UNIVERSIDADE DE AVEIRO

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

3810-193 AVEIRO

Mecânica e Campo Eletromagnético

Capítulo 3. Campos elétrico e magnético

2ª serie

1. Considere um condensador cilíndrico de comprimento infinito, cujas armaduras possuem raios r_1 (interna) e r_2 (externa).

a) Determine a capacidade deste condensador, por unidade de comprimento.

b) Mostre que se $r_1 \approx r_2$, ou seja $(r_2 - r_1) \ll r_1$, a expressão se pode aproximar à de um condensador plano de comprimento supostamente infinito, com largura $(2\pi r_1)$ e distância entre placas $(r_2 - r_1)$.

Solução: **a)** $\frac{C}{L} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$ (F/m) **b)** $\frac{C}{L} \approx \frac{2\pi r_1 \varepsilon_0}{(r_2 - r_1)}$ (F/m)

2. Considere um condensador plano de capacidade ***C*** ligado a um gerador que fornece uma tensão constante ***V***.

a) Calcule a energia armazenada no condensador.

b) Se mantiver o gerador ligado, o que aconteceria à energia armazenada se a distância entre placas aumentar para o triplo? Utilize a expressão da capacidade de um condensador de placas paralelas.

c) Verifique que a resposta é a mesma se utilizar a expressão da energia em função do campo elétrico.

d) Se o afastamento das placas se fizesse depois de desligar o gerador, como iria variar a energia do condensador? De onde vem a energia extra?

Solução: **a)** $W = \frac{1}{2}CV^2$ (J) **b) c)** $W' = \frac{1}{3}W$ (J) **d)** $W'' = 3W$ (J)

3. Considere um condensador de capacidade ***C,*** carregado com uma carga ***Q***. Suponha que o liga em paralelo a outro condensador de capacidade ***C'***, inicialmente descarregado.

a) Calcule a carga e a d.d.p. final de cada condensador.

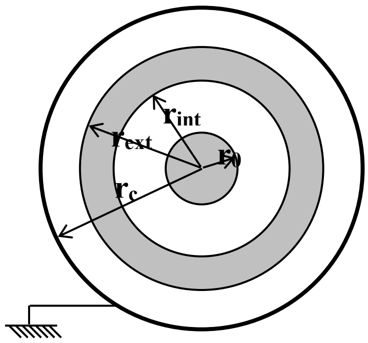
b) Calcule a energia do condensador inicial e do conjunto dos dois.

c) Justifique a diferença de energia, tendo em consideração que a mesma é uma grandeza conservativa.

Solução: **a)** $Q_f = \dfrac{C\,Q}{C+C'}$ (C) ; $Q'_f = \dfrac{C'\,Q}{C+C'}$ (C) ; $V_f = \dfrac{Q}{C+C'}$ (C)

b) $W_i = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}$ (J) ; $W_f = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C+C'}$ (J)

4. Considere uma esfera condutora de raio r_o envolvida por uma coroa esférica condutora de raios, respetivamente, r_{int} e r_{ext}. No exterior, existe uma coroa esférica de raio r_c, de espessura infinitesimal e, também, metálica. Suponha que a esfera interior tem carga $+Q$ e que a exterior está ligada à terra.



a) Determine o campo elétrico, em todas as regiões.

b) Determine a relação entre a carga da esfera e o seu potencial.

c) Compare o resultado com o que obteria se removesse a coroa esférica intermédia. Comente.

Solução: **a)** $r<r_o$ e $r_{int}<r<r_{ext}$: $\vec{E} = \vec{0}$ (V/m) ; $r_o<r<r_{int}$ e $r>r_{ext}$: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$ (V/m)

b) $\dfrac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0\left(-\dfrac{1}{r_c}+\dfrac{1}{r_{ext}}-\dfrac{1}{r_{int}}+\dfrac{1}{r_0}\right)^{-1}$ (F) **c)**

$$\frac{Q'}{V} = 4\pi\varepsilon_0\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_c}\right)^{-1} \text{ (F)}$$

5.

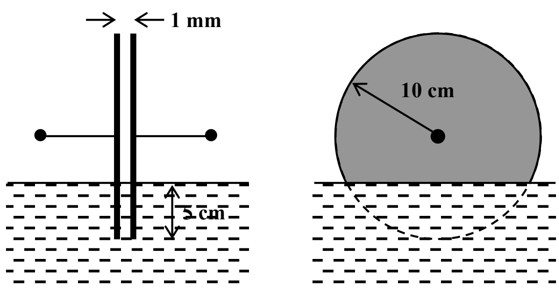
6. Considere um condensador plano com área A e distância entre as placas igual a d.

a) Se colocar uma placa metálica muito fina à distância $d/3$ de uma das placas, qual será a nova capacidade do condensador? Justifique o cálculo.

c) E se a placa tiver uma espessura $d/6$?

Solução: **a)** $C' = \dfrac{\varepsilon_o A}{d} = C$ (F) **b)** $C'' = \dfrac{6}{5}\dfrac{\varepsilon_o A}{d} = \dfrac{6}{5}C$ (F)

7. Um condensador é constituído por duas placas circulares **10** cm de raio e com uma separação de **1,0** mm entre si.



Calcule a capacidade deste condensador quando:

a) Entre as placas existe apenas ar.

b) O espaço entre as placas é preenchido por água, cuja permitividade relativa vale **81**.

c) As placas são mergulhadas verticalmente em **5** cm de água.

Solução: **a)** $C = 10\pi\varepsilon_o \approx 278$ pF **b)** $C = 810\pi\varepsilon_o \approx 22{,}5$ nF **c)** $C \approx 4{,}62$ nF

8. Um condensador de placas paralelas de área *S* é preenchido por dois materiais **A** e **B**, caracterizados, respetivamente, por constantes dielétricas ε e 2ε. Os volumes dos dois materiais são iguais, como indica a figura.

a) Calcule a capacidade do condensador.

b) Obtenha a expressão para o campo elétrico, em cada um dos materiais.

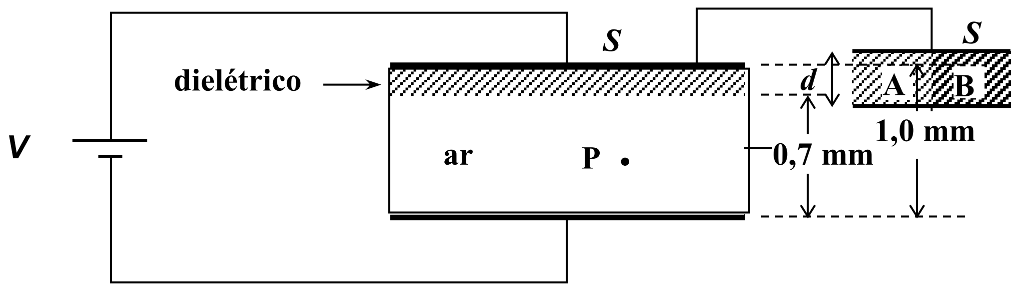
c) Determine as densidades de carga (livre) nas placas do condensador.

d) Escreva a expressão da energia total armazenada no condensador e indique de que modo essa energia se distribui pelos dois dieléricos.

Solução: **a)** $C = \frac{3}{2}\frac{\varepsilon S}{d}$ (F) **b)** $|\vec{E}| = \frac{V_o}{d}$ (V/m) **c)** $\sigma_A = D_A = \frac{\varepsilon V_o}{d}$ (C/m²) ;

$\sigma_B = D_B = \frac{2\varepsilon V_o}{d}$ (C/m²) **d)** $W = \frac{3}{4}\frac{\varepsilon S}{d}V_o^2$; $W_A = \frac{1}{3}W$; $W_B = \frac{2}{3}W$ (J)

9. Considere o seguinte condensador de placas paralelas, com área *S*=10cm² e ***V***=6V.



a) Supondo que o dielétrico se caracteriza por $\varepsilon_r = 5{,}6$, determine o campo elétrico no interior do dielétrico e no ponto **P**.

b) Calcule as densidades de carga livre (σ).

c) Suponha que se retira o dielétrico. Compare a nova capacidade do condensador com a capacidade anterior.

d) Explique, sucintamente, por que é que num material com polarização uniforme tudo se passa como se houvesse apenas dois planos de carga em lados opostos do material.

e) Escreva a forma mais geral da lei de Gauss e interprete-a.

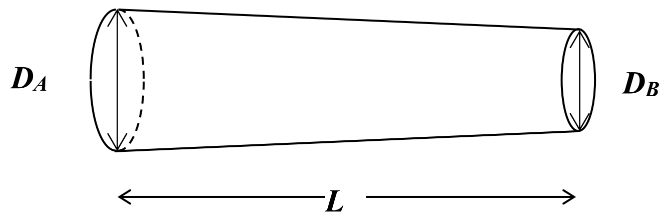
Solução: **a)** $E_{int} = \dfrac{6}{(0{,}3 + 5{,}6 \times 0{,}7).10^{-3}} \approx 1.422$ V/m ; $E_P = \varepsilon_r \,.\, E_{int} = 7.962$ V/m

b) $\sigma = |\vec{P}| = 57{,}8 \cdot 10^{-9}$ C/m^2 **c)** $C_i = 117{,}4$ pF ; $C_f = 88{,}5$ pF

10. Um fio metálico de 2,5 m de comprimento e de 0,20 mm de diâmetro tem uma resistência de 1,4 Ω. Quanto vale a condutividade desse metal?

Solução: $\dfrac{1}{\rho} = \sigma = 5{,}68 \cdot 10^{7}\ \Omega^{-1}\,\text{m}^{-1}$

11. Na figura seguinte está representado um corpo em forma de cone truncado, alongado, feito de um material com resistividade ρ.

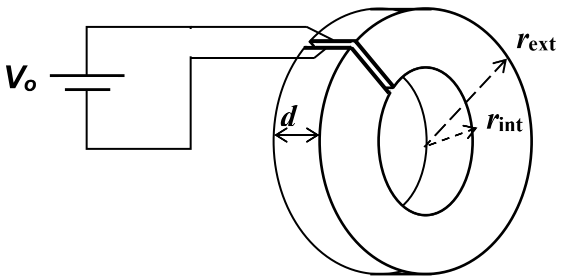


a) Calcule a resistência entre as duas bases do corpo.

b) Qual deverá ser o diâmetro de um cilindro do mesmo material e com o mesmo comprimento para que tenha a mesma resistência?

Solução: **a)** $R = \dfrac{4\rho L}{\pi D_A D_B}$ (m) **b)** $D = \sqrt{D_A \cdot D_B}$ (m)

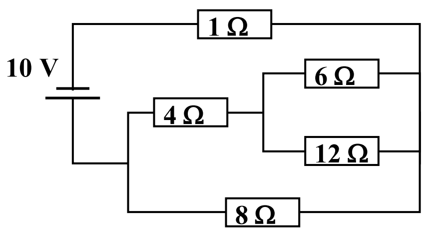
12. Uma coroa circular de espessura ***d***, constituída por um material condutor de resistividade ρ, possui uma ranhura radial estreita. Uma bateria está ligada às faces dessa ranhura. Supondo que a corrente flui circularmente, calcule a intensidade de corrente total.



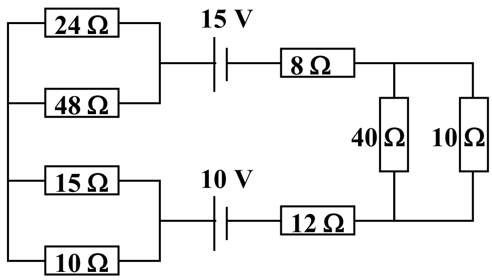
Solução: $$I = \frac{dV_0}{2\pi\rho}\log\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right)$$

13. Para cada um dos seguintes circuitos, determine a intensidade da corrente que passa em cada uma das baterias e em cada uma das resistências. Calcule também a potência dissipada nas várias resistências.

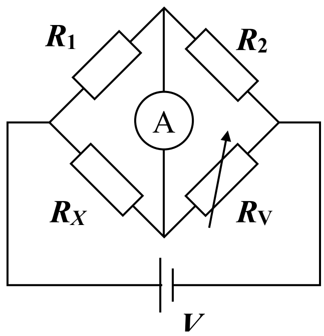
a)



b)



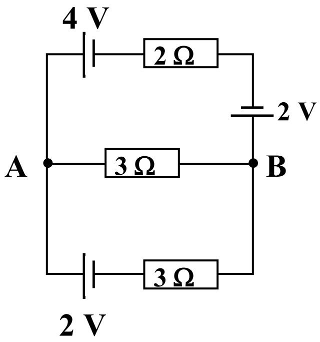
15. Determine a relação que existe entre as quatro resistências de uma ponte de Wheatstone quando esta se encontra equilibrada, ou seja, quando a corrente medida pelo galvanómetro é nula.



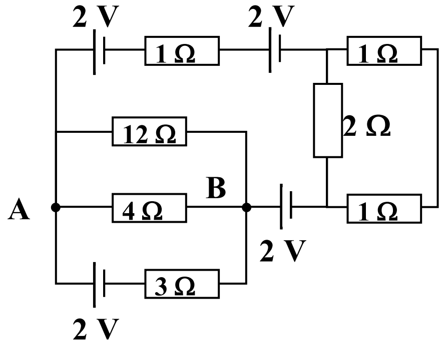
Solução: $$R_x = \frac{R_1 R_v}{R_2}\ (\Omega)$$

16. Calcule as intensidades das correntes nos vários ramos dos seguintes circuitos e indique os respetivos sentidos. Determine também a d.d.p. entre **B** e **A**.

a)



b)



Solução: **a)** V_{AB} = 1,428 V **b)** V_{AB} = 1,428 V