

## Capítulo 7 – Corpo Rígido

**1** - Uma haste de massa desprezável e com 1 m de comprimento sustem cinco corpos de massa 1 kg colocados ao longo dela e equidistantes. Calcule o momento de inércia do sistema relativamente a um eixo perpendicular à haste e que passe

- a) por uma extremidade,
- b) pela segunda massa,
- c) pelo centro de massa.
- d) Verifique o teorema de Steiner.

**2** - Calcule o momento de inércia da molécula de  $\text{CO}_2$ , relativamente a um eixo que passe através do centro de massa da molécula. A molécula é linear e com o átomo de carbono no centro. A distância da ligação C - O tem o valor de  $1,13 \times 10^{-10}$  m.

**3** - Calcule o momento de inércia de uma barra homogénea e estreita em relação a um eixo perpendicular à barra, que passe

- a) por uma extremidade desta;
- b) pelo seu centro.

**4** - Resolva o exercício 1 para uma haste de massa igual a 3 kg (não desprezável).

**5** - Calcule o momento de inércia de um rectângulo homogéneo em relação a um eixo

- a) que passe por um dos lados;
- b) que divida o rectângulo ao meio;
- c) perpendicular ao plano do rectângulo e que passe pelo seu centro.

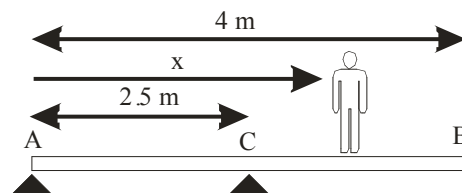
**6** - Calcule o momento de inércia de um disco homogéneo em relação a um eixo perpendicular ao disco, que passe pelo seu centro.

**7** - Determine o momento de inércia de um cilindro homogéneo em relação:

- a) A um eixo de simetria.
- b) A uma geratriz.

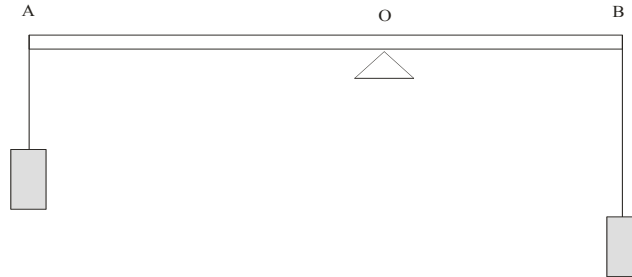
**8** - Calcule o momento de inércia de uma esfera homogénea em relação a um diâmetro.

**9** - Uma barra uniforme AB de 4 m tem massa  $m = 50$  kg. Existe um ponto fixo C em torno do qual a barra pode rodar. A barra está apoiada no ponto A. Um homem com massa igual a 75 kg anda ao longo da barra partindo de A. Calcule a distância máxima que o homem pode ir, mantendo o equilíbrio.

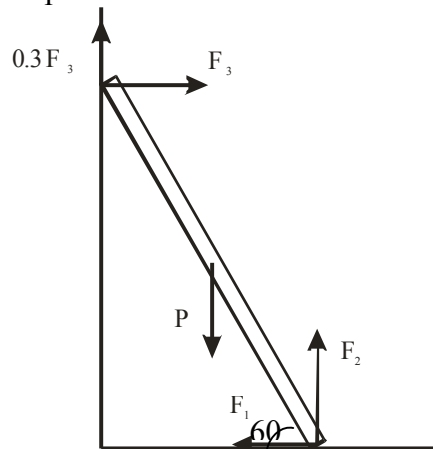


**10 -** Uma barra de massa desprezável, de comprimento  $L$  está apoiada num ponto  $O$ . Em cada extremidade está suspensa uma massa,  $m_A = 10 \text{ kg}$  e  $m_B = 16 \text{ kg}$ .

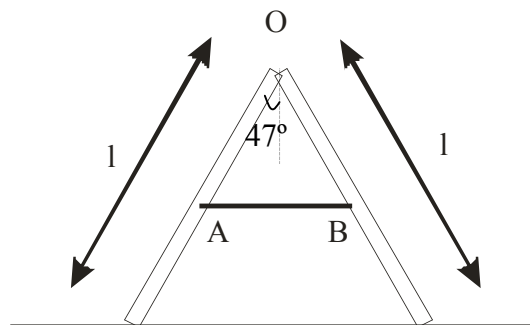
- A que distância do ponto  $A$  deve estar o apoio  $O$ ?
- Qual é a reacção no ponto  $O$ ?



**11 -** A figura representa uma escada de massa  $= 40 \text{ kg}$  e as forças que nela actuam. O peso da mesma actua no centro  $CM$ . As forças de módulo  $F_1$  e  $0.3 F_3$  impedem que a escada escorregue e resultam do atrito. As forças de módulo  $F_2$  e  $F_3$  são reacções normais ao chão e à parede vertical, respectivamente. Determine o valor das forças.



**12 -** Uma escada dupla está apoiada num plano horizontal. As duas escadas estão ligadas por uma corda  $AB$  horizontal.  $A$  e  $B$  estão ligadas no meio das escadas de comprimento  $l$  e de peso  $2 \text{ N}$ . Sabendo que a tensão máxima suportada pela corda é  $1,1 \text{ N}$ , verifique se o equilíbrio é possível (despreze o atrito entre a escada e o chão)?



**13** - Duas crianças, com 25 kg, estão sentadas nas extremidades de uma prancha de 2,6 m de comprimento e de 10 kg de massa. A prancha gira com velocidade de cinco rotações por minuto, em torno de um eixo que passa pelo seu centro. Se cada uma das crianças se sentar 60 cm mais à frente, em direcção ao centro, explique:

- Como se altera a velocidade angular do sistema.
- Como varia a energia cinética do sistema.

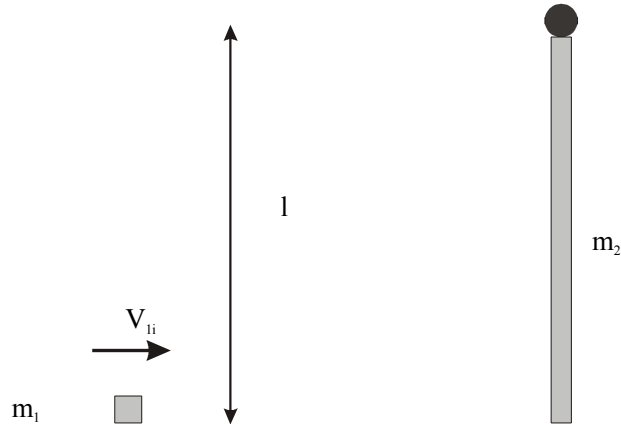
**14** - Um homem está em pé, no centro de uma mesa giratória sem atrito, e mantém os braços estendidos horizontalmente, segurando uma massa de 5,0 kg em cada mão. Considere o momento de inércia do homem constante e igual a  $5,0 \text{ kg m}^2$ . A mesa é posta em rotação por um agente exterior, com uma velocidade angular de uma rotação em 2,0 s. Determine o valor da velocidade angular após o homem deixar cair os braços ao longo do corpo. A distância original das massas ao eixo de rotação é 90 cm e a final é 15 cm.

**15** - Um homem de massa  $m_H$  está sobre uma mesa circular de raio  $R$  e massa  $m_m$ . A Mesa pode rodar verticalmente sem atrito. O homem começa a andar com uma velocidade  $v_H$  relativamente ao chão (na direcção tangencial).

- Qual é a velocidade de rotação da mesa?
- Qual é o trabalho por ele realizado para pôr a mesa em movimento?

**16** - Um estudante está sentado numa cadeira que pode rodar sobre si própria e segura na vertical o eixo duma roda de bicicleta. Inicialmente, a cadeira e a roda estão parados. Se o estudante fizer rodar a roda de bicicleta, o que acontece? Porquê?

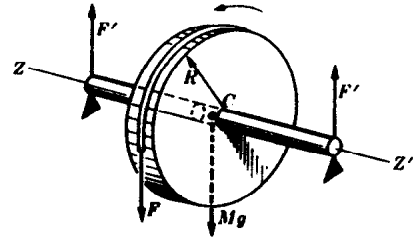
**17** - Uma massa  $m_1$  com uma velocidade  $V_{1i}$  colide com uma barra, de massa  $m_2$  e de comprimento  $l$ , inicialmente em repouso e fica encravada nela. Exprima a velocidade de rotação em função da velocidade inicial de  $m_1$  ( $m = m_1 = m_2$ ).



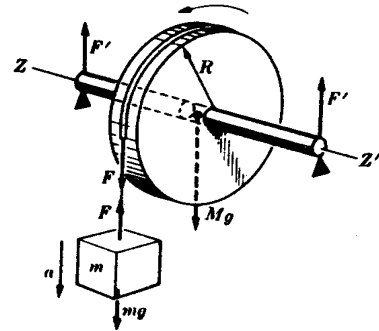
**18** - Considere a colisão do problema anterior, mas agora o sistema está horizontal sobre numa superfície sem atrito. Devido ao atrito no eixo de rotação da barra, ela é sujeita a um momento  $\tau$ .

- Calcule a aceleração angular.
- Calcule a distância percorrida pela extremidade da barra antes de parar.
- Calcule o deslocamento do centro de massa.

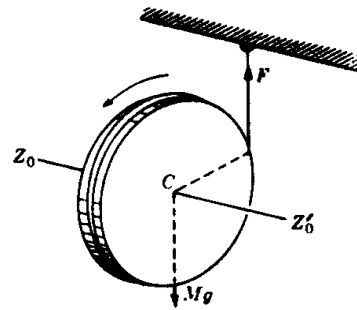
**19** - Um disco, de raio 0,5 m e massa 20 kg, pode rodar livremente em torno de um eixo que passa através do seu centro. A corda que passa na periferia do disco tem aplicada uma força de 9,8 N. Calcule a aceleração e a velocidade angular do disco, após 2 s.



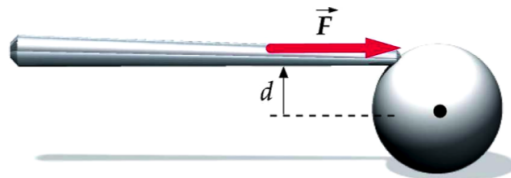
**20** - Calcule a aceleração angular do sistema ilustrado na figura, para um corpo cuja massa é de 1 kg. Os dados do disco são os mesmos do problema anterior. O eixo dos  $ZZ'$  é fixo e é um eixo principal.



**21** - Calcule a aceleração angular de um iô-iô, sabendo que o disco tem as mesmas características do disco do problema anterior. Determine também a aceleração do seu centro de massa.



**22** - Um taco atinge horizontalmente uma bola de bilhar num ponto uma distância  $d$  acima do centro da bola. Determine  $d$  tal que a bola rola sem escorregar.

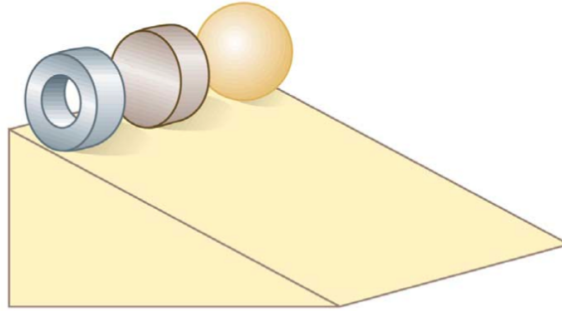


**23** - Uma roda, em rotação, está submetida a um momento de força de 10 Nm, por causa do atrito com o eixo de rotação. A roda tem um raio de 0,6 m, massa de 100 kg e a sua velocidade angular é de  $175 \text{ rad.s}^{-1}$ . Quanto tempo demora a parar?

**24** - O raio e a massa de uma moeda são 1 cm e 5 g, respectivamente. A moeda rola num plano inclinado com uma velocidade de seis rotações por segundo. Determine:

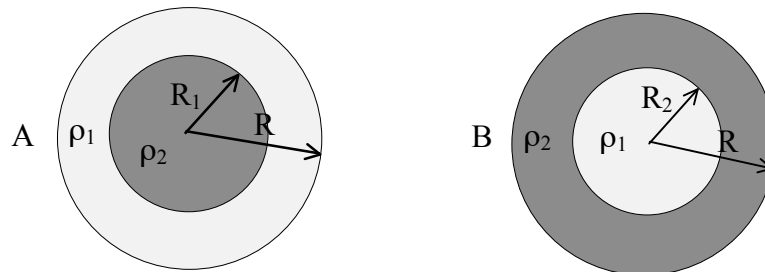
- A energia cinética de rotação.
- A energia cinética de translação.
- A energia cinética total.

**25** - Uma esfera, um cilindro e um anel, com o mesmo raio e a mesma massa, rolam num plano inclinado, a partir da altura  $h$ . Determine, para cada caso, a velocidade de chegada à base do plano.



**26** - Considere dois cilindros A e B, com a mesma altura e raio. Ambos são constituídos por dois materiais diferentes, de massas volúmicas  $\rho_1$  e  $\rho_2$ .

- Determine a relação entre  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R$ , quando as massas dos cilindros são iguais,  $M_A = M_B$ .



- Calcule os momentos de inércia,  $I_A$  e  $I_B$ , respectivamente, quando  $M_A = M_B$ .
- Determine a relação entre  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R$ , de modo que  $I_A - I_B$  seja máxima. Se  $\rho_1 < \rho_2$ , qual dos cilindros apresenta maior momento de inércia?
- Considere um cilindro que, a partir do repouso, rola num plano inclinado, sem escorregar. Sendo  $\alpha$  a inclinação do plano, o deslocamento é dado por

$$\Delta S = \frac{M g t^2 \text{sen} \alpha}{2 \left( M + \frac{1}{R^2} \right)}.$$

Mostre, usando as relações obtidas em a) e em c), que a diferença ( $S_A - S_B$ ) entre os deslocamentos percorridos pelos cilindros, num mesmo intervalo de tempo, é tanto maior quanto maior for a diferença entre  $\rho_1$  e  $\rho_2$ .

## Soluções

1 - a)  $1,875 \text{ kg.m}^2$ ; b)  $0,9375 \text{ kg.m}^2$ ; c)  $0,625 \text{ kg.m}^2$ .

2 -  $6,79 \times 10^{-46} \text{ kg.m}^2$

3 - a)  $\frac{1}{3} ML^2$ ; b)  $\frac{1}{12} ML^2$ .

4 - a)  $2,875 \text{ kg.m}^2$ ; b)  $1,375 \text{ kg.m}^2$ ; c)  $0,875 \text{ kg.m}^2$ .

5 - a)  $\frac{1}{3} Ma^2$ ; b)  $\frac{1}{12} Ma^2$ ; c)  $\frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$ .

6 -  $\frac{1}{2} MR^2$ .

7 - a)  $\frac{1}{2} MR^2$ ; b)  $\frac{3}{2} MR^2$ .

8 -  $\frac{2}{5} MR^2$ .

9 -  $x = 2.83 \text{ m}$ .

10 - a)  $0.62 \text{ L}$ ; b)  $254,8 \text{ N}$ .

11 -  $F_1 = 96 \text{ N}$ ;  $F_2 = 36 \text{ N}$ ;  $F_3 = 96 \text{ N}$ .

12 - Não.

13 - a)  $1,57 \text{ rad.s}^{-1}$ ; b)  $24,65 \text{ J}$ .

14 -  $7,88 \text{ rad.s}^{-1}$ .

15 - a)  $\omega_m = -\frac{2m_H}{m_m} \frac{v_H}{R}$ ; b)  $W_H = \Delta E_C = \frac{1}{2} m_H v_H^2 + \frac{1}{4} m R^2 \omega_m^2$ .

16 - A cadeira roda no sentido contrário ao da roda da bicicleta, devido à conservação do momento angular.

17 -  $\omega = \frac{3}{4l} v$ .

18 - a)  $\alpha = \frac{3\tau}{4ml^2}$ ; b)  $\Delta S = \frac{3mlv^2}{8\tau}$ ; c)  $\Delta S_{CM} = \frac{3}{4} \Delta S$ .

19 -  $1,96 \text{ rad.s}^{-2}$ ;  $3,92 \text{ rad.s}^{-1}$ .

20 -  $1,8 \text{ rad.s}^{-2}$ .

21 -  $13,07 \text{ rad.s}^{-2}$ ;  $6,53 \text{ m.s}^{-2}$ .

22 -  $d = \frac{2}{5} R$ .

23 -  $5,25 \text{ min}$ .

24 - a)  $1,78 \times 10^{-4} \text{ J}$ ; b)  $3,55 \times 10^{-4} \text{ J}$ ; c)  $5,33 \times 10^{-4}$ .

25 -  $\sqrt{10/7} \sqrt{gh}$ ;  $\sqrt{4/3} \sqrt{gh}$ ;  $\sqrt{gh}$ .

26 - a)  $R^2 = R_1^2 + R_2^2$ ;

b)  $I_a = \frac{1}{2} \pi \rho_1 h R_1^4 + \frac{1}{2} \pi \rho_2 h R_2^4 + \pi \rho_2 h R_1^2 R_2^2$ ;  $I_b = \frac{1}{2} \pi \rho_1 h R_1^4 + \frac{1}{2} \pi \rho_2 h R_2^4 + \pi \rho_1 h R_1^2 R_2^2$ ;

c)  $\rho_1 < \rho_2 \Rightarrow I_a > I_b$ .