

universidade de aveiro



theoria poiesis praxis

UNIVERSIDADE DE AVEIRO

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

3810-193 AVEIRO

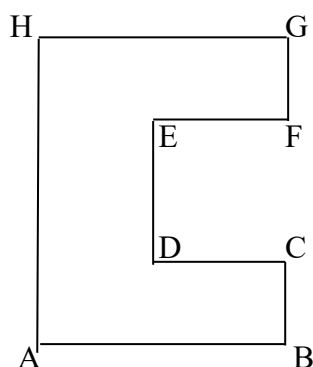
Mecânica e Campo Eletromagnético

Capítulo 1. Fundamentos de Mecânica Clássica

1.4 Dinâmica de um sistema de partículas

1.4 a)

- 1 Pretende-se suspender, por um fio, uma placa com a forma indicada na figura, de modo que fique horizontal. Determinar o ponto por onde se deve suspender e justifique a resposta.



$$AB = GH = 10 \text{ cm}$$

$$BC = CD = EF = FG = 4 \text{ cm}$$

$$AH = 16 \text{ cm}$$

- 2 Uma lâmina retangular homogênea de lados a e $b = 4a$ tem um orifício circular cujo diâmetro é igual a $a/2$. O seu centro está sobre a linha média paralela aos lados b , a meia distância entre o centro da lâmina e um dos lados de comprimento a . Determine o centro de massa.
- 3 Uma partícula, cuja massa é 0,2 kg, move-se ao longo o eixo dos XX com uma velocidade de 0,4 m/s quando colide com outra partícula de massa 0,3 kg que está em repouso. Depois da colisão, a primeira partícula move-se com uma velocidade de 0,2 m/s na direção que faz um ângulo de 40° com o eixo dos XX. Calcule:
- A intensidade e a direção da velocidade da segunda partícula depois da colisão.
 - As variações da velocidade e da quantidade de movimento de cada partícula.
- 4 Dois carros, **A** e **B**, são empurrados um contra o outro. Inicialmente **B** está em repouso, enquanto **A** se move para a direita com uma velocidade de 0,5 m/s. Depois da colisão, **A** volta para trás à velocidade de 0,1 m/s enquanto **B** se move para a direita com uma velocidade de 0,3 m/s. Numa segunda experiência, **A** é sobrecarregado com uma massa de 1 kg e empurrado de encontro a **B** com a velocidade de 0,5 m/s. Depois da colisão, **A** fica em repouso enquanto **B** se move para a direita à velocidade de 0,5 m/s. Determine a massa de cada carro.
- 5 Dois objetos, **A** e **B**, que se movem sem fricção numa linha horizontal, colidem. A quantidade de movimento de **A** no instante t é $\mathbf{P}_A = \mathbf{P}_0 - \mathbf{b}t$, sendo t contado a partir da colisão, e em que \mathbf{P}_0 e \mathbf{b} são constantes. Determine a quantidade de movimento de **B** em função do tempo se:
- B** estiver inicialmente em repouso.
 - a quantidade de movimento inicial de **B** for $-\mathbf{P}_0$.
- 6 Uma arma cuja massa é 0,8 kg dispara uma bala de massa 0,016 kg com uma velocidade de 700 m/s. Calcule a velocidade de recuo da arma.

- 7 Um vagonete com massa de 1,5 kg move-se ao longo da linha à velocidade de 0,2 m/s, até que bate numa trave fixa no final da linha. Qual é a variação de momento linear e a força média exercida no vagonete, se em 0,1 s ela
- ficar em repouso.
 - mudar de direção com uma velocidade de 0,1 m/s ?
 - Discuta a conservação do momento linear na colisão.
- 8 Um pêndulo balístico é constituído por um corpo suspenso dum fio. Um projétil de massa $m_1 = 30$ g penetra no corpo e fica cravado nele. O centro de massa do corpo eleva-se até uma altura $h = 30$ cm. A massa do corpo é $m_2 = 3,0$ kg.
- Deduza uma expressão para a velocidade do projétil em função destes dados.
 - Calcule o valor numérico da velocidade do projétil quando este atinge o corpo.
- 9 Um corpo de massa igual a 5,0 kg colide elasticamente com outro que se encontra inicialmente em repouso e continua a sua trajetória no mesmo sentido. Porém, o valor da velocidade reduz-se a um quinto do valor inicial. Calcule a massa do corpo atingido.
- 10 Duas partículas, uma com o dobro da massa da outra e tendo uma mola comprimida entre elas, são mantidas juntas. A energia armazenada na mola é de 60 J. Qual a energia cinética de cada partícula após elas terem sido soltas?
- 11 A massa m_1 colide frontalmente com a massa m_2 , inicialmente em repouso, numa colisão perfeitamente inelástica.
- Qual é a energia cinética do sistema antes da colisão?
 - Qual é a energia cinética do sistema após a colisão?
 - Que fração da energia cinética original foi convertida em calor?
 - Seja v_c a velocidade inicial do centro de massa do sistema. Observe a colisão de um referencial que se move com o centro de massa, tal que $v_{1i}' = v_{1i} - v_c$ e $v_{2i}' = v_{2i} - v_c$. Repita as alíneas a), b) e c) para um observador situado no referencial do centro de massa.
- 12 Duas bolas, **A** e **B**, tendo massas diferentes e desconhecidas, colidem. **A** está inicialmente em repouso, quando **B** tem uma velocidade v . Após a colisão, **B** passa a ter uma velocidade $v/2$ e desloca-se fazendo um ângulo reto com a direção do seu movimento inicial.
- Determine a direção em que a bola **A** se desloca após a colisão.
 - A velocidade de **A** pode determinar-se a partir do enunciado? Porquê?
- 13 Um certo núcleo, em repouso, desintegra-se em três partículas. Duas delas têm massas e velocidades respetivamente $m_1 = 17 \times 10^{-27}$ kg, $v_1 = 6,0 \times 10^6$ m/s, e $m_2 = 8,0 \times 10^{-27}$ kg e $v_2 = 8,0 \times 10^6$ m/s. As duas velocidades fazem um ângulo de 90° entre si.
- Calcule o momento linear da terceira partícula, sabendo que ela tem uma massa de 12×10^{-27} kg.
 - Qual é o valor da variação de energia cinética nesta reação?

- 14** Uma bala de 20 g, movendo-se com velocidade v , fica cravada num bloco de massa 980 g. O bloco está ligado a uma mola ($K=1000 \text{ N/m}$) que sofre uma compressão de 10 cm. Calcule:
- A velocidade final do conjunto bloco/bala.
 - A velocidade inicial da bala.
 - A energia cinética perdida na colisão.
- 15** Um camião de 7,5 toneladas que viaja com uma velocidade de 65 km/h na direção leste-oeste, choca com um automóvel de 1100 kg que se movia de norte para sul à velocidade de 93 km/h. Devido à violência do choque, os dois veículos ficam enfaixados um no outro.
- Com que velocidade e em que direção se movem os dois veículos após o choque?
 - Qual é o valor da energia dissipada na colisão?
- 16** Uma granada que se move horizontalmente com velocidade igual a 8 km/s relativamente à Terra, explode fragmentando-se em três fragmentos iguais. Um deles continua a mover-se horizontalmente com velocidade igual a 16 km/s, outro move-se para cima segundo um ângulo de 45° e o terceiro move-se segundo um ângulo de 45° para baixo da horizontal. Calcule as velocidades do segundo e terceiro fragmentos.

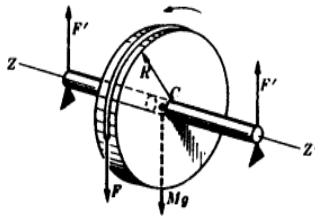
Soluções 1.4 a) (grandezas vetoriais a negrito)

1. $4,25 \hat{i} + 8,00 \hat{j}$ (cm) (origem do referencial - ponto A). Qualquer ponto da reta paralela a g e que passe pelo centro de massa.
2. $2,05 \hat{i} + a/2 \hat{j}$. Origem do referencial no vértice do retângulo do lado do orifício circular.
3. a) $v_2 = 0,19$ m/s; $a = 27,5^\circ$ com o eixo dos x ; b) $\Delta \mathbf{v}_1 = -0,25 \hat{i} + 0,3 \hat{j}$ m/s; $\Delta \mathbf{v}_2 = 0,17 \hat{i} - 0,09 \hat{j}$ m/s; $\Delta \mathbf{p}_1 = -0,05 \hat{i} + 0,026 \hat{j}$ kgm/s; $\Delta \mathbf{p}_2 = 0,05 \hat{i} - 0,027 \hat{j}$ kgm/s.
4. $m_A = 1$ kg ; $m_B = 2$ kg.
5. a) $P_B = bt$; b) $P_B = -P_o + bt$.
6. $\mathbf{v}_1 = -14 \hat{i}$ m/s.
7. a) $\Delta \vec{p} = -0,3 \hat{i}$ kgm/s, $F = -3$ N; b) $\Delta \vec{p} = -0,45$ kgm/s \hat{i} , $\vec{F} = -4,5 \hat{i}$ N.
8. a) $v = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$ (m/s); b) $v = 245$ m/s.
9. 3,33 kg.
10. 20 J para a partícula de maior massa e 40 J para a outra.
11. a) $m_1 v_{1i}^2/2$; b) $m_1^2 v_{1i}^2 / [2(m_1 + m_2)]$; c) $m_2 / (m_1 + m_2)$; d) $m_1 m_2 v_{1i}^2 / 2(m_1 + m_2)$, zero; 1.
12. S $63,4^\circ$ E; Não.
13. a) $(-1,0 \hat{i} - 0,64 \hat{j}) \times (10^{-19})$ kgm/s; b) $1,1 \times 10^{-12}$ J.
14. a) 3,16 m/s; b) 158 m/s; c) 245 J.
15. a) 48,9 km/h, N 55° W ; b) $0,8 \times 10^6$ J.
16. $v_2 = v_3 = 5,66$ km/s.

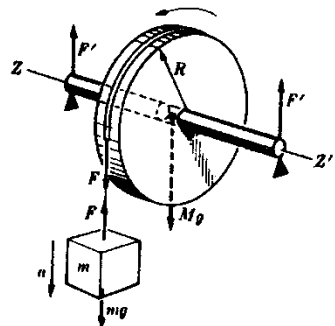
1.4 b)

- 1 Uma haste de massa desprezável e com 1m de comprimento sustém cinco corpos de 1 kg colocados ao longo dela e equidistantes. Calcule o momento de inércia do sistema relativamente a um eixo perpendicular à haste e que passe
 - a) por uma extremidade
 - b) pela segunda massa
 - c) pelo centro de massa.
 - d) Calcule o raio de giração para cada caso.
 - e) Verifique o teorema de Steiner.
- 2 Resolva o problema anterior para uma haste de massa igual a 0,20 kg.
- 3 Calcule o momento de inércia da molécula de CO₂, relativamente a um eixo que passe através do centro de massa da molécula., sabendo que a molécula é linear e tem o átomo de carbono no centro. A distância da ligação C - O tem o valor de $1,13 \times 10^{-10}$ m.
- 4 Duas crianças, com 25 kg, estão sentadas nas extremidades de uma prancha de 2,6 m de comprimento e de 10 kg de massa. A prancha gira com velocidade de cinco rotações por minuto, em torno de um eixo que passa pelo seu centro.
 - a) Se cada uma das crianças se sentar 60 cm mais à frente, em direção ao centro, como se altera a velocidade angular do sistema?
 - b) E como varia a energia cinética do sistema?
- 5 Calcule o momento de inércia de uma barra homogênea e estreita em relação a um eixo perpendicular à barra, que passe: a) por uma extremidade desta; b) pelo seu centro.
- 6 Uma roda, em rotação, está submetida a um momento de força de 10 N.m, por causa do atrito com o eixo de rotação. A roda tem um raio de 0,6 m, massa de 100 kg e a sua velocidade angular é de 175 rad.s⁻¹. Quanto tempo demora a parar?
- 7 O raio e a massa de uma moeda são 1 cm e 5 g, respetivamente. A moeda rola num plano inclinado com uma velocidade de seis rotações por segundo. Determine:
 - a) a sua energia cinética de rotação
 - b) a sua energia cinética de translação
 - c) a sua energia cinética total.
- 8 Calcule o momento de inércia de um retângulo em relação a um dos lados.
- 9 Calcule o momento de inércia de um retângulo em relação a um eixo de simetria.
- 10 Calcule o momento de inércia de um retângulo em relação a um eixo perpendicular ao plano do mesmo.
- 11 Determine o momento de inércia de um cilindro em relação:
 - a) a um eixo de simetria
 - b) a uma geratriz.

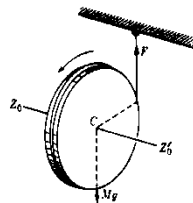
- 12 Calcule o momento de inércia de uma esfera em relação a um diâmetro.
- 13 Uma esfera, um cilindro e um anel, com o mesmo raio e a mesma massa, rolam num plano inclinado, a partir da altura y_0 . Determine, para cada caso, a velocidade de chegada à base do plano.
- 14 Um disco, de raio 0,5 m e massa 20 kg, pode rodar livremente em torno de um eixo que passa através do seu centro. A corda que passa na periferia do disco tem aplicada uma força de 9,8 N. Calcule a aceleração do disco e a sua velocidade angular, após 2s.



- 15 Calcule a aceleração angular do sistema ilustrado na figura, para um corpo cuja massa é de 1 kg. Os dados do disco são os mesmos do problema anterior. O eixo dos ZZ' é fixo e é um eixo principal.



- 16 Calcule a aceleração angular de um iô-iô, sabendo que o disco tem as mesmas características do disco do problema anterior. Determine também a aceleração do seu centro de massa.

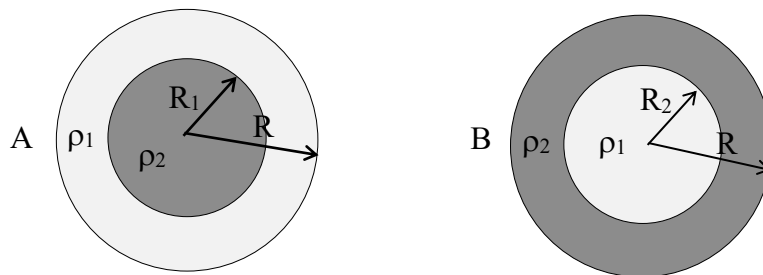


- 17 Um homem está em pé, no centro de uma mesa giratória sem atrito, e mantém os braços estendidos horizontalmente, segurando uma massa de 5,0 kg em cada mão. A mesa é posta em rotação por um agente exterior, com uma velocidade angular de uma rotação em 2,0 s.

- a) Determine o valor da velocidade angular após o homem deixar cair os braços ao longo do corpo.
- b) Considere o momento de inércia do homem constante e igual a $5,0 \text{ kg.m}^2$.
- c) A distância original das massas ao eixo de rotação é 90 cm e a final é 15 cm .

18 Considere dois cilindros A e B, com a mesma altura e raio. Ambos são constituídos por dois materiais diferentes, de massas volúmicas ρ_1 e ρ_2 .

- a) Determine a relação entre R_1 , R_2 e R , quando as massas dos cilindros são iguais, $M_A = M_B$.

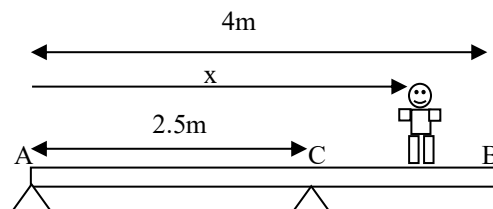


- b) Calcule os momentos de inércia, I_A e I_B , respectivamente, quando $M_A = M_B$.
- b) Determine a relação entre R_1 , R_2 e R , de modo que $I_A - I_B$ seja máxima.
- c) Se $\rho_1 < \rho_2$, qual dos cilindros apresenta maior momento de inércia?
- d) Considere um cilindro que, a partir do repouso, rola num plano inclinado, sem escorregar. A equação dos espaços é dada por,

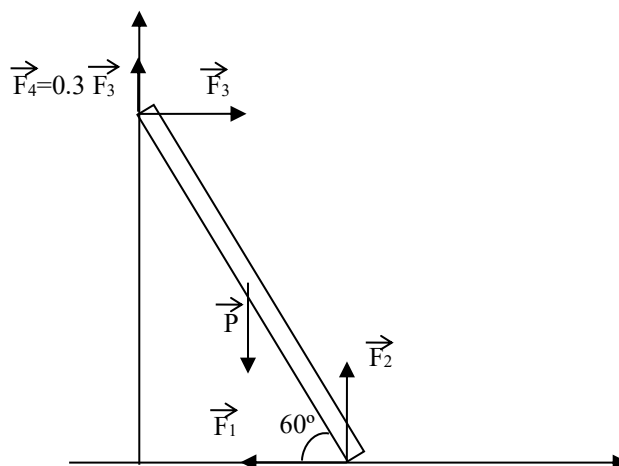
$$S = \frac{Mgt^2 \sin \alpha}{2 \left(M + \frac{1}{R^2} \right)}, \text{ sendo } \alpha \text{ a inclinação do plano.}$$

- e) Mostre, usando as relações obtidas em a) e em c), que a diferença ($s_A - s_B$) entre os espaços percorridos pelos cilindros, num mesmo intervalo de tempo, é tanto maior quanto maior for a diferença entre ρ_1 e ρ_2 .

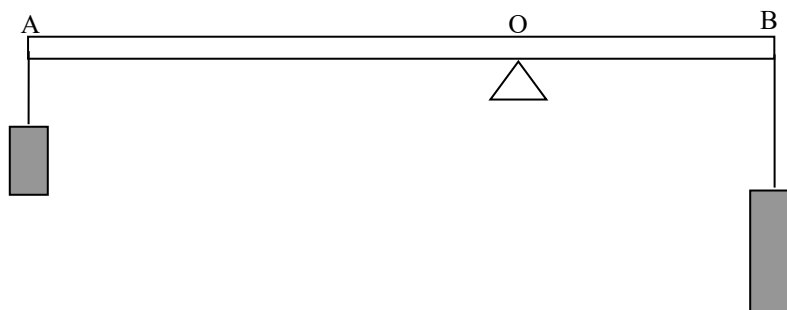
19 Uma barra uniforme AB de 4 m tem massa $m = 50 \text{ kg}$. Existe um ponto fixo C em torno do qual a barra pode rodar. A barra está apoiada no ponto A. Um homem com massa igual a 75 kg anda ao longo da barra partindo de A. Calcule a distância máxima a que o homem pode ir, mantendo o equilíbrio.



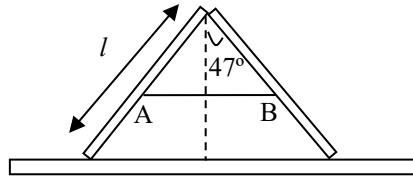
- 20 A figura representa uma escada de massa $m = 40 \text{ kg}$ e as forças que nela atuam. O peso da mesma atua no centro CM. As forças de valor F_1 e $0,3 F_3$ impedem que a escada escorregue e resultam do atrito. As forças de valor F_2 e F_3 são reações normais ao chão e à parede vertical, respectivamente. Determine o valor das forças.



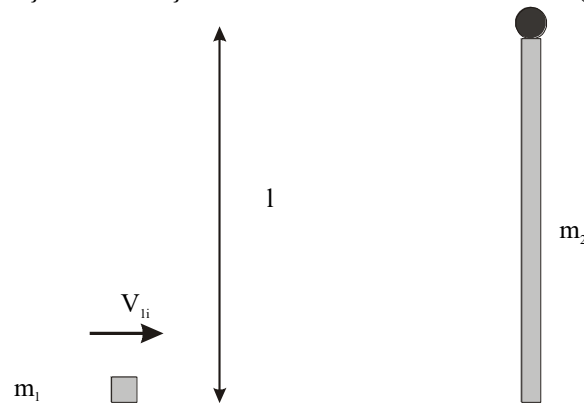
- 21 Uma barra de massa desprezável, de comprimento L está apoiada num ponto O . Em cada extremidade está suspensa uma massa, $m_A = 10 \text{ kg}$ e $m_B = 16 \text{ kg}$.
- A que distância do ponto A deve estar o apoio O ?
 - Qual é a reação no ponto O ?



- 22 Uma escada dupla está apoiada num plano horizontal. As duas escadas estão ligadas por uma corda AB , horizontal. A e B estão ligadas no meio das escadas de comprimento l e de peso 2 N . Sabendo que a tensão máxima suportada pela corda é $1,1 \text{ N}$, verifique se o equilíbrio é possível (despreze o atrito entre a escada e o chão)?



- 23** Uma massa m_1 com uma velocidade V_{li} colide com uma barra, de massa m_2 e de comprimento l m, inicialmente em repouso e fica cravada nela. Exprima a velocidade de rotação em função da velocidade inicial de m_1 ($m = m_1 = m_2$).



- 24** Considere a colisão do problema 23 mas agora o sistema está horizontal sobre numa superfície sem atrito. Devido ao atrito no eixo de rotação da barra, ela é sujeita a um momento τ .
- Calcule a aceleração angular?
 - Calcule a distância percorrida pela extremidade da barra antes de parar.
 - Calcule o deslocamento do centro de massa?
- 25** Considere o pêndulo cônico (Ficha I.1.2: Prob.10). Usando a expressão obtida em d) demonstre que o momento angular da massa é:

$$L = ml^2 \sin^2 \theta \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta}}$$

- 26** Um homem de massa m_H está sobre um mesa circular de raio R e massa m . A mesa pode rodar verticalmente sem atrito. O homem começa a andar com uma velocidade v_H relativamente ao chão (na direção tangencial).
- Qual é a velocidade de rotação da mesa? Qual o sentido de rotação?
 - Qual é o trabalho por ele realizado para pôr a mesa em movimento?

Soluções 1.4 a) (grandezas vetoriais a negrito)

1. a) $1,88 \text{ kg.m}^2$; $0,61 \text{ m}$; b) $0,94 \text{ kg.m}^2$; $0,43 \text{ m}$; c) $0,63 \text{ kg.m}^2$; d) $0,35 \text{ m}$
2. a) $3,75 \text{ kg.m}^2$; $3,162 \text{ m}$; b) $1,875 \text{ kg.m}^2$; $3,162 \text{ m}$; c) $1,25 \text{ kg.m}^2$; $0,353 \text{ m}$
3. $6,79 \times 10^{-46} \text{ kg.m}^2$
4. $1,57 \text{ rad.s}^{-1}$; $24,65 \text{ J}$
5. a) $\frac{1}{3} \text{ ML}^2$; b) $\frac{1}{12} \text{ ML}^2$
6. $5,25 \text{ min}$
7. a) $1,78 \times 10^{-4} \text{ J}$; b) $3,55 \times 10^{-4} \text{ J}$; c) $5,33 \times 10^{-4}$
8. $\frac{1}{3} \text{ Ma}^2$
9. $\frac{1}{12} \text{ Ma}^2$
10. $M \frac{a^2 + b^2}{12}$
11. a) $\frac{1}{2} \text{ MR}^2$; b) $\frac{3}{2} \text{ MR}^2$
12. $\frac{2}{5} \text{ MR}^2$
13. $10/4 \text{ g y}_0$; $4/3 \text{ g y}_0$; g y_0
14. $1,96 \text{ rad.s}^{-2}$; $3,92 \text{ rad.s}^{-1}$
15. $1,8 \text{ rad.s}^{-2}$
16. $13,07 \text{ rad.s}^{-2}$; $6,53 \text{ m.s}^{-2}$
17. $7,88 \text{ rad.s}^{-1}$
18. a) $R^2 = R_1^2 + R_2^2$;
b) $I_a = \frac{1}{2} \pi \rho_1 h R_1^4 + \frac{1}{2} \pi \rho_2 h R_2^4 + \pi \rho_2 h R_1^2 R_2^2$; $I_b = \frac{1}{2} \pi \rho_1 h R_1^4 + \frac{1}{2} \pi \rho_2 h R_2^4 + \pi \rho_1 h R_1^2 R_2^2$
c) $\rho_1 \langle \rho_2 \Rightarrow I_a \rangle I_b$
19. $x = 2,83 \text{ m}$
20. - $F_1 = 96 \text{ N}$; $F_2 = 36 \text{ N}$; $F_3 = 96 \text{ N}$
21. - a) $0,62 \text{ L}$; b) $254,8 \text{ N}$
22. - Não
23. - $\omega = \frac{3}{4l} v$
24. $\alpha = \frac{3\tau}{4ml^2}$; $S = \frac{3mlv^2}{8\tau}$; $S_{CM} = \frac{3}{4} S$
26. a) $\omega_m = \frac{2m_H}{m_m} \frac{v_H}{R}$; b) $W_H = \Delta E_C = \frac{1}{2} m_H v_H^2 + \frac{1}{4} m R^2 \omega_m^2$