Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Katedra aplikovanej informatiky

Zbierka úloh z Logiky pre informatikov

Ján Kľuka, Júlia Pukancová,
Martin Homola, Jozef Šiška

Letný semester 2019/2020

Posledná aktualizácia: 18. februára 2020

1 Atomické formuly

1.1 Sémantika atomických formúl

1.1.1 Príklad. Uvažujme jazyk $\mathcal{L}$ logiky prvého rádu s množinami symbolov $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \{\mathsf{Anna}, \mathsf{Boris}, \mathsf{mama}, \mathsf{oco}\}$ a $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{\mathsf{dievča}^1, \mathsf{chlapec}^1, \mathsf{sestra}^2, \mathsf{uprednostňuje}^3\}$, pričom zamýšľaný význam predikátových symbolov je:

Predikát	Význam
$\mathsf{dievča}(x)$	x je žena
$\mathsf{chlapec}(x)$	x je chlapec
$\mathsf{sestra}(x, y)$	x je sestra y
$\mathsf{uprednostňuje}(x, y, z)$	x uprednostňuje y pred z

Preložte nasledujúce atomické formuly do čo najprirodzenejších výrokov v slovenčine:

(A_1) dievča(Anna)

(A_2) chlapec(Boris)

(A_3) sestra(Anna, Boris)

(A_4) uprednostňuje(mama, Anna, Boris)

(A_5) uprednostňuje(Boris, Boris, Anna)

(B_1) dievča(mama)

(B_2) chlapec(oco)

(B_3) uprednostňuje(mama, Boris, Anna)

(B_4) uprednostňuje(oco, Boris, Anna)

Riešenie. Každú atomickú formulu zo zadania preložíme do vety v prirodzenom jazyku.

(A_1) Anna je dievča.

(A_2) Boris je chlapec.

(A_3) Anna je sestra Borisa.

(A_4) Mama uprednostňuje Annu pred Borisom.

(A_5) Boris uprednostňuje samého seba pred Annou.

(B_1) Mama je dievča.

(B_2) Oco je chlapec.

(B_3) Mama uprednostňuje Borisa pred Annou.

(B_4) Oco uprednostňuje Borisa pred Annou.

♮

1.1.2 Príklad. Koľko atomických formúl môžeme zostrojiť v jazyku $\mathcal{L}$ z úlohy 1.1.1?

Riešenie. Počet atomických formúl v jazyku $\mathcal{L}$ závisí od počtu konštánt v jazyku $\mathcal{L}$ (teda od kardinality množiny $\mathcal{C}_\mathcal{L}$) a od jednotlivých arít jednotlivých predikátov z množiny $\mathcal{P}_\mathcal{L}$.

V jazyku $\mathcal{L}$ máme $|\mathcal{C}_\mathcal{L}| = 4$.

Pomocou predikátového symbolu, ktorého arita je 1 teda môžeme vytvoriť v jazyku $\mathcal{L}$ 4 atomické formuly. Kedže unárne predikátové symboly máme v $\mathcal{P}_\mathcal{L}$ dva (dievča a chlapec), dokopy vytvoríme 8 atomických formúl.

> **Pomôcka.** Vo všeobecnosti platí, že pre ľubovolný predikátový symbol $p \in \mathcal{P}_\mathcal{L}$ s aritou k a pre $|\mathcal{C}_\mathcal{L}| = n$ môžeme v jazyku $\mathcal{L}$ vytvoriť n^k atomických formúl.

Pre binárny predikátový symbol (sestra) vieme vytvoriť 4^2 atomických formúl, teda 16. K tejto možnosti treba prirátať aj rovnostné atomické formuly, ktoré vytvoríme pomocou symbolu rovnosti $\doteq$. Tento symbol je tiež binárny, a teda formúl bude opäť 16.

Analogicky pre ternárny predikátový symbol (uprednostňuje) vytvoríme $4^3 = 64$ atomických formúl.

Celkovo teda v jazyku $\mathcal{L}$ môžeme zostrojiť $8 + 16 + 16 + 64 = 104$ atomických formúl. ♮

1.1.3 Príklad. Uvažujme jazyk $\mathcal{L}$ a atomické formuly z úlohy 1.1.1. Rozhodnite, ktoré z formúl $A_1, \ldots, A_5, B_1, \ldots, B_4$ sú pravdivé v štruktúre $\mathcal{M} = (D, i)$, kde

$$\begin{aligned}
D &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\
i(\text{Anna}) &= 1, \quad i(\text{Boris}) = 2, \quad i(\text{mama}) = 3, \quad i(\text{oco}) = 4, \\
i(\text{dievča}) &= \{1, 5\}, \\
i(\text{chlapec}) &= \{2, 4, 5\}, \\
i(\text{sestra}) &= \{(3, 4), (1, 2)\}, \\
i(\text{uprednostňuje}) &= \{(3, 1, 2), (3, 2, 1), (5, 4, 1), (5, 3, 5)\}.
\end{aligned}$$

Riešenie.

(A_1) dievča(Anna) je pravdivé v $\mathcal{M}$, skrátene $\mathcal{M} \models$ dievča(Anna),
pretože $i(\text{Anna}) = 1 \in \{1, 5\} = i(\text{dievča})$.

(A_2) $\mathcal{M} \models$ chlapec(Boris), pretože $i(\text{Boris}) = 2 \in i(\text{chlapec})$.

(A_3) $\mathcal{M} \models$ sestra(Anna, Boris), pretože $(i(\text{Anna}), i(\text{Boris})) = (1, 2) \in i(\text{sestra})$.

(A_4) $\mathcal{M} \models$ uprednostňuje(mama, Anna, Boris),
pretože $(i(\text{mama}), i(\text{Anna}), i(\text{Boris})) \in i(\text{uprednostňuje})$.

(A_5) uprednostňuje(Boris, Boris, Anna) nie je pravdivé v $\mathcal{M}$,
skrátene $\mathcal{M} \not\models$ uprednostňuje(Boris, Boris, Anna),
pretože $(i(\text{Boris}), i(\text{Boris}), i(\text{Anna})) \notin i(\text{uprednostňuje})$.

(B_1) $\mathcal{M} \not\models$ dievča(mama), pretože $i(\text{mama}) \notin i(\text{dievča})$.

(B_2) $\mathcal{M} \models$ chlapec(oco), pretože $i(\text{oco}) \in i(\text{chlapec})$.

(B_3) $\mathcal{M} \models$ upprednostňuje(mama, Boris, Anna),
pretože $(i(\text{mama}), i(\text{Boris}), i(\text{Anna})) \in i(\text{upprednostňuje})$.

(B_4) $\mathcal{M} \not\models$ upprednostňuje(oco, Boris, Anna),
pretože $(i(\text{oco}), i(\text{Boris}), i(\text{Anna})) \notin i(\text{upprednostňuje})$. ♮

1.1.4 Príklad. Uvažujme opäť jazyk $\mathcal{L}$ a atomické formuly z úlohy 1.1.1. Zostrojte štruktúry $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ a $\mathcal{M}_3$ pre jazyk $\mathcal{L}$ tak, aby každá z nich *súčasne* bola modelom všetkých formúl $A_1, \dots, A_5$, ale nebola modelom žiadnej z formúl $B_1, \dots, B_4$ a aby *zároveň*:

a) doména štruktúry $\mathcal{M}_1$ mala aspoň 6 prvkov;
b) doména štruktúry $\mathcal{M}_2$ mala najviac 3 prvky;
c) doména štruktúry $\mathcal{M}_3$ mala najviac 1 prvok.

Riešenie.

a) Štruktúra $\mathcal{M}_1$ s aspoň 5 prvkami v doméne:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= (\{a, b, c, d, m, o\}, i_1) \\ i_1(\text{Anna}) &= a, \quad i_1(\text{Boris}) = b, \quad i_1(\text{mama}) = m, \quad i_1(\text{oco}) = o, \\ i_1(\text{dievča}) &= \{a\}, \\ i_1(\text{chlapec}) &= \{b\}, \\ i_1(\text{sestra}) &= \{(a, b), (c, d)\}, \\ i_1(\text{upprednostňuje}) &= \{(m, a, b), (o, a, b), (b, b, a)\}. \end{aligned}$$

b) Štruktúra $\mathcal{M}_2$ s najviac 3 prvkami v doméne:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_2 &= (\{a, b, c\}, i_2) \\ i_2(\text{Anna}) &= a, \quad i_2(\text{Boris}) = b, \quad i_2(\text{mama}) = c, \quad i_2(\text{oco}) = c, \\ i_2(\text{dievča}) &= \{a\}, \\ i_2(\text{chlapec}) &= \{b\}, \\ i_2(\text{sestra}) &= \{(a, b), (c, c)\}, \\ i_2(\text{upprednostňuje}) &= \{(c, a, b), (b, b, a)\}. \end{aligned}$$

c) Nie je možné zostrojiť $\mathcal{M}_3$ tak, aby mala najviac 1 prvok a súčasne bola modelom všetkých formúl $A_1, \dots, A_5$, ale nebola modelom žiadnej z formúl $B_1, \dots, B_4$.
Doména štruktúry nemôže byť prázdna, preto $\mathcal{M}_3$ by mala mať práve jeden prvok, teda $\mathcal{M}_3 = (\{a\}, i_3)$ pre nejaký prvok a.
Problém nastáva už pri A_1 a B_1. Keďže v doméne $\mathcal{M}_3$ je jediný prvok, musia ho pomenúvať všetky konštanty, teda $i_3(\text{Anna}) = a$, ale aj $i_3(\text{mama}) = a$. Aby bola A_1 pravdivá v $\mathcal{M}_3$, potom musí byť $a \in i_3(\text{dievča})$, teda $i_3(\text{dievča})$ musí byť $\{a\}$. Zároveň má byť B_1 nepravdivá, teda $a \notin i_3(\text{dievča})$, čo nie je možné. ♮

1.1.5 Uvažujme jazyk $\mathcal{L}$ logiky prvého rádu s množinami symbolov $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \{$Alex, Beáta, Cyril, Dana, Edo, Gabika, oco$\}$ a $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{$žena^1, rodič^2, dieťa^3, starší$^2\}$, pričom zamýšľaný význam predikátových symbolov je:

Predikát	Význam
žena(x)	x je žena
rodič(x, y)	x je rodičom y
dieťa(u, x, y)	u je dieťaťom matky x a otca y
starší(x, y)	x je starší ako y

Preložte nasledujúce atomické formuly do čo najprirodzenejších výrokov v slovenčine:

(A_1) žena(Beáta)

(A_2) žena(Dana)

(A_3) rodič(Dana, Alex)

(A_4) rodič(Dana, Beáta)

(A_5) dieťa(Cyril, Gabika, Edo)

(A_6) dieťa(Alex, Dana, Cyril)

(B_1) žena(Alex)

(B_2) dieťa(Beáta, Gabika, oco)

(B_3) rodič(Edo, Edo)

(B_4) starší(Beáta, Gabika)

(B_5) starší(Gabika, Cyril)

(B_6) Cyril $\doteq$ oco

1.1.6 Koľko atomických formúl môžeme zostrojiť v jazyku $\mathcal{L}$ z úlohy 1.1.5?

1.1.7 Uvažujme jazyk $\mathcal{L}$ a atomické formuly z úlohy 1.1.5. Rozhodnite, ktoré z formúl $A_1, \ldots, A_6, B_1, \ldots, B_6$ sú pravdivé v štruktúre $\mathcal{M} = (D, i)$, kde

$$\begin{aligned}
D &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}\\
i(\text{Alex}) &= 1, \quad i(\text{Beáta}) = 2, \quad i(\text{Cyril}) = 3, \quad i(\text{Dana}) = 4,\\
i(\text{Edo}) &= 9, \quad i(\text{Gabika}) = 7, \quad i(\text{oco}) = 3,\\
i(\text{žena}) &= \{1, 2, 3, 8\},\\
i(\text{rodič}) &= \{(4, 1), (9, 9), (2, 3), (3, 4), (8, 7)\},\\
i(\text{dieťa}) &= \{(3, 7, 9), (2, 7, 3), (8, 9, 1)\},\\
i(\text{starší}) &= \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 7), (3, 4), (7, 3), (8, 7)\}
\end{aligned}$$

Lepšiu predstavu o štruktúre často získate, keď si ju graficky znázorníte napríklad takto:

- Každý objekt z domény znázornite ako uzol.

- Interpretáciu symbolu konštanty znázornite označením uzla týmto symbolom.
- Množinu interpretujúcu unárny predikát znázornite ako uzavretú krivku (napr. elipsu) označenú symbolom predikátu a obsahujúcu uzly, ktoré do tejto množiny patria.
- Dvojicu patriacu do interpretácie binárneho predikátu znázornite ako orientovanú hranu medzi uzlami označenú symbolom predikátu.
- n-ticu patriacu do interpretácie n-árneho predikátu pre $n \geq 3$ znázornite ako n-uholník, ktorého vrcholy budú spojené hranami s príslušnými uzlami. Vhodne označte poradie prvkov v n-tici.

Pre každý predikát s aritou $n \geq 2$ je lepšie nakresliť si osobitný graf.

1.1.8 Príklad. Uvažujme opäť jazyk $\mathcal{L}$ a atomické formuly z úlohy 1.1.5. Zostrojte štruktúry $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ a $\mathcal{M}_3$ pre jazyk $\mathcal{L}$ tak, aby každá z nich *súčasne* bola modelom všetkých formúl $A_1, \ldots, A_6$, ale nebola modelom žiadnej z formúl $B_1, \ldots, B_6$ a aby *zároveň*:

a) doména štruktúry $\mathcal{M}_1$ mala aspoň 9 prvkov;

b) doména štruktúry $\mathcal{M}_2$ mala najviac 5 prvkov;

c) doména štruktúry $\mathcal{M}_3$ mala najviac 2 prvky.

Všimnite si, že hoci každý symbol konštanty musí byť interpretovaný ako niektorý objekt domény (teda pomenúvať ho), nie všetky objekty musia byť pomenované a viacero symbolov konštánt môže pomenúvať ten istý objekt. Doména nemôže byť prázdna.

1.2 Formalizácia do jazyka atomických formúl

1.2.1 Príklad. Sformalizujte nasledujúce výroky ako atomické formuly v *spoločnom* jazyku logiky prvého rádu $\mathcal{L}$. Zapíšte množiny symbolov tohto jazyka a vysvetlite zamýšľaný význam jeho predikátových symbolov.

(A_1) Jozef je profesor a Mária je profesorka.

(A_2) Jozef je žemľovku. Žemľovka je múčnik.

(A_3) Jozef má žemľovku rád, Mária ju naopak nemá rada vôbec.

(A_4) Filoména je upratovačka.

(A_5) Upratovačky aj profesori sú zamestnanci.

(A_6) Filoména má menší plat ako Mária, ale väčší ako Jozef.

(A_7) Jozef učí predmet dejiny antického Ríma v posluchárni P42.

(A_8) Tento predmet si zapísali 3 študenti.

(A_9) Chodí naň aj Filoména, ktorá je v skutočnosti jedným zo študentov Jozefovho predmetu.

Riešenie. Postupne sformalizujeme atomické výroky a budeme pritom dbať na to aby sme volili vhodný spoločný jazyk, a zbytočne ho nerozširovali. Tvrdenie (A_1) sa v skutočnosti skladá z dvoch atomických výrokov:

$A_{1.1}$ profesor(Jozef)

$A_{1.1}$ profesor(Mária)

Všimnime si, že v prípade Márie sme nevytvorili nový predikátový symbol profesorka^1 ale rovnako ako v prípade Jozefa sme použili symbol profesor^1. Hoc v slovenčine na to máme dve samostatné slová, ich význam pre školskú doménu je rovnaký – je to symbol pre skupinu všetkých elementov domény, ktoré predstavujú profesorov. Ak by sme na napr. pýtali na všetkých profesorov, iste by me zahrnuli aj Máriu.

> Rozoberme si ešte dve alternatívne riešenia, ktoré ale nie sú správne. Prvým je formula je(Jozef, profesor). Čo by v tomto prípade znamenal konštantný symbol profesor? Zmysel slova profesor v danej vete nie je konkrétny profesor, ale skupina všetkých profesorov. Preto je správne voliť predikátový symbol. Z podobných dôvodov je rovnako formula Jozef $\doteq$ profesor nesprávna. Keby sme profesorov zapisovali týmto spôsobom, v skutočnosti by boli všetci profesori stotožnení do jedného objektu domény, čo v tomto prípade celkom určite nechceme.

Sformalizujme teraz formulu (A_2), prvú časť zapíšeme dvoma atomickými formulami:

$A_{2.1}$ je(Jozef, porcia278)

$A_{2.2}$ žemľovka(porcia278)

Keďže Jozef je nejakú konkrétnu porciu jedla, zvolíme si pre ňu nový konštantný symbol. Zvolili sme porcia278 (môže ísť o 278. porciu vydanú v ten deň v školskej jedálni). Druhou formulou sme následne povedali, že táto porcia patrí medzi (všetky) žemľovky, čo vyjadruje predikát žemľovka^1. Výborne sa nám tu hodil predikát je^2, ktorý sme zvažovali a napokon za vrhli pri tvrdení (A_1). Zamýšľaný význam je ale tentoraz iný.

Všimnime si druhú časť tvrdenia (A_2), teda že žemľovka je múčnik. Ide o všeobecné tvrdenie, ktoré nevieme atomickými formulami v jeho všeobecnom význame vyjadriť – náš jazyk je na to zatiaľ príliš obmedzený. Môžeme ale aspoň o všetkých konkrétnych žemľovkách, povedať, že sú zároveň múčniky. Keďže v celej úlohe (aj nižšie) máme len jednu konkrétnu žemľovku, bude to iba jedna atomická formula:

$A_{2.3}$ múčnik(porcia278)

Na obmedzenia jazyka atomických formúl narazíme aj v nasledujúcom tvrdení, ktoré sformalizujeme nasledovne:

$A_{3.1}$ má_rád_žemľovku(Jozef)

$A_{3.2}$ nemá_rád_žemľovku(Mária)

Opäť vidíme, že vo formálnom jazyku nerobíme rozdiel medzi mužským a ženským rodom. Tiež si všimnime, že tu nejde o vzťah medzi Jozefom a nejakou konkrétnou porciou žemľovky ako v prípade ($A_{2.1}$), ale ide tu vlastnosť mať rád žemľovku vo všeobecnosti. Toto vieme najlepšie vyjadriť unárnym predikátovým symbolom má_rád_žemľovku^1.

Venujme teraz pozornosť Márii, ktorá nemá rada žemľovku. Žiadalo by sa, aby sa vlastnosti mať rád a nemať rád žemľovku navzájom vylučovali. Toto ale s atomickými formulami vyjadriť nevieme (potrebovali by sme k tomu logickú spojku – negáciu). Použijeme teda zatiaľ samostatný a *nezávislý* predikátový symbol nemá_rád_žemľovku^1.

Ďalšie dve tvrdenia teraz poľahky sformalizujeme v súlade s tým, čo už sme videli vyššie:

A_4 upratovačka(Filoména)

$A_{5.1}$ zamestnanec(Jozef)

$A_{5.2}$ zamestnanec(Mária)

$A_{5.3}$ zamestnanec(Filoména)

Tvrdenie (A_5) je opäť všeobecné tvrdenie, preto v jazyku atomických formúl aspoň vymenujeme všetkých konkrétnych zamestnancov.

Všimnime si, že tentoraz sme zvolili ženský rod pre predikátový symbol upratovačka^1. Nevadí to, pokiaľ ho konzistentne použijeme aj v prípade mužov-upratovačov. Dôležité je len to aby sme pre tú istú vec konzistentne stále používali ten istý predikátový symbol.

Tvrdenie (A_6) odpovedá 2 atomickým formulám:

$A_{6.1}$ má_väčší_plat_ako(Mária, Filoména)

$A_{6.2}$ má_väčší_plat_ako(Filoména, Jozef)

Všimnime si, že sme zaviedli len jeden predikátový symbol má_väčší_plat_ako^2, ale úmyselne sme sa vyhli zavedeniu analogického symbolu má_menší_plat_ako^2. Ide tu totiž o dva vzťahy, ktoré sú navzájom inverzné. Takéto dva predikátové symboly by však boli od seba nezávislé, teda ak by platilo má_väčší_plat_ako(Mária, Filoména) nijako by z toho nevyplývalo, že platí aj má_menší_plat_ako(Filoména, Mária). Toto ale zrejme nie je zamýšľané. Jazyk atomických formúl nemá dostatočnú silu na to, aby sme mohli dva navzájom inverzné predikáty nejako vyjadriť. Musíme si preto vystačiť s jedným predikátom a používať ho vždy správnym smerom.

Tvrdenie (A_7) by nám už teraz nemalo robiť žiadne problémy. Musíme len správne rozpoznať všetky konkrétne objekty, o ktorých tvrdenie hovorí. Vyjde nám pri tom, že učí^3 bude ternárny predikátový symbol. U dvoch nových konštantných symbolov, ktoré pre tieto objekty zavedieme, z tvrdenia tiež vyčítame do akej „skupiny“ patria, čo vyjadríme samostatnými atomickými formulami:

$A_{7.1}$ učí(Jozef, DAR, P42)

$A_{7.2}$ predmet(DAR)

$A_{7.3}$ poslucháreň(P42)

Z ďalšieho tvrdenia vieme, že Dejiny antického Ríma majú zapísané traja študenti. Nepoznáme ich mená, napriek tomu si môžeme zvoliť vhodné nové konštantné symboly $\check{s}_1, \ldots, \check{s}_3$:

$A_{8.1}$ študent($\check{s}_1$)

$A_{8.2}$ študent($\check{s}_2$)

$A_{8.3}$ študent($\check{s}_3$)

$A_{8.4}$ má_zapísaný($\check{s}_1$, DAR)

$A_{8.5}$ má_zapísaný($\check{s}_2$, DAR)

$A_{8.6}$ má_zapísaný($\check{s}_3$, DAR)

No a nakoniec ešte potrebujeme doplniť, že na tento predmet chodí aj Filoména. Opäť si uvedomme, že obe tieto tvrdenia zrejme referujú na ten istý vzťah medzi študentom a predmetom, preto nepridáme nový predikát, napr. chodiť_na^2. Okrem toho z tvrdenia (A_8) vieme, že predmet má troch študentov, preto ak chceme vylúčiť, že by Filoména mohla byť už štvrtým študentom, použijeme rovnosť:

$A_{9.1}$ má_zapísaný(Filoména, DAR)

$A_{9.2}$ $\check{s}_1 \doteq$ Filoména

Všimnime si, že vďaka sémantike rovnosti bude teraz Filoména a $\check{s}_1$ ten istý objekt. Preto je formula ($A_{9.1}$) vďaka ($A_{9.2}$) zbytočná, a môžeme ju vyhodiť.

Zároveň je však potrebné si uvedomiť, že hoci sme zaviedli tri rôzne symboly $\check{s}_1, \ldots, \check{s}_3$, sémantika nám nezaručuje, že nebudú referovať na ten istý objekt. Toto tiež náš jazyk zatiaľ neumožňuje (potrebovali by sme nerovnosť, čiže vlastne opäť negáciu).

Uvedieme ešte množiny konštantných a predikátových symbolov, ktoré sme použili: $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} =$ {DAR, Filoména, Jozef, Mária, porcia278, P42, $\check{s}_1, \check{s}_2, \check{s}_3$} a $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} =$ {múčnik^1, žemľovka^1, je^2, má_rád_žemľovku^1, nemá_rád_žemľovku^1, poslucháreň^1, predmet^1, profesor^1, upratovačka^1, zamestnanec^1, má_väčší_plat_ako^2, má_zapísaný^2, učí^3}. A vysvetlime ich význam:

DAR – predmet Dejiny antického Ríma;

Filoména, Jozef, Mária – konkrétne osoby z tvrdení v zadaní;

porcia278 – porcia jedla, ktorú Jozef je;

P42 – poslucháreň P42

$\text{š}_1, \dots, \text{š}_3$ – traja študenti, ktorí sú zapísaní na Dejiny antického Ríma;

múčnik^1, žemľovka^1 – prvky pre ktoré je predikát splnený sú múčniky, resp. žemľovky;

je^2 – jesť (kto, čo);

má_rád_žemľovku^1 – vlastnosť mať rád žemľovku;

$\text{nemá\_rád\_žemľovku}^1$ – (zamýšľaná) opačná vlastnosť nemať rád žemľovku;

poslucháreň^1, predmet^1 – prvky sú posluchárne, resp. predmety;

profesor^1, študent^1 – byť profesorom, resp. študentom;

upratovačka^1 – byť upratovačkou alebo upratovačom;

zamestnanec^1 – byť zamestnancom;

$\text{má\_väčší\_plat\_ako}^2$ – mať väčší plat (osoba s väčším platom, osoba s menším platom);

má_zapísaný^2 – mať zapísaný predmet (kto, ktorý predmet);

učí^3 – učiť predmet v posluchárni (kto, ktorý predmet, kde).

⚠ Ako je vidieť z riešenia, symboly jazyka pridávame priebežne, podľa potreby. Vo vypracovaných zadaniach však býva zvykom uviesť ich na začiatku spolu s vysvetlením ich významu.

♮

1.2.2 Sformalizujte nasledujúce výroky ako atomické formuly v *spoločnom* jazyku logiky prvého rádu $\mathcal{L}$. Zapíšte množiny symbolov tohto jazyka a vysvetlite zamýšľaný význam jeho predikátových symbolov.

(A_1) Peter je muž.

(A_2) Peter je študent.

(A_3) Lucia je žena.

(A_4) Je to študentka.

(A_5) Lucia je staršia ako Peter.

(A_6) Matematika je povinný predmet.

(A_7) Matematiku učí Eugen.

(A_8) Peter má rád Matematiku.

(A_9) Peter a Lucia sú od neho mladší.

(A_{10}) Peter dostal z Matematiky od Eugena známku A.

(A_{11}) Eugen má rád Luciu.

(A_{12}) Aj keď má Lucia z Matematiky (od neho) známku „dostatočný“.

(A_{13}) Známka „dostatočný“ je len iný názov pre E-čko, a podobne „výborný“ značí to isté ako A-čko.

(A_{14}) Lucia má rada Petra.

(A_{15}) Lucia nemá rada Matematiku.

(A_{16}) Eugen sa má rád.

(A_{17}) Všetci študenti majú radi Telocvik.

1.2.3 Sformalizujte nasledujúce výroky ako atomické formuly v *spoločnom* jazyku logiky prvého rádu $\mathcal{L}$. Zapíšte množiny symbolov tohto jazyka a vysvetlite zamýšľaný význam jeho predikátových symbolov. Snažte sa o to aby počet predikátových symbolov bol čo najmenší, nevytvárajte dva symboly s tým istým významom. Vytvorte štruktúru tak, aby výroky skupiny A boli všetky pravdivé a výroky skupiny B všetky nepravdivé.

(A_1) Janka je dievča a Jurko je chlapec.

(A_2) Chlapci a dievčatá sú deti.

(A_3) Ňufko je Jankine zvieratko.

(A_4) Je to myš.

(A_5) Ňufko je veľký. Je väčší než Jurkov škrečok Chrumko.

(A_6) Jurko si Chrumka kúpil sám.

(A_7) Jurko v noci chodí kŕmiť potkana Smraďocha.

(A_8) Smraďoch však v skutočnosti je Ňufko, ktorý v tme vyzerá ako potkan.

(A_9) Všetky deti majú rady zvieratká, ktorá vlastnia, a tiež tie, ktoré kŕmia.

(B_1) Janka sa Smraďocha bojí.

(B_2) Jurko má rád potkany, nebojí sa ich.

(B_3) Ňufko je menší ako Chrumko.

(B_4) Janka má rada Jurka.

(B_5) Ňufko a Chrumko sú deti.

(B_6) Ňufka a Chrumka deťom kúpila ich mama.