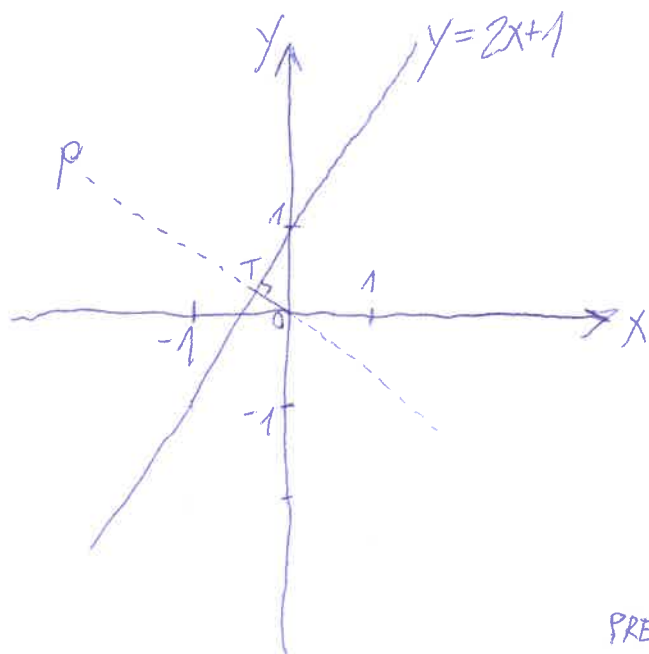


① POIŠČI TOČKO NA PREMICI  $y=2x+1$ , KI JE NAJBЛИŽJE IZHODIŠČU.



ISKANA TOČKA  $T$  JE PRAVOKOTNA PROJEKCIJA IZHODIŠČA NA PREMICO  $y=2x+1$ .

TOREJ IŠČEMO PRESEČIŠČE PREMIC  $y=2x+1$  IN  $p$ .

$p: y=kx+n$ ,  $n=0$  (SEKA  $y$ -OS V IZHODIŠČU),  
 $k=-\frac{1}{2}$  (PRAVOKOTNOST NA  $y=2x+1$ )

~~$y=2x+1$~~   $\Rightarrow y=-\frac{1}{2}x$  ( $k_1 \cdot k_2 = -1$ )

PRESEČIŠČE:

$$\begin{aligned} y &= 2x+1 \\ y &= -\frac{1}{2}x \end{aligned} \Rightarrow 0 = \frac{5}{2}x+1 \Rightarrow x = -\frac{2}{5}$$

$$y = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow T = \left(-\frac{2}{5}, \frac{1}{5}\right)$$

② DOLOČI NOTRANJOST, ROB, ZUNANJOST NASLEDNJIH PODMNOŽIC  $\mathbb{R}$ :

a)  $A = \{1\}$

NOTRANJOST:

ČE BI  $1$  BILA NOTRANJA TOČKA  $A$ , BI  $\exists \epsilon > 0$ , DA JE  $K(1, \epsilon)$  VSEBOVANA V  $A$ . Vendar  $K(1, \epsilon) = (1-\epsilon, 1+\epsilon)$  IN NI VSEBOVANA V  $A$ . PRIMER TOČKE, KI JE V  $K(1, \epsilon)$  IN NE V  $A$  JE NPR.  $1 + \frac{\epsilon}{2}$

$\Rightarrow$  TOREJ  $1$  NI NOTRANJA IN NOTRANJOST  $A$  JE  $\emptyset$

ROB:

$1$  JE ROBNA TOČKA  $A$ , SAJ ZA  $\forall \epsilon > 0$   $K(1, \epsilon)$  VSEBUJE TOČKE IZ  $A$  IN  $\mathbb{R} \setminus A$ .

ROB JE TOREJ ENAK  $A$ . (PREMISLITE, DA V ROBU NI OSTALIH TOČK POLEG  $1$ )

ZUNANJOST:

ZUNANJOST JE VSE OSTALO, TOREJ  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

b)  $B = [0, 1]$

LAHKO BI ŠLI RIGOROZNO KOT V a), AMPAK TU JE INTUITIVNO, DA JE ROB  $\{0, 1\}$

NOTRANJOST  $(0, 1)$  IN ZUNANJOST  $\mathbb{R} \setminus [0, 1]$ .

c)  $C = \mathbb{Z} \cup \left(\frac{3}{2}, 2\right)$

ARGUMEN KOT V b)

TOČKE IZ  $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$  SO NOTRANJE. ZA VSAKO CELO ŠTEVILO, PODOBNO KOT V a)

UGOTOVIMO, DA NI NOTRANJA TOČKA, TOREJ JE NOTRANJOST SAMO  $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ .

PODOBNO SO ROBNE TOČKE ENAKE  $\left\{\frac{3}{2}, 2\right\} \cup \mathbb{Z} = \left\{\frac{3}{2}\right\} \cup \mathbb{Z}$ .

ZUNANJOST JE POTEM  $\mathbb{R} \setminus \left(\mathbb{Z} \cup \left(\frac{3}{2}, 2\right)\right)$

ODPRTA KROGLA S CENTROM  $1$ , RADIJEM  $\epsilon$   
 $\{x \in \mathbb{R}, |x-1| < \epsilon\}$

4) ZA NASLEDNJE PODMNOŽICE  $\mathbb{R}$  DOLOČI, ALI SO ODPRTE, ZAPRTE.

a)  $A = \{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$

NOBENA TOČKA IZ  $A$  NI NOTRANJA, PODOBNO KOT V NALOGAH  $Z_a, Z_c$ .  
NOTRANJOST  $A$  JE TOREJ  $\emptyset$  IN NI ENAKA  $A \Rightarrow$  **A NI ODPRTA**

SPET PODOBNO KOT PREJ SO VSE TOČKE IZ  $A$  ROBNE TOČKE.

ROBNA TOČKA JE TUDI 0: ZA  $\forall \varepsilon > 0$  VSEBUJE  $K(0, \varepsilon)$  TOČKE  $\frac{1}{k}$ , KJER  
 $k > \frac{1}{\varepsilon}$ .

ROB JE TOREJ ENAK  $\{0\} \cup A$ ,  $A$  NE VSEBUJE ROBA ( $0 \notin A$ ) IN TOREJ

**NI ZAPRTA**

b)  $B = \mathbb{Z} \cup (1, 2)$

KOT V  $Z_c$  NALOGI V GOTOVIMO, DA JE NOTRANJOST  $(1, 2)$  IN ROB  $\mathbb{Z}$ .

**NI ODPRTA** KER NI ENAKA NOTRANJOSTI, **JE ZAPRTA** KER VSEBUJE ROB.

c)  $C = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$

TA MNOŽICA JE NESKONČNA UNIJA ODPRTIH INTERVALOV.



**JE ODPRTA** (INTUITIVNO... ALI PA UPORABIMO DEJSTVO, DA JE ŠTEVNA  
UNIJA ODPRTIH MNOŽIC ODPRTA)

**NI PA ZAPRTA**, SAJ NE VSEBUJE ROBA, (ROB JE  $\mathbb{Z}$ )

ALTERNATIVNO, ČE BI BILA ZAPRTA, BI BIL NJEN  
KOMPLEMENT ( $\mathbb{Z}$ ) ODPRT, KAR VEMO DA NI RES)

~~**ODPRTA JE**~~

**ODPRTA JE**

V  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  PA JE ROB  $\emptyset$   
IN GA TRIVIALNO VSEBUJE.

**JE ZAPRTA**

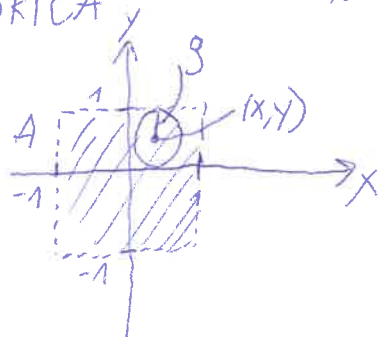
V  $\mathbb{R}$  JE NJEN ROB  $\{0\}$  IN TOREJ NI ZAPRTA V  $\mathbb{R}$ .

d)  $D = (0, \infty)$

⑤ DOKAŽI, DA JE  $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| < 1, |y| < 1\}$  DDPRTA.

ZA  $\forall (x,y) \in A$  MORA  $\exists s > 0$ , DA  $K((x,y), s) \subseteq A$ .

SKICA



$(x,y) \in A$ : IZ GEOMETRIJE SKLEPAMO, DA BO V REDU, ČE ZA  $s$  VZAMEMO RAZDALJO DO ROBA  $A$ .

~~$s = \min(|x|, |y|)$~~   $s = \min(1-|x|, 1-|y|)$

PREVERIMO, DA RES

$K((x,y), \min(1-|x|, 1-|y|)) \subseteq A$ :

OZNÄČIMO TO Z  $\tilde{K}$

ZA POLJUBEN  $(\tilde{x}, \tilde{y}) \in \tilde{K}$  POKAŽIMO, DA JE V  $A$ :

POKAŽIMO  $|\tilde{x}| < 1$ : ( $|\tilde{y}| < 1$  PODOBNO)

$|\tilde{x}| = |\tilde{x} - x + x| \leq |\tilde{x} - x| + |x| < s + |x| =$

POGOST TRIK

TRIKOTNIŠKA  
NEENAKOST

$s = \min(1-|x|, 1-|y|) + |x| \leq 1-|x| + |x| = 1$

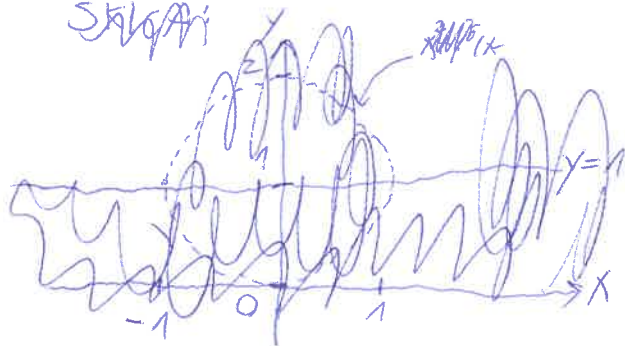
$\Rightarrow |\tilde{x}| < 1 \quad \checkmark$

~~⑤ ZA VPOVEDNOST V R<sup>2</sup> (POGOSTI  
ALI SO ZARABTE ODPRTE,~~

~~⑤  $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| < 1, |y| < 1\}$~~



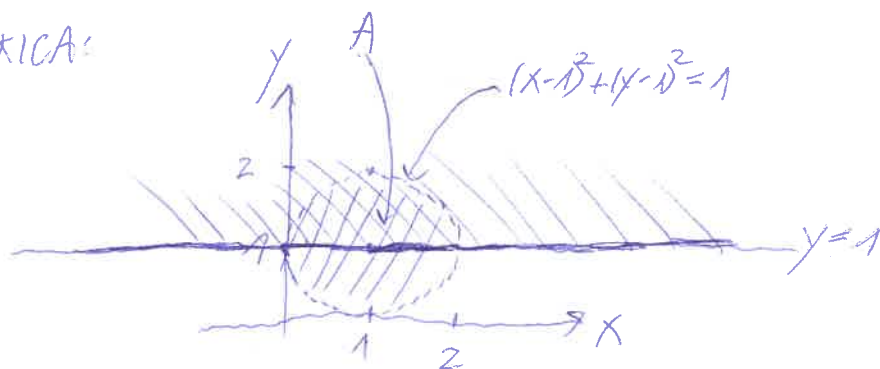
SKICA



6) ZA PODMNOŽICE  $\mathbb{R}^2$  UGOTOVI ALI SO ZAPRTE, ODPRTE.

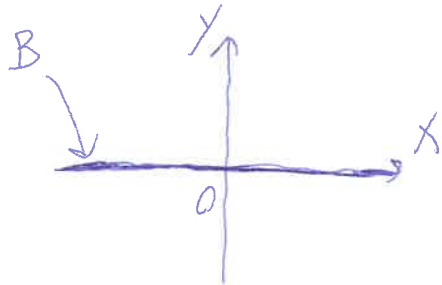
a)  $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2 + (y-1)^2 < 1, y \geq 1\}$

SKICA:



INTUITIVNO: • A NI ENAKA SVOJI NOTRANJOSTI (NI „BREZ ROBA“)  $\Rightarrow$  NI ODPRTA  
• A NE VSEBUJE SVJEGA ROBA  $\Rightarrow$  NI ZAPRTA

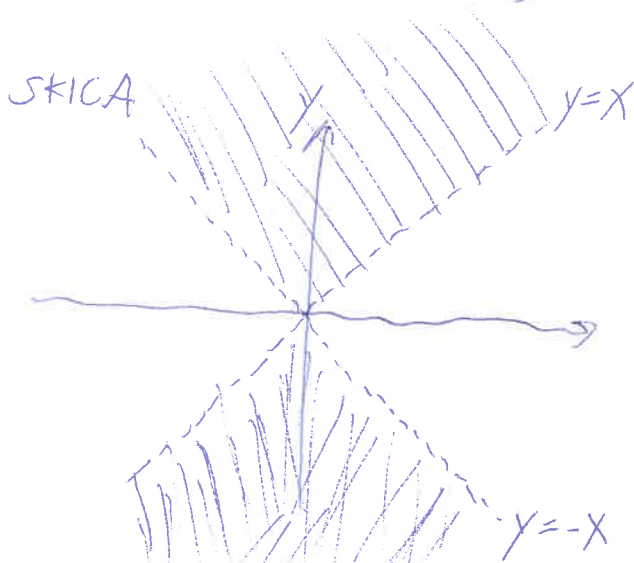
b)  $B = \mathbb{R} \times \{0\}$



PODOBNO KOT NALOGA 1a) SO VSE TOČKE  
IZ B ROBNE TOČKE, ZA POLJUBEN  $(x,0) \in B$  IN  
 $\epsilon > 0$ , IMA KROGLA  $K((x,0), \epsilon)$  NENIČELEN PRESEK  
Z  $B$  IN Z  $\mathbb{R}^2 \setminus B$ .  
 $\Rightarrow$  B JE ZAPRTA, NI ODPRTA

c)  $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |y| > |x|\}$

SKICA



INTUITIVNO KOT 6a NALOGA

JE ODPRTA, NI ZAPRTA