
Matematika 4 — Logika pre informatikov

Teoretická úloha 3

Riešenie hodnotenej časti tejto úlohy **odovzdajte** najneskôr v pondelok **9. marca 2020 o 12:20** na prednáške.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na adrese https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh.

Čísla úloh v zátvorkách odkazujú do zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia: <https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/teoreticke/zbierka.pdf>.

Pri riešení niektorých úloh vám môže pomôcť prieskumník štruktúr (<https://fmfi-uk-1-ain-412.github.io/structure-explorer/>).

Cvičenie 3.1. (3.1.1, 3.1.2, 3.1.3; Def. 3.10, tvrdenia 3.11 a 3.12)

- a) Nech \mathcal{L} je jazyk výrokovologickej časti logiky prvého rádu, kde $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \{\text{Jack, Corona}\}$ a $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{\text{pivo}^1, \text{pije}^2\}$. Nech $\mathcal{M} = (D, i)$ je štruktúra pre jazyk \mathcal{L} , kde:

$$\begin{aligned}D &= \{s1, s2, s3, p1, p2\} \\i(\text{Jack}) &= s3, \\i(\text{Corona}) &= p1, \\i(\text{pivo}) &= \{p1, p2\}, \\i(\text{pije}) &= \{(s1, p1), (s2, p1), (s2, p2)\}\end{aligned}$$

Zostrojte výrokovologické ohodnotenie v pre \mathcal{L} zhodné so štruktúrou \mathcal{M} .

- b) Nech \mathcal{L} je jazyk výrokovologickej časti logiky prvého rádu, kde $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \{\text{Andy, Woody}\}$ a $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{\text{hračka}^1, \text{chlapec}^1, \text{hrá_sa}^2\}$. Nech

$$\begin{aligned}v &= \{\text{hračka}(\text{Woody}) \mapsto t, & \text{hračka}(\text{Andy}) \mapsto f, \\& \text{chlapec}(\text{Andy}) \mapsto t, & \text{chlapec}(\text{Woody}) \mapsto f, \\& \text{hrá_sa}(\text{Andy, Woody}) \mapsto t, & \text{hrá_sa}(\text{Woody, Andy}) \mapsto f\}\end{aligned}$$

je čiastočné ohodnotenie predikátových atómov jazyka \mathcal{L} . Zostrojte štruktúru \mathcal{M} zhodnú s v na dom v .

Cvičenie 3.2. (3.2.1, 3.2.2) Majme výrokovologickú teóriu T :

$$T = \left\{ \begin{array}{l} A_1: (\text{tancuje}_s(A, B) \rightarrow (\text{tancuje}_s(A, B) \vee \text{spieva}(A))), \\ A_2: (\neg \text{tancuje}_s(A, B) \vee \neg \text{spieva}(A)), \\ A_3: (\neg \text{spieva}(A) \rightarrow \text{frajer}(A)) \end{array} \right\}.$$

O každej z formúl X_1 – X_3 rozhodnite, či (a) vyplýva z teórie T , (b) je nezávislá od T , alebo (c) ani z nej nevyplýva, ani od nej nie je nezávislá:

(X_1) $(\text{tancuje}_s(A, B) \rightarrow \text{frajer}(A))$,

(X_2) $\neg \text{spieva}(A)$,

(X_3) $(\text{spieva}(A) \rightarrow \text{tancuje}_s(A, B))$.

Cvičenie 3.3. (3.2.3, 3.2.2) Inšpektor Scotland Yardu Nick Fishtrawn predviedol troch podozrivých z krádeže klenotov v obchodnom dome Harrods: Daviesa, Milesa a Roberta. Inšpektor vyšetrovaním zistil nasledovné skutočnosti:

(A_1) Miles je určite vinný.

(A_2) Miles nikdy nepracuje sám, je teda vinný, iba ak je vinný aspoň jeden zo zvyšných dvoch podozrivých.


(A_3) Davies vždy pracuje s Robertsom.

(A_4) Roberts sa s Milesom neznáša, vinný je preto nanajvýš jeden z nich.

(A_5) Na lúpeži sa mohli podieľať len títo traja podozriví a nikto iný.

Sformalizujte zistené skutočnosti ako výrokovologickú teóriu T v jazyku výrokovologickej časti logiky prvého rádu s vhodne zvolenými množinami $\mathcal{C}_{\mathcal{L}}$ a $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}$.

S využitím splniteľnosti, vyplývania a nezávislosti rozhodnite o vine a nevine jednotlivých podozrivých, pokiaľ to je možné.

 **Pomôcka.** Formalizáciu tentoraz obmedzte na skutočnosti, ktoré sú postačujúce k vyriešeniu úlohy (teda sústreďte sa na vinu podozrivých, ak je to postačujúce).


Hodnotená časť

Úloha 3.1. (3.2.4, 3.2.2) Inšpektor Nick Fishtrawn rieši ďalší zapeklitý prípad lúpeže. Podozriví sú Addams, Doyle a Harris. Inšpektor zistil nasledovné skutočnosti:

- (A_1) Ak pršalo, určite je vinný Harris.
- (A_2) Naopak, ak nepršalo, vinný je jeden zo zvyšných dvoch podozrivých.
- (A_3) Harris má vždy najviac jedného kumpána.
- (A_4) Addams pracuje, ak je jeho kumpánom Doyle.
- (A_5) Addams pracuje, len ak prší.
- (A_6) Nikto iný nie je podozrivý.

Sformalizujte zistené skutočnosti ako výrokovologickú teóriu T v jazyku výrokovologickej časti logiky prvého rádu s vhodne zvolenými množinami $\mathcal{C}_{\mathcal{L}}$ a $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}$.

S využitím splniteľnosti, vyplývania a nezávislosti rozhodnite o vine a nevine jednotlivých podozrivých, pokiaľ to je možné.

 **Pomôcka.** Pri formalizácii by vám mali stačiť 4 predikátové atómy.