Tautologias e contradições

Matemática Discreta

Lógica Proposicional

Lógica Proposicional

Fórmulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusivo

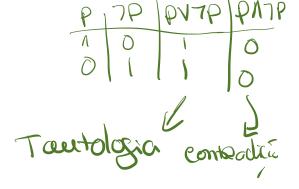
Definição de tautologia e contradição

Uma tautologia é uma fórmula que tem valor lógico 1 qualquer que seja a interpretação.

Uma **contradição** é uma fórmula que tem valor lógico **0** qualquer que seja a interpretação.

Exemplo de tautologia: $p \lor \neg p$

Exemplo de contradição: $p \land \neg p$



Fórmulas válidas, inconsistentes e equivalentes

Matemática Discreta

Lógica Proposiciona

Lógica Proposicional

Formulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusive

Definição [fórmula válida]

Uma fbf diz-se **válida** se é uma tautologia, i.e., se é verdadeira sobre qualquer das suas possíveis interpretações.

Uma fbf diz-se não válida (ou inválida) se não é válida.

Definição [fórmula inconsistente]

Uma fbf diz-se **inconsistente** se é uma contradição, i.e., se é falsa qualquer que seja a interpretação.

Uma fbf diz-se consistente se não é inconsistente.

Fórmulas lógicas equivalentes

Matemática Discreta

Lógica Proposiciona

Lógica Proposicional

Fórmulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusivo

Definição [fórmulas equivalentes]

Duas fórmulas lógicas, $r \in s$, dizem-se **equivalentes** (\equiv) se $r \Leftrightarrow s$ é uma tautologia.

- Duas fórmulas lógicas com as mesmas variáveis são equivalentes quando têm a mesma tabela de verdade.
- Como consequência, podemos afirmar que
 (p ⇒ q) é equivalente a ¬p ∨ q
 conforme decorre das respectivas tabelas de verdade.



Voltando ao exercício 8e)

Matemática Discreta

Lógica Proposicional

Lógica Proposicional

Fórmulas bem formadas (fbf)

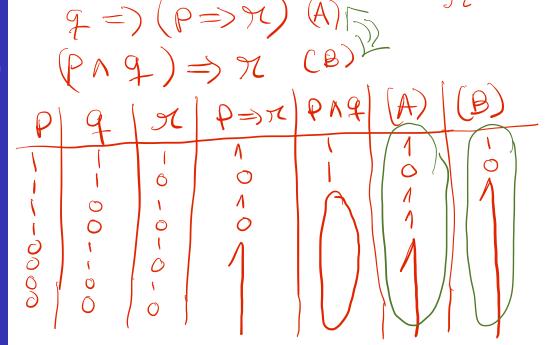
Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusive

(e) Se passar a Matemática Discreta então vou de férias para as Bermudas caso seja responsável.



Comutatividade, leis de De Morgan e associatividade

Matemática Discreta

Lógica Proposicional

Lógica Proposicional

Fórmulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusivo

Comutatividade:

• Leis de De Morgan:

$$\blacksquare$$
 $(\neg(p \land q)) \Leftrightarrow (\neg p \lor \neg q)$

$$(\neg(p \lor q)) \Leftrightarrow (\neg p \land \neg q)$$

Associatividade:

$$((p \land q) \land r) \Leftrightarrow (p \land (q \land r))$$

$$\blacksquare ((p \lor q) \lor r) \Leftrightarrow (p \lor (q \lor r))$$

Idempotência, distributividade, lei da contraposição, lei da dupla negação

Matemática Discreta

Lógica Proposiciona

Lógica Proposiciona

Fórmulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusive

Idempotência:

$$(p \land p) \Leftrightarrow p$$

$$\blacksquare$$
 $(p \lor p) \Leftrightarrow p$

• Distributividade:

$$(p \land (q \lor r)) \Leftrightarrow ((p \land q) \lor (p \land r))$$

$$(p \lor (q \land r)) \Leftrightarrow ((p \lor q) \land (p \lor r))$$

• Lei da contraposição:

$$\boxed{ (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p) }$$

Lei da dupla negação:

$$\neg (\neg p) \Leftrightarrow p$$

Outras propriedades

Matemática Discreta

Lógica Proposicional

Lógica Proposicional

Fórmulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusivo

Seja p uma proposição arbitrária.

$$\blacksquare$$
 $(p \land 1) \Leftrightarrow p$;

$$\blacksquare$$
 $(p \lor 1) \Leftrightarrow 1;$

$$(p \land 0) \Leftrightarrow 0;$$

$$\blacksquare (p \lor 0) \Leftrightarrow p;$$

Modus ponens e modus tollens

Matemática Discreta

Lógica Proposicional

Lógica Proposiciona

Fórmulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e

Propriedades

Inferência

Ou exclusive

Modus ponens:

$$\bullet \overbrace{[p \land (p \Rightarrow q)]} \Rightarrow q$$

Modus tollens:

Outras regras

Matemática Discreta

Lógica Proposicional

Lógica Proposicional

Fórmulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusivo

Adição:

$$\blacksquare p \Rightarrow (p \lor q)$$

2>2>2 V 2<10

Simplificação:

$$(p \land q) \Rightarrow p$$

$$(p \land q) \Rightarrow q$$

Silogismo hipotético:

$$[(p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

(20) N(20<50)

2>2

Folha de exercícios 1

Matemática Discreta

Lógica Proposiciona

Lógica Proposiciona

Fórmulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusiv

- 4. Usando tautologias apropriadas simplifique as proposições:
 - (a) $p \vee [q \wedge (\neg p)];$
 - (b) $\neg[(\neg p) \land (\neg q)];$
 - (c) $[p \land q] \lor [p \land (\neg q)]$.

4 (a)
$$PV[q\Lambda(TP)]$$
 distable

$$= (PVq)\Lambda(PVTP)$$

$$= (PVq)\Lambda\Lambda$$

$$= (PVq)\Lambda\Lambda$$

$$= (PVq)\Lambda\Lambda$$

$$= P\Lambda\Lambda = P$$

$$= P\Lambda [qVTq] = P\Lambda\Lambda = P$$
distable Λ

Utilização do "ou exclusivo" em fórmulas lógicas

Matemática Discreta

Lógica Proposicional

Lógica Proposicional

Fórmulas bem formadas (fbf)

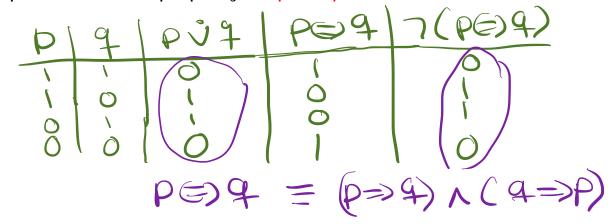
Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusivo

- Para além do conetivo v que se designa também por *ou inclusivo*, por vezes adopta-se o *ou exclusivo* (ou *rejeição*) que se denota por v.
- Este *ou exclusivo* aplicado às proposições p e q produz a proposição $p \lor q$ que significa p ou q, mas não ambos.
- Assim, a proposição p\(\forall q\) é verdadeira quando uma e apenas uma das proposições p ou q é verdadeira.



Folha de exercícios 1

Matemática Discreta

Lógica Proposicional

Lógica Proposicional

Fórmulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusivo

10. Verifique a correcção de cada uma das seguintes deduções:

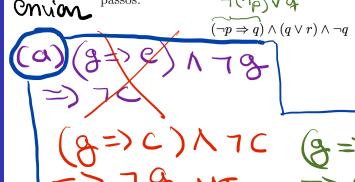
(a) Chove se levo guarda-chuva. Hoje não levo guarda-chuva. Logo, hoje não chove.

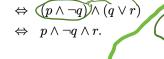
(b) Chove se e só se levo guarda-chuva. Hoje não levo guarda-chuva. Logo, hoje não chove.

(c) Se o mordomo cometeu o crime, então ele vai estar nervoso quando interrogado. O mordomo estava nervoso quando interrogado. Logo, o mordomo cometeu o crime.

(d) r é uma condição suficiente para q. Além disso, verifica-se r ou a negação de p. Logo, se

(f) A simplificação da expressão $(\neg p \Rightarrow q) \land (q \lor r) \land \neg q$ foi feita de acordo com os seguintes passos: $\neg (\neg p) \lor Q$







L = Jan

Resolução (cont.)

Matemática Discreta

Lógica Proposiciona

Lógica Proposicional

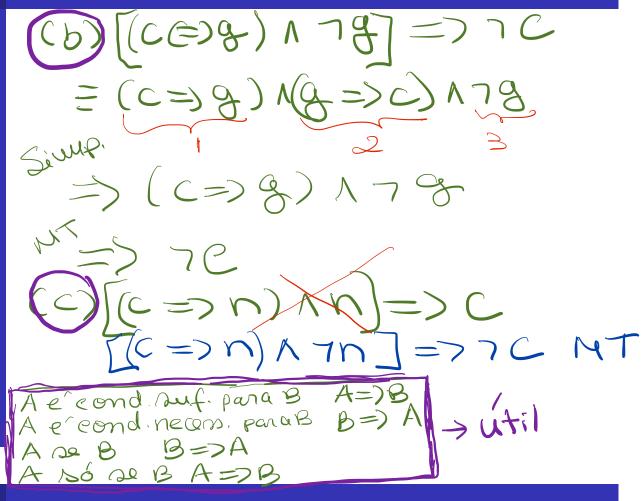
Fórmulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusivo



Folha de exercícios 1

Matemática Discreta

Lógica Proposicional

Lógica Proposiciona

Fórmulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusivo

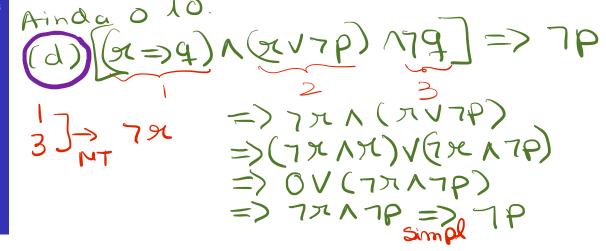
- 11. Cinco amigos têm acessso a uma sala de chat. Admitindo que é conhecida a seguinte informação:
 - O António ou a Berta ou ambos estão na sala de chat
 - O Carlos ou a Dalila mas não ambos estão na sala de chat

Se a Ema está na sola de chat também está o Carlos

A Dalifa e o António estão ambos na sall de chat ou nenhum está

- Se a Berta está na sala de chat então também estão a Ema e o António,

é possível determinar quem está a conversar?



Referências bibliográficas

Matemática Discreta

Lógica Proposicional

Lógica Proposicional

Fórmulas bem formadas (fbf)

Fórmulas válidas e inconsistentes

Propriedades

Inferência

Ou exclusivo

■ Referência bibliográfica principal:

D. M. Cardoso, J. Szymanski e M. Rostami, Matemática Discreta: combinatória, teoria dos grafos e algoritmos, Escolar Editora, 2009.

■ Referência bibliográfica complementar:

N. L. Biggs, *Discrete Mathematics*, Oxford University Press, 2nd Ed. (2002).