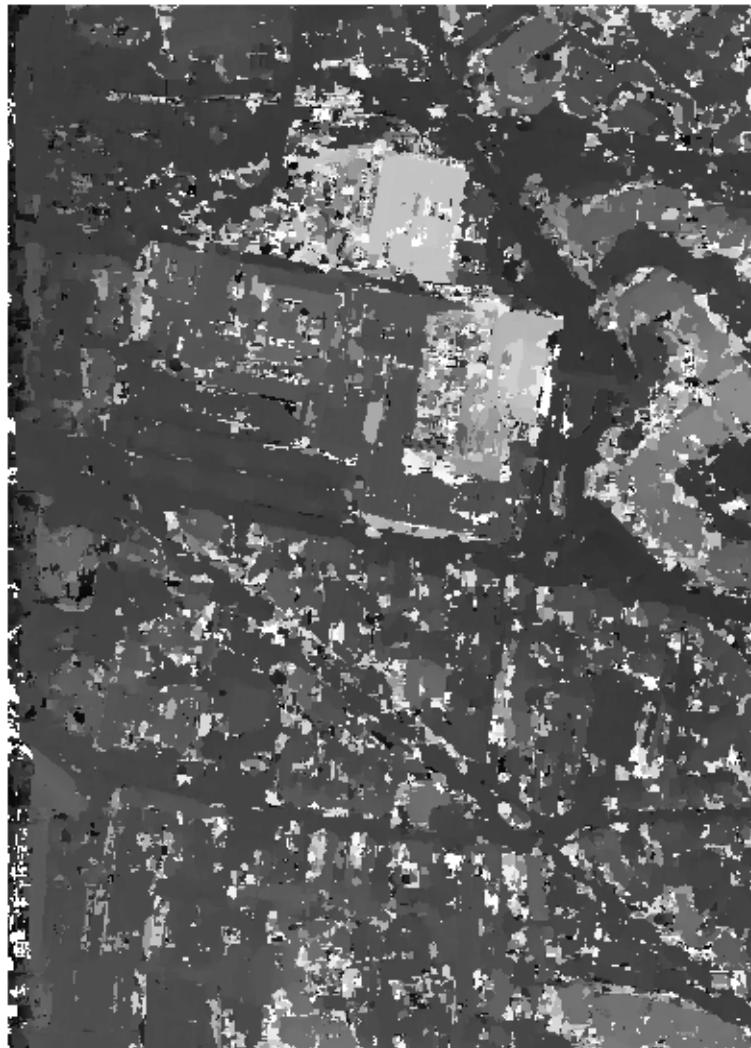
# Couple d'images en géométrie épipolaire

---



# Disparité : approche classique

---



Michel Roux

# Disparité : seuillage sur la corrélation

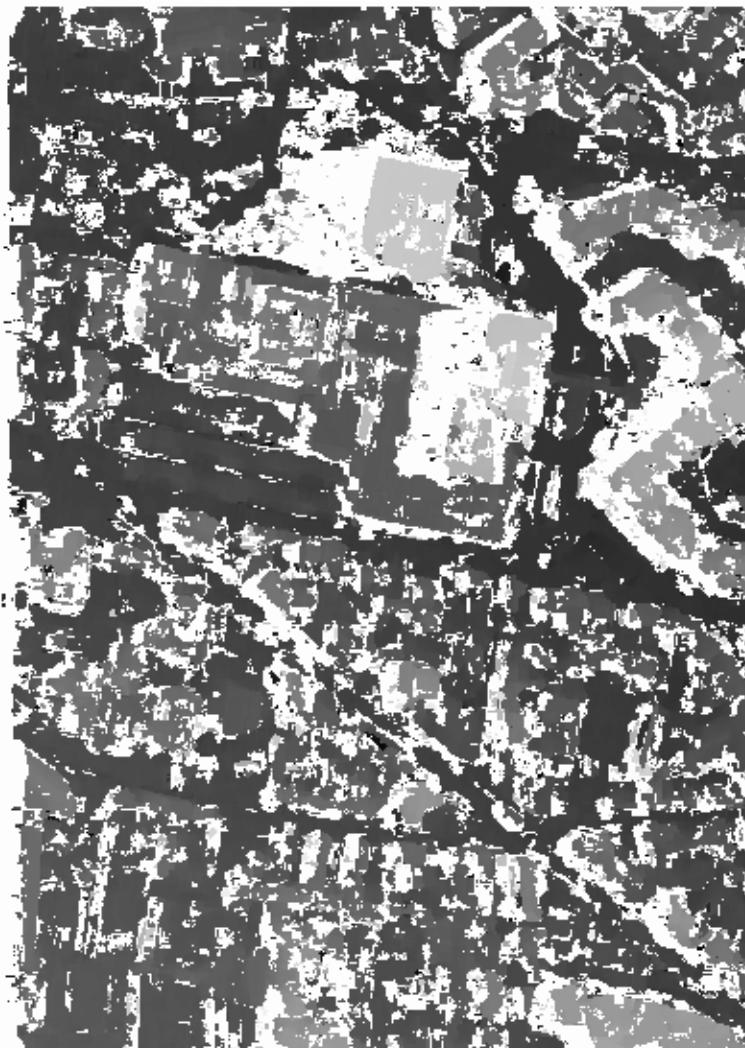
---



Michel Roux

# Disparité : aller-retour, fenêtre de 7x7pixels

---



Michel Roux

# Disparité : aller-retour, fenêtre 13x13 pixels

---



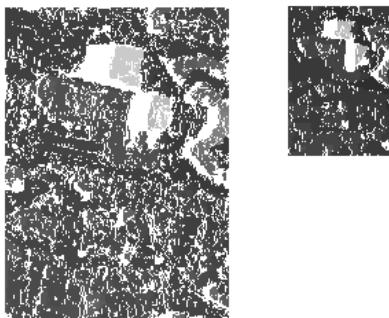
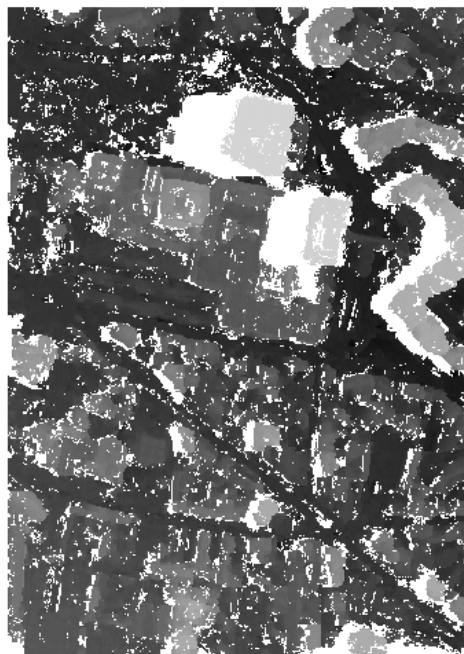
# Disparité : approche hiérarchique

---



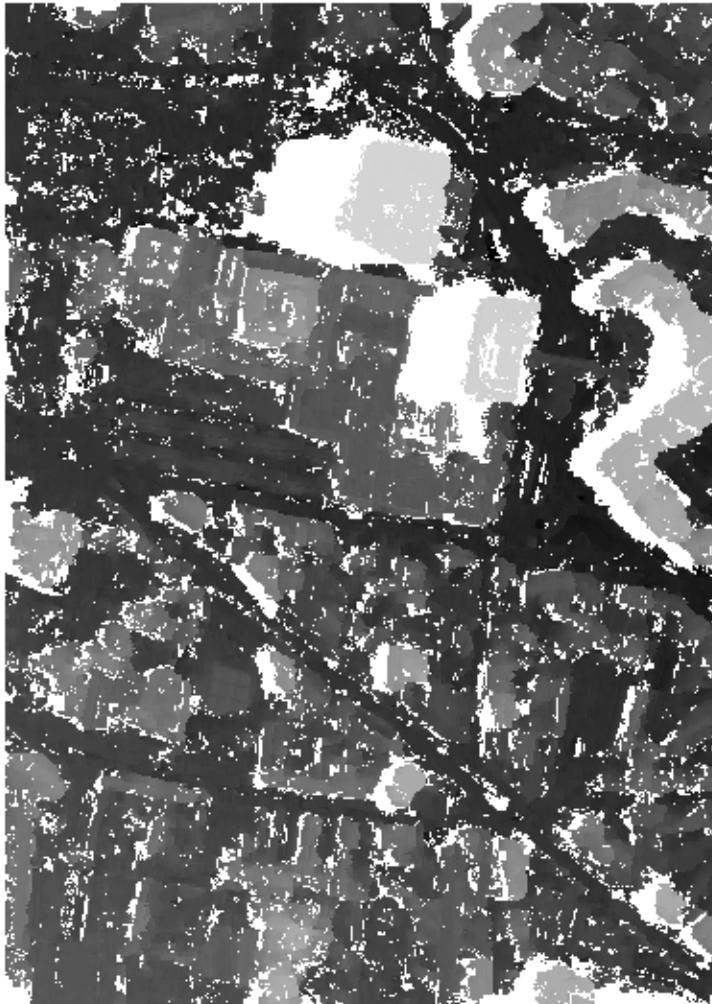
# Disparité : approche hiérarchique

---



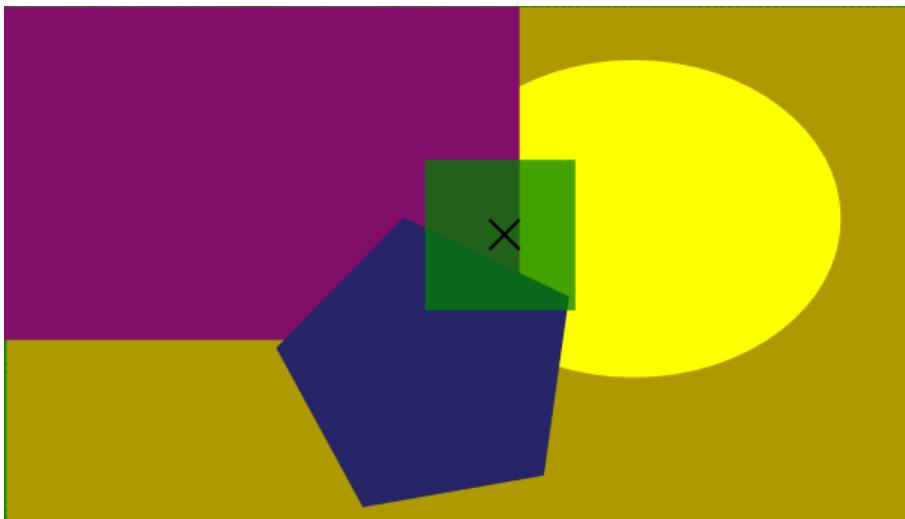
# Disparité : approche hiérarchique

---



Michel Roux

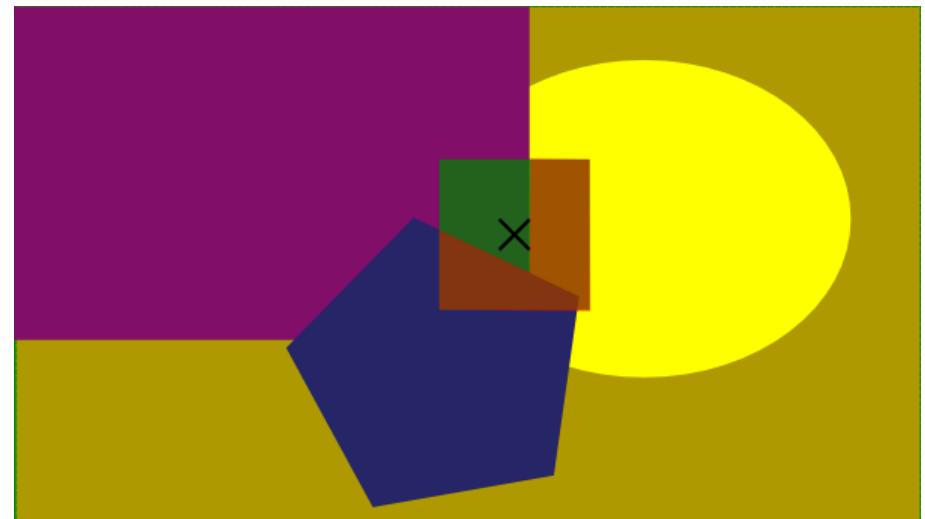
# Disparité et segmentation d'image



Sans segmentation

La méthode par corrélation sur-estime la largeur des objets de la scène de la moitié de la largeur de la fenêtre de corrélation. On parle d'adhérence.

Une méthode pour traiter ce problème est de s'appuyer sur une segmentation par régions de l'"image et de limiter la fenêtre de corrélation aux pixels appartenant à la même région que le pixel central.



Avec segmentation

# Disparité et segmentation d'image

---

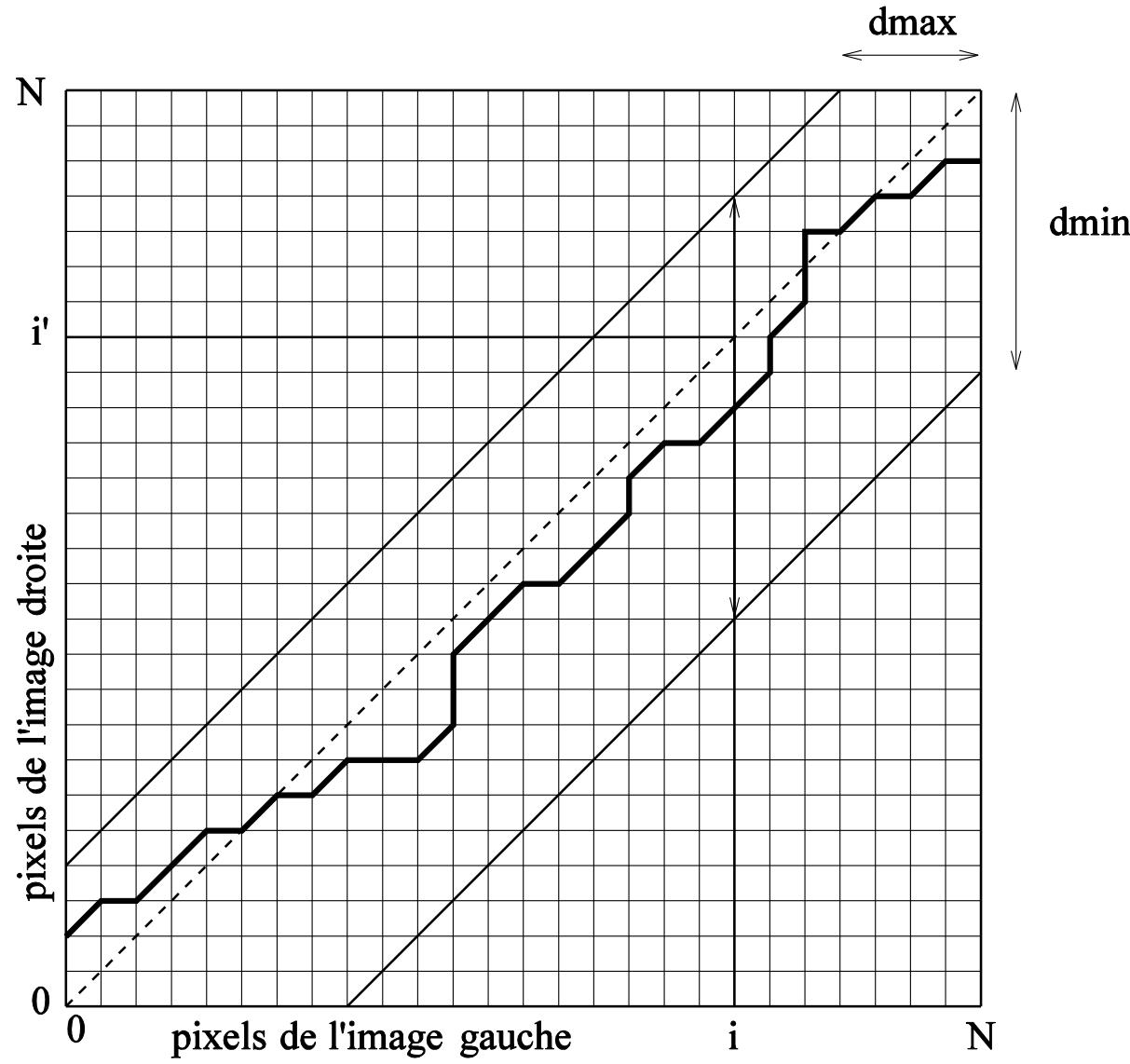


Sans segmentation : adhérence



Avec segmentation

# Programmation dynamique



Michel Roux

# Stéréovision

---

- Principe de la stéréovision
  - Géométrie épipolaire
  - Appariement de points
  - Carte de disparité – améliorations
- Géométrie épipolaire et matrice fondamentale
- Approches multi-vues
  - Fusion de modèles 3D
  - Fusion de courbes de corrélation
  - Approche volumique (fusion images ?)
  - Minimisation d'une énergie
- Appariement de primitives
  - Exemple des coins
  - Approche multi-vues incrémentale

# Géométrie épipolaire et matrice fondamentale

---

- La géométrie épipolaire est la relation géométrique intrinsèque entre deux images,
- La matrice fondamentale  $F$  concentre toute la géométrie épipolaire entre deux images,
- Ne nécessite pas la connaissance des paramètres intrinsèques et extrinsèques des caméras

$$m_2^t F m_1 = 0$$

# Propriété de la matrice fondamentale

---

- Matrice  $3 \times 3$ , homogène, de rang 2 (donc 7 degrés de liberté),
- Si  $m_1$  et  $m_2$  sont deux points appariés :  $m_2^t F m_1 = 0$
- Lignes épipolaires
  - $I_2 = Fm_1$  est la droite épipolaire associée à  $m_1$ ,
  - $I_1 = F^t m_2$  est la droite épipolaire associée à  $m_2$
- Éipoles
  - $F e_1 = 0$
  - $F^t e_2 = 0$
- Estimation de la matrice fondamentale
  - Méthode des 7 points
  - Méthode des 8 points

# Rectification épipolaire à partir de la matrice fondamentale

---

- Matrice fondamentale reliant deux images en géométrie épipolaire

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Décomposition en valeurs singulières de la matrice fondamentale  $F$  :

$$F = [u_1 \ u_2 \ u_3] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^t \\ v_2^t \\ v_3^t \end{bmatrix}$$

- Facteur d'échelle :  $\sigma_1 = 1$ ,  $\sigma_2 = \sigma$
- Réécriture de  $F$  :

$$F = [u_1 \ u_2 \ \sqrt{\sigma}u_3] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^t \\ \sqrt{\sigma}v_3^t \\ -v_2^t \end{bmatrix}$$

# Démarche possible si les caméras ne sont pas calibrées

---

- Détection de points caractéristiques dans les deux images : SIFT, ASIFT, SURF, ...
- Mise en correspondance des points caractéristiques des deux images,
- Estimation de la matrice fondamentale par une méthode de type *RANSAC* ou *a contrario*, afin d'être robuste aux fausses correspondances,
- Calcul et application des homographies qui permettent de rééchantillonner les images en géométrie épipolaire,
- Recherche de correspondances denses entre les images rectifiées

*Les données 3D obtenues sont à  
une transformation projective près de données euclidiennes*

# Stéréovision

---

- Principe de la stéréovision
  - Géométrie épipolaire
  - Appariement de points
  - Carte de disparité – améliorations
- Géométrie épipolaire et matrice fondamentale
- Approches multi-vues
  - Fusion de modèles 3D
  - Fusion de courbes de corrélation
  - Approche volumique (fusion images ?)
  - Minimisation d'une énergie
- Appariement de primitives
  - Exemple des coins
  - Approche multi-vues incrémentale

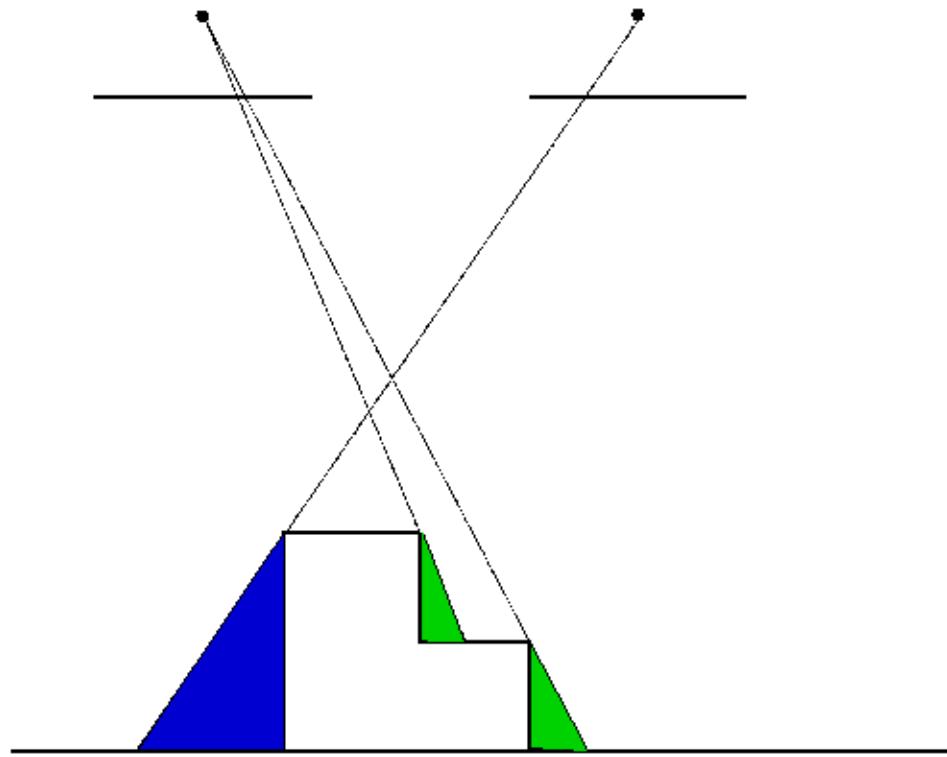
# Stéréoscopie multi-vues

---

- Problème de fusion d'informations
- Redondance : confiance dans les résultats
  - *Élimination des plans d'eau*
- Complémentarité :
  - *Traitements des parties cachées*
- Contradiction :
  - *gestion des points aberrants*

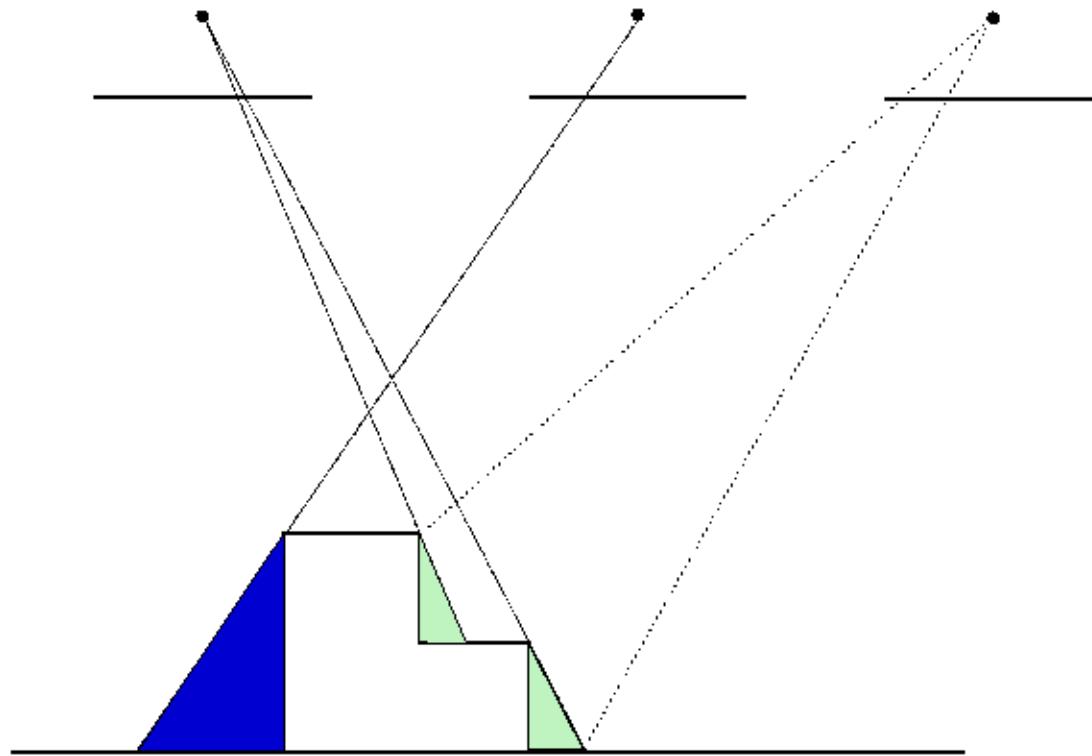
# Problème des parties cachées

---

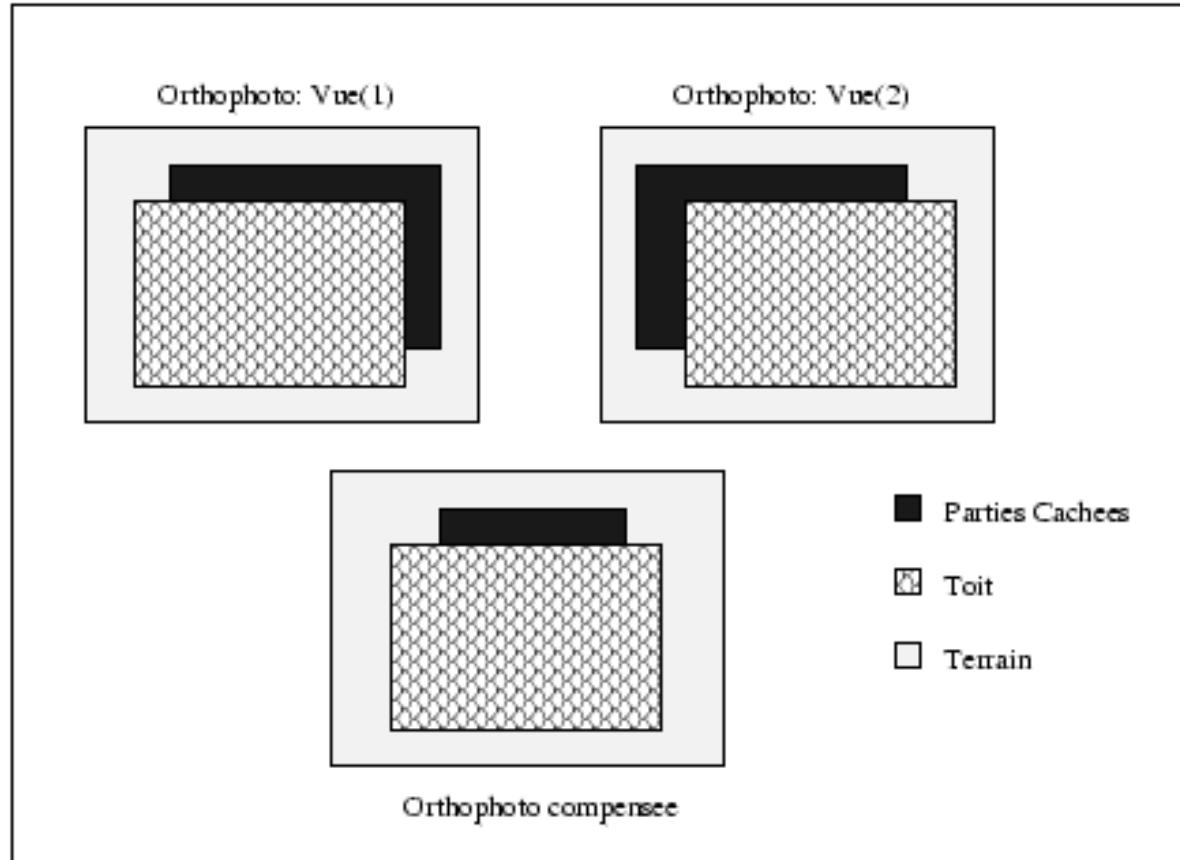


# Problème des parties cachées

---

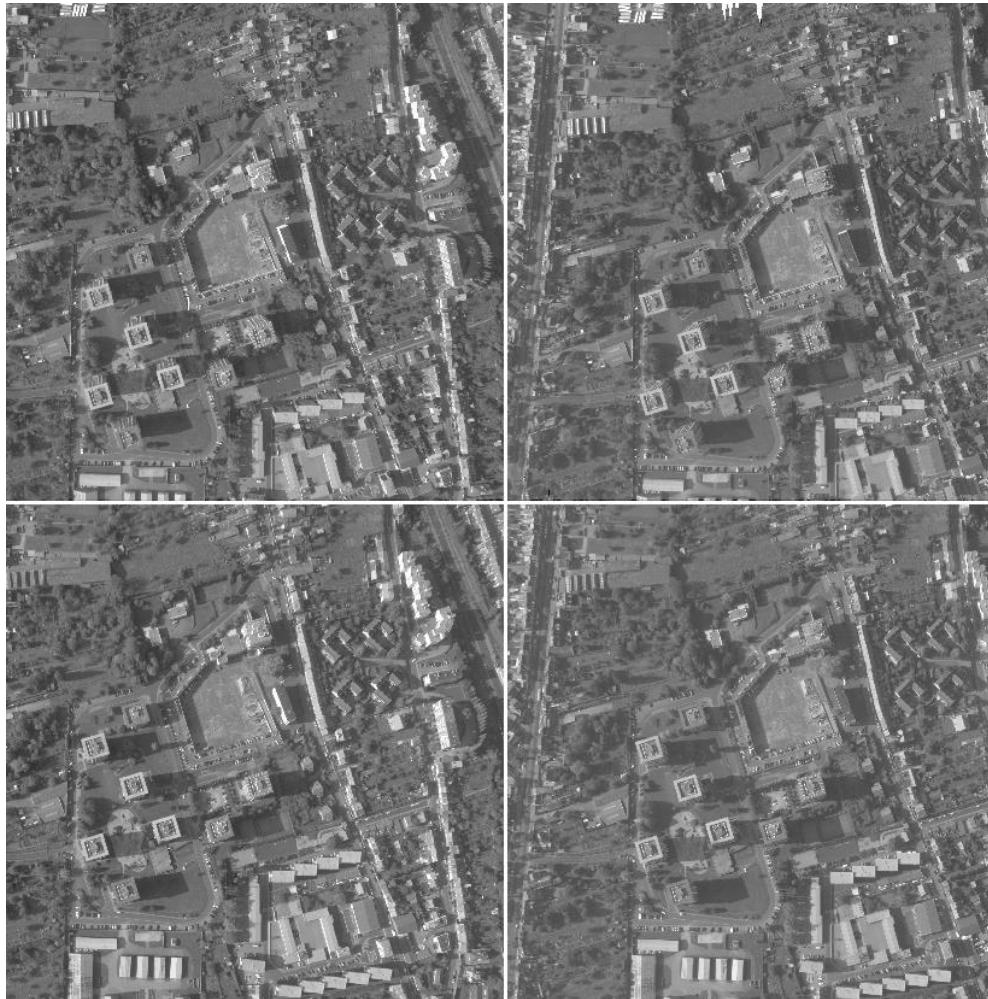


# Traitement des parties cachées

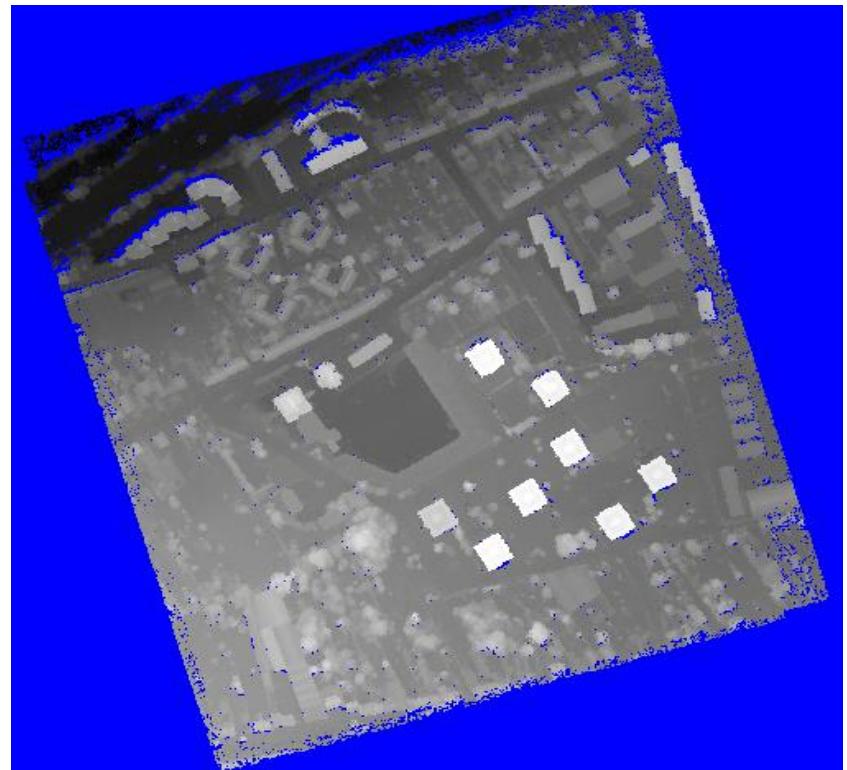
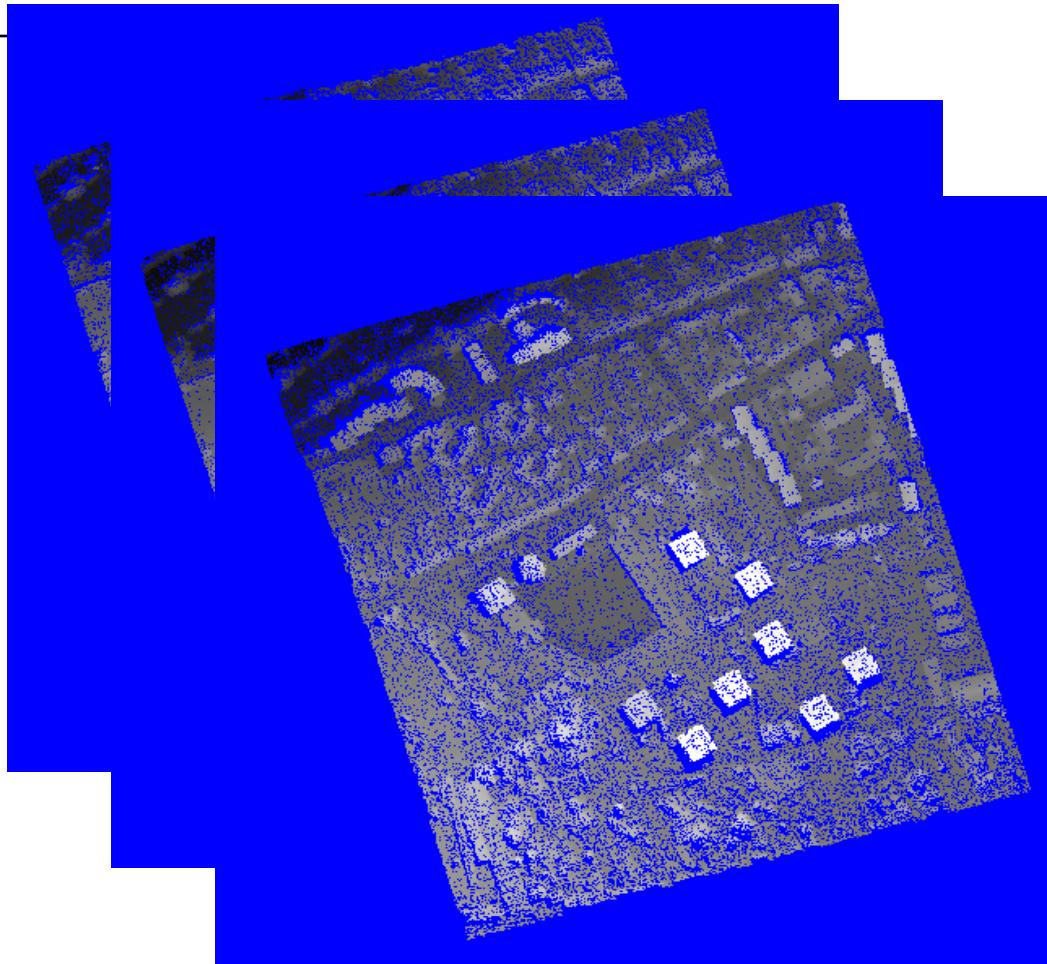


# Approche classique

---



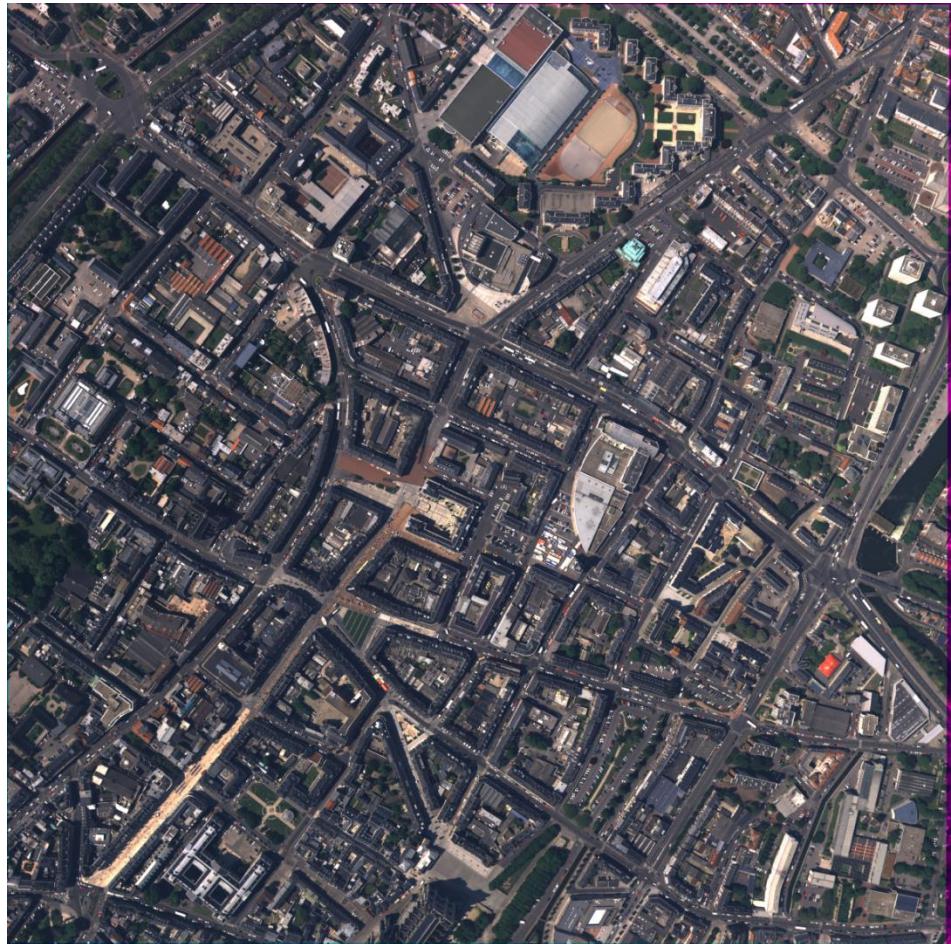
# Approche classique : fusion des modèles 3D



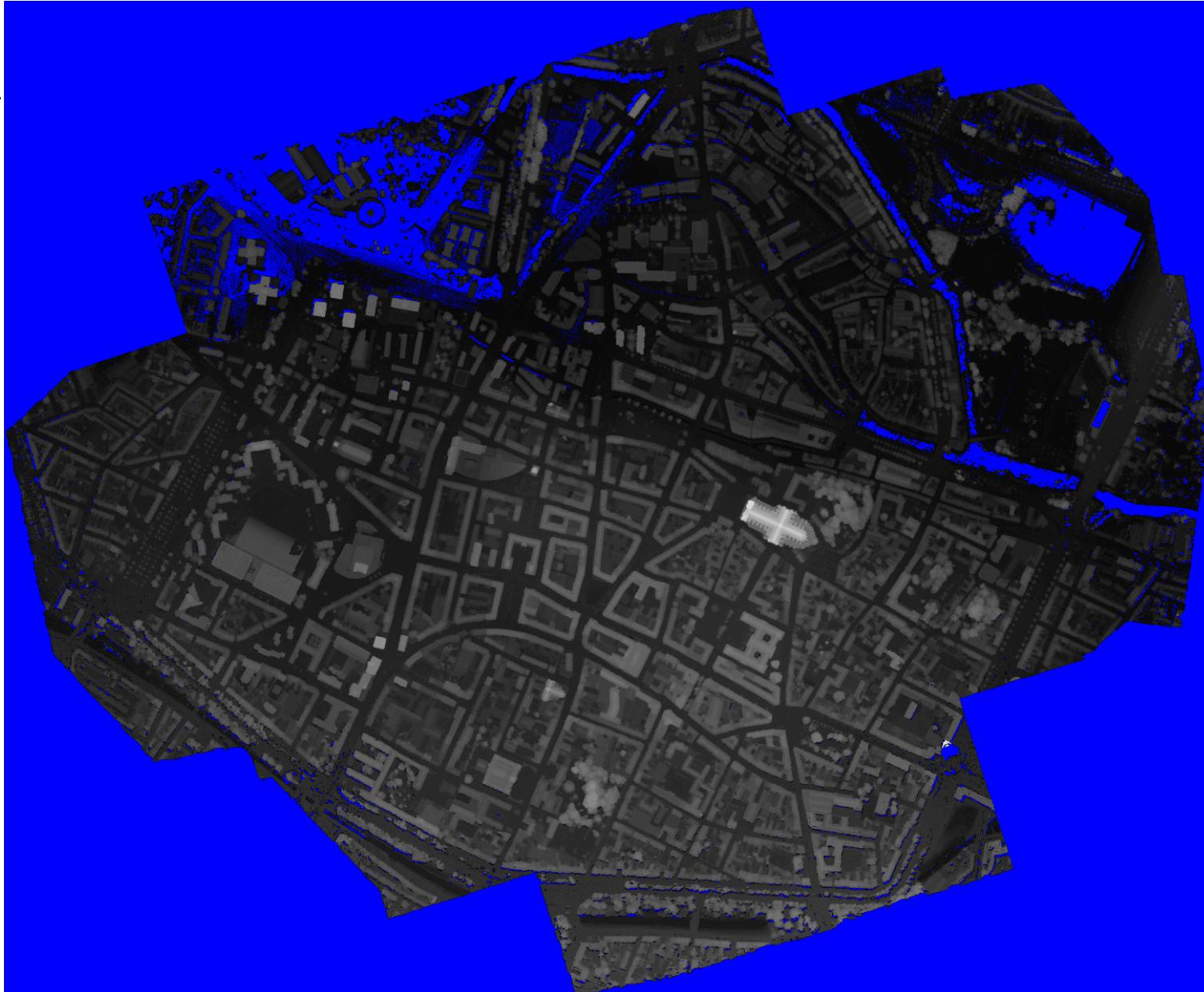
Valeur médiane

# Résultat sur la ville d'Amiens

---

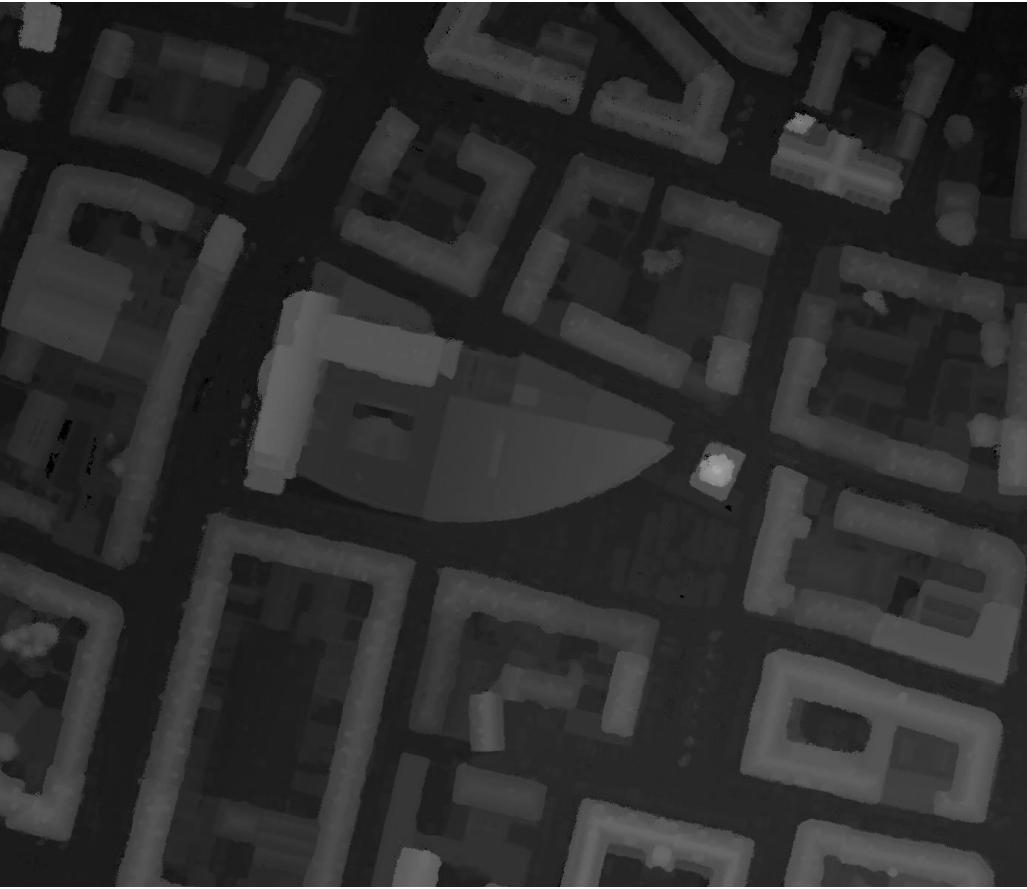


# Résultat sur la ville d'Amiens : MNE



# Résultat sur la ville d'Amiens : MNE (extraits)

---



# Résultat sur la ville d'Amiens : ortho-image

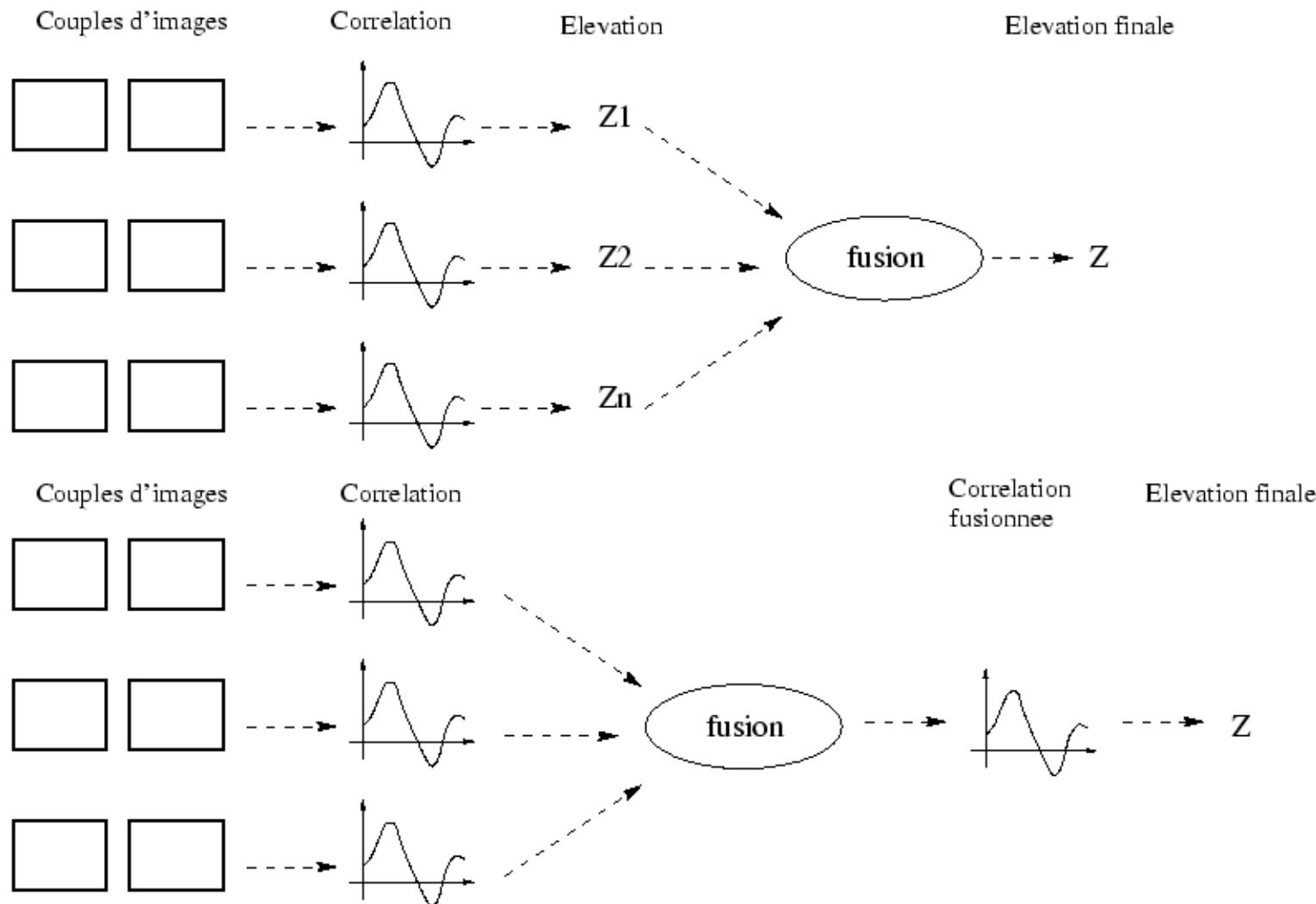


# Résultat sur la ville d'Amiens : ortho-image (extraits)

---



# Deux approches de fusion



# Approche proposée

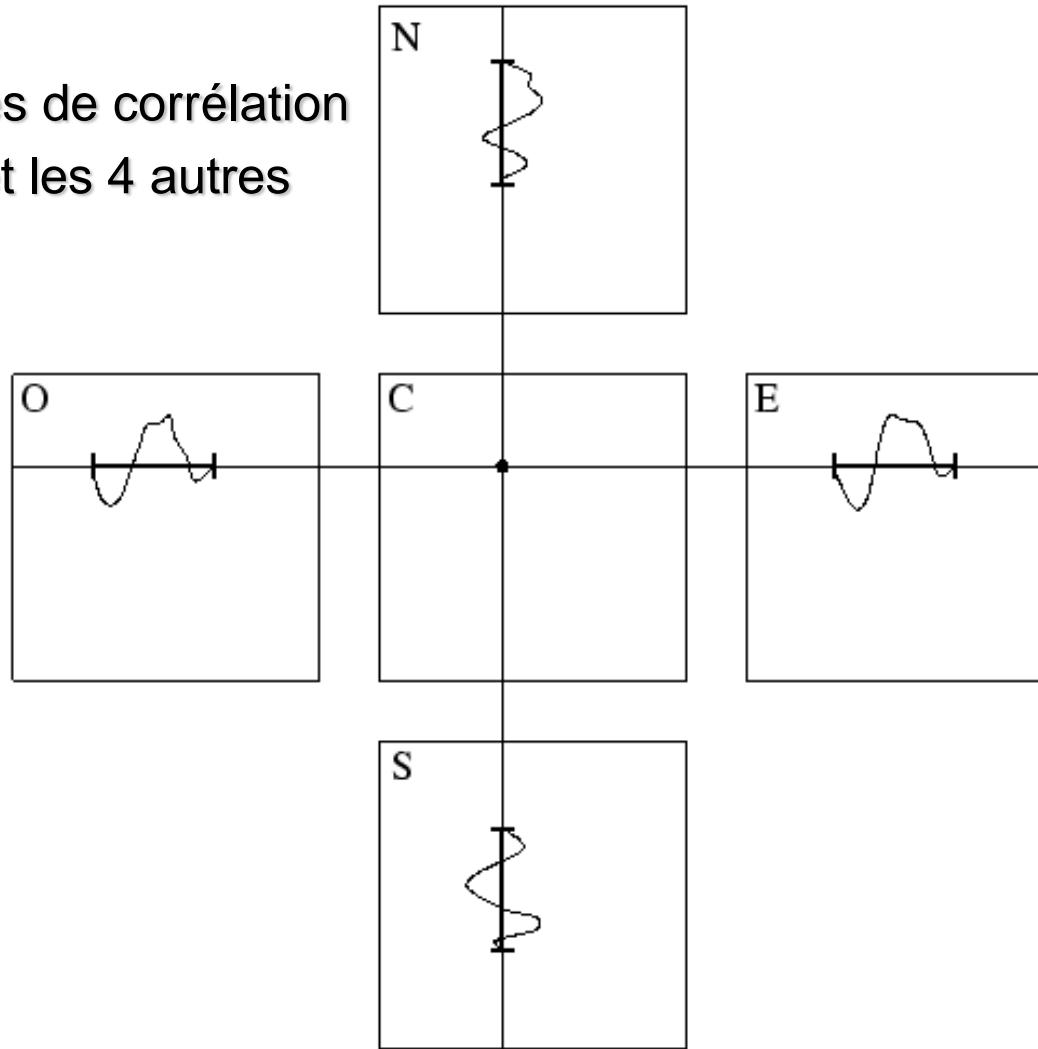
---

- 1 image centrale
- 4 images périphériques

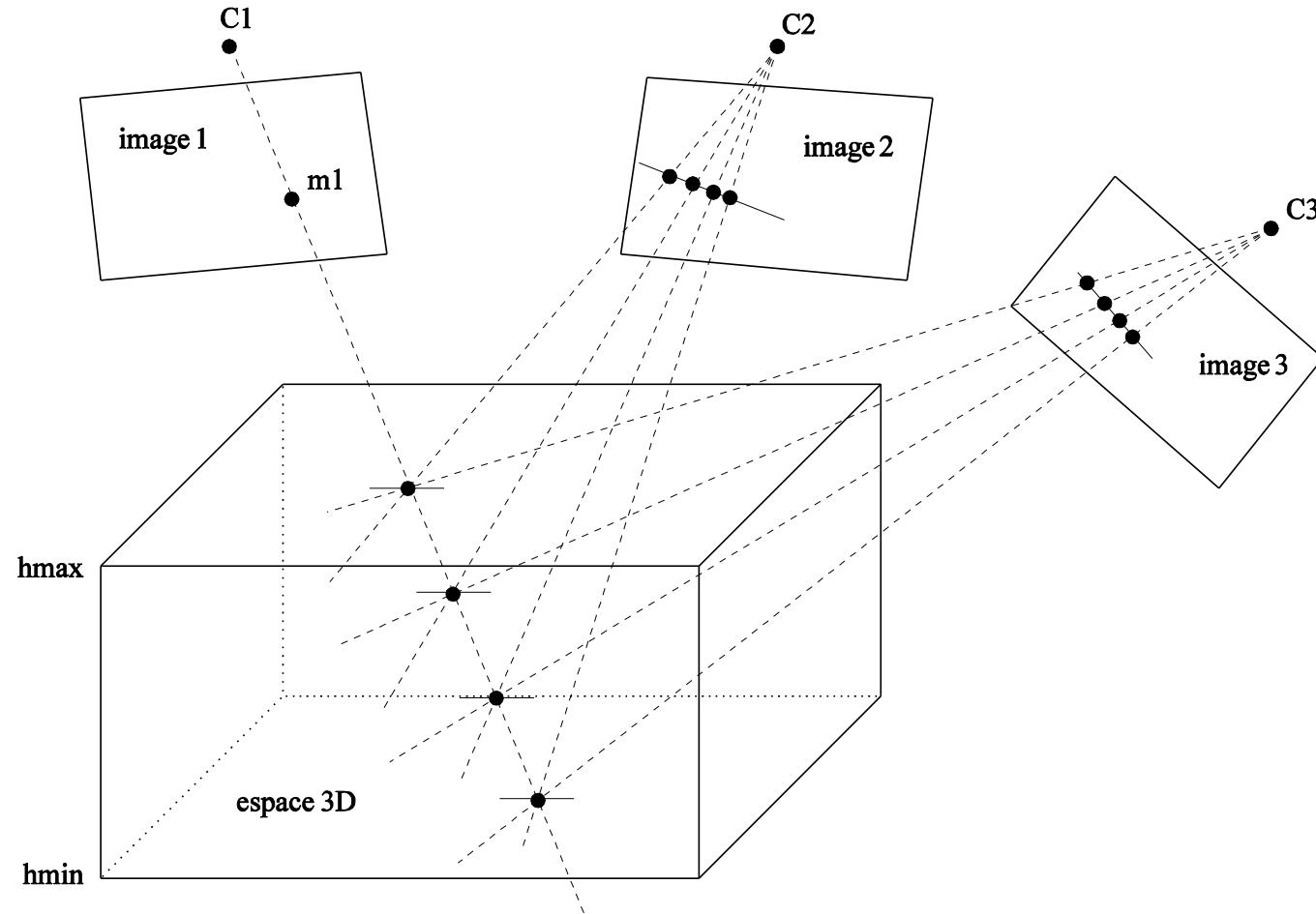


# Fusion des courbes de corrélation

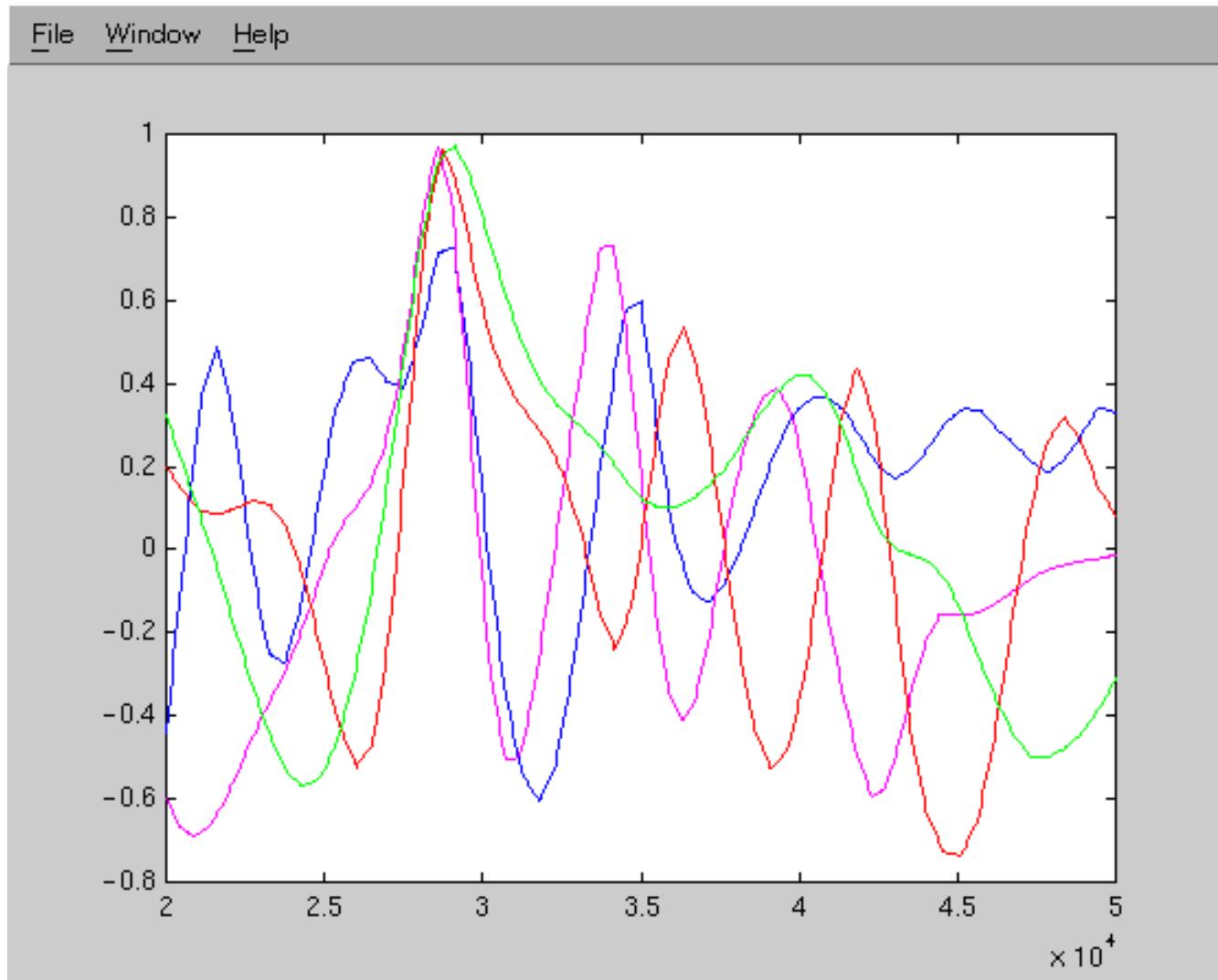
- Fusion des 4 courbes de corrélation entre l'image centrale et les 4 autres images.



# Fusion des courbes de corrélation



# Courbes de corrélation



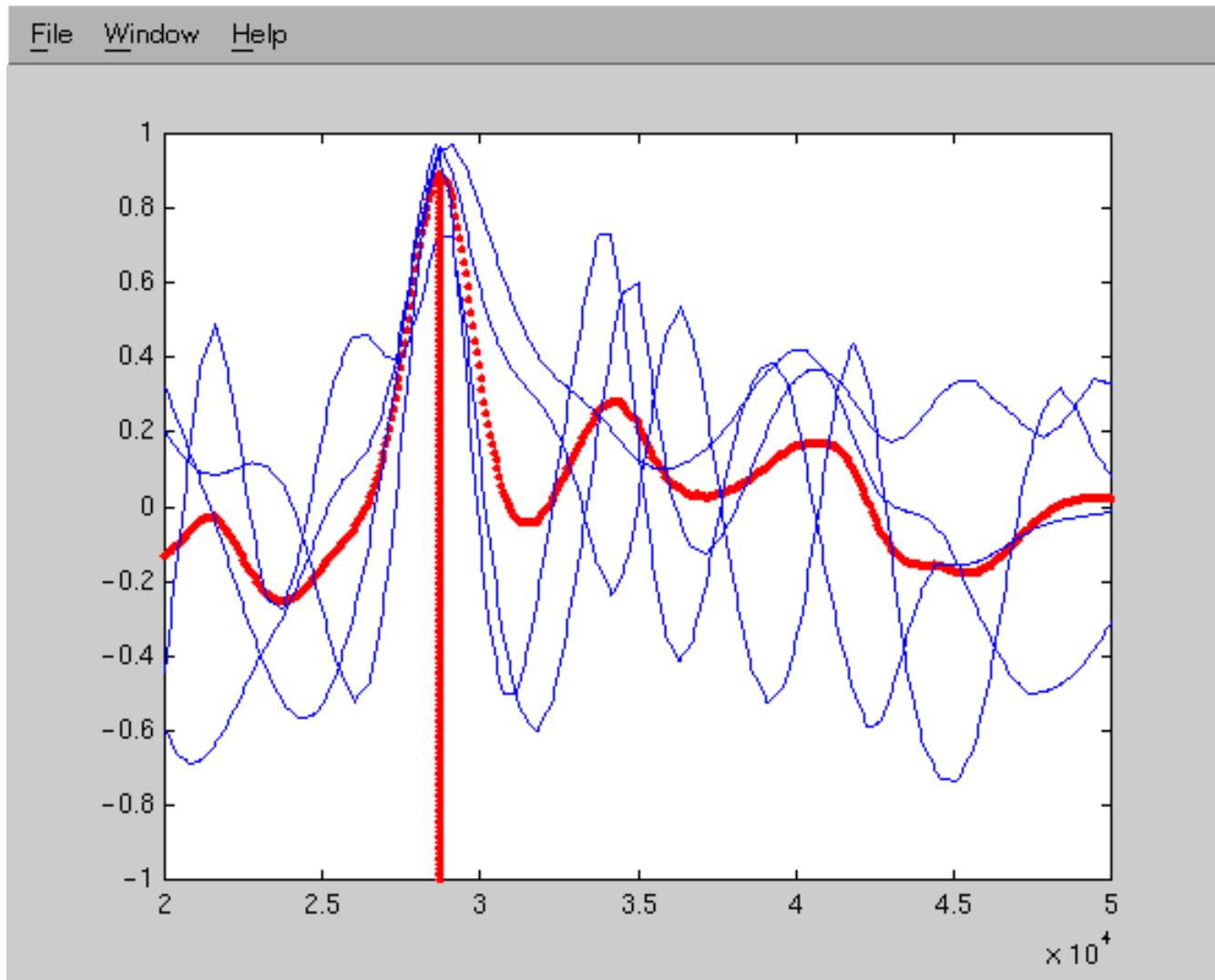
# Fusion of Correlation Curves

---

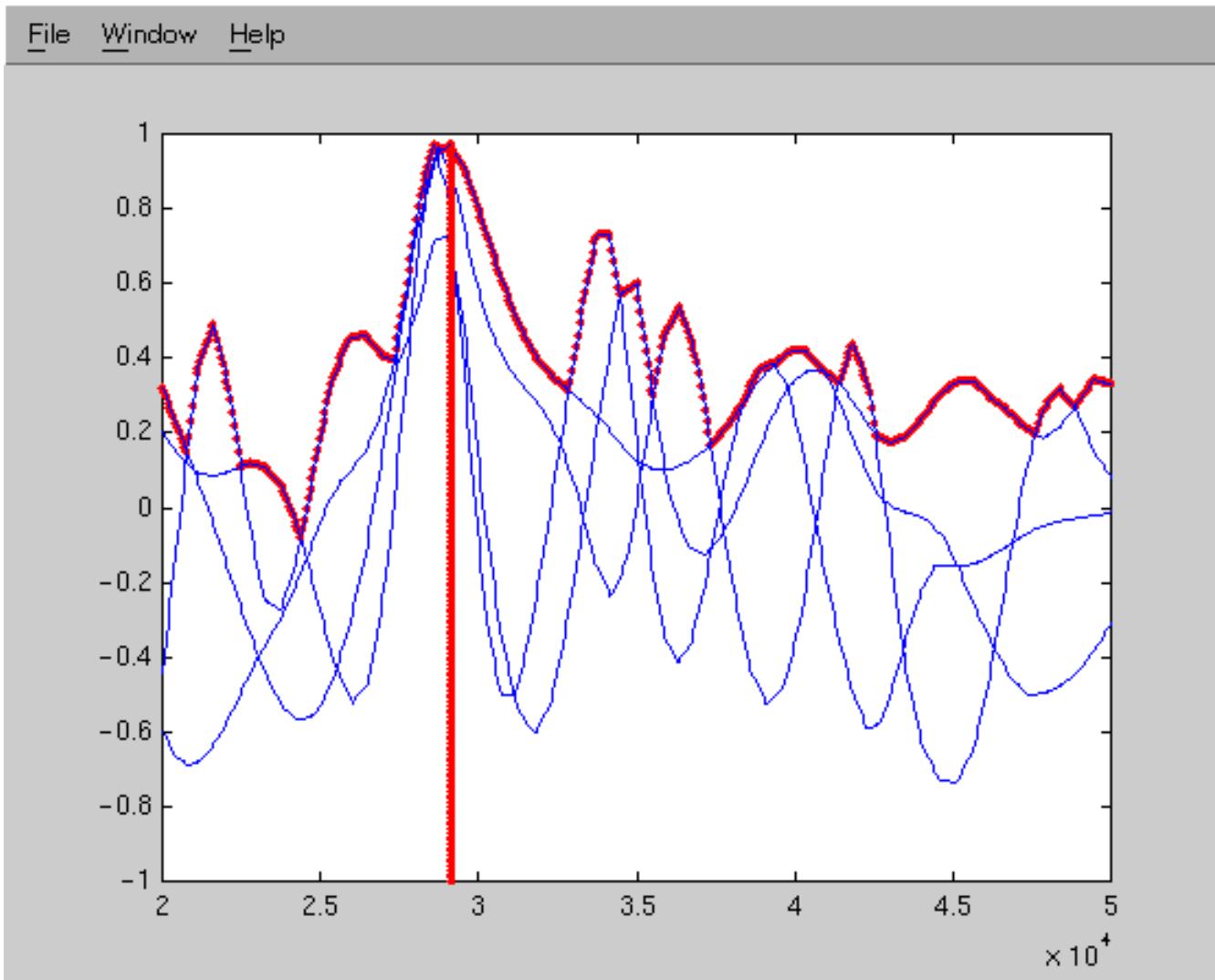
## Opérateurs de fusion

- **Moyenne**
  - point visible dans les 4 images périphériques
- **Maximum**
  - point visible dans au moins une image périphérique
- **Moyenne des 2 meilleures corrélations**
  - point visible dans au moins 2 images périphériques

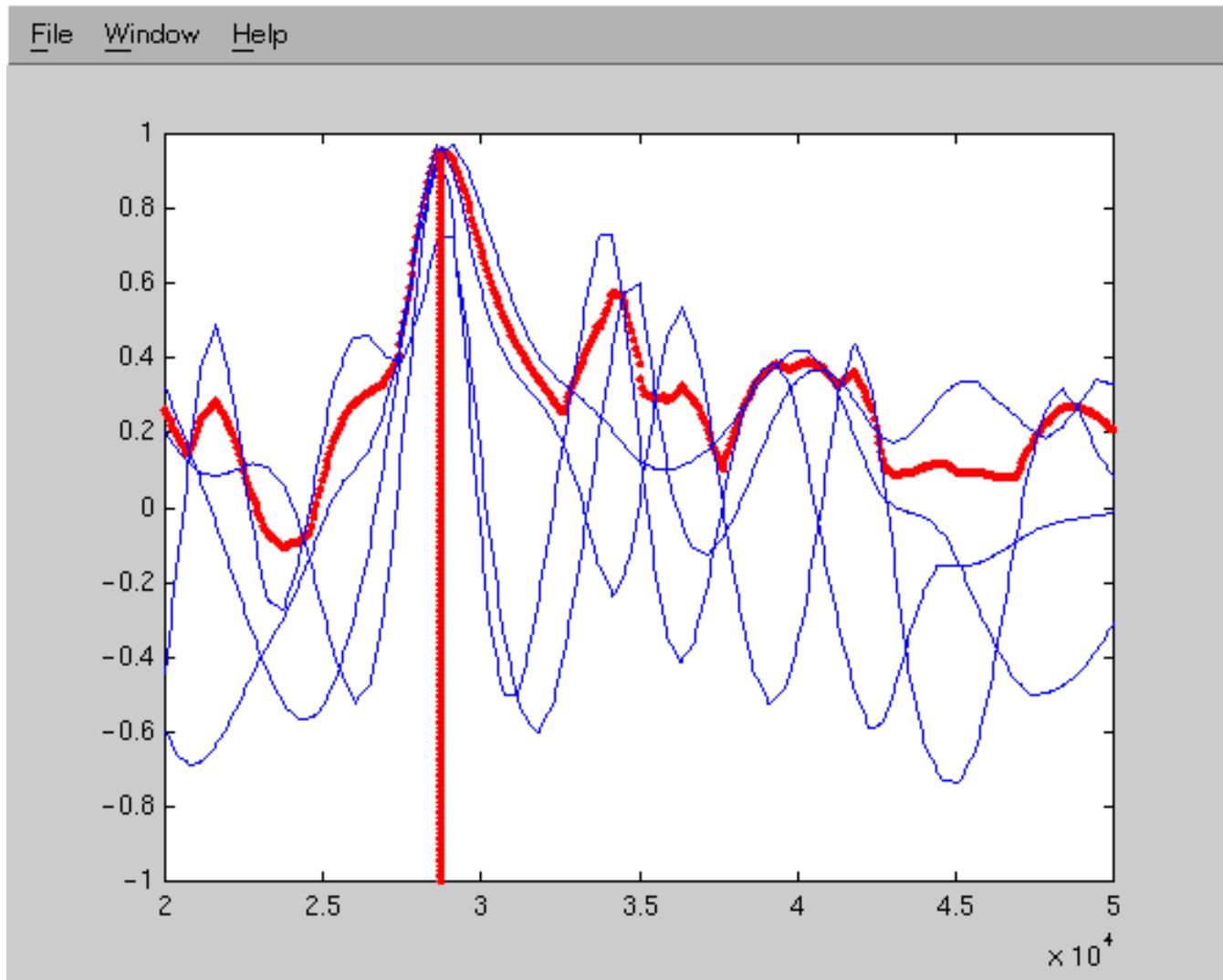
# Moyenne des corrélations



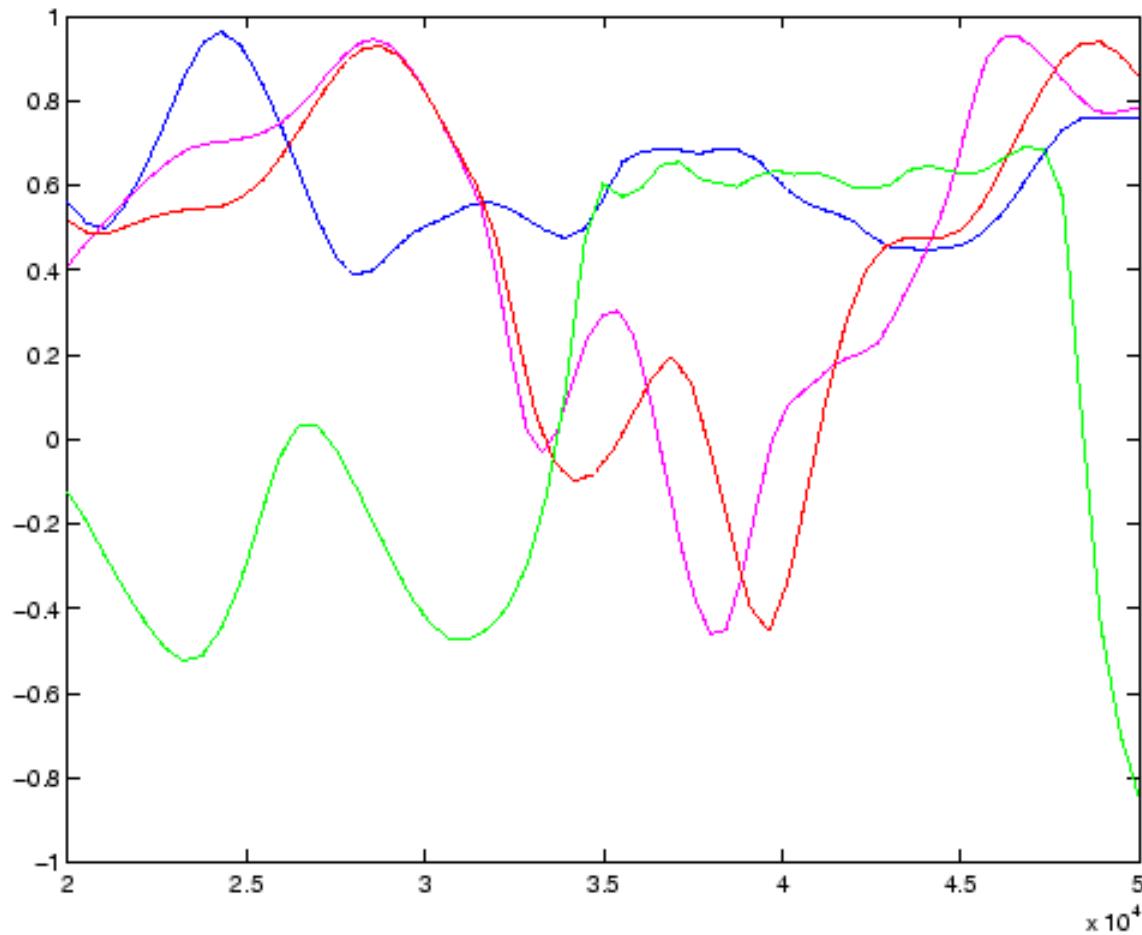
# Maximum des corrélations



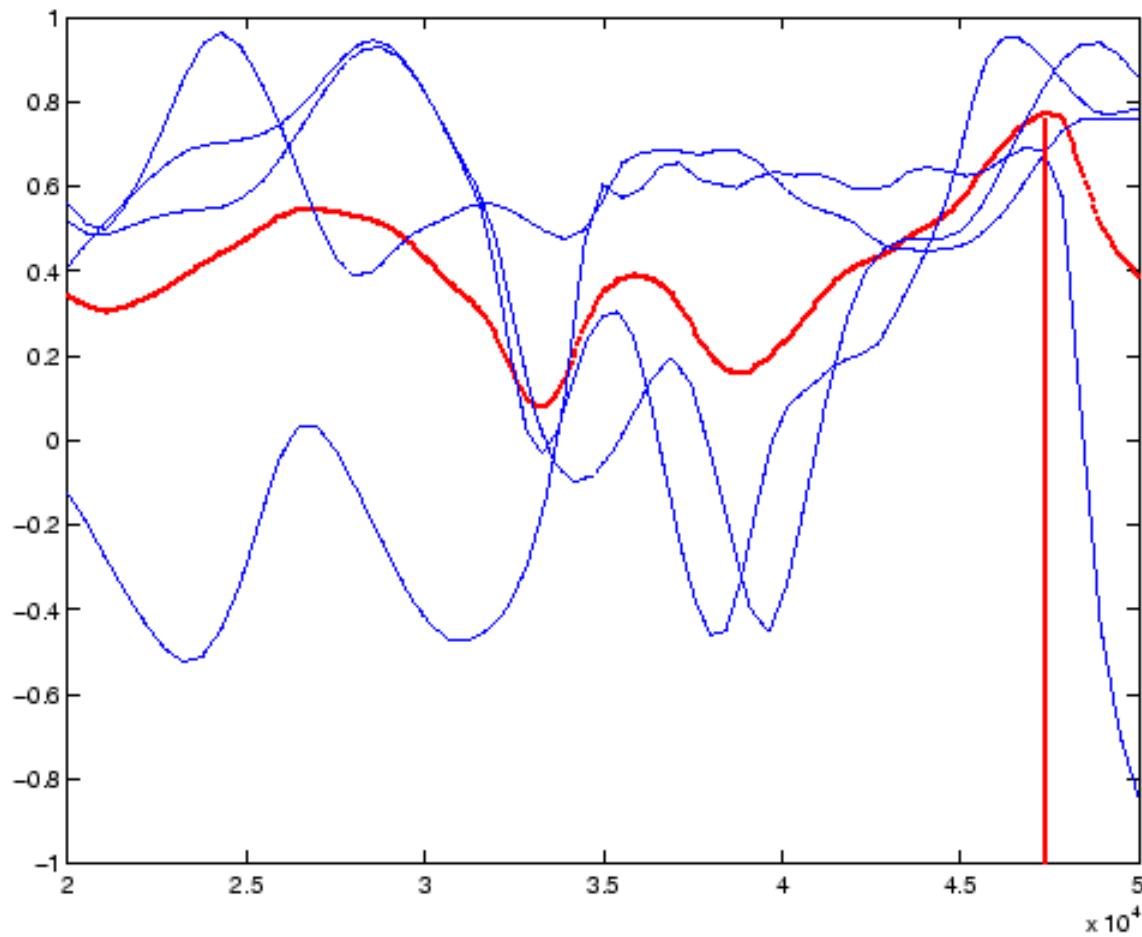
# Moyenne des 2 maxima



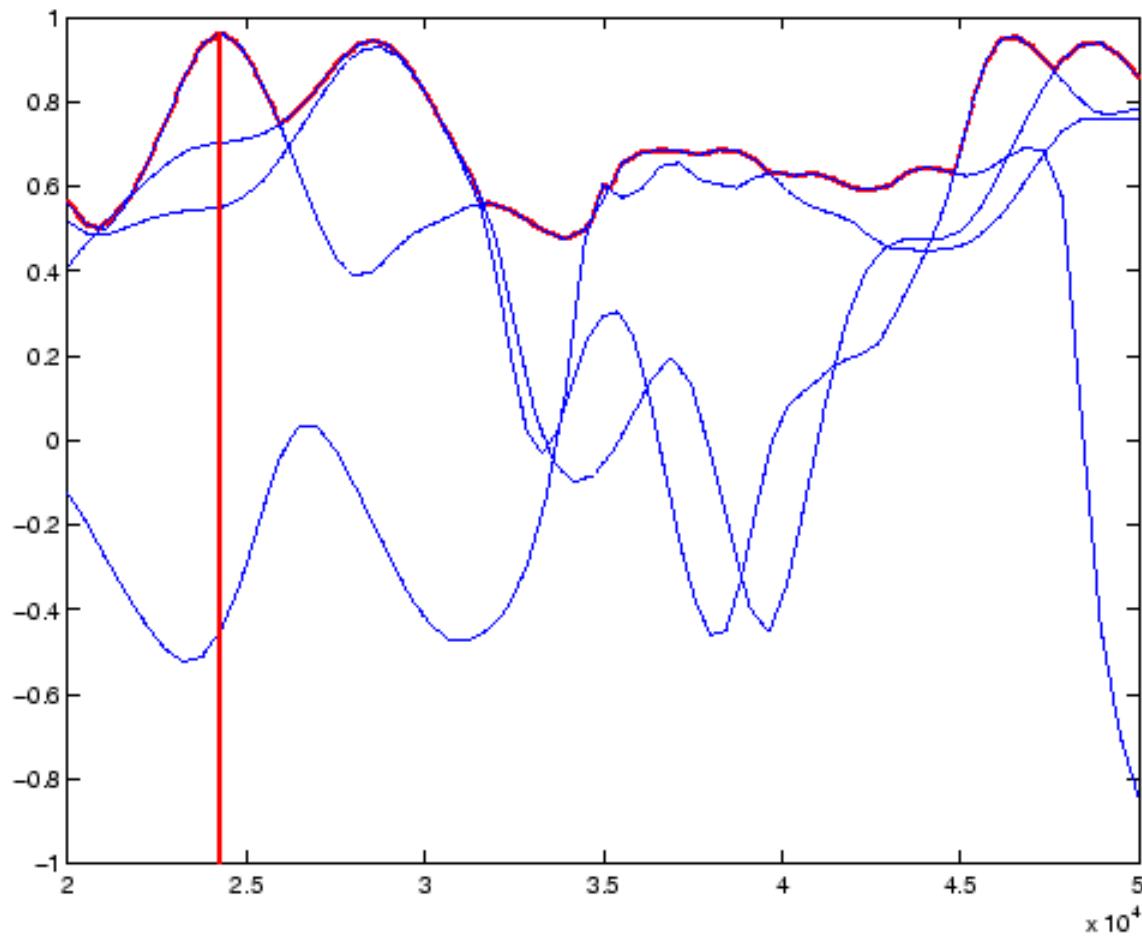
# Courbes de corrélation



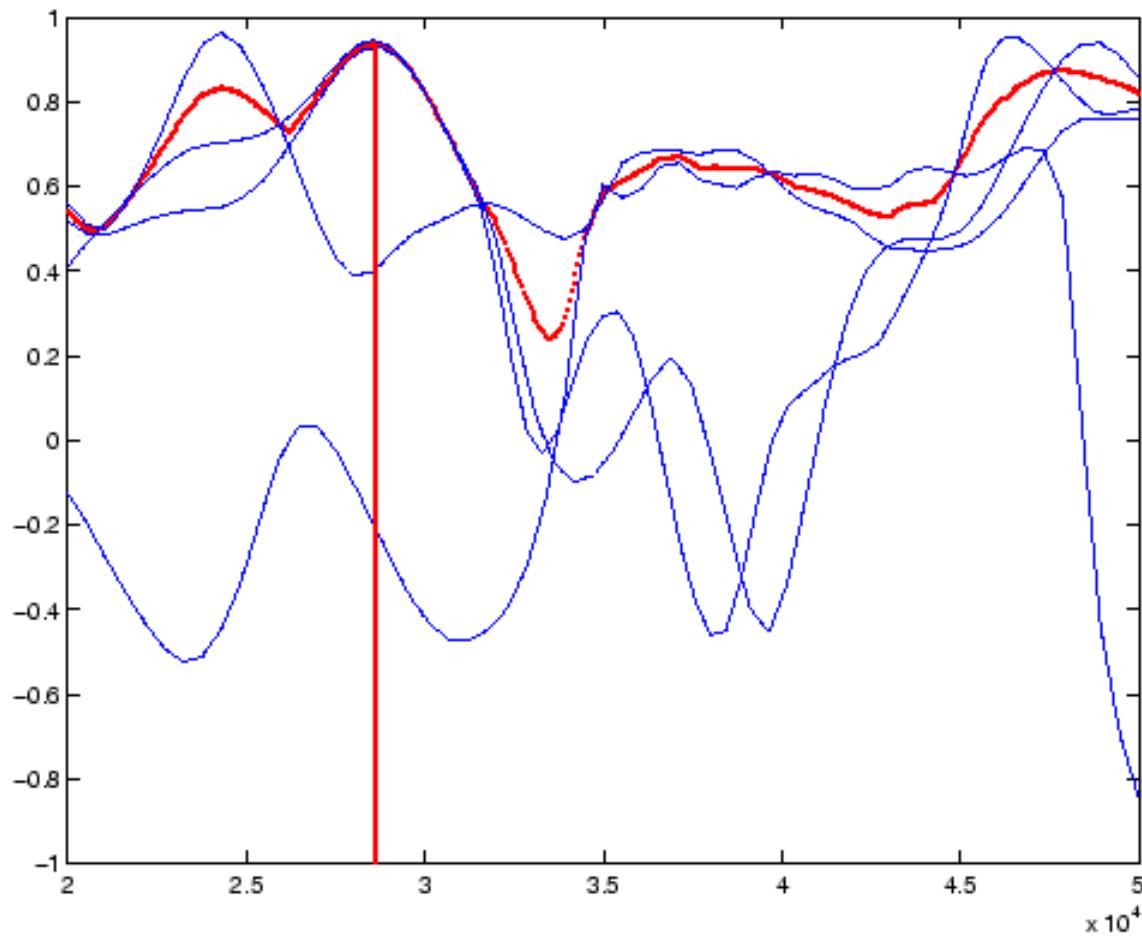
# Moyenne des corrélations



# Maximum des corrélations



# Moyenne des 2 maxima



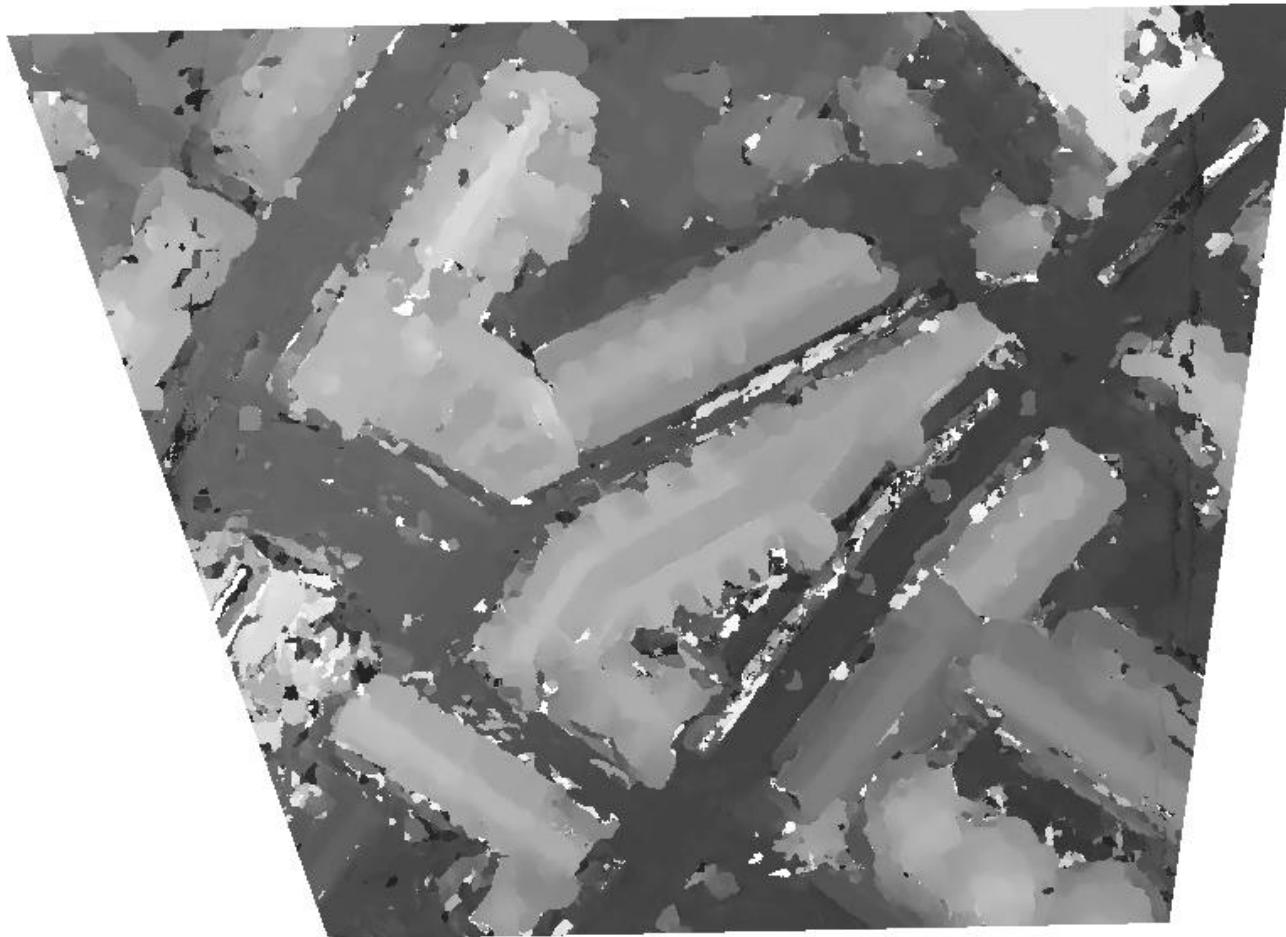
# Amiens 2 : partie commune

---



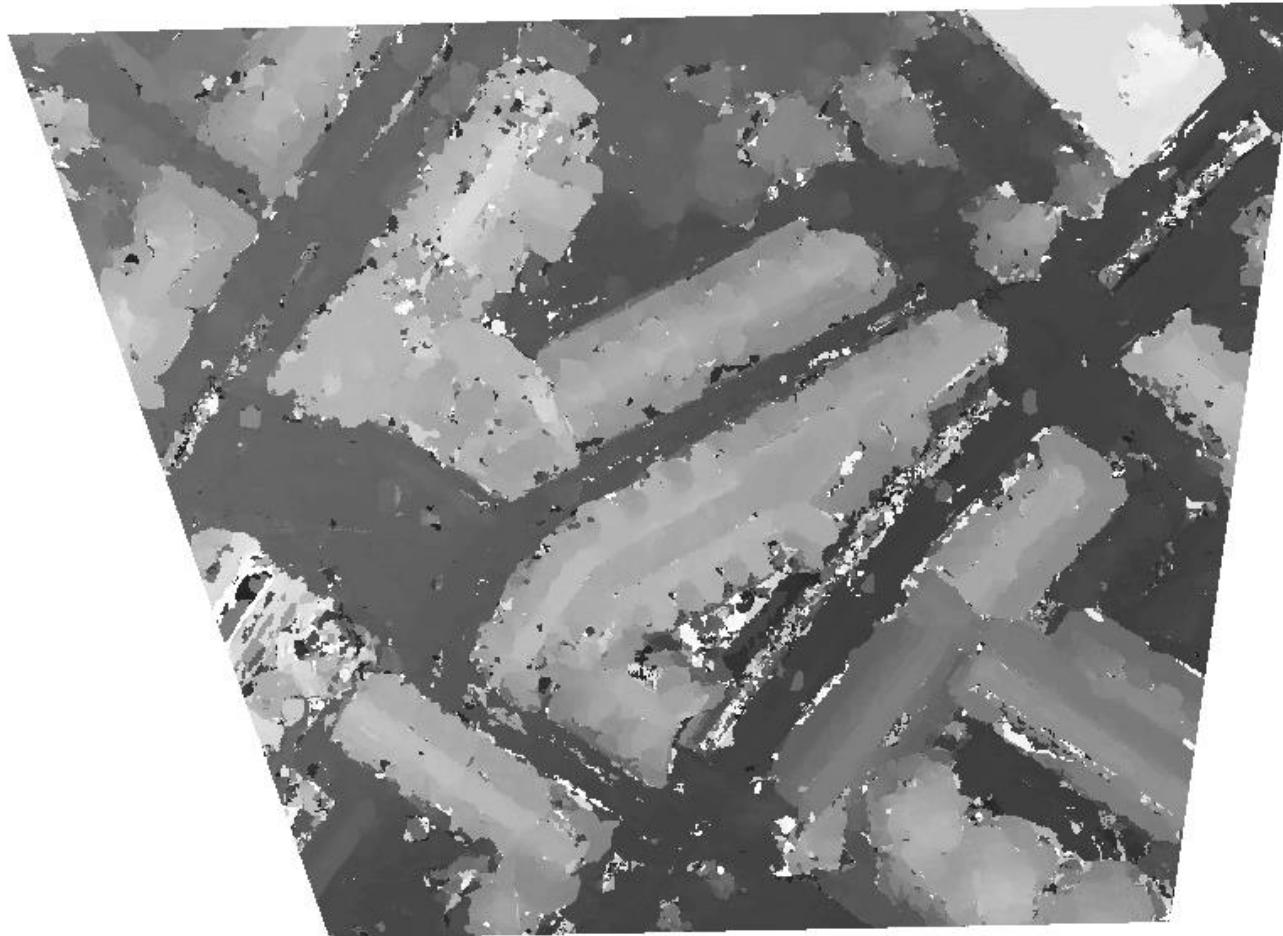
# Amiens 2 : moyenne des corrélations

---



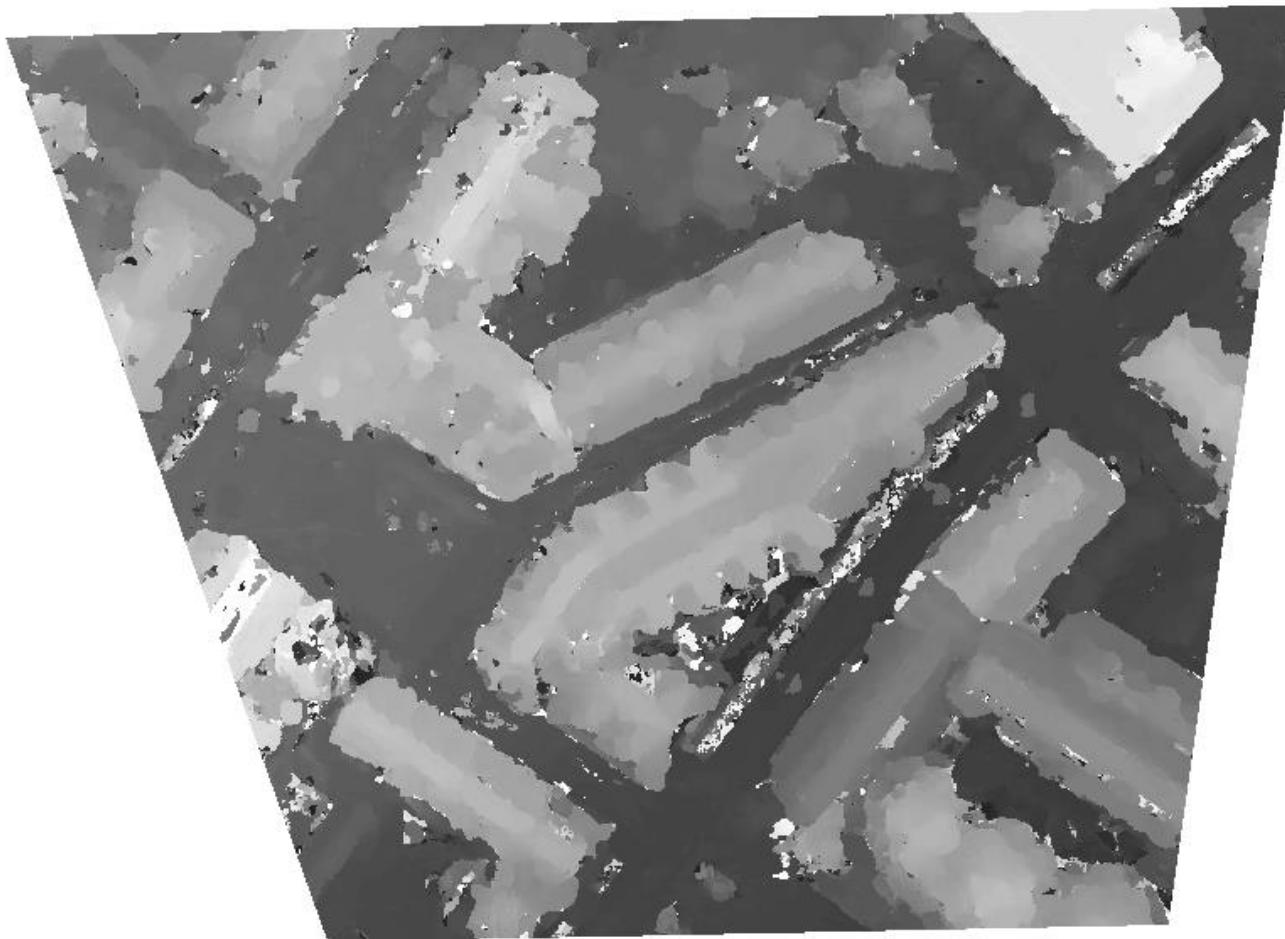
# Amiens 2 : maximum des corrélations

---



# Amiens 2 : moyenne des 2 maxima

---



# Une troisième approche de fusion ?

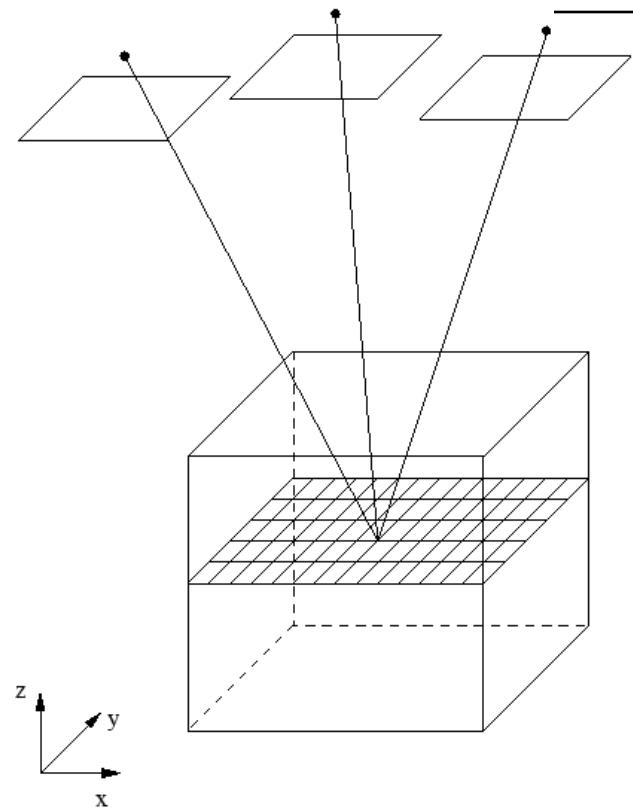
---

- **Approche volumique**

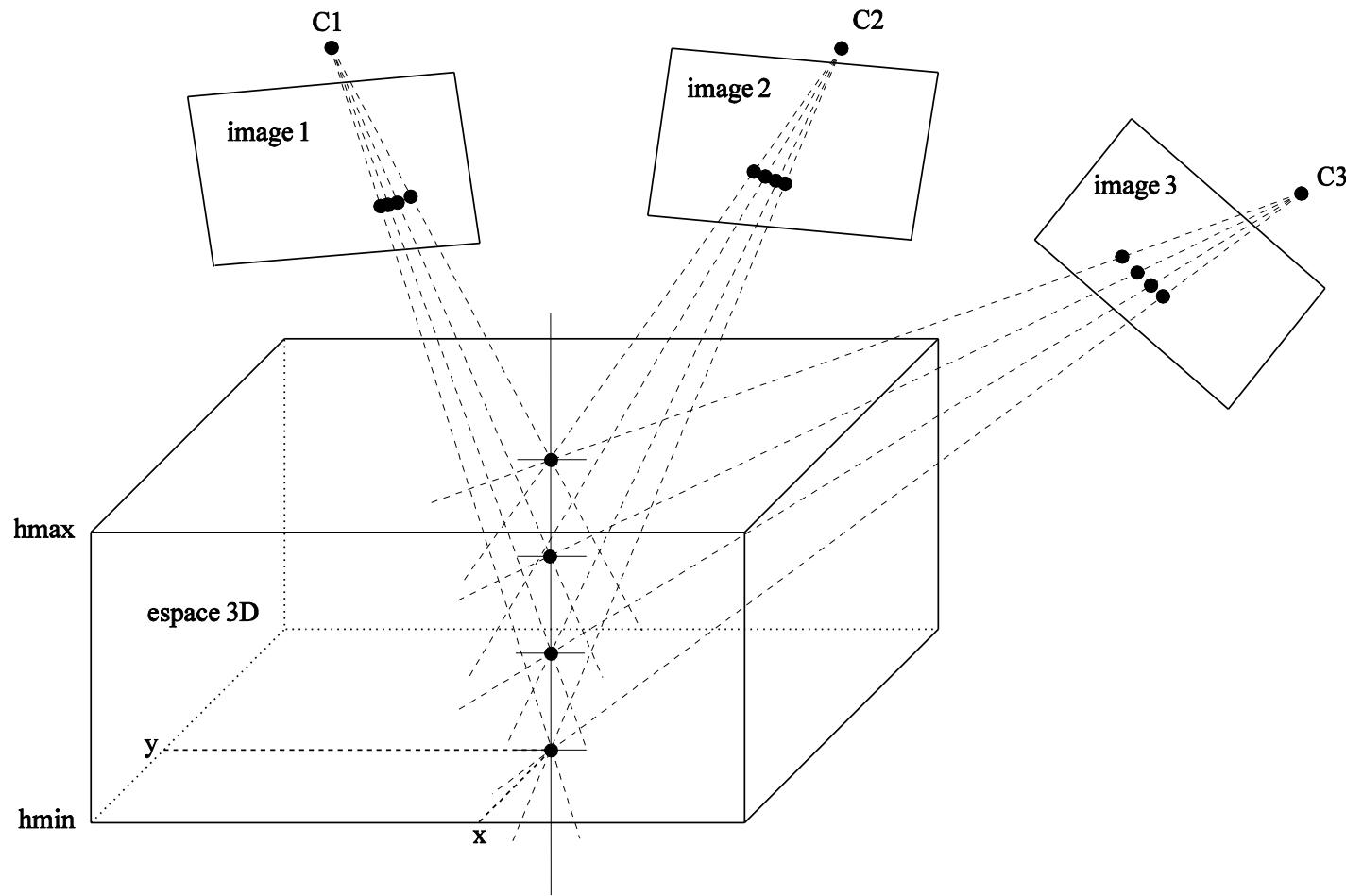
- *Discrétisation d'un volume dans l'espace objet,*
- *Parcours explicite du volume discrétilisé,*
- *Projection des points 3D dans les images,*
- *Mesure de similarité multi-images,*
- *Analyse du volume de similarité : recherche d'une surface optimale*

# Approche volumique

Parcours explicite d'un volume dans l'espace objet



# Approche volumique



# Approche volumique

---

- Parcours explicite d'un volume dans l'espace objet
  - *Approche pyramidale (sous-échantillonnage)*
  - *Rééchantillonnage des images sur une grille horizontale*
  - *Critère de similarité multi-images*
  - *Filtrage et analyse du volume 3D*
  - *Génération de MNS : pour chaque (x,y), sélection du z qui optimise le critère de similarité*

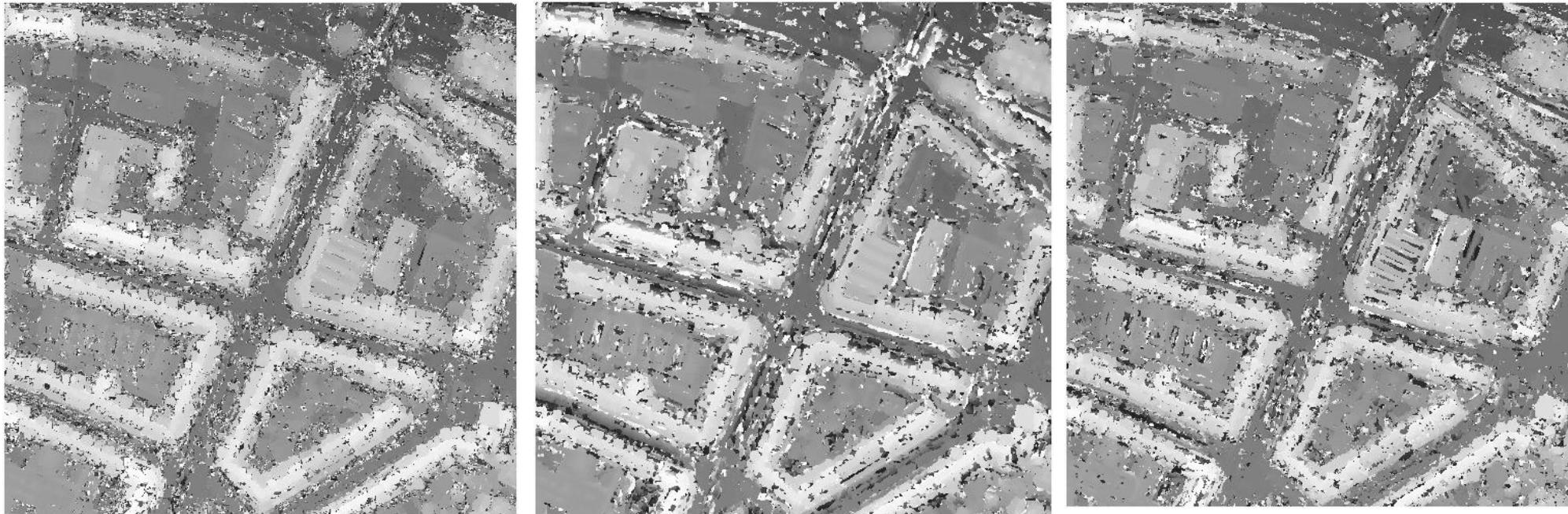
# Critère de similarité multi-images

---

- Tsai (1983)
  - *Joint Moment Method*
  - *Window Variance Method*
- Paparoditis (2000)
  - *Multi-Image Correlation with Radiometric Attenuation*
- Télécom Paris (2001)
  - *Bi-Image Correlation Maximum*

# Approche volumique : génération d'une carte d'élévation

---



Cartes d'élévation obtenues avec différents critères de similarité multi-vues

# Minimisation d'une énergie

---

- Approche bayésienne classique :  
fonctionnelle énergétique présentant deux termes :
  - *Terme d'attache aux données*
  - *Terme de régularisation*

# Minimisation d'énergie

---

- Attache aux données

$$\sum_{(x,y)} \sum_{i=1}^n \varphi(z_{x,y} - z_{x,y}^i)$$

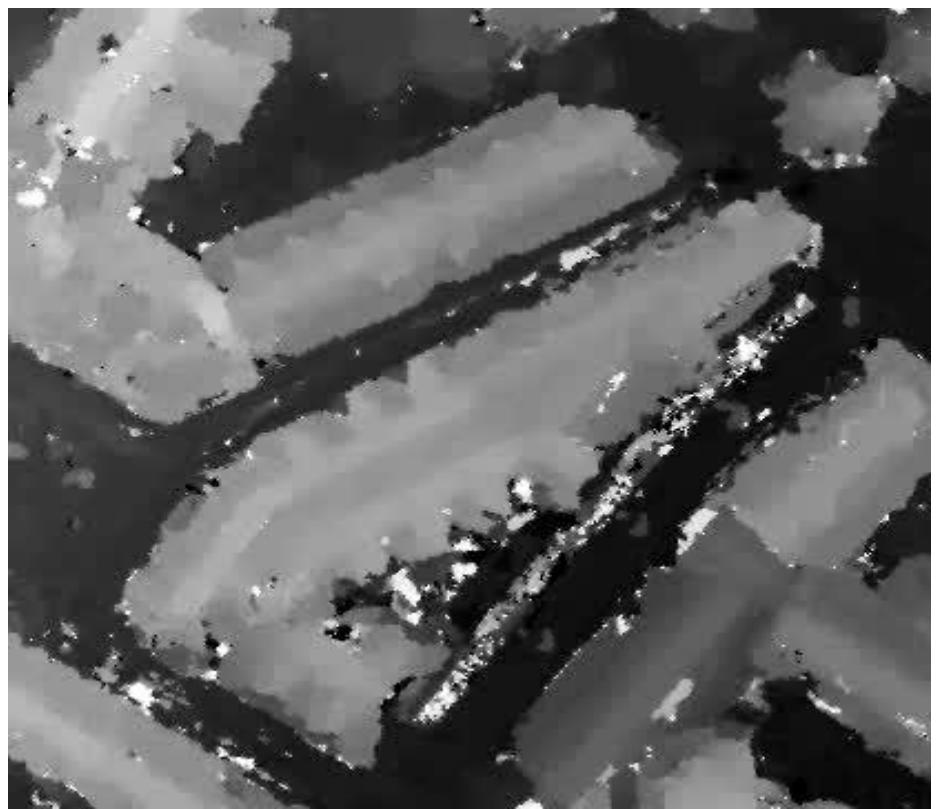
- Régularisation

$$\sum_{x,y} \psi(\text{dist}(z_{x,y}, V_{x,y}))$$

- Quadratique tronquée : respect des discontinuités
- Cadre markovien : cliques d'ordre 2 ou 4
- Optimisation : ICM, recuit simulé, graph cut, ...

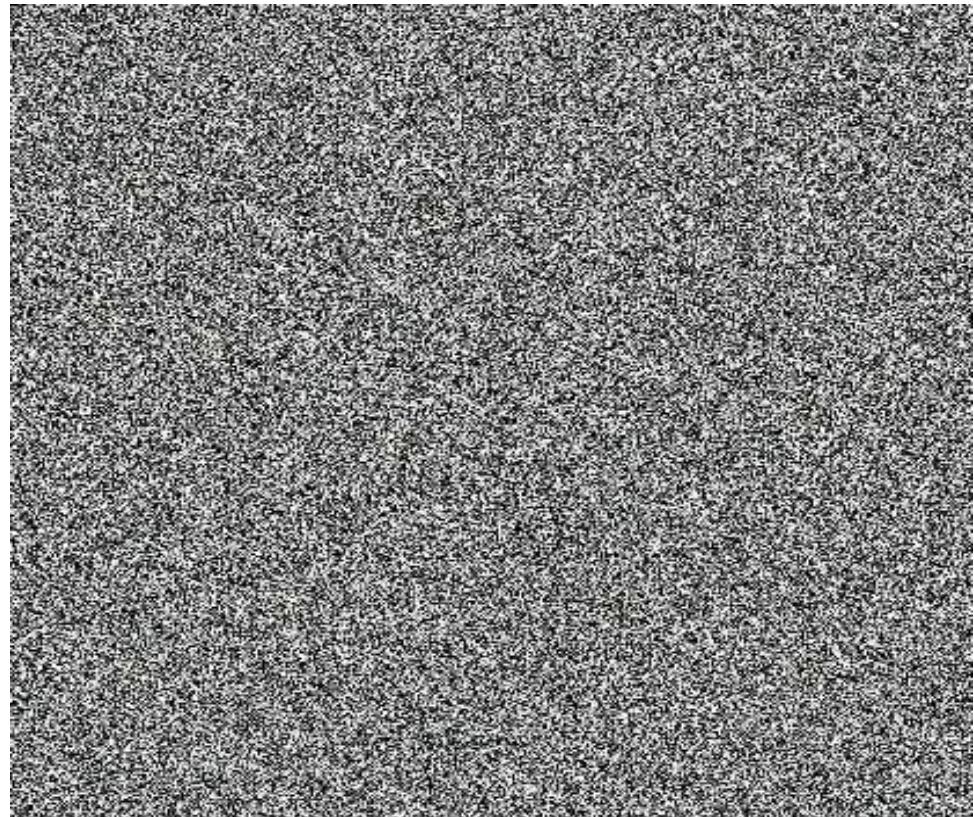
# Minimisation de l'énergie

---



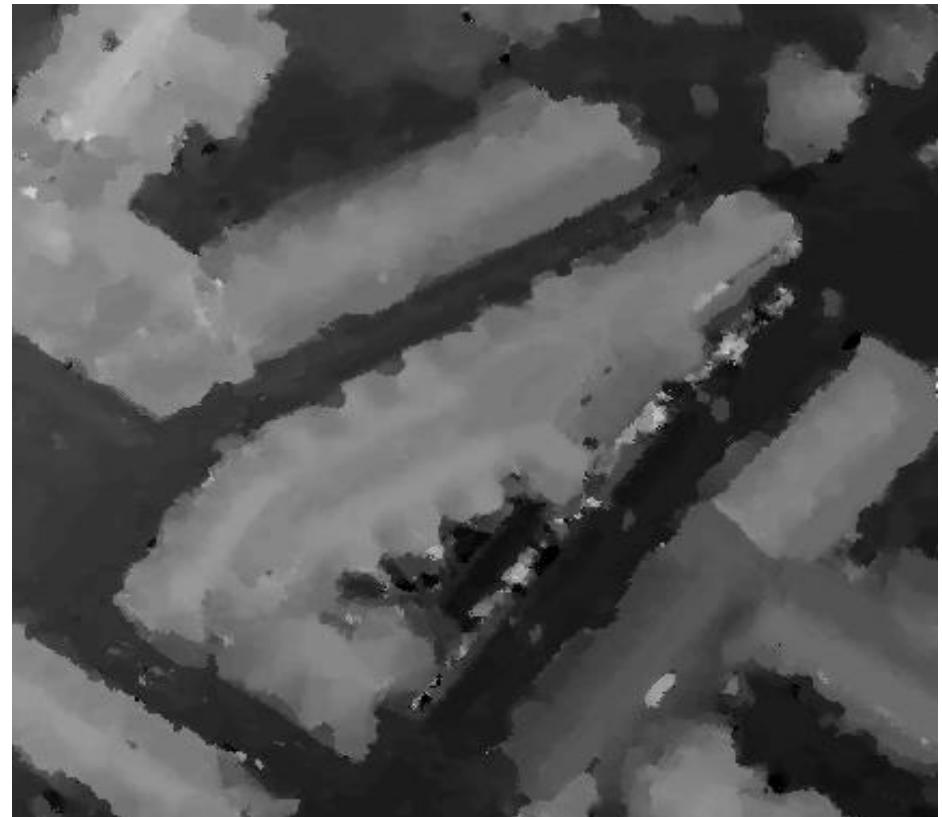
# Minimisation de l'énergie

---



# Modèle numérique de surface par minimisation d'énergie

---



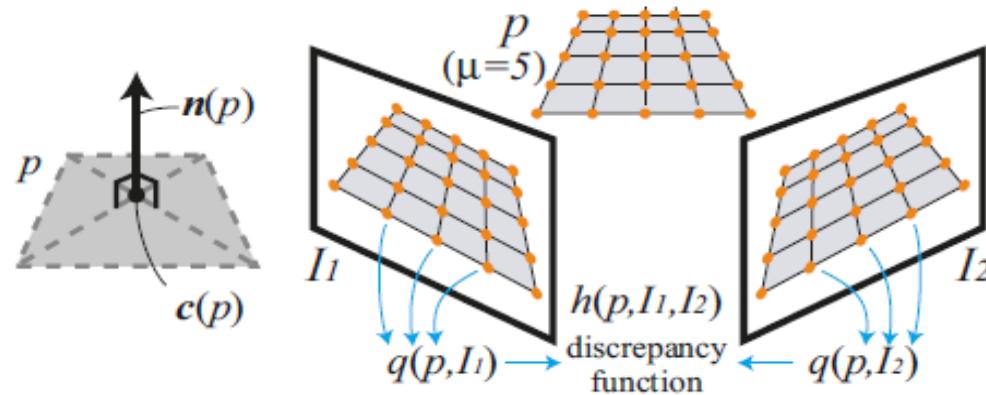
# Multi-view stereo : Furukawa et Ponce (2008)

- détection des points caractéristiques,
- création de patchs par appariement des points caractéristiques,
- densification des patchs par propagation
- filtrage des patchs
- génération d'une triangulation : reconstruction de Poisson



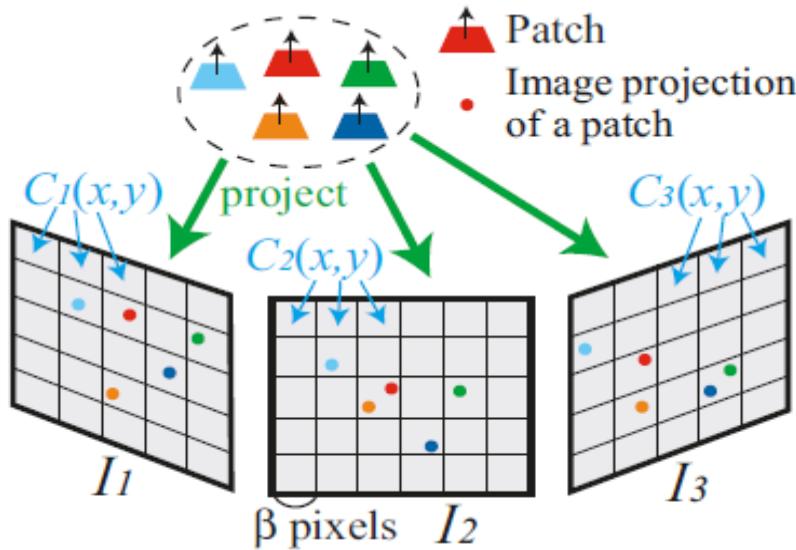
# Multi-view stereo : Furukawa et Ponce (2008)

Définition d'un patchs



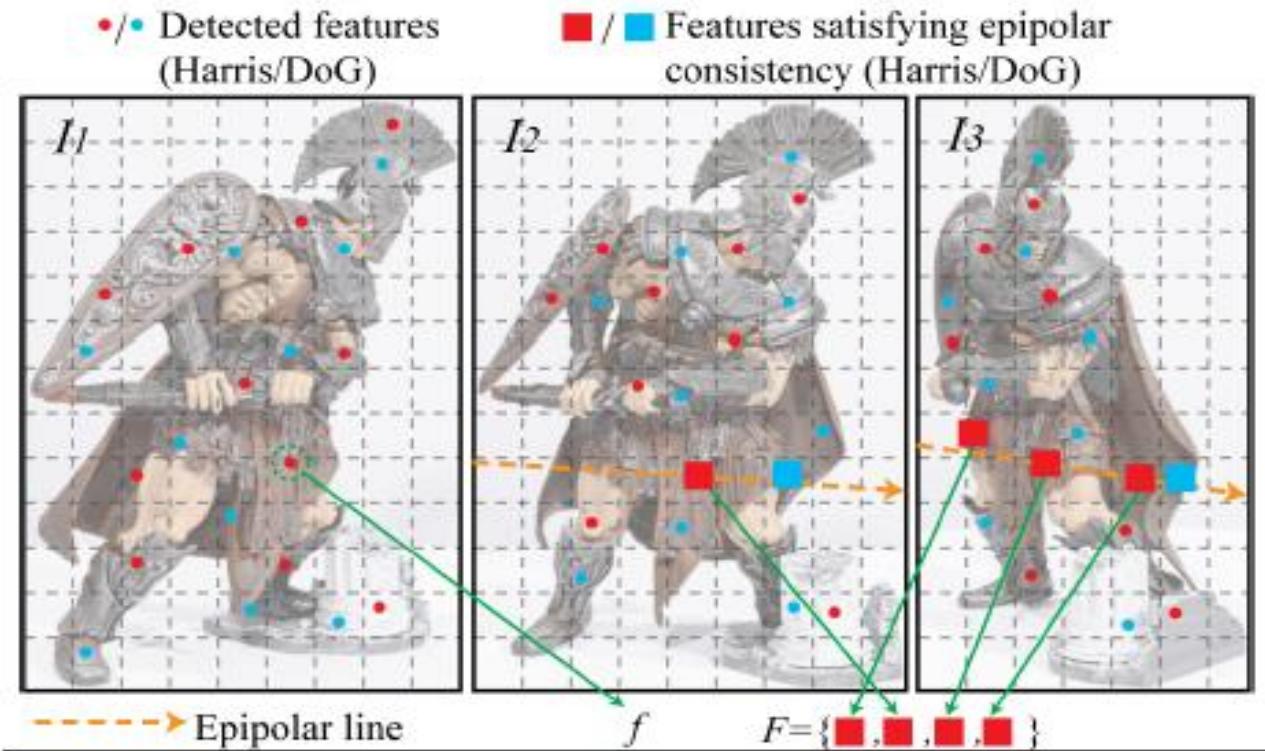
# Multi-view stereo : Furukawa et Ponce (2008)

Chaque patch connaît les images qui le voient (recherche de voisinage)



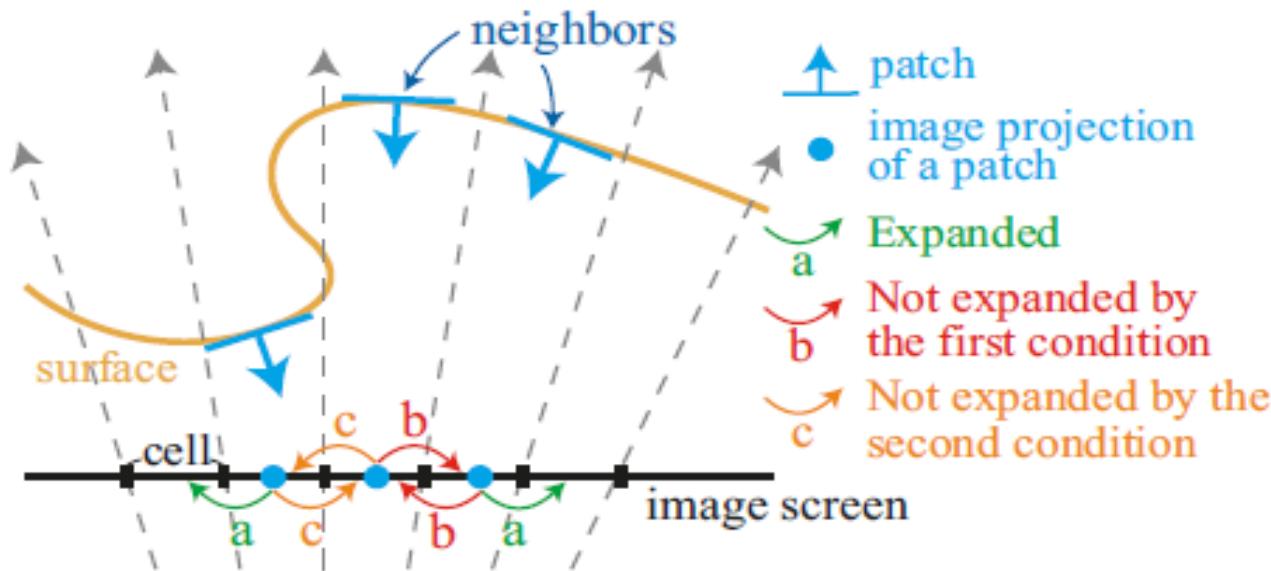
# Multi-view stereo : Furukawa et Ponce (2008)

Génération des patchs : contrainte épipolaire + contrainte d'ordre



# Multi-view stereo : Furukawa et Ponce (2008)

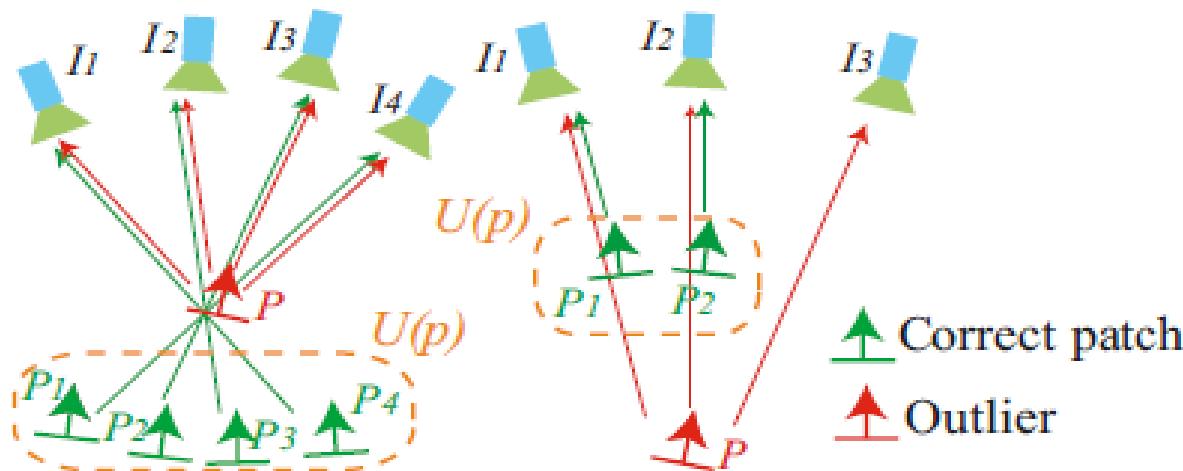
Densification par propagation dans les images



# Multi-view stereo : Furukawa et Ponce (2008)

Filtrage des patchs :

- recherche des patchs isolés
- au plus un patch par pixel
- visibilité du patch



# Multi-view stereo : Furukawa et Ponce (2008)



# Multi-view stereo : Furukawa et Ponce (2008)

