Mantık Temelli Modeller El Kitabı VIP

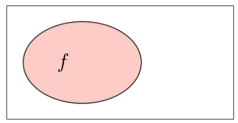
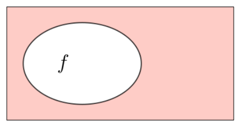
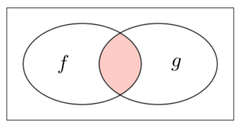
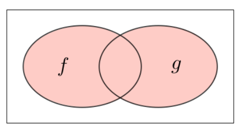
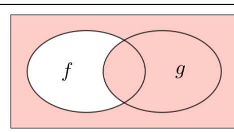
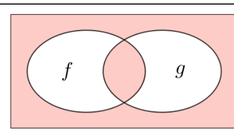
Afshine Amidi ve Shervine Amidi

September 14, 2019

Ayyüce Kızrak ve Başak Buluz tarafından çevrilmiştir

Temeller

❒ **Önerme mantığının sözdizimi** – f,g formülleri ve $\neg,\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow$ bağlayıcılarını belirterek, aşağıdaki mantıksal ifadeleri yazabiliriz:

Adı	Sembol	Anlamı	Gösterim
Doğrulama	f	f	
Dışlayan	$\neg f$	f değil	
Kesişim	$f\wedge g$	f ve g	
Birleşim	$f\vee g$	f veya g	
Implication	$f\rightarrow g$	eğer f'den g çıkarsa	
İki koşullu	$f\leftrightarrow g$	f ve g'nin ortak olduğu bölge	

Not: bu bağlantılar dışında tekrarlayan formüller oluşturulabilir.

❒ **Model** – w modeli, ikili sembollerin önermeli sembollere atanmasını belirtir.

Örnek: $w=\{A:0,B:1,C:0\}$ doğruluk değerleri kümesi, A, B ve C önermeli semboller için olası bir modeldir.

❒ **Yorumlama fonksiyonu** – Yorumlama fonksiyonu $\mathcal{I}(f,w)$, w modelinin f formülüne uygun olup olmadığını gösterir:

$$\boxed{\mathcal{I}(f,w)\in\{0,1\}}$$

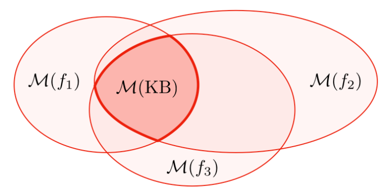
❒ **Modellerin seti** – $\mathcal{M}(f)$, f formülünü sağlayan model setini belirtir. Matematiksel konuşursak, şöyle tanımlarız:

$$\boxed{\forall w\in\mathcal{M}(f),\quad \mathcal{I}(f,w)=1}$$

Bilgi temelli

❒ **Tanım** – Bilgi temeli KB (knowledge base), şu ana kadar düşünülen tüm formüllerin birleşimidir. Bilgi temelinin model kümesi, her formülü karşılayan model dizisinin kesişimidir. Diğer bir deyişle:

$$\boxed{\mathcal{M}(\textrm{KB})=\bigcap_{f\in\textrm{KB}}\mathcal{M}(f)}$$



❒ **Olasılıksal yorumlama** – f sorgusunun 1 olarak değerlendirilmesi olasılığı, f'yi sağlayan bilgi temeli KB'nin w modellerinin oranı olarak görülebilir, yani:

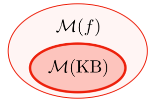
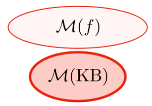
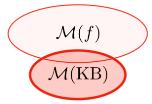
$$\boxed{P(f|\textrm{KB})=\frac{\displaystyle\sum_{w\in\mathcal{M}(\textrm{KB})\cap\mathcal{M}(f)}P(W=w)}{\displaystyle\sum_{w\in\mathcal{M}(\textrm{KB})}P(W=w)}}$$

❒ **Gerçeklenebilirlik** – En az bir modelin tüm kısıtlamaları yerine getirmesi durumunda KB'nin bilgi temelinin gerçeklenebilir olduğu söylenir. Diğer bir deyişle:

$$\boxed{\textrm{KB karşılanabilirlik}\iff\mathcal{M}(\textrm{KB})\neq\varnothing}$$

Not: $\mathcal{M}(KB)$, bilgi temelinin tüm kısıtları ile uyumlu model kümesini belirtir.

❒ **Formüller ve bilgi temeli arasındaki ilişki** – Bilgi temeli KB ile yeni bir formül f arasında aşağıdaki özellikleri tanımlarız:

Adı	Matematiksel formülü	Gösterim	Notlar
KB f içerir	$\mathcal{M}(\text{KB}) \cap \mathcal{M}(f) = \mathcal{M}(\text{KB})$		- f yeni bir bilgi getirmiyor - Ayrıca KB $\models f$ yazıyor
KB f içermez	$\mathcal{M}(\text{KB}) \cap \mathcal{M}(f) = \varnothing$		- Hiçbir model f ekledikten sonra kısıtlamaları yerine getirmiyor - KB $\models \neg f$'ye eşdeğer
f koşullu KB	$\mathcal{M}(\text{KB}) \cap \mathcal{M}(f) \neq \varnothing$ ve $\mathcal{M}(\text{KB}) \cap \mathcal{M}(f) \neq \mathcal{M}(\text{KB})$		- f KB'ye aykırı değil - f KB'ye önemsiz miktarda bilgi ekliyor

❒ **Model denetimi** – Bir model denetimi algoritması, KB'nin bilgi temelini girdi olarak alır ve bunun karşılanabilir olup olmadığını çıkarır.

Not: popüler model kontrol algoritmaları DPLL ve WalkSat'ı içerir.

❒ **Çıkarım kuralı** – $f_1,...,f_k$ ve sonuç g yapısının çıkarım kuralı şöyle yazılmıştır:

$$\boxed{\frac{f_1,...,f_k}{g}}$$

❒ **İleri çıkarım algoritması** – Çıkarım kurallarından Rules, bu algoritma mümkün olan tüm$f_1,...,f_k$'den geçer ve eşleşen bir kural varsa, KB bilgi tabanına g ekler. Bu işlem KB'ye daha fazla ekleme yapılamayana kadar tekrar edilir.

❒ **Türetme** – f'nin KB içerisindeyse veya Rules kurallarını kullanarak ileri çıkarım algoritması sırasında eklenmişse, KB'nin Rules ile f (KB $\vdash f$ yazılır) türettiğini söylüyoruz.

❒ **Çıkarım kurallarının özellikleri** – Çıkarım kurallarının kümesi Rules aşağıdaki özelliklere sahip olabilir:

Adı	Matematiksel formülü	Notlar
Sağlamlık	$\{f : \text{KB} \vdash f\} \subseteq \{f : \text{KB} \models f\}$	- Çıkarılan formüller KB arafından sağlanmıştır - Her defasında bir kural kontrol edilebilir - "*Gerçeğinden başka bir şey yok*"
Tamlık	$\{f : \text{KB} \vdash f\} \supseteq \{f : \text{KB} \models f\}$	-Ya KB 'yi içeren formüller ya bilgi tabanında zaten vardır, ya da ondan çıkarılan değerlerdir - "*Tüm gerçek*"

Önerme mantığı

Bu bölümde, mantıksal formülleri ve çıkarım kurallarını kullanan mantık tabanlı modelleri inceleyeceğiz. Buradaki fikir ifade ve hesaplamanın verimliliğini dengelemektir.

❒ **Horn cümlesi** – $p_1,...,p_k$ ve q önerme sembollerini not ederek, bir Horn cümlesi şu şekildedir (matematiksel mantık ve mantık programlamada, kural gibi özel bir biçime sahip mantıksal formüllere Horn cümlesi denir):

$$\boxed{(p_1 \wedge ... \wedge p_k) \longrightarrow q}$$

Not: q = false olduğunda, "hedeflenen bir cümle" olarak adlandırılır, aksi takdirde "kesin bir cümle" olarak adlandırırız.

❒ **Modus ponens** – $f_1,...,f_k$ ve p önermeli semboller için modus ponens kuralı yazılır:

$$\boxed{\frac{f_1,...,f_k, \quad (f_1 \wedge ... \wedge f_k) \longrightarrow p}{p}}$$

Not: her uygulama tek bir önermeli sembol içeren bir cümle oluşturduğundan, bu kuralın uygulanması doğrusal bir zaman alır.

❒ **Tamlık** – KB'nin sadece Horn cümleleri içerdiğini ve p'nin zorunlu bir teklif sembolü olduğunu varsayalım, Hornus cümlelerine göre modus ponenleri tamamlanmıştır. Modus ponens uygulanması daha sonra p'yi türetir.

❒ **Konjunktif normal form** – Bir konjonktif normal form (CNF, conjunctive normal form) formülü, her bir cümlenin atomik formüllerin bir ayrıntısı olduğu cümle birleşimidir.

Açıklama: başka bir deyişle, CNF'ler $\vee$ ait $\wedge$ bulunmaktadır.

❒ **Eşdeğer temsil** – Önerme mantığındaki her formül eşdeğer bir CNF formülüne yazılabilir. Aşağıdaki tabloda genel dönüşüm özellikleri gösterilmektedir:

Kural adı		Başlangıç	Dönüştürülmüş
Eleme	$\leftrightarrow$	$f \leftrightarrow g$	$(f \rightarrow g) \wedge (g \rightarrow f)$
	$\rightarrow$	$f \rightarrow g$	$\neg f \vee g$
	$\neg\neg$	$\neg\neg f$	f
Dağıtma	$\neg$ üzerine $\wedge$	$\neg(f \wedge g)$	$\neg f \vee \neg g$
	$\neg$ üzerine $\vee$	$\neg(f \vee g)$	$\neg f \wedge \neg g$
	$\vee$ üzerine $\wedge$	$f \vee (g \wedge h)$	$(f \vee g) \wedge (f \vee h)$

❒ **Çözünürlük kuralı** – $f_1,...,f_n$ ve $g_1,...,g_m$ önerme sembolleri için, p, çözümleme kuralı yazılır:

$$\boxed{\frac{f_1 \vee ... \vee f_n \vee p, \quad \neg p \vee g_1 \vee ... \vee g_m}{f_1 \vee ... \vee f_n \vee g_1 \vee ... \vee g_m}}$$

Not: her uygulama, teklif sembollerinin alt kümesine sahip bir cümle oluşturduğundan, bu kuralı uygulamak için üssel olarak zaman alabilir.

❒ **Çözünürlük tabanlı çıkarım** – Çözünürlük tabanlı çıkarım algoritması, aşağıdaki adımları izler:

- Adım 1: Tüm formülleri CNF'ye dönüştürün
- Adım 2: Tekrar tekrar, çözünürlük kuralını uygulayın
- Adım 3: False türetilmişse tatmin edici olmayan dönüş yapın

Birinci dereceden mantık

Buradaki fikir, daha kompakt bilgi sunumları sağlamak için değişkenleri kullanmaktır.

❒ **Model** – Birinci mertebeden mantık haritalarında bir w modeli:

- nesnelere sabit semboller
- nesnelerin dizisini sembolize etmek için tahmin

❒ **Horn cümlesi** – $x_1,...,x_n$ değişkenleri ve $a_1,...,a_k,b$ atomik formüllerine dikkat çekerek, bir boynuz maddesinin birinci derece mantık versiyonu aşağıdaki şekildedir:

$$\boxed{\forall x_1,...,\forall x_n,\quad (a_1\wedge...\wedge a_k)\rightarrow b}$$

❒ **Yer değiştirme** – Bir yerdeğiştirme değişkenleri terimlerle eşler ve $\textrm{Subst}(\theta,f)$ yerdeğiştirme sonucunu f olarak belirtir.

❒ **Birleştirme** – Birleştirme f ve g'nin iki formülünü alır ve onları eşit yapan en genel ikameyi θ verir:

$$\boxed{\textrm{Unify}[f,g]=\theta}\quad\textrm{öyle ki}\quad\boxed{\textrm{Subst}[\theta,f]=\textrm{Subst}[\theta,g]}$$

Not: Unify[f,g] eğer böyle bir θ yoksa Fail döndürür.

❒ **Modus ponens** – $x_1,...,x_n$ değişkenleri, $a_1,...,a_k$ ve $a'_1,...,a'_k$ atomik formüllerine dikkat ederek ve $\theta=\textrm{Unify}(a'_1\wedge...\wedge a'_k,a_1\wedge...\wedge a_k)$ modus ponenlerin birinci dereceden mantık versiyonu yazılabilir:

$$\boxed{\frac{a'_1,...,a'_k\quad\forall x_1,...,\forall x_n(a_1\wedge...\wedge a_k)\rightarrow b}{\textrm{Subst}[\theta,b]}}$$

❒ **Tamlık** – Modus ponens sadece Horn cümleleriyle birinci dereceden mantık için tamamlanmıştır.

❒ **Resolution rule** – $f_1,...,f_n$, $g_1,...,g_m$, p, q formüllerini not ederek ve $\theta=\textrm{Unify}(p,q)$ ifadesini kullanarak, çözümleme kuralının birinci dereceden mantık sürümü yazılabilir:

$$\boxed{\frac{f_1\vee...\vee f_n\vee p,\quad\neg q\vee g_1\vee...\vee g_m}{\textrm{Subst}[\theta,f_1\vee...\vee f_n\vee g_1\vee...\vee g_m]}}$$

❒ **Yarı-karar verilebilirlik** – Birinci dereceden mantık, sadece Horn cümleleriyle sınırlı olsa bile, yarı karar verilebilir eğer:

- $\textrm{KB}\models f$ ise f sonsuz zamanlıdır
- $\textrm{KB}\not\models f$ ise sonsuz zamanlı olabilirliği gösteren algoritma yoktur