Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Высшая школа теоретической механики

**Курсовая работа**

**«**Применение уравнений Лагранжа II рода к исследованию движения механической системы с двумя степенями свободы**»**

по дисциплине «Курсовое проектирование по теоретической механике»

|  |  |
| --- | --- |
|  | Выполнил:  студент гр. 3630103/90001  Бенюх Максим Александрович  Проверила: Мацюк Кристина Валерьевна |

Санкт-Петербург

2020

Содержание:

[Введение 3](#_Toc43323905)

[1. Условие задачи 4](#_Toc43323906)

[2. Постановка задачи 4](#_Toc43323908)

[3. Результаты вычислений 5](#_Toc43323909)  
[4. Анализ результатов 8](#_Toc43323909)

[Заключение 9](#_Toc43323911)

[Список использованной литературы: 10](#_Toc43323912)

# Введение

Уравнения Лагранжа второго рода – дифференциальные уравнения второго порядка в обобщенных координатах. Они дают единый и достаточно простой метод решения задач динамики для любых как угодно движущихся голономных и стационарных систем. Число уравнений не зависит от числа входящих в механическую систему точек или тел, а зависит от числа степеней свободы.

Силы, действующие на систему, представлены в виде обобщенных сил, куда входят только внешние силы, а все реакции идеальных связей автоматически исключаются и их можно не показывать на чертеже. Также, если на систему действуют силы трения, то их включают в число внешних сил.

Главным преимуществом применения уравнений Лагранжа над применением законов Ньютона служит отсутствие необходимости в первом случае вычислять реакции идеальных связей системы. Уравнения Лагранжа II-го рода служат для определения только лишь движения системы, что и требуется в рамках нашей курсовой работы.

# 1. Условие задачи

Механическая система тел (Рис.1) движется под воздействием сил тяжести с моментом М.

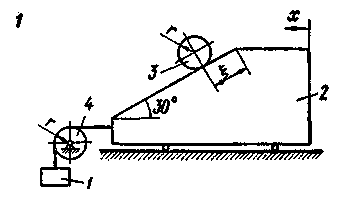
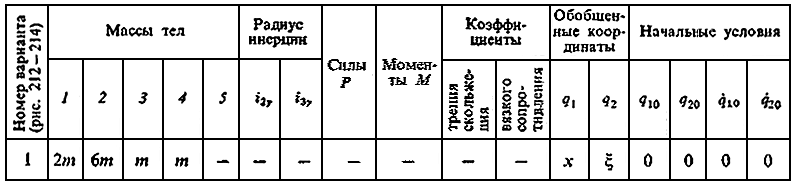


Рис.1. Чертеж задачи

Необходимо уравнения движения системы в обобщенных координатах и при заданных начальных условиях. Необходимые данные приведены в таблице (Таб. 2), рекомендуемые обобщенные координаты x и . При решении задачи массами нитей пренебречь. Считать, что качение колес происходит без проскальзывания.



# Таблица 2. Данные задачи

# 2. Постановка задачи

Так как по условию задачи качение происходит без проскальзывания, а массы нитей пренебрежимо малы, то рассматривается голономная система с двумя степенями свободы. Необходимо выбрать за обобщенные координаты и параметры x и соответственно. После этого вычислим кинетическую и потенциальную энергии системы, находим необходимые для них значения частных производных и вычисляем не потенциальные силы.

# 

# 3. Результаты вычислений

1) Кинетическая энергия системы.

Общая кинетическая энергия системы равна сумме кинетических энергий тел, входящих в систему.

(1)

Где – кинетическая энергия подвешенного на нити бруска №1, – кинетическая энергия тела №2, – кинетическая энергия катящегося диска №3, – кинетическая энергия шарнира №4.

Выразим скорости тел через обобщенные координаты.

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

Вычислим значение кинетической энергии для тела №3.

(7)

(8)

(9)

Так как :

(10)

Вычислим значение кинетической энергии для тела №4.

(11)

(12)

Так как :

(13)

Вычислим значение кинетической энергии для тела №1.

(14)

(15)

Так как :

(16)

Вычислим значение кинетической энергии для тела №2.

(17)

(18)

Так как :

(19)

Подставим в уравнение кинетической энергии системы.

(20)

(21)

Для уравнения Лагранжа II рода вычислим частные производные.

(16) (22)

(18) (23)

2) Потенциальная энергия системы

Общая потенциальная энергия системы равна сумме потенциальных энергий тел, входящих в систему

(24)

Где – потенциальная энергия подвешенного на нити бруска №1, – потенциальная энергия диска №3

Вычислим значение потенциальной энергии для тела №1.

(25)

Вычислим значение потенциальной энергии для диска №3.

(26)

Подставим в уравнение потенциальной энергии системы.

(27)

Для уравнения Лагранжа вычислим частные производные.

(20) (28)

Найдем обобщенные силы.

(29)

3) Уравнения Лагранжа II-го рода

Рассмотрим уравнение (32.1).

Его обобщенные координаты . Таким образом, начальные условия

Дважды интегрируем уравнение с учетом начальных условий.

(32.1.1)

(32.1.2)

Рассмотрим уравнение (30.2).

Его обобщенные координаты . Таким образом, начальные условия

Дважды интегрируем уравнение с учетом начальных условий.

() (32.2.1)

(32.2.2)

Окончательный результат:

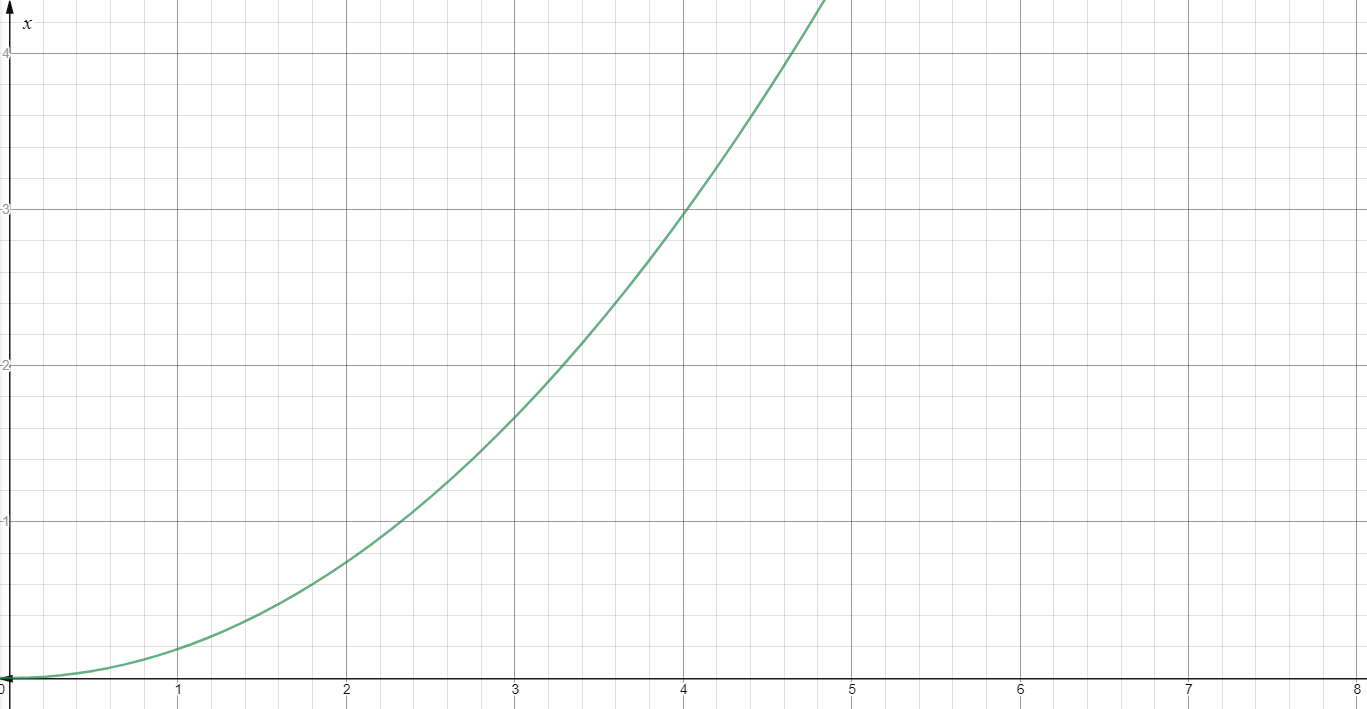
# 

4. Анализ результатов

Из полученных уравнений можем сделать вывод, что в рамках рассматриваемой задачи функция координаты x от времени монотонно возрастает, а функция координаты £ монотонно убывает.

В подтверждение этого вывода были построены зависимости и

(Рис.3 и Рис.4)



t

Рис.3. График зависимости

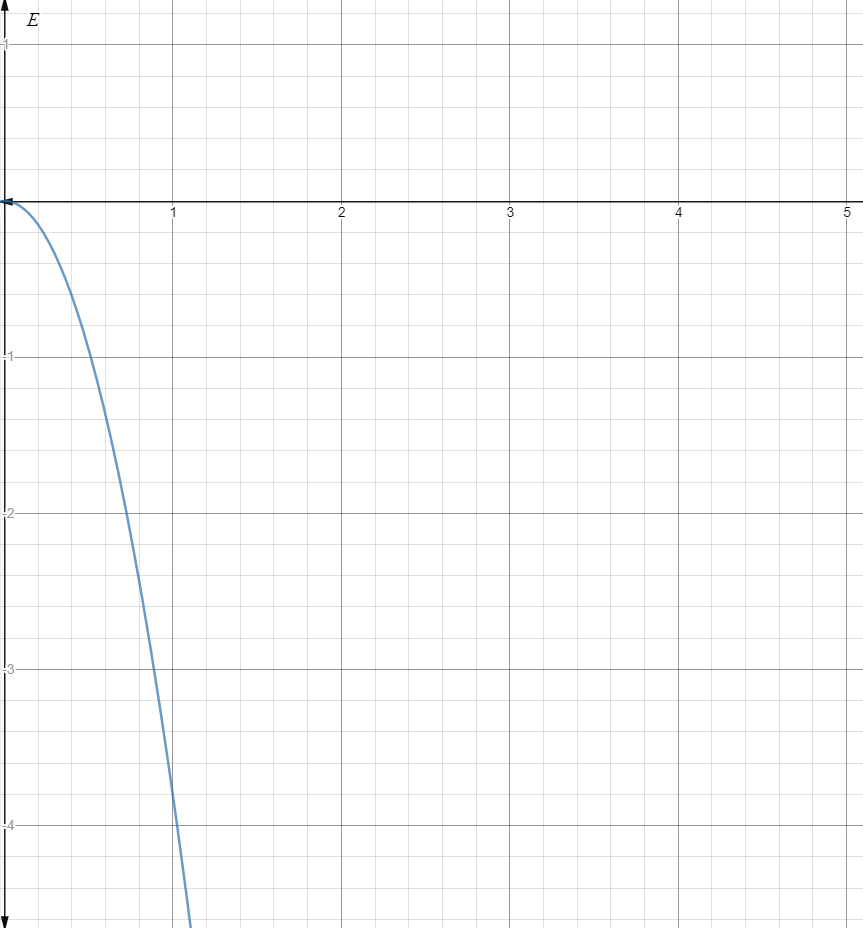


Рис.4. График зависимости

# Заключение

В результате выполнения курсовой работы были получены уравнения Лагранжа II-го рода, описывающее движение системы.

# Список использованной литературы:

[1] А.А.Яблонский. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. Изд-во «Интеграл-Пресс», 2000.

[2] Е.А.Батяев. Курс лекций по теоретической механике. 2 семестр.

[3]Ф.Ф.Прохоренко. Курс лекций по механике для Политехнического университета им.Петра Великого.