



NºMec. _____ Nome: _____

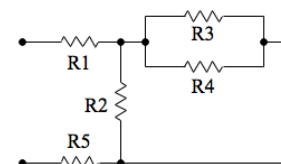
Notas: - O seu teste está numerado no canto superior direito. Assine a folha de presenças na linha com esse nº.

- só é permitida calculadora sem capacidade de comunicação e material de escrita em papel; todo o restante material (incluindo pasta/mochila, portátil/tablet e telemóvel) deve ser depositado na parte baixa do anfiteatro;
- em cada questão só há uma resposta correcta; uma resposta certa vale 1 valor, uma errada desconta 0,2 valores e uma não resposta vale 0 valores; as respostas têm de ser assinaladas com um X na grelha abaixo; mais do que um X por coluna é considerado como resposta errada; as restantes questões valem 2 valores cada.
- duração do teste: 90 minutos, sem tolerância.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
(a)												
(b)												
(c)												
(d)												

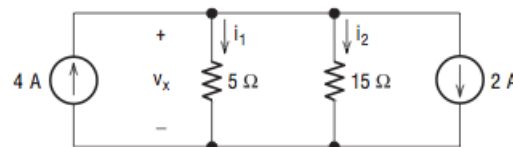
1. no circuito à direita:

- (a) R1 está em série com R2 (b) R1 está em série com R3
(c) R1 está em série com R4 (d) R1 está em série com R5



2. Aplicando sobreposição, i_2 é dada pela soma:

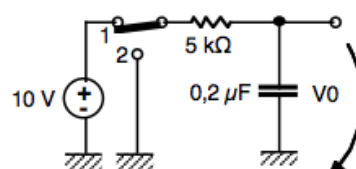
- (a) $3,0 - 1,5 = 1,5A$ (b) $1,0 + 0,5 = 1,5A$
(c) $1,0 - 0,5 = 0,5A$ (d) $-1,0 + 0,5 = -0,5A$



3. Para $t < 0s$ o comutador está na posição 1.

Em $t = 0s$, o comutador muda para a posição 2, ligando a resistência à massa. Ao fim de $500\mu s$:

- (a) $0V < V_0 < 3V$ (b) $3V < V_0 < 5V$
(c) $5V < V_0 < 7V$ (d) $7V < V_0 < 10V$



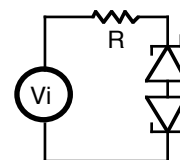
4. Considere uma onda triangular de 500Hz, que varia entre -4V e +6V. Calcule o seu valor médio:

- (a) -2 V (b) -1 V (c) 1 V (d) 2 V

5. No circuito considere $V_\gamma = 0,6V$ e $V_Z = 4,7V$. O valor máximo da corrente é de 7,5 mA quando o sinal de entrada é uma senoide de 500Hz com $8V_{rms}$.

Determine, com uma precisão melhor que $\pm 2\%$, o valor de R:

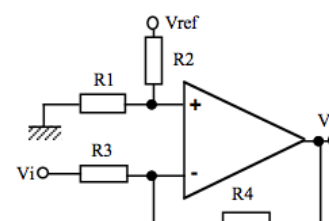
- (a) 360 Ω (b) 800 Ω (c) 880 Ω (d) 1430 Ω



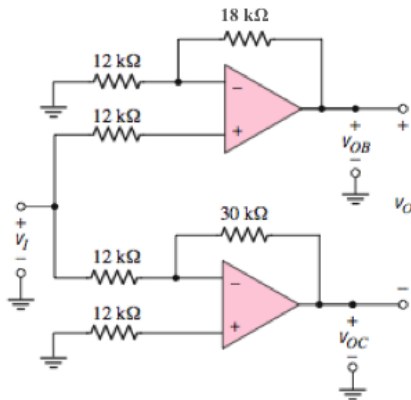
6. Atente nas entradas do OpAmp à direita.

Relacionando V_o com V_i , o circuito é um:

- (a) Amplificador Não Inversor (b) Amplificador Inversor
(c) Comparador sem histerese (d) Comparador com histerese



7. No circuito abaixo atente na definição de v_O ($v_O = v_{OB} - v_{OC}$). O ganho v_O / v_I é dado por:



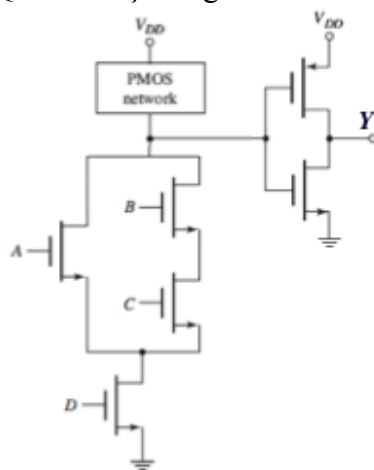
- (a) - 5 (b) 0 (c) 2,5 (d) 5

8. Considere uma ADC de *tracking* de 6 bits e com um valor de fim de escala de 6,3V.

Quando a saída varia de 000100 para 000001, isso corresponde, aproximadamente, a uma variação na entrada de:

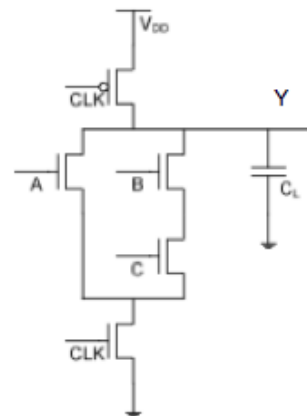
- (a) - 3 V (b) - 0,3 V (c) 0,1 V (d) 0,3 V

9. Qual a função lógica do circuito abaixo?



- (a) $Y = A + B C D$ (b) $Y = \overline{A + B C D}$
(c) $Y = (A + B C) D$ (d) $Y = \overline{(A + B C) D}$

10. Com CLK=0 determine Y:



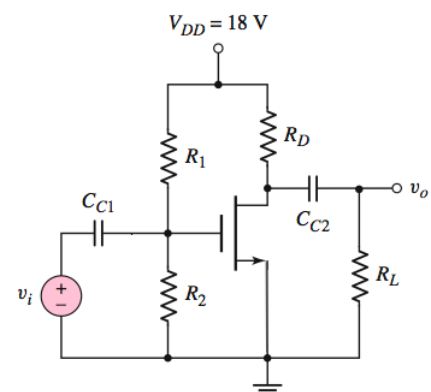
- (a) $Y = A + B C$ (b) $Y = \overline{A + B C}$
(c) $Y = 0$ (d) $Y = 1$

11. Considere: $R_1=15k\Omega$; $R_2=3k\Omega$; $R_D=2k\Omega$; $R_L=6k\Omega$;
e que $V_{to}=1V$; $K=1 \text{ mA/V}^2$.

Considere que os condensadores se comportam como curto-circuitos para pequeno sinal e circuito-abertos para dc.

Calcule a tensão V_{DS} de polarização:

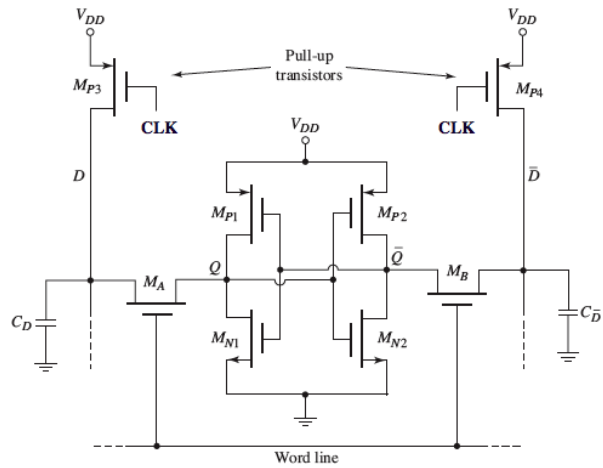
- (a) 6 V (b) 8 V (c) 10 V (d) 12 V



12. Para o circuito anterior, calcule v_O/v_i :

- (a) - 8 (b) - 6 (c) 6 (d) 8

13. O circuito representa uma célula RAM. Os estados 1 a 5 estabelecem-se sequencialmente. Preencha a tabela abaixo com o valor lógico de D, $\sim D$, Q e com o estado (On ou Off) dos transistores.

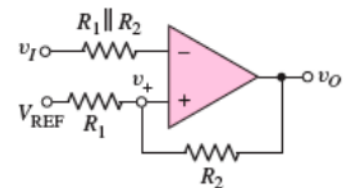


Estado	CLK	WL	D	$\sim D$	Q	MN2	MP1	MP3
1 Read	1	1				On		
2	0	0						
3 Write	1	1	0	1				
4	0	0	—	—	—	—	—	—
5	1	0	—	—	—	—	—	—

14. Considere o comparador à direita, com $R_1=5k\Omega$, $R_2=15k\Omega$ e $V_{REF} = -2V$. O OpAmp satura a $\pm 10V$.

Justificando todos os passos:

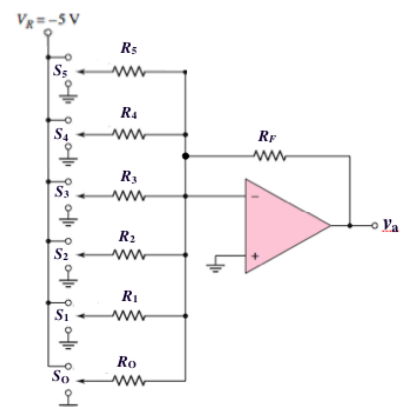
- (a) calcule as tensões de comparação inferior (V_{TL}) e superior (V_{TH}) e desenhe o gráfico de v_O em função de v_I , indicando todos os valores relevantes, quer no eixo v_I , quer no eixo v_O ;
- (b) se v_I for uma onda triangular de 2kHz, entre $\pm 5V$, calcule o valor médio e o *duty-cycle* de v_O .



15. Pretende-se construir uma DAC de 6 bits, com um valor de fim de escala de 10V, sendo $R_4=10k\Omega$ e $V_R=-5V$.

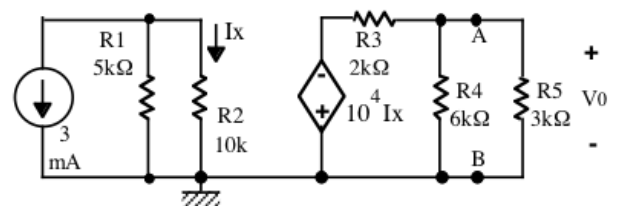
Justificando todos os passos, calcule:

- (a) o valor analógico do LSB;
- (b) o valor de R_5 e de R_0 a R_3 ;
- (c) o valor de R_F (em Ω);
- (d) o valor da corrente em R_F e da tensão v_a , quando a palavra de entrada é 010101.



16. Para o circuito à direita, justificando todos os passos:

- (a) calcule o valor de I_x e de V_0 ;
- (b) obtenha o equivalente de Norton para todo o circuito à esquerda dos pontos AB e desenhe esse equivalente.



$$v = \frac{dw}{dq} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad p(t) = v(t)i(t) \quad w = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \quad \mathbf{V} = \mathbf{R} \times \mathbf{I} \quad \Sigma I_{in} = \Sigma I_{out} \quad \Sigma V = 0$$

$$R_{EQ} = \sum_{n=1}^N R_n$$

$$R_{EQ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_{R2} = V_i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_{R2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_i$$

$$V_{med} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) dt$$

$$V_{ef} = V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t) dt}$$

$$V_{ef} = V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T \quad \tau = RC \quad \tau = L/R$$

$$j^2 = -1$$

$$q_c = C v_c \quad i_c = C \frac{dv_c}{dt}$$

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c dt + v_c(t_0)$$

$$w(t) = \frac{1}{2} C v_c^2(t)$$

$$z = a + j b$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v_L dt + i_L(t_0)$$

$$w(t) = \frac{1}{2} L i_L^2(t)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right)$$

$$v_C(t) = V_i e^{-t/RC}$$

$$v_C(t) = V_s - V_s e^{-t/RC}$$

$$i_L(t) = I_f - I_f e^{-tR/L}$$

$$v_C(t) = V_{final} - (V_{final} - V_{inicial}) e^{-t/RC}$$

$$Z_C = -j \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ$$

$$Z_L = j\omega L = \omega L \angle 90^\circ$$

$$f_B = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$H(f) = \frac{1}{1 + j(f/f_B)}$$

$$H(f) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j(f/f_B)}{1 + j(f/f_B)}$$

$$|H(f)|_{dB} = 20 \log |H(f)|$$

$$V_r = I_{Lmed} T/C$$

$$I_{Lmed} \approx V_{Lmed}/R_L$$

$$V_r = I_{Lmed} T/2C$$

$$i_D = K \left[2(v_{GS} - V_{to})v_{DS} - v_{DS}^2 \right]$$

$$i_D = K_p [2(v_{SG} + V_{TP})v_{SD} - v_{SD}^2]$$

$$i_D = K_p (v_{SG} + V_{TP})^2$$

$$i_D = K (v_{GS} - V_{to})^2$$

$$g_m = 2 K (v_{GS} - V_{to})$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

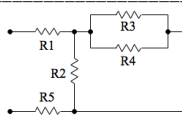
$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$v_{a \max} = (2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^1 + 2^0) \delta v$$

$$= (2^n - 1) \delta v$$

1. No circuito à direita:

- (a) R1 está em série com R2 (b) R1 está em série com R3
(c) R1 está em série com R4 (d) R1 está em série com R5



Resposta: R1 está em série com R5, porque a corrente que as atravessa é a mesma

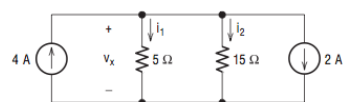
2. Aplicando sobreposição, i_2 é dada pela soma:

Pelo divisor de corrente:

$$i_{2a} = 4 \times 5 / (5+15) = 1,0A$$

$$i_{2b} = -2 \times 5 / (5+15) = -0,5A$$

Resposta: 1,0 - 0,5 = 0,5A



3. Para $t < 0s$ o comutador está na posição 1.

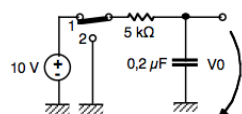
Em $t = 0s$, o comutador muda para a posição 2, ligando a resistência à massa. Ao fim de 500µs, calcule V_0 .

$t < 0s$: C carregou completamente através de 5kΩ até aos 10V, pelo que $V_0 = 10V$.

$t > 0s$: C vai descarregar desde 10V até zero com uma constante de tempo:

$$\tau = RC = 5 \times 10^3 \times 0,2 \times 10^{-6} = 1ms. \quad V_0(500\mu s) = V_0(0) \times e^{-t/\tau} = 10 e^{-0,5} = 6,1V$$

Resposta: $5V < V_0 < 7V$



4. Considere uma onda triangular de 500Hz, que varia entre -4V e +6V. Calcule o seu valor médio.

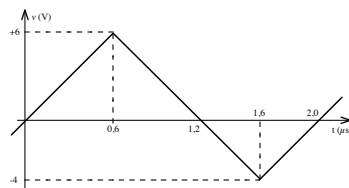
$$T = 1/f = 2ms$$

$$\text{área do triângulo positivo} = 1,2 \times 6/2 = 3,6 \text{ V.ms}$$

$$\text{área do triângulo negativo} = -0,8 \times 4/2 = -1,6 \text{ V.ms}$$

$$\text{Valor médio} = (3,6 - 1,6) / T = 2V.ms/2ms$$

Resposta: 1 V



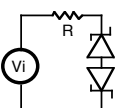
5. No circuito considere $V_\gamma = 0,6V$ e $V_z = 4,7V$. O valor máximo da corrente é de 7,5 mA quando o sinal de entrada é uma senoide de 500Hz com 8Vrms.

Determine, com uma precisão melhor que $\pm 2\%$, o valor de R:

$$V_{ip} = V_{ieff} \times \sqrt{2} = 8 \times \sqrt{2} = 11,3V$$

$$\text{Kirchhoff da malha: } V_{ip} - V_z - V_\gamma = R \times I \rightarrow R = (11,3 - 4,7 - 0,6) / 7,5mA =$$

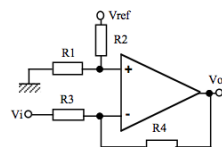
Resposta: $R = 800 \Omega$



6. Atente nas entradas do OpAmp à direita.

Relacionando V_o com V_i , o circuito é um:

Resposta: Amplificador Inversor porque o sinal V_i é aplicado, através de R_3 , à entrada Inversora e porque há realimentação negativa, dado que R_4 liga a saída à entrada Inversora.



7. No circuito atente na definição de v_O ($v_O = v_{OB} - v_{OC}$).

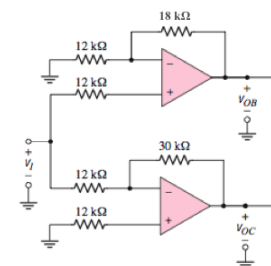
O ganho v_O / v_I é dado por:

$$v_{OB} = [1 + (18k/12k)] v_I = 2,5 v_I$$

$$v_{OC} = - (30k/12k) v_I = -2,5 v_I$$

$$v_O = v_{OB} - v_{OC} = 2,5 v_I - (-2,5 v_I) = 5 v_I$$

Resposta: $v_O / v_I = 5$



8. Considere uma ADC de *tracking* de 6 bits e com um valor de fim de escala de 6,3V.

Quando a saída varia de 000100 para 000001, isso corresponde, aproximadamente, a uma variação na entrada de:

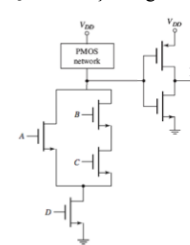
$$v_{a \max} = (2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^1 + 2^0) \delta v$$

$$= (2^n - 1) \delta v$$

$$\delta v = v_{a \max} / 63 = 0,1V$$

$$000100 - 000001 = -3 \rightarrow \text{variação de } v_a = -3 \times \delta v = -0,3V$$

9. Qual a função lógica do circuito abaixo?

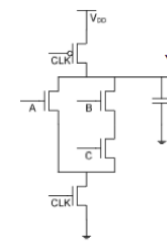


Série = AND Paralelo = OR

9. $[A \text{ // } (B \text{ em série com } C)] \text{ em série com } D$.

Como há um Inversor à saída, é esta a função implementada: **(c) $Y = (A + B \cdot C) \cdot D$**

10. Com $CLK=0$ determine Y:



10. Como $CLK = 0$, o transistor PMOS está "ON" ligando V_{DD} a Y, pelo que $Y = 1$.

11. Considere: $R_1=15k\Omega$; $R_2=3k\Omega$; $R_D=2k\Omega$; $R_L=6k\Omega$;

e que $V_{to}=1V$; $K=1 \text{ mA/V}^2$.

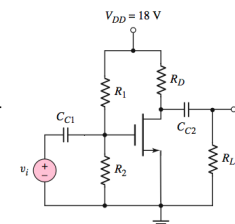
Considere que os condensadores se comportam como curto-circuitos para pequeno sinal e circuito-abertos para dc.

Calcule a tensão V_{DS} de polarização:

$$V_{GS} = V_G = V_{DD} \times R_2 \times (R_1 + R_2) = 18 \times 3k \times (15k + 3k) = 3V$$

$$I_D = K (V_{GS} - V_{to})^2 = 10^{-3} (3 - 1)^2 = 4mA$$

$$V_{DS} = V_{DD} - R_D I_D = 18 - (2 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-3}) \quad \text{Resposta: } V_{DS} = 10V$$



12. Para o circuito anterior, calcule v_O/v_i :

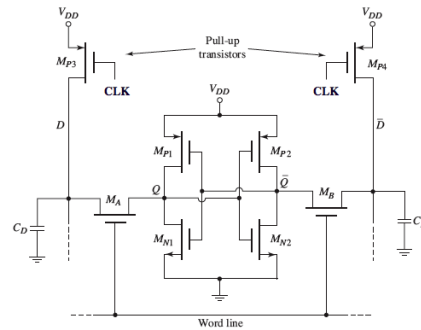
$$g_m = 2K (V_{GS} - V_{to}) = 4\text{mA/V}$$

Com base no modelo equivalente para pequenos sinais temos:

$$v_O = -g_m (R_D // R_L) v_i = -4 \times 10^{-3} \times 1,5 \times 10^3 \times v_i = -6 v_i$$

Resposta: $v_O/v_i = -6$

13. O circuito representa uma célula RAM. Os estados 1 a 5 estabelecem-se sequencialmente. Complete a tabela abaixo com o valor lógico de D, $\sim D$, Q e com o estado (On ou Off) dos transistores.



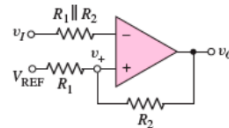
Estado	CLK	WL	D	$\sim D$	Q	MN2	MP1	MP3
1 Read	1	1	1	0	1	On	On	Off
2	0	0	1	1	1	On	On	On
3 Write	1	1	0	1	0	Off	Off	Off
4	0	0	—	—	—	—	—	—
5	1	0	—	1	0	Off	Off	Off

14. Considere o comparador à direita, com $R_1=5\text{k}\Omega$, $R_2=15\text{k}\Omega$ e $V_{REF} = -2\text{V}$. O OpAmp satura a $\pm 10\text{V}$.

Justificando todos os passos:

(a) calcule as tensões de comparação inferior (V_{TL}) e superior (V_{TH}) e desenhe o gráfico de v_O em função de v_I , indicando todos os valores relevantes, quer no eixo v_I , quer no eixo v_O ;

(b) se v_I for uma onda triangular de 2kHz, entre $\pm 5\text{V}$, calcule o valor médio e o *duty-cycle* de v_O .



a) O comparador é inversor porque v_I está ligada à entrada inversora do OpAmp e tem histerese porque existe realimentação positiva, através de R_2 , da saída para a entrada não-inversora. A resistência R_1/R_2 não influencia o comparador porque não provoca qualquer queda de tensão (a corrente na entrada inversora é nula), ou seja, $v_I = v_+$.

Usando, por exemplo, sobreposição, calcula-se a tensão na entrada não-inversora (v_+):

$$v_+ = [V_{REF} R_2 / (R_1 + R_2)] + [v_O R_1 / (R_1 + R_2)] = -2 \times 0,75 + 0,25 v_O = -1,5 + 0,25 v_O$$

Como a realimentação é positiva não há curto-circuito virtual entre as entradas do OpAmp. Mas, o comparador compara quando essas entradas se igualam, ou seja, quando $v_I = v_+$, donde, a tensão à qual é feita a comparação obtém-se quando:

$$v_I = v_+ = -1,5 + 0,25 v_O$$

Como $v_O = \pm 10\text{V}$, ocorrem 2 situações ($v_O = V_H = +10\text{V}$ e $v_O = V_L = -10\text{V}$):

$$V_{TH} = -1,5 + 0,25 \times 10 = +1\text{V} \quad \text{e} \quad V_{TL} = -1,5 - 0,25 \times 10 = -4\text{V}$$

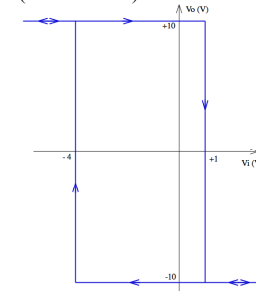
Notas:

- V_H e V_L são medidas ao nível da saída, enquanto que V_{TH} e V_{TL} são medidas ao nível da entrada.

- Como o comparador é inversor:

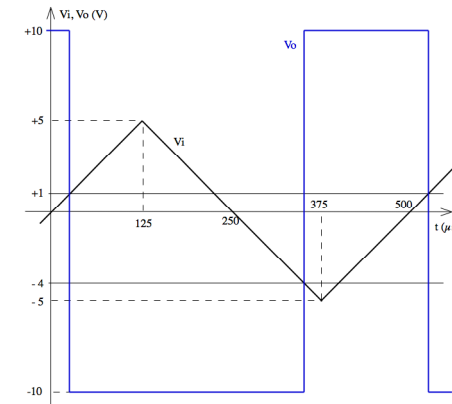
$$\text{quando } v_I < -4\text{V}, v_O = V_H = +10\text{V} \quad \text{e} \quad \text{quando } v_I > +1\text{V}, v_O = V_L = -10\text{V}$$

O gráfico seguinte responde ao resto da alínea, com o cuidado de usar os valores numéricos calculados e explicitar as unidades (neste caso V).



$$b) T = 1/f = 1/2000 = 500\text{ }\mu\text{s}$$

O comportamento do comparador ao longo do tempo é explicitado pela figura seguinte:



Por mera inspeção da figura retira-se:

- v_I desce de $+5\text{V}$ para -5V (total de 10V) em $T/2$ ($250\text{ }\mu\text{s}$). Sendo uma triangular, conclui-se que a taxa de variação de v_I é de $\pm 10\text{V} / 250\text{ }\mu\text{s} = \pm 1\text{V} / 25\text{ }\mu\text{s} \Rightarrow$ Chamemos $K = \pm 25\text{ }\mu\text{s} / \text{V}$

- durante o tempo ON ($v_O = +10\text{V}$), a entrada v_I desce, primeiro, de -4V para -5V e, depois, cresce de -5V até $+1\text{V}$, ou seja, sofre uma variação total (em valor absoluto) de $1+6 = 7\text{V} = \Delta V$.

$$t_{ON} = \Delta V \times K = 7 \times 25 = 175 \mu s \quad \text{e} \quad t_{OFF} = T - t_{ON} = 500 - 175 = 325 \mu s$$

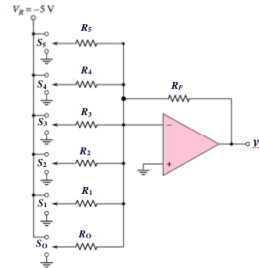
$$\text{O duty-cycle será, então} \quad \delta = t_{ON} / T = 175 / 500 = 0,35 = 35\%$$

$$\text{O valor médio de } v_O: V_{med} = \delta V_H + (1-\delta) V_L = 0,35 \times 10 + 0,65 \times (-10) = -3 \text{ V}$$

15. Pretende-se construir uma DAC de 6 bits, com um valor de fim de escala de 10V, sendo $R_4=10\text{k}\Omega$ e $V_R=-5\text{V}$.

Justificando todos os passos, calcule:

- o valor analógico do LSB;
- o valor de R_5 e de R_0 a R_3 ;
- o valor de R_F (em Ω);
- o valor da corrente em R_F e da tensão v_a , quando a palavra de entrada é 010101.



a)

$$v_{a \max} = (2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^1 + 2^0) \delta v$$

$$= (2^n - 1) \delta v$$

LSB (000001) corresponde ao valor analógico δv .

$$\delta v = v_{a \max} / 63 = 10\text{V} / 63 = 0,159 \text{ V} \approx 0,16 \text{ V (precisão de 0,5 LSB)}$$

b) Raciocinando apenas em valores absolutos, sabe-se que o bit menos significativo (b_0), associado a R_0 , deve provocar a menor corrente, porque a saída deve provocar a menor tensão que é δv . Pela lei de Ohm, rapidamente se conclui que R_0 será a maior das resistências de entrada. Por outro lado, é sabido que cada bit tem o dobro do peso do anterior. Assim,

$$R_0 = 2 R_1 = 4 R_2 = 8 R_3 = 16 R_4 = 32 R_5, \text{ pelo que}$$

$$R_0 = 16 R_4 = 16 \times 10\text{k}\Omega = 160 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 8 R_4 = 80 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 4 R_4 = 40 \text{ k}\Omega \quad R_3 = 2 R_4 = 20 \text{ k}\Omega \quad \text{e} \quad R_5 = R_4 / 2 = 5 \text{ k}\Omega$$

c) Para o LSB (000001) só existe corrente em R_0 e o valor analógico na saída é $\delta v = 0,159 \text{ V}$. Como o amplificador é inversor $v_a = - V_R R_F / R_x = - V_R R_F / R_0 = + 5\text{V} R_F / 160\text{k}\Omega = 0,159$ Donde $R_F = 5088 \Omega$

d) Convertendo $W = 010101$ para decimal obtém-se $16+4+1 = 21 = W_{(10)}$

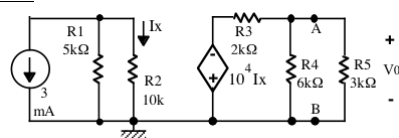
Da expressão usada na alínea a) retiramos que $v_a = \delta v \times W_{(10)} = 0,159 \times 21 = 3,34 \text{ V}$.

Considerando que o sentido da corrente I_{RF} é da direita para a esquerda, vem que

$$I_{RF} = v_a / R_F = 3,34\text{V} / 5088\Omega = 656 \mu\text{A}$$

16. Para o circuito à direita, justificando todos os passos:

- calcule o valor de I_x e de V_0 ;
- obtenha o equivalente de Norton para todo o circuito à esquerda dos pontos AB e desenhe esse equivalente.



a) Como I_i e I_x graficamente têm sentidos contrários, e usando o divisor de corrente, obtém-se:

$$I_x = - I_i R_1 / (R_1 + R_2) = - (3\text{mA}) \times 5\text{k}\Omega / 15\text{k}\Omega = -1 \text{ mA}.$$

A fonte de tensão controlada é $10^4 I_x = -10\text{V}$. Ou seja, a fonte é +10V ficando o + ligado a R_3 .

Designando por $R_{45} = R_4 / R_5 = 2 \text{ k}\Omega$, pelo divisor de tensão temos:

$$V_0 = +10\text{V} \times R_{45} / (R_3 + R_{45}) = +5 \text{ V}$$

b) Como a malha de entrada não se altera, $I_x = -1 \text{ mA}$. Também a fonte dependente continua a ser +10V ficando o + ligado a R_3 .

Para obter I_N , curto-circuita-se A e B, pelo que toda a corrente em R_3 passa pelo curto-circuito.

Então: $I_N = I_{AB} = I_{R3} = +10\text{V} / R_3 = 5 \text{ mA}$.

Para determinar R_N , há que identificar que $10^4 I_x$ é uma fonte de tensão dependente. Para evitar raciocínios mais elaborados, pode-se, simplesmente, determinar V_{AB} (Thévenin) em circuito aberto, já que é conhecido que $R_N = V_{AB} / I_N$.

Como a malha de entrada não se altera $I_x = -1 \text{ mA}$ e a fonte dependente continua a ser +10V ficando o + ligado a R_3 .

Mas, agora, R_5 não existe (circuito aberto), pelo que

$$V_{AB} = +10\text{V} \times R_4 / (R_3 + R_4) = +7.5 \text{ V}$$

$$R_N = V_{AB} / I_N = 7.5\text{V} / 5\text{mA} = 1,5 \text{ k}\Omega$$

Desenhando o modelo, tendo em atenção o sentido representado da corrente I_N :

