

M1 Informatique - Module Algorithmique et complexité

Intelligence Artificielle & Mastermind

Annexe 1 : Rappels sur la programmation par contrainte

Benoît MARECHAL et Marc RASTOIX

Encadrant : Jean-Jacques CHABRIER

1 Modélisation d'un problème : le CSP

Un CSP (Problème de Satisfaction de Contraintes) est un problème modélisé sous la forme d'un ensemble de contraintes posées sur des variables, chacune de ces variables prenant ses valeurs dans un domaine. De façon plus formelle, on définit un CSP par un triplet (X,D,C) tel que :

- $X = \{ X_1, X_2, \dots, X_n \}$ est l'ensemble des variables (les inconnues) du problème
- D est la fonction qui associe à chaque variable X_i son domaine $D(X_i)$, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs que peut prendre X_i
- $C = \{ C_1, C_2, \dots, C_k \}$ est l'ensemble des contraintes. Chaque contrainte C_j est une relation entre certaines variables de X , restreignant les valeurs que peuvent prendre simultanément ces variables.

Par exemple, on peut définir le CSP (X,D,C) suivant :

$$\begin{aligned} X &= \{a, b, c, d\} \\ D(a) &= D(b) = D(c) = D(d) = \{0, 1\} \\ C &= \{a \neq b, c \neq d, a + c < b\} \end{aligned}$$

Ce CSP comporte 4 variables a, b, c et d , chacune pouvant prendre 2 valeurs (0 ou 1). Ces variables doivent respecter les contraintes suivantes :

- a doit être différente de b
- c doit être différente de d
- La somme de a et c doit être inférieure à b

2 Définition d'une contrainte

Une contrainte est une relation logique entre différentes inconnues, appelées variables, chacune prenant ses valeurs dans un ensemble donné, appelé domaine. Ainsi, une contrainte restreint les valeurs que peuvent prendre simultanément les variables. Par exemple, la contrainte " $x + 3 \times y = 12$ " restreint les valeurs que l'on peut affecter simultanément aux variables x et y .

Une contrainte est relationnelle : elle n'est pas "dirigée" comme une fonction qui définit la valeur d'une variable en fonction des valeurs des autres variables.

Ainsi, la contrainte " $x - 2 \times y = z$ " permet de déterminer z dès lors que x et y sont connues, mais aussi x dès lors que y et z sont connues et y dès lors que x et z sont connues.

Notons également qu'une contrainte est déclarative : elle spécifie quelle relation on doit retrouver entre les variables, sans donner de procédure opérationnelle pour effectivement assurer/vérifier cette relation.

Ainsi, lorsqu'on pose la contrainte " $x - 2 \times y = z$ ", on ne s'occupe pas de donner un algorithme permettant de résoudre cette équation.

Notons enfin que l'ordre dans lequel sont posées les contraintes n'est pas significatif : la seule chose importante à la fin est que toutes les contraintes soient satisfaites.