

### 3 Praktikum: Rot-Schwarz-Baum

Sie sind nach wie vor als Systemarchitekt bei Data-Fuse und konnten Ihre Kollegen bereits mit den Programm zur Datenhaltung und -verarbeitung überzeugen. Es hat sich aber herausgestellt, dass ein Binärbaum zur Datenhaltung hier nicht optimal ist. Bei großen Datenmengen kann es zu entarteten Bäumen kommen. Um z.B. die Suche zu optimieren, sollen Sie dies durch die Organisation mittels eines ausgeglichenen Baumes ersetzen. Hierzu wählen Sie einen Rot-Schwarz-Baum mit der Top-Down Einfügemethode.

#### 3.1 Aufgabenstellung

Übernehmen Sie Baum- und Knotenklasse aus dem 2. Praktikum und erweitern Sie die Klassen wie in den UML Diagrammen angegeben (neue Attribute/Methoden in rot).

Beachten Sie ALLE Lösungshinweise und verstehen Sie zunächst wie ein Rot-Schwarz-Baum funktioniert.

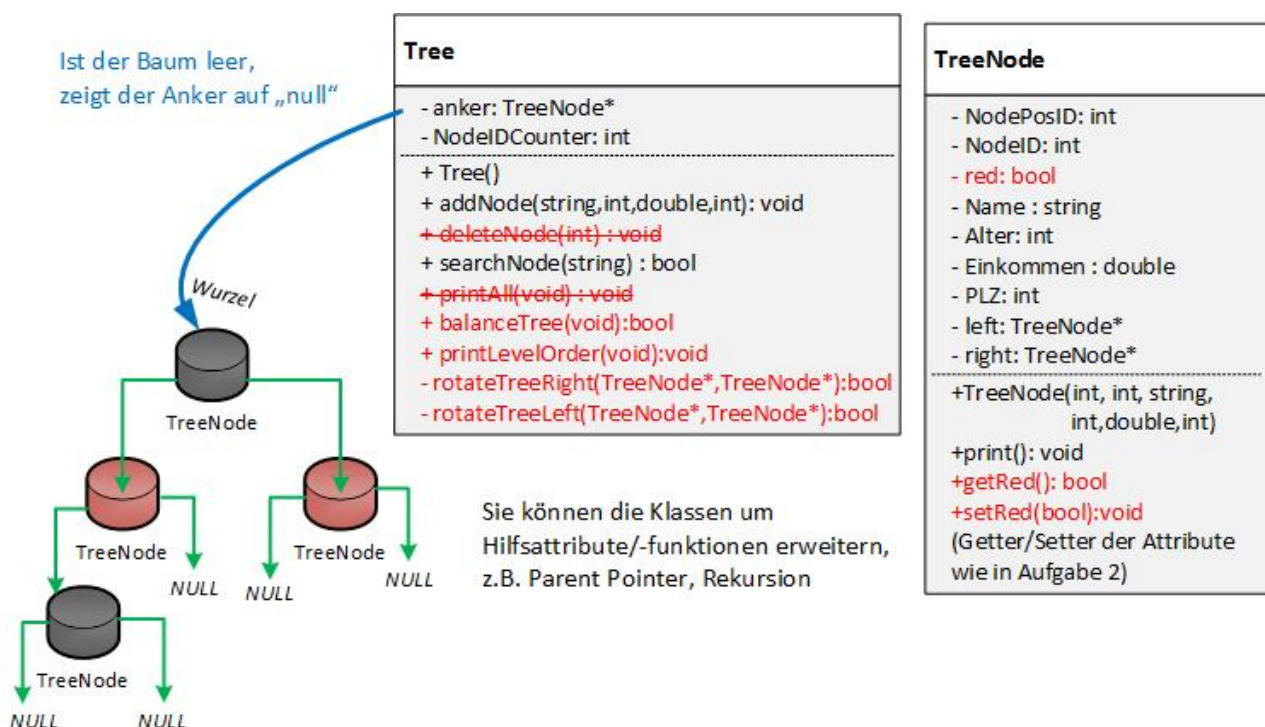


Abbildung 1: Aufbau der Baumstruktur und Erweiterung der Klassen.

Testläufe:

```
1 ===== // Beispiel: Menü der Anwendung
2 Person Analyzer v19.84, by George Orwell
3 1) Datensatz einfuegen, manuell
4 2) Datensatz einfuegen, CSV Datei
5 3) Datensatz löschen
6 4) Suchen
7 5) Ausgabe in Preorder
8 6) Ausgabe in Levelorder
9
10 ?> 1 // Beispiel: manuelles Hinzufügen eines Datensatzes
11
12 + Bitte geben Sie die den Datensatz ein
13 Name ?> Mustermann
14 Alter ?> 1
15 Einkommen ?> 1000.00
16 PLZ ?> 1
17 + Ihr Datensatz wurde eingefügt
18
19
20 [...] // Hier Eingabe weiterer Datensätze
21
22
23 ?> 6 // Beispiel: Anzeigen eines Trees in Levelorder Einträgen
24
25 Ausgabe in Levelorder:
26
27 ID | Name | Alter | Einkommen | PLZ | Pos | Red
28 ---+---+---+---+---+---+---
29 1 | Ritter | 1 | 2000 | 1 | 2002 | 0
30 4 | Schmitt | 1 | 500 | 2 | 503 | 1
31 2 | Kaiser | 1 | 3000 | 1 | 3002 | 0
32 3 | Hans | 1 | 500 | 1 | 502 | 0
33 0 | Mustermann | 1 | 1000 | 1 | 1002 | 0
34 5 | Schmitz | 1 | 400 | 2 | 403 | 1
```

## 3.2 Lösungshinweise

Beachten Sie ALLE Lösungshinweise und verstehen Sie zunächst wie ein Rot-Schwarz-Baum funktioniert.

### 3.2.1 Rot-Schwarz-Baum Kriterien

Die Kriterien eines Rot-Schwarz-Baumes müssen zu jeder Zeit alle erfüllt sein!

1. Jeder Knoten ist entweder rot oder schwarz.
2. Jeder neu einzufügende Blattknoten ist rot.
3. Die Kinder von einem roten Knoten sind schwarz.
4. Es gibt keine zwei aufeinanderfolgende rote Knoten.
5. Kriterium für Ausgeglichenheit:

Für jeden Knoten  $k$  gilt: Jeder Pfad von  $k$  zu einem Blatt enthält die gleiche Anzahl schwarzer Knoten.

6. Die Wurzel ist immer schwarz.

### 3.2.2 Top-Down Einfügen

Beim Top-Down Einfügen werden alle schwarzen Knoten mit 2 roten Nachfolgern umgefärbt. In Abbildung 2 wird dies für den Knoten  $n$  durchgeführt.

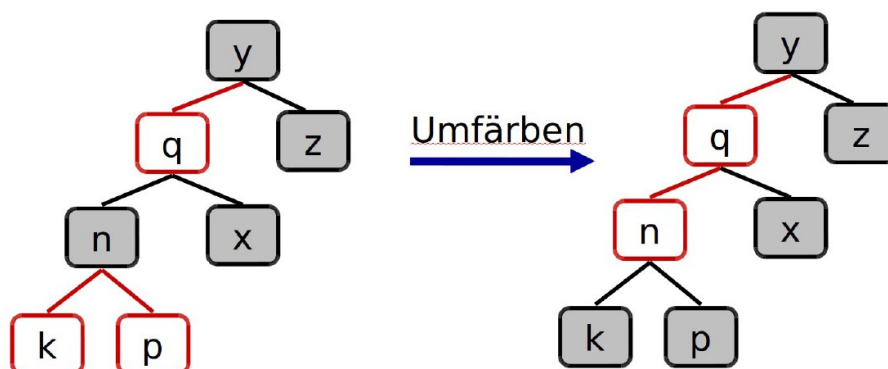


Abbildung 2: Umfärben von Knoten  $(k, n, p)$

Hierbei kann es zu einer Verletzung des 4. Kriteriums von Rot-Schwarz-Bäumen kommen. Dies muss beim Einfügen geprüft und ggf. durch Rotationen behoben werden.

### 3.2.3 Rotationen

Durch Einfügen neuer Knoten oder Umfärben können zwei aufeinander folgende Knoten rot eingefärbt werden. Dies verletzt das 4. Kriterium für einen Rot-Schwarz-Baum und der Baum muss durch Rotationen ausgeglichen werden. Möglich sind Rechts-, Links- oder Doppelrotationen (rechts-links oder links-rechts).

Abbildung 3 zeigt die vier möglichen Rotationen im Überblick.

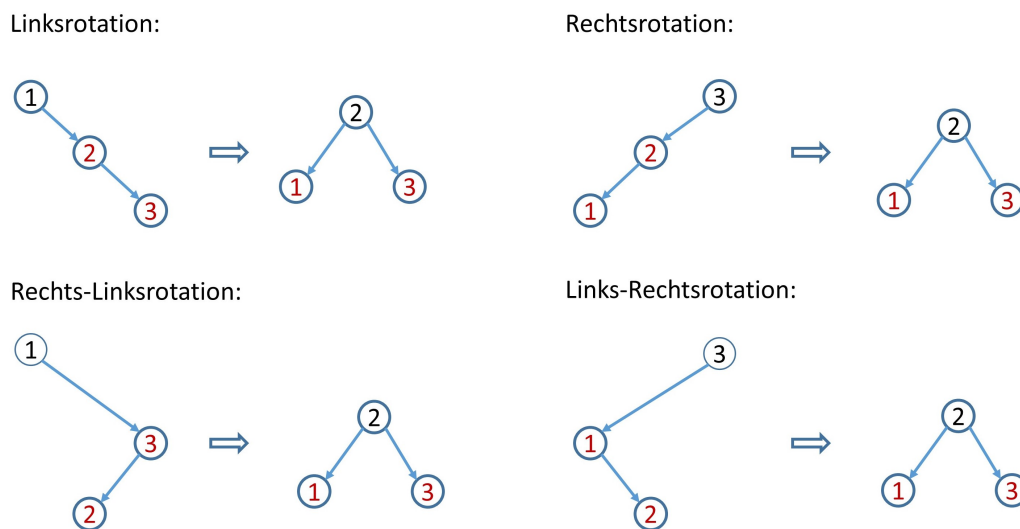


Abbildung 3: Alle vier möglichen Rotationen im Rot-Schwarz-Baum.

Grundsätzlich kann man sich merken:

- Die Richtungen der Knoten geben die Rotationen vor. Damit ist die Verbindung vom Parent zum rechten oder linken Nachfolger gemeint.
- Zeigen beide rote Knoten in die gleiche Richtung, so reicht eine einfache Rotation.
- Zeigen die Knoten in verschiedene Richtungen, so muss mit einer ersten Rotation der untere Knoten an den oberen angeglichen und danach mit einer zweiten Rotation der Baum ausgeglichen werden.

Abbildung 4 zeigt die Knoten 2 und 4 in rot hintereinander. Da Sie nicht aus der gleichen Richtung kommen, muss zunächst eine Linksrotation der Knoten 2 und 4 durchgeführt werden.

Im Anschluss daran wird rechts rotiert, wie in Abbildung 5 zu sehen. Sie zeigt eine Rechtsrotation der Knoten 6 und 4. Nach dieser Rotation sind die Knoten 2 und 6 rot und die Wurzel 4 ist schwarz.

Eine Doppelrotation setzt sich aus diesen beiden Rotationen zusammen. Die Abbildungen 4 und 5 ergeben eine Doppelrotation in links-rechts Reihenfolge.

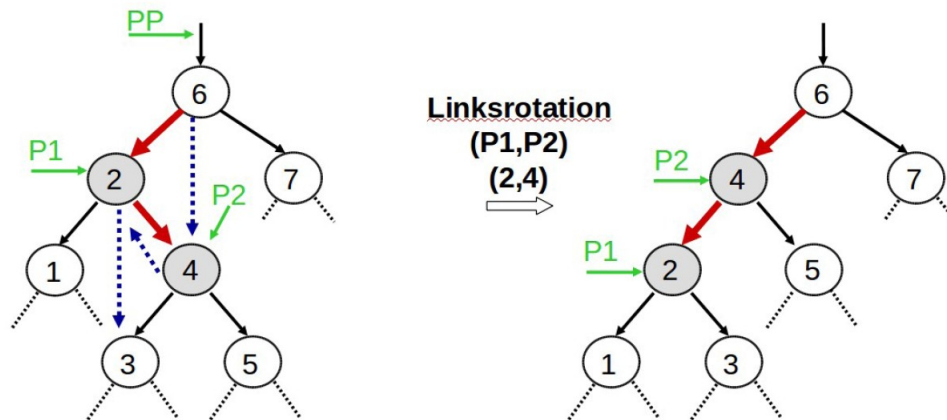


Abbildung 4: Linksrotation der Knoten 2 und 4

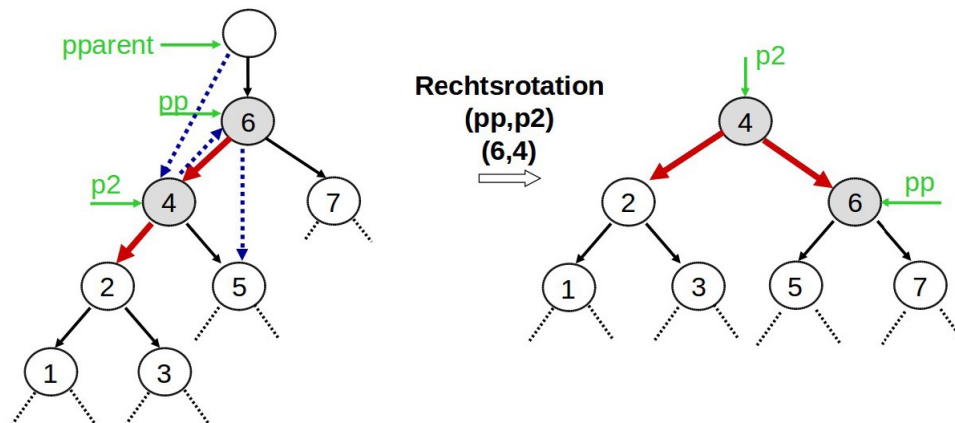


Abbildung 5: Rechtsrotation der Knoten 6 und 4

### 3.2.4 Alte Methoden

Neben den neuen Methoden müssen Sie auch in einigen alten Anpassungen vornehmen. Folgendes muss beachtet werden:

- Beim Einfügen muss geprüft werden, ob ein Knoten umgefärbt werden muss. Anschließend prüfen Sie, ob die Kriterien für einen Rot-Schwarz-Baum noch erfüllt sind. Falls nicht müssen Sie hier eine Rotation anstoßen, noch bevor der neue Knoten eingefügt wurde.
- Beim Einfügen wird das Red-Flag des neuen Knotens grundsätzlich auf *true* gesetzt und der Baum muss auf die Rot-Schwarz-Kriterien geprüft werden.
- Das Löschen von Knoten wird nicht angepasst. Da es in einem Rot-Schwarz-Baum nicht trivial ist, wird dies hier nicht weiter verwendet oder angepasst.
- In der Suche brauchen Sie keine Anpassungen vornehmen.
- Die Unit-Tests sind für diese Aufgabe angepasst worden, ersetzen Sie die Datei durch die neue von Ilias.