



NºMec. _____ Nome: _____

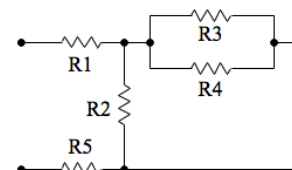
Notas: - O seu teste está numerado no canto superior direito. Assine a folha de presenças na linha com esse nº.

- só é permitida calculadora sem capacidade de comunicação e material de escrita em papel; todo o restante material (incluindo pasta/mochila, portátil/tablet e telemóvel) deve ser depositado na parte baixa do anfiteatro;
- em cada questão só há uma resposta correcta; uma resposta certa vale 1 valor, uma errada desconta 0,2 valores e uma não resposta vale 0 valores; as respostas têm de ser assinaladas com um X na grelha abaixo; mais do que um X por coluna é considerado como resposta errada; as restantes questões valem 2 valores cada.
- duração do teste: 90 minutos.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
(a)												
(b)												
(c)												
(d)												

1. no circuito à direita:

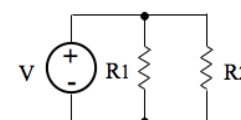
- (a) R2 está em paralelo com R3 (b) R1 está em série com R3
(c) R2 está em série com R4 (d) R1 está em paralelo com R5



2. A potência dissipada em R1 é o dobro da dissipada em R2.

Então verifica-se que:

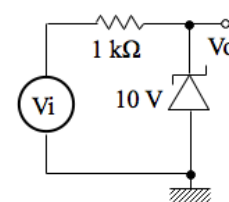
- (a) $R1 = R2 / 4$ (b) $R1 = R2 / 2$ (c) $R1 = 2 R2$ (d) $R1 = 4 R2$



3. Vi é uma onda quadrada com $\pm 15V$ e 5kHz. Considere $V_\gamma = 1V$.

Calcule o valor médio de Vo:

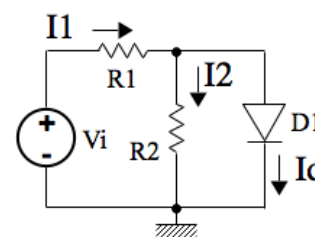
- (a) - 4,5V (b) 0,0V (c) 4,5V (d) 5,0 V



4. No circuito considere $V_\gamma = 0,68V$, $V_i = 10V$, $R1 = R2 = 680\Omega$.

Calcule, aproximadamente, o valor de Id.

- (a) 6,4 mA (b) 7,4 mA (c) 12,7 mA (d) 13,7 mA



5. Considere um circuito rectificador de onda completa em ponte e que $V_\gamma = 0,8V$. A filtragem subsequente garante uma tensão de ripple de 2V. A tensão à entrada do rectificador é de 50Hz e valor eficaz 7,5V. Calcule o valor mínimo da saída filtrada.

- (a) 3,9V (b) 7,0V (c) 8,0V (d) 9,0V

6. Considere uma ADC de contagem com 5 bits, com um valor de fim de escala de 3,10V e um *clock* de 1 MHz. Determine o valor da saída quando à entrada coloca uma tensão de 2,45V.

- (a) 01111 (b) 11000 (c) 11001 (d) 11010

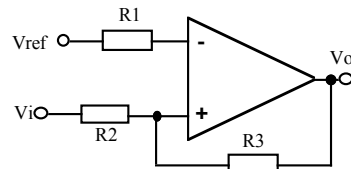
7. Uma DAC de 8 bits apresenta à saída uma tensão de 40mV quando à entrada é aplicado o *byte* 00000100. Qual a tensão de saída para uma entrada 00100000?

- (a) 80mV (b) 160mV (c) 320mV (d) 640mV

8. Atente nas entradas do OpAmp à direita.

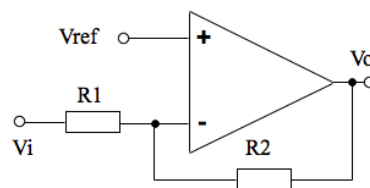
Relacionando V_o com V_i , o circuito é um:

- (a) Amplificador Não Inversor (b) Amplificador Inversor
(c) Comparador sem histerese (d) Comparador com histerese



9. Atente nas entradas do OpAmp à direita. $R_1=R_2=10k\Omega$, $V_{ref} = +1V$. V_i é uma senoide com 4Vpp (pico a pico). Calcule o valor máximo de V_o :

- (a) 0V (b) 2V (c) 4V (d) 6V



10. Atente nas entradas dos OpAmps à direita.

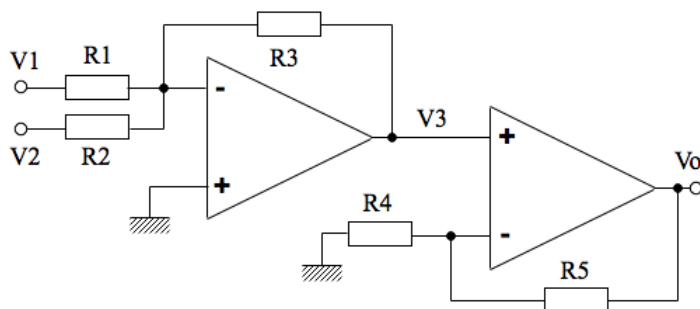
$R_1=10k\Omega$ | $R_2=5k\Omega$ | $R_3=20k\Omega$

$R_4=10k\Omega$ | $R_5=30k\Omega$

$V_1 = -1V$ | $V_2 = +1V$

Calcule V_o :

- (a) - 8 V (b) - 6 V
(c) 0 V (d) + 8 V

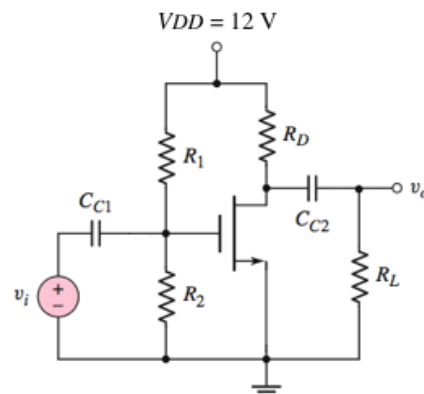


11. Considere: $R_1=12k\Omega$; $R_2= ? k\Omega$; $R_D=1,5k\Omega$; $R_L=3k\Omega$;
e que $V_{to}=3V$; $K=0,5 \text{ mA/V}^2$.

Considere que os condensadores se comportam como curto-circuitos para pequeno sinal e circuito-abertos para dc.

Para obter $I_D = 4,5\text{mA}$, o valor de R_2 é:

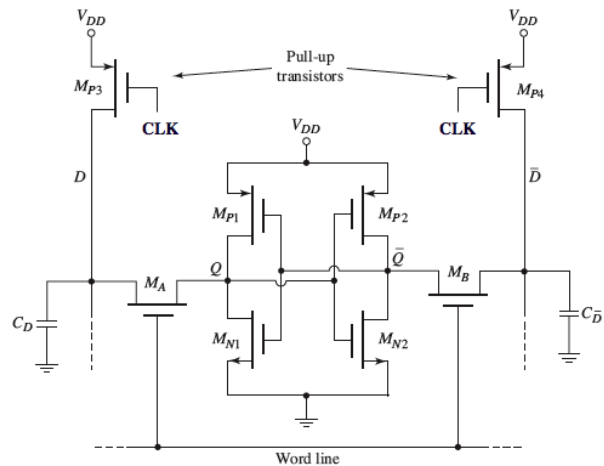
- (a) 3 k Ω (b) 6 k Ω (c) 12 k Ω (d) 24 k Ω



12. No circuito anterior, considerando $g_m=3\text{mA/V}$ e que v_i é um sinal sinusoidal com 200mV, determine a amplitude de v_o e a fase deste em relação a v_i :

- (a) 0,9V / 0° (b) 0,9V / 180° (c) 0,6V / 0° (d) 0,6V / -180°

13. O circuito representa uma célula RAM. Os estados 1 a 5 estabelecem-se sequencialmente. Preencha a tabela abaixo com o valor lógico de D , $\sim D$, Q e $\sim Q$, e com o estado (On ou Off) dos transistores.

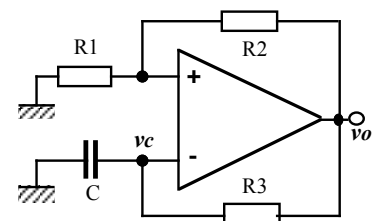


Estado	CLK	WL	D	$\sim D$	Q	$MN2$	$MP1$	$MP3$
1 Read	1	1				Off		
2	0	0						
3 Write	1	1	1	0				
4	0	0	—	—	—	—	—	—
5	1	0	—					

14. Desenhe (incluindo todos os transistores NMOS e PMOS) e explique o funcionamento de:
- um circuito **estático** CMOS que implemente a **negação** da função $Y = A (B + C D)$;
 - um circuito **dinâmico** CMOS que implemente a função $Y = A + B + C D$.

15. O circuito à direita, em que o OpAmp satura a $\pm 10V$, é um oscilador baseado num comparador com histerese.

Repare que V_c se comporta como a entrada (INVERSORA) do comparador e que C carrega e descarrega do mesmo modo que num circuito RC passa-baixo, ou seja,

$$v_c(t) = V_{\text{final}} - (V_{\text{final}} - V_{\text{inicial}}) e^{-t/RC}$$


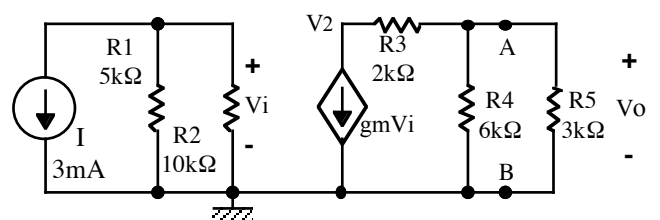
$$R1 = 10k\Omega \mid R2 = 90k\Omega \mid R3 = 10k\Omega \mid C = 1\mu F$$

Justificando todos os passos:

- calcule V_{TH} e V_{TL} e desenhe V_o e V_c , em função do tempo (num mesmo gráfico e incluindo os valores das tensões relevantes);
- calcule a frequência de oscilação e o *duty-cycle* de V_o .

16. Para o circuito à direita, com $g_m = 250\mu A/V$, justificando todos os passos:

- calcule o valor de V_i e de V_o ;
- obtenha o equivalente de Norton para todo o circuito à esquerda dos pontos AB e desenhe esse equivalente.



$$v = \frac{dw}{dq} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad p(t) = v(t)i(t) \quad w = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \quad \mathbf{V} = \mathbf{R} \times \mathbf{I} \quad \Sigma I_{in} = \Sigma I_{out} \quad \Sigma V = 0$$

$$R_{EQ} = \sum_{n=1}^N R_n$$

$$R_{EQ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_{R2} = V_i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_{R2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_i$$

$$V_{med} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) dt$$

$$V_{ef} = V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t) dt}$$

$$V_{ef} = V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T \quad \tau = RC \quad \tau = L/R$$

$$j^2 = -1$$

$$q_c = C v_c \quad i_c = C \frac{dv_c}{dt}$$

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c dt + v_c(t_0)$$

$$w(t) = \frac{1}{2} C v_c^2(t)$$

$$z = a + j b$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v_L dt + i_L(t_0)$$

$$w(t) = \frac{1}{2} L i_L^2(t)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right)$$

$$v_C(t) = V_i e^{-t/RC}$$

$$v_C(t) = V_s - V_s e^{-t/RC}$$

$$i_L(t) = I_f - I_f e^{-tR/L}$$

$$v_C(t) = V_{final} - (V_{final} - V_{inicial}) e^{-t/RC}$$

$$Z_C = -j \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ$$

$$Z_L = j\omega L = \omega L \angle 90^\circ$$

$$f_B = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$H(f) = \frac{1}{1 + j(f/f_B)}$$

$$H(f) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j(f/f_B)}{1 + j(f/f_B)}$$

$$|H(f)|_{dB} = 20 \log |H(f)|$$

$$V_r = I_{Lmed} T/C \quad I_{Lmed} \approx V_{Lmed}/R_L \quad V_r = I_{Lmed} T/2C$$

$$i_D = K \left[2(v_{GS} - V_{to})v_{DS} - v_{DS}^2 \right]$$

$$i_D = K_p [2(v_{SG} + V_{TP})v_{SD} - v_{SD}^2]$$

$$i_D = K_p (v_{SG} + V_{TP})^2$$

$$i_D = K (v_{GS} - V_{to})^2$$

$$g_m = 2 K (v_{GS} - V_{to})$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

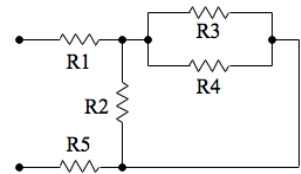
$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$v_{a \max} = (2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^1 + 2^0) \delta v \\ = (2^n - 1) \delta v$$

1. No circuito à direita:

- (a) R2 está em paralelo com R3 (b) R1 está em série com R3
(c) R2 está em série com R4 (d) R1 está em paralelo com R5

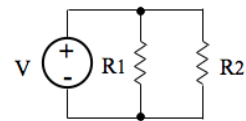
Resposta: R2 está em paralelo com R3.



2. A potência dissipada em R1 é o dobro da dissipada em R2.

Então verifica-se que: $V^2 / R1 = 2 V^2 / R2 \Rightarrow R2 = 2 R1$

Resposta: $R1 = R2 / 2$



3. Vi é uma onda quadrada com $\pm 15V$ e 5kHz. Considere $V_\gamma = 1V$. Calcule o valor médio de Vo:

$$V_i = 15V \Rightarrow V_o = V_Z = 10V$$

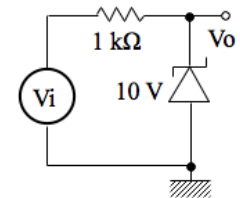
$$V_i = -15V \Rightarrow V_o = V_\gamma = -1V$$

O valor médio é a área do sinal ao longo de um período (T) a dividir por T.

$$V_{med} = (-1V \times t_{off} + 10V \times t_{on}) / T = 9 / 2 = 4,5V$$

Já que $t_{on} = t_{off}$

Resposta: $V_{med} = 4,5V$



4. No circuito considere $V_\gamma = 0,68V$, $V_i = 10V$, $R1 = R2 = 680\Omega$.

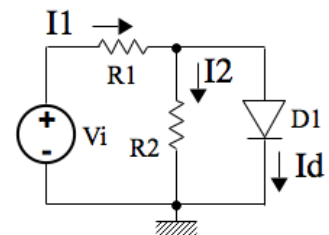
Calcule, aproximadamente, o valor de Id.

$$I1 = I2 + I_d \quad e \quad I_d \geq 0 \quad (V_i \gg V_\gamma)$$

$$I2 = V_\gamma / R2 = 0,68/680 = 1mA$$

$$I1 = (V_i - V_\gamma) / R1 = (10 - 0,68) / 680 = 13,7mA$$

$$I_d = I1 - I2 = 13,7 - 1 = 12,7mA \quad \textbf{Resposta: } I_d = 12,7 \text{ mA}$$



5. Considere um circuito rectificador de onda completa em ponte e que $V_\gamma = 0,8V$. A filtragem subsequente garante uma tensão de ripple de 2V. A tensão à entrada do rectificador é de 50Hz e valor eficaz 7,5V. Calcule o valor mínimo da saída filtrada.

$$V_{ip} = V_{ieff} \times \sqrt{2} = 7,5 \times \sqrt{2} = 10,6V$$

Como o rectificador é completo em ponte, há a considerar a queda de 2 diodos, pelo que $V_{om\acute{a}x} = V_{ip} - 2 V_\gamma = 10,6 - 1,6 = 9V$ e

$$V_{om\acute{in}} = V_{om\acute{a}x} - V_{ripple} = 9 - 2 = 7V$$

Resposta: 7 V

6. Considere uma ADC de contagem com 5 bits, com um valor de fim de escala de 3,10V e um clock de 1 MHz. Determine o valor da saída quando à entrada coloca uma tensão de 2,45V.

$\partial v = v_{amax} / 31 = 0,1V$. Ou seja, desde zero, por cada clock, o contador incrementa uma unidade e a DAC, correspondentemente, acrescenta 0,1V a v_O .

Ao fim de 24 contagens a saída digital é 11000 e $v_O = 2,40V$. Como o comparador é não inversor e v_A ainda é maior que v_O , o comparador força mais um clock ao contador, o qual, por isso, dará como saída final 11001.

Resposta: 11001

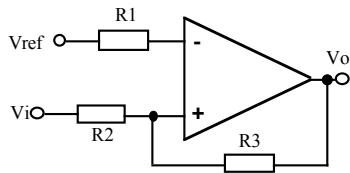
7. Uma DAC de 8 bits apresenta à saída uma tensão de 40mV quando à entrada é aplicado o byte 00000100. Qual a tensão de saída para uma entrada 00100000?

$$00 \ 000 \ 100 = 4_{(10)} \Rightarrow \partial v = 40mV / 4 = 10mV$$

$$00 \ 100 \ 000 = 32_{(10)} \Rightarrow V_o = 32 \partial v = 320mV$$

Resposta: 320mV

8. Atente nas entradas do OpAmp. Relacionando V_o com V_i , o circuito é um:



Comparador com histerese

porque existe realimentação (positiva), via R_3 , da saída para a entrada não-inversora.

9. Atente nas entradas do OpAmp à direita. $R_1=R_2=10k\Omega$, $V_{ref} = +1V$. V_i é uma senoide com $4V_{pp}$ (pico a pico).

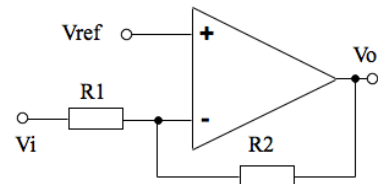
Calcule o valor máximo de V_o :

Para V_i o amplificador é inversor, sendo $V_{imin} = -2V$

$V_+ = V_{ref}$, sendo o amplificador não inversor em relação a V_{ref} .

Aplicando sobreposição, temos: $V_{omax} = V_{ref} [1 + (R_2/R_1)] - V_{imin} R_2/R_1 = 1 \times 2 + 2 \times 1 = 4V$

Resposta: 4 V



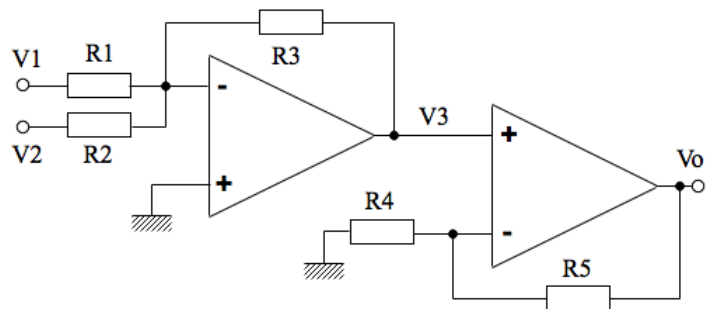
10. Atente nas entradas dos OpAmps.

$R_1=10k\Omega$ | $R_2=5k\Omega$ | $R_3=20k\Omega$

$R_4=10k\Omega$ | $R_5=30k\Omega$

$V_1 = -1V$ | $V_2 = +1V$

Calcule V_o :



$$V_3 = -V_1 (R_3/R_1) - V_2 (R_3/R_2) =$$

$$V_3 = -(-1 \times 2) - 1 \times 4 = -2V$$

$$V_o = V_3 [1 + (R_5/R_4)] = -2 \times 4 = -8V \quad \text{Resposta: } V_o = -8V$$

11. Considere: $R_1=12k\Omega$; $R_2 = ? k\Omega$; $R_D=1,5k\Omega$; $R_L=3k\Omega$;

e que $V_{to}=3V$; $K=0,5 \text{ mA/V}^2$.

Considere que os condensadores se comportam como curto-circuitos para pequeno sinal e circuito-abertos para dc.

Para obter $I_D = 4,5\text{mA}$, o valor de R_2 é:

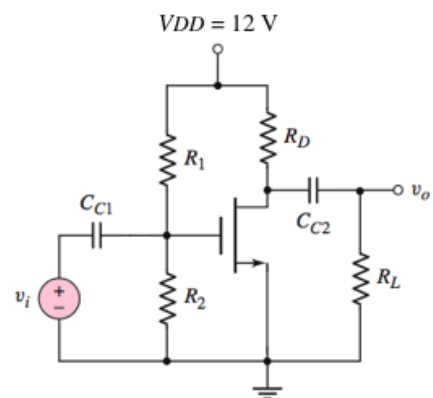
$$I_D = K (V_{GS} - V_{to})^2 = 0,5 \times 10^{-3} (V_{GS} - 3)^2 = 4,5\text{mA}$$

Donde $V_{GS} = 6V$

Como $I_G = 0$, $V_{R2} = V_G = V_{GS} = V_{DD} R_2 / (R_1 + R_2) = 6V$

donde, $6 = 12 R_2 / (12K + R_2) \Rightarrow R_2 = 12k\Omega$

Resposta: 12 kΩ



12. No circuito anterior, considerando $g_m=3\text{mA/V}$ e que v_i é um sinal sinusoidal com 200mV , determine a amplitude de v_o e a fase deste em relação a v_i :

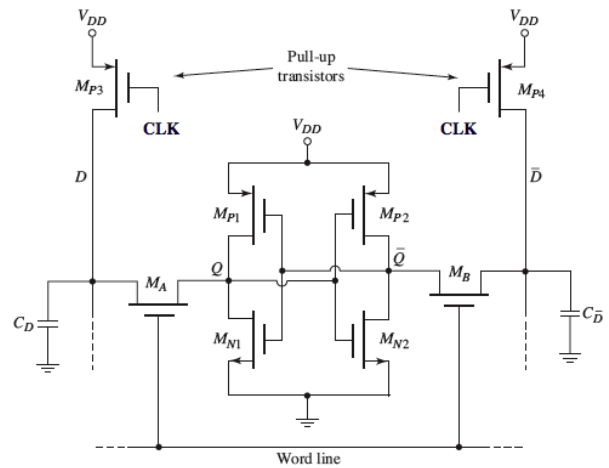
Com base no modelo equivalente para pequenos sinais obtém-se:

$$v_o = -g_m (R_D // R_L) v_i = -3 \times 10^{-3} \times 1 \times 10^3 \times 0,2 = -0,6V \quad \text{Polaridades simétricas} \Rightarrow \text{fase} = \pm 180^\circ$$

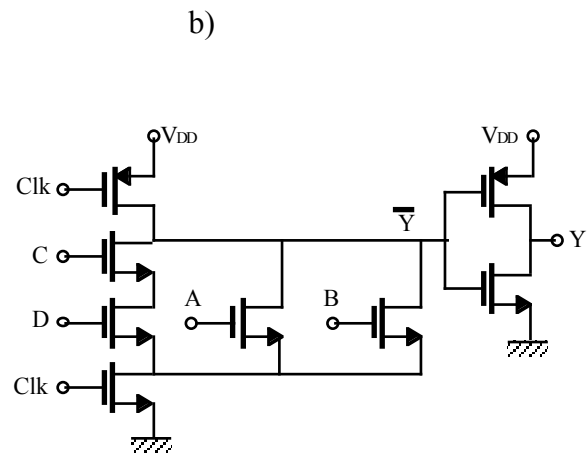
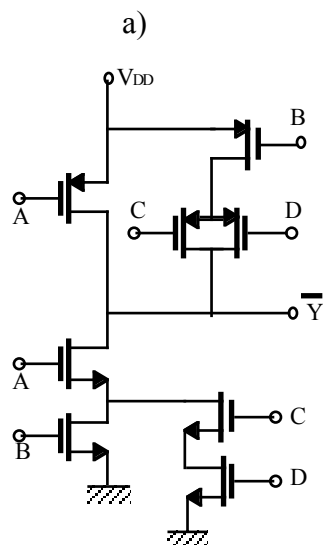
Resposta: 0,6V / -180°

13. O circuito representa uma célula RAM. Os estados 1 a 5 estabelecem-se sequencialmente. Preencha a tabela abaixo com o valor lógico de D, $\sim D$, Q e $\sim Q$, e com o estado (On ou Off) dos transistores.

Estado	CLK	WL	D	$\sim D$	Q	MN2	MP1	MP3
1 Read	1	1	0	1	0	Off	Off	Off
2	0	0	1	1	0	Off	Off	On
3 Write	1	1	1	0	1	On	On	Off
4	0	0	—	—	—	—	—	—
5	1	0	—	1	1	On	On	Off



14. Desenhe (incluindo todos os transistores NMOS e PMOS) e explique o funcionamento de:
- um circuito **estático** CMOS que implemente a **negação** da função $Y = A(B + CD)$;
 - um circuito **dinâmico** CMOS que implemente a função $Y = A + B + CD$.



15. O circuito à direita, em que o OpAmp satura a $\pm 10V$, é um oscilador baseado num comparador com histerese.

Repare que V_c se comporta como a entrada (INVERSORA) do comparador e que C carrega e descarrega do mesmo modo que num circuito RC passa-baixo, ou seja, $v_c(t) = V_{final} - (V_{final} - V_{inicial})e^{-t/RC}$

$$R1 = 10k\Omega \mid R2 = 90k\Omega \mid R3 = 10k\Omega \mid C = 1\mu F$$

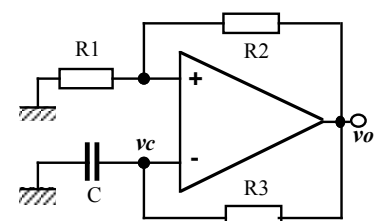
Justificando todos os passos:

- calcule V_{TH} e V_{TL} e desenhe v_o e v_c , em função do tempo (num mesmo gráfico e incluindo os valores das tensões relevantes);
- calcule a frequência de oscilação e o *duty-cycle* de v_o .

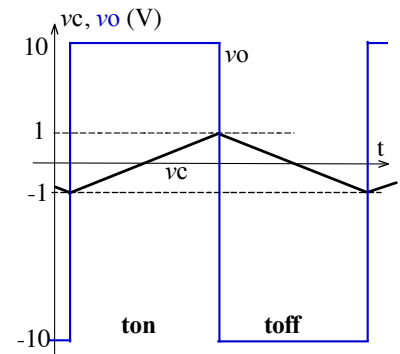
$$v_c = V^+ = v_o R1 / (R1 + R2) = 0,1 v_o$$

$$v_o = 10V \Rightarrow v_c = V_{TH} = 1V$$

$$v_o = -10V \Rightarrow v_c = V_{TL} = -1V$$



$v_o = 10V \Rightarrow \text{ton}$: através de R3, C carrega exponencialmente;
 quando v_c atinge V_{TH} , o OpAmp comuta para $v_o = -10V$.
 $v_o = -10V \Rightarrow \text{toff}$: através de R3, C descarrega exponencialmente;
 quando v_c atinge V_{TL} , o comparador comuta para $v_o = 10V$.



$$\tau = RC = 10^4 \times 10^{-6} = 10^{-2} \text{ s}$$

$$v_c(t) = V_{\text{final}} - (V_{\text{final}} - V_{\text{inicial}}) e^{-t/RC}$$

$v_o = 10V \Rightarrow \text{ton}$: a carga de C começa em V_{TL} ($V_{\text{inicial}} = -1V$) e tende exponencialmente para $v_o = 10V$ ($V_{\text{final}} = 10V$), mas é interrompida quando v_c atinge $V_{TH} = 1V$:

$$v_c(\text{ton}) = 1V = 10 - [10 - (-1)] e^{-\text{ton}/RC} \Rightarrow e^{-\text{ton}/RC} = 9/11 \Rightarrow -\text{ton} / 10^{-2} = \ln(9/11) \Rightarrow \text{ton} = 2 \text{ ms}$$

$v_o = -10V \Rightarrow \text{toff}$: a descarga de C começa em V_{TH} ($V_{\text{inicial}} = 1V$) e tende para $v_o = -10V$ ($V_{\text{final}} = -10V$), mas é interrompida quando v_c atinge $V_{TL} = -1V$:

$$v_c(\text{toff}) = -1V = -10 - (-10 - 1) e^{-\text{toff}/RC} \Rightarrow e^{-\text{toff}/RC} = 9/11 \Rightarrow -\text{toff} / 10^{-2} = \ln(9/11) \Rightarrow \text{toff} = 2 \text{ ms}$$

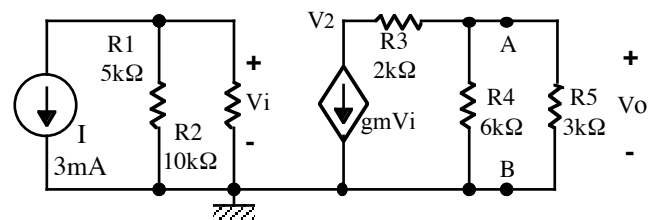
$$T = \text{ton} + \text{toff} = 2 + 2 = 4 \text{ ms} \Rightarrow f = 1/T = 1/4\text{ms} = 250 \text{ Hz}$$

$$\text{ton} = \text{toff} \Rightarrow \delta = 50\%$$

16. Para o circuito à direita, com $g_m = 250\mu A/V$, justificando todos os passos:

(a) calcule o valor de V_i e de V_o ;

(b) obtenha o equivalente de Norton para todo o circuito à esquerda dos pontos AB e desenhe esse equivalente.



V_i está em paralelo com R1 e R2.

$$R_{12} = R1 // R2 = 3,33k\Omega$$

$$V_i = -I \times R_{12} = -3 \times 3,33 = -10V$$

$$g_m V_i = 250 \times 10^{-6} \times (-10) = -2,5 \text{ mA}$$

$$V_o = R5 \times I_{R5}$$

$$\text{Pelo divisor de corrente: } I_{R5} = -g_m V_i R4 / (R4 + R5) = -(-2,5\text{mA}) \times 6/9 = 1,667 \text{ mA}$$

$$V_o = 3k\Omega \times 1,667\text{mA} = 5 \text{ V}$$

Corrente de Norton: Curto-circuitando os pontos A e B, $I_N = I_{AB} = I_{sc}$

Como nada se alterou na entrada, $I_{AB} = -g_m V_i = 2,5 \text{ mA}$, pelo que $I_N = I_{AB} = I_{sc} = 2,5 \text{ mA}$

Resistência de Norton: Se anularmos o efeito das fontes independentes ($I = 0$) $\Rightarrow V_i = 0$

$g_m V_i = 0$ (fonte de corrente = 0 = circuito aberto).

Olhando, agora, para a esquerda dos pontos A e B, verifica-se que apenas existe R4, porque R3 fica em série com um circuito aberto, ou seja: $R_N = R4 = 6 \text{ k}\Omega$

