

Theorievragen Wiskundige basistechnieken (§10–18), 2021–2022

§10. Afgeleiden van functies zonder expliciet voorschrift

49. Stel K een kromme en P een punt op K . Hoe vind je de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan K in P ,
- a) Als K gegeven is in parametervoorstelling? Onder welke voorwaarden is dit mogelijk?
 - b) Als K gegeven is met een vergelijking in poolcoördinaten?
50. Stel K een kromme en P een punt op K . Hoe vind je de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan K in P , als K gegeven is met een vergelijking $f(x; y) = 0$?

§11. Regel van l'Hôpital voor het berekenen van limieten

Geen theorievragen

§12. Taylorveeltermen

51. a) Wat is de betekenis van de derde orde Taylorveelterm van een functie f in een punt a ?
b) Aan welke voorwaarden voldoet deze derde orde Taylorveelterm?
52. a) Geef de definitie (met formule) van de n -de Maclaurin veelterm van een functie $f(x)$.
b) Stel de n -de Maclaurin veelterm van de functie $y = e^x$ op.
53. a) Bereken de n -de Maclaurin veelterm van de functie $y = \frac{1}{1+x}$.
b) Leg uit waarom enkel voor $|x| < 1$ deze Maclaurin veeltermen goede benaderingen geven voor de functie als je de graad heel groot neemt.

§13. Rijen en reeksen

54. a) Als de getallenreeks $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ convergeert, wat weten we over $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$?
b) Geef een bewijs.
55. Gegeven is de machtreeks $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \dots$
- a) Toon aan dat deze machtreeks convergeert.
 - b) Naar welke functie convergeert deze machtreeks?
 - c) Geef een bewijs voor het resultaat uit b).

§14. Integraalrekenen met één veranderlijke

56. Stel $f : \text{dom } f \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow f(x)$ is een continue functie en $I \subset \text{dom } f$ een interval. Stel F en G zijn twee primitieve functies van f op I . Toon aan dat $F - G$ de constante functie C_c is op I .

57. f is een continue reële functie op $[a; b] \subset \mathbb{R}$.
 a) Wat is een Riemann-som van f op $[a; b]$?
 b) Wat is het verband met $\int_a^b f(x)dx$?
58. Stel $f : \text{dom } f \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow f(x)$ en F een primitieve functie van f op een interval $I \subset \text{dom } f$.
 a) Onder welke voorwaarde weten we dat als $a; b \in I$ dan $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$?
 b) Bewijs deze eigenschap door de stelling van Newton-Leibnitz te gebruiken.
59. Leg uit hoe uit de kettingregel van het afleiden de substitutieregels van het integreren volgt.
60. Leg uit hoe uit de productregel van het afleiden de methode van partiële integratie volgt.
61. Stel $f : \text{dom } f \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow f(x)$ en F een primitieve functie van f op een interval $I \subset \text{dom } f$.
 a) Onder welke voorwaarde weten we dat als $a; b \in I$ dan $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$?
 b) Geef een voorbeeld dat illustreert dat deze voorwaarde nodig is.

§15. Oppervlakte van vlakdelen

62. K is een kromme gegeven in poolcoördinaten door $r = r(\alpha)$ met $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_1$ en $\alpha_1 - \alpha_0 \leq 2\pi$. Geef een verklaring voor formule voor de oppervlakte van het vlakdeel ingesloten door de kromme K en de halfrechten $\alpha = \alpha_0$ en $\alpha = \alpha_1$.

§16. Lengte van krommen

63. Geef een verklaring voor de formule voor het berekenen van de lengte van een kromme gegeven in parametervoorstelling. Schrijf duidelijk de gegevens op.
64. Gebruik de formule voor de lengte van een kromme gegeven in parametervoorstelling om de formule voor de lengte van een kromme gegeven in poolcoördinaten te verklaren.

§17. Oppervlakte van een omwentelingsoppervlak

65. Geef een verklaring voor de formule voor het berekenen van de oppervlakte van een omwentelingslichaam (bij het wentelen van een kromme in parametervoorstelling). Schrijf duidelijk de gegevens op.

§18. Volumeberekening

66. Geef een verklaring voor de formule voor het berekenen van het volume van een omwentelingslichaam (bij het wentelen van een grafiek van een gegeven functie). Schrijf duidelijk de gegevens op.