

Równania różniczkowe opisujące model epidemii – Szwajcaria

Możliwe stany komórki:

• Healthy	H
• Sick	$Sick$
• Infected	Inf
• Inf_and_sick	Inf_{sick}
• Sick_no_symptoms	$Sick_n$
• Sick_and_in_quarantine	$Sick_q$
• In_hospital	In_h
• Recovered	Re
• Dead	D

Stany narażone na zarażenie się (**S** – susceptible).

Stany zarażone (**I** – infected).

W tym stany zarażone, ale niezarażające.

Stany odporne na zarażanie i niezarażające (**R** – resistant).

Współczynnik α występujący w modelu SIR reprezentuje szansę w jednostce czasu na przejście osobnika z grupy **S** do grupy **I**. Z racji tego, że w modelu występuje po kilka stanów należących do tych podgrup, α będzie wektorem współczynników.

- **Healthy:**

$$H'(t) = -\alpha \cdot Inf(t) \cdot H(t)$$

- **Sick**

Zakładamy, że wszystkie osoby będące w stanie *Sick* są po prostu w stanie Healthy, ale są bardziej narażone na zarażenie. Stanowią jakąś założoną z góry część populacji, np. 10%.

$$Sick(t) = sick_{pop} \cdot H(t)$$

- **Infected**

Przed przejściem do innego stanu z grupy **I**, każda jednostka jest w tym stanie.

$$Inf'(t) = \alpha \cdot H(t) \cdot Inf(t) - \gamma \cdot Inf(t)$$

Gdzie γ jest prawdopodobieństwem przejścia ze stanu Infected do innego z grupy **I**.

- **Inf_and_sick**

$$Inf'_{sick}(t) = Inf(t) \cdot sym_{chance} - (\beta_1 + \delta_1 + hosp_{chance} + sick_to_quar_{chance}) \cdot Inf_{sick}$$

Przebieg choroby z objawami. sym_{chance} to jest procent takich przypadków.

- **Sick_no_symptoms**

$$Sick'_n(t) = (1 - sym_{chance}) \cdot Inf(t) - (\beta_3 + \delta_3) \cdot Sick_n$$

- **Sick_and_in_quarantine**

Jednostki chore, które zostały przeniesione do kwarantanny celem ograniczenia zarażania (w modelu idealistycznie ograniczone jest do 0).

$$Sick'_q(t) = sick_{to_{quar_{chance}}} \cdot Inf_{sick}(t) - (\beta_2 + \delta_2) \cdot Sick_q(t)$$

Gdzie $sick_{to_{quar_{chance}}}$ jest prawdopodobieństwem przejścia jednostki ze stanu Inf_{sick} do tejże w jednostce czasu.

- **In_hospital**

$$In'_h(t) = Inf_{sick}(t) \cdot hosp_{chance} - (\beta_4 + \delta_4) \cdot In_h$$

$hosp_{chance}$ jest prawd. przejścia jednostki ze stanu Inf_{sick} do In_h

- **Recovered**

$$Re'(t) = [\beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3 \quad \beta_4] \cdot \begin{bmatrix} Inf_{sick} \\ Sick_q \\ Sick_n \\ In_h \end{bmatrix}$$

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ są współczynnikami przejścia w jednostce czasu osobników z kolejnych stanów grupy I (poza Infected) do stanu Re .

- **Dead**

$$D'(t) = [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \delta_3 \quad \delta_4] \cdot \begin{bmatrix} Inf_{sick} \\ Sick_q \\ Sick_n \\ In_h \end{bmatrix}$$

$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ są współczynnikami przejścia w jednostce czasu osobników z kolejnych stanów grupy I (poza Infected) do stanu D .

Warunki początkowe są następujące:

$Healthy_0$ – odpowiada rozmiarowi populacji (w przypadku Szwajcarii 3mln),

$Infected_0$ – odpowiada liczbie zainfekowanych osób na start (w modelu jest to 1),

Pozostałe stany w chwili $t=0$ mają wartość 0. Prawdopodobieństwa oraz współczynniki są ustalane na początku lub są obliczane w zależności od zmiennych stanu (służą do parametryzowania modelu).