

## עבודת גמר קורס אנליזה נומרית תשפ"א

בעבודת הגמר ישנו מאגר בן 36 שאלות, בעל ארבעה (4) חלקים.

אתם נדרשים לפתור **6 שאלות** מתוך המאגר תוך כדי שימוש ביישום מתאים **שאתם כתבתם** – בכל פתרון עליכם להסביר במפורט את מבנה היישום כולל הסבר לקלט ולפלט, כיצד בדקתם את תוצאות הקוד, ולצרף את שורות הקוד.

### אין להשתמש בפונקציה מובנית של השפה!

1. **משימה ראשונה עליכם** לפתח תוכנה (קובץ pdf – בשם "1 - הגרלת השאלות") המשתמשת במספרי תעודות הזהות של כל חברי הקבוצה שמטרתה להגריל אקראית את השאלות שאותם תדרשו לפתור, לפי הדרישה הבאה.

- מתוך שאלות 1-9 עליכם להגריל שאלה אחת (1)
- מתוך שאלות 10-18 עליכם להגריל שתי שאלות (2)
- מתוך שאלות 19-30 עליכם להגריל שתי שאלות (2)
- מתוך שאלות 31-36 עליכם להגריל שאלה אחת (1)

### מבנה המסמך המסכם

1. תוצר עבודת הבית הוא ארבעה (4) מסמכים שאותם יש להגיש לתיבת ההגשה במודל – **אוסף אחד לכל הקבוצה.**

| שם הקובץ                  | פורמט | דרישות   |
|---------------------------|-------|--|
| 1 - הגרלת השאלות          | pdf   | קוד המשתמש במספרי תעודות הזהות של כל חברי הקבוצה שמטרתו להגריל אקראית את השאלות שאותם תדרשו לפתור. יש לצרף אלגוריתם מפורט להגרלה   |
| 2 – עבודה מסכמת קבוצה XXX | pdf   | 1. כל שאלה יש להתחיל בעמוד נפרד<br>2. לתשובה הסופית יש להוסיף 5 אפסים + זמן הפתרון בפורמט ddhhmm<br>לדוגמא, במידה והתוצאה בחישוב היא 12.345 וזמן החישוב היה 14:27 בתאריך 13/6<br>התוצאה הסופית שצריכה להכתב:<br>12.3450000131427<br>3. בשורה ראשונה לכל שאלה יש לציין את ההפניה לכתובת ה-Git של הקוד שכתבתם לטובת השאלה. |
| 3 - נספח                  | pdf   | קבצי קוד שכתבתם  |
| 4 - הפנייה ל-Git          | pdf   | הפניה לכתובת GiT ששם נמצאים כל הקודים.   |

2. את העבודה יש להגיש עד לתאריך 14/6/21 בשעה 11:00
3. את התשובות לשאלות, עליכם לספק באמצעות יישום מתאים.
4. הניקוד לכל שאלה – 16 נק'
5. הניקוד לתוכנית ההגרלה – 4 נק'
6. לא תתקבל תשובה סופית ללא הצגת תוצאות ביניים וללא נוסחאות מלאות, תשובה סופית ללא הצגת תוצאות ביניים תקבל ניקוד 0.
7. כל תוצאה חייבת להתקבל על ידי שתי שיטות לפחות, אלא אם כן צוין אחרת במפורש.
8. ניתן להחליף את אחת השיטות הנדרשות לפתרון הבעיה בשיטה אותה חקרתם בהצגה.
9. בכל גודל מחושב יש להתייחס בדוח על פי מה נקבעה רמת הדיוק (מספר ספרות אחרי הנקודה).
10. כל שאלה יש להתחיל בעמוד נפרד
11. לתשובה הסופית יש להוסיף 5 אפסים + זמן הפתרון בפורמט ddhhmm לדוגמא, במידה והתוצאה בחישוב היא 12.345 וזמן החישוב היה 14:27 בתאריך 13/6 התוצאה הסופית שצריכה להיכתב: 12.34500000131427
12. בשורה ראשונה לכל שאלה יש לציין את ההפניה לכתובת ה-Git של הקוד שכתבתם לטובת השאלה.
13. אין להשתמש בשום פונקציה מובנית של השפה בה השתמשתם
14. שאלות הדורשות שימוש בשיטות איטראטיביות עליכם לצרף את משוואת האיטראציה כל תוצאות הביניים, ותוצאה סופית. תוצאה סופית בלבד אינה מקנה ניקוד כלל. לדוגמא אם בחרתם/נדרשתם להשתמש בשיטת גאוס זיידל, עליכם לצרף את המשוואות האיטראטיביות, את הניחוש הראשוני, את תוצאות הביניים ואת התוצאה הסופית.
15. שאלות הדורשות פיתוח נוסחת קירוב, עליכם לצרף את הנוסחה הסופית, את תוצרי הביניים (אם יש) ואת התוצאה הסופית. לדוגמא אם בחרתם/נדרשתם להשתמש בקירוב נוויל, יש לצרף את הנוסחה הסופית את תוצרי הביניים ואת התוצאה הסופית
16. שאלות הדורשות שימוש בפיתוח נוסחה עליכם להציג הנוסחה, תוצאות ביניים (אם יש) ואת התוצאה הסופית.
17. הנספח לעבודה צריך לכלול את כל הקודים שהשתמשתם בהם.

**כמובן, תמיד ניתן לפנות אלי דרך המייל**

בהצלחה

## מאגר השאלות

חלק א' (שאלות 1-9) – הגרלה של שאלה 1

### • שאלה מס' 1

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = \frac{\sin(x^2 + 5x + 6)}{2e^{-x}}$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[-3,1]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[0,1]$

### • שאלה מס' 2

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = \frac{\cos(x^2 + 5x + 6)}{2e^{-x}}$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[-1.5,2]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[0,1]$

### • שאלה מס' 3

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = \frac{\cos(2x^3 + 5x^2 - 6)}{2e^{-2x}}$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[1.,1.5]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[0,1]$

### • שאלה מס' 4

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = \frac{\sin(2x^3 + 5x^2 - 6)}{2e^{-2x}}$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[-1,1.5]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[0,1]$

• שאלה מס' 5

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = \frac{\sin(2e^{-2x})}{(2x^3 + 5x^2 - 6)}$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[-1.1, 2]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[-0.5, 0.5]$

• שאלה מס' 6

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = \frac{\cos(2e^{-2x})}{(2x^3 + 5x^2 - 6)}$$

3. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[-1.1, 2]$
4. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[-0.4, 0.4]$

• שאלה מס' 7

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = \frac{\cos(2e^{-2x})}{x^2 + 5x + 6}$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[-1.1, 0]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[-0.4, 0.4]$

• שאלה מס' 8

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = \frac{\sin(2e^{-2x})}{x^2 + 5x + 6}$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[-1., 2]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[-0.4, 0.4]$

• שאלה מס' 9

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = \frac{\sin(x^4 + 5x - 6)}{2e^{-2x+5}}$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[-1.5, 1.5]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[-0.5, 0.5]$

חלק ב' (שאלות 10-18) – הגרלה של שתי שאלות

• שאלה מס' 10

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = (xe^{-x} + \ln(x^2))(2x^3 + 2x^2 - 3x - 5)$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[0, 1.5]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[0.5, 1]$

• שאלה מס' 11

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = (2xe^{-x} + \ln(2x^2))(2x^3 + 2x^2 - 3x - 5)$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[0, 1.5]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[0.5, 1]$

• שאלה מס' 12

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = (2xe^{-x} + \ln(2x^2))(2x^4 + 2x^2 - 3x - 5)$$

3. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[0, 1.5]$
4. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[0.5, 1]$

• שאלה מס' 13

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = (2xe^{-x} + \ln(2x^2))(2x^2 - 3x - 5)$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[0, 3]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[0.5, 1]$

• שאלה מס' 14

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = (xe^{-x^2+5x})(2x^2 - 3x - 5)$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[0, 3]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[0.5, 1]$

• שאלה מס' 15

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = (xe^{-x^2+5x-3})(x^2 + 3x - 5)$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[0, 1.5]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[0.5, 1]$

• שאלה מס' 16

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = (x^2 e^{-x^2+5x-3})(3x - 5)$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[0, 3]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[0.5, 1]$

• שאלה מס' 17

עבור הפונקציה הבאה

$$f(x) = (x^2 e^{-x^2-5x-3})(3x - 1)$$

1. מצאו באמצעות שתי שיטות את כל השורשים האמיתיים הנמצאים בקטע  $[0, 1.5]$
2. השתמשו בקירוב סימפסון ובשיטת רומברג למציאת הערך של האינטגרל במקטע  $[0.5, 1]$

• שאלה מס' 18

נתונה המשוואה  $f(x) = -x^3 + x^2 + x + 1$  וידוע שקיים שורש  $\alpha$  בקטע  $[1.6, 2]$

מוצעות שלוש שיטות איטרציה מהצורה  $x_n = g(x_{n-1})$  והן :

$$1. \quad g(x) = x^3 - x^2 - 1$$

$$2. \quad g(x) = \sqrt[3]{x^2 + x + 1}$$

$$3. \quad g(x) = \frac{1}{-x^2 + x + 1}$$

א. איזו מבין השיטות הנ"ל מתכנסת ל- $\alpha$  לכל  $x_0 \in [1.6, 2]$

ב. באמצעות השיטה המתכנסת מסעיף א' מצאו את  $\alpha$

• שאלה מס' 19

פתרו את המטריצה הבאה בשתי שיטות במקביל והשוו תוצאות

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

• שאלה מס' 20

פתרו את המטריצה הבאה בשתי שיטות במקביל והשוו תוצאות

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 10 \\ 10 & 8 & 1 \\ 4 & 10 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

• שאלה מס' 21

פתרו את המטריצה הבאה בשתי דרכים והשוו בין התוצאות

$$\begin{pmatrix} 10 & 8 & 1 \\ 4 & 10 & -5 \\ 5 & 1 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ 1.5 \end{pmatrix}$$

• שאלה מס' 22

פתרו את המטריצה הבאה בשתי דרכים והשוו בין התוצאות

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 5 \\ 4 & -1 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$$

• שאלה מס' 23

פתרו את המטריצה הבאה בשתי דרכים והשוו בין התוצאות

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

• שאלה מס' 24

פתרו את המטריצה הבאה בשתי דרכים והשוו בין התוצאות

$$\begin{pmatrix} 0.04 & 0.01 & -0.01 \\ 0.2 & 0.5 & -0.2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.06 \\ 0.3 \\ 11 \end{pmatrix}$$

• שאלה מס' 25

פתרו את המטריצה הבאה בשתי דרכים והשוו בין התוצאות

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

• שאלה מס' 26

פתרו את המטריצה הבאה בשתי דרכים והשוו בין התוצאות

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0.5 \\ 1 & -2 & -0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

• שאלה מס' 27

פתרו את המטריצה הבאה בשתי דרכים והשוו בין התוצאות

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$



• שאלה מס' 28

פתרו את המטריצה הבאה בשתי דרכים והשוו בין התוצאות

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

• שאלה מס' 29

פתרו את המטריצה הבאה בשתי דרכים והשוו בין התוצאות

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -0.5 & 1 & -0.25 \\ 1 & -0.5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2 \\ -1.425 \\ 2 \end{pmatrix}$$

• שאלה מס' 30

פתרו את המטריצה הבאה בשתי דרכים והשוו בין התוצאות

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0.5 \\ 1 & -2 & -0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

חלק ד' (שאלות 31-36) – הגרלה של שאלה 1

• שאלה מס' 31

בהינתן הטבלה הבאה, חשבו **בשתי שיטות** את ערך הפונקציה בנקודה  $x = 1.47$

| $x$ | $f(x)$ |
|-----|--------|
| 1.2 | 1.5095 |
| 1.3 | 1.6984 |
| 1.4 | 1.9043 |
| 1.5 | 2.1293 |
| 1.6 | 2.3756 |

• שאלה מס' 32

נתונה הטבלה הבאה :

| $x$  | $F(x)$  |
|------|---------|
| 0.2  | 13.7241 |
| 0.35 | 13.9776 |
| 0.45 | 14.0625 |
| 0.6  | 13.9776 |
| 0.75 | 13.7241 |
| 0.85 | 13.3056 |
| 0.9  | 12.7281 |

העריכו את  $F(0.65)$  באמצעות שתי שיטות אינטרפולציה שונות

• שאלה מס' 33

נתונה הטבלה הבאה :

| $x$  | $F(x)$    |
|------|-----------|
| 0.35 | -213.5991 |
| 0.4  | -204.4416 |
| 0.55 | -194.9375 |
| 0.65 | -185.0256 |
| 0.7  | -174.6711 |
| 0.85 | -163.8656 |
| 0.9  | -152.6271 |

העריכו את  $F(0.75)$  באמצעות שתי שיטות אינטרפולציה שונות

• שאלה מס' 34

נתונה הטבלה הבאה :

| $x$  | $f(x)$   |
|------|----------|
| 2    | 0        |
| 2.25 | 0.112463 |
| 2.3  | 0.167996 |
| 2.7  | 0.222709 |

העריכו את  $f(2.4)$  באמצעות האלגוריתם של נוויל, ובאמצעות אינטרפולציה פולינומיאלית ריבועית.

• שאלה מס' 35

נתונה הטבלה הבאה :

| $x$ | $f(x)$ |
|-----|--------|
| 1.2 | 3.5095 |
| 1.3 | 3.6984 |
| 1.4 | 3.9043 |
| 1.5 | 4.1293 |
| 1.6 | 4.3756 |

העריכו את  $f(1.37)$  באמצעות האלגוריתם של נוויל, ובאמצעות אינטרפולציה פולינומיאלית ריבועית.

• שאלה מס' 36

נתונה הטבלה הבאה :

| $x$ | $f(x)$  |
|-----|---------|
| 6.5 | 2.14451 |
| 6.7 | 2.35585 |
| 7.0 | 2.74748 |
| 8.0 | 5.67127 |

העריכו את  $f(6.9)$  באמצעות האלגוריתם של נוויל ובאמצעות פולינום אינטרפולציה ריבועי על פי לגראנג'