Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

Tarea 1

13 de marzo de 2024

1º semestre 2024 - Profesores P. Bahamondes - S. Bugedo - N. Alvarado

---

Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- **Entrega**: Hasta las 23:59 del 20 de marzo a través del buzón habilitado en el sitio del curso (Canvas).
  - Esta tarea debe ser hecha completamente en LaTeX. Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
  - Debe usar el template LaTeX publicado en la página del curso.
  - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. ***Hint:*** Utilice `\newpage`
  - Los archivos que debe entregar son el archivo `PDF` correspondiente a su solución con nombre `numalumno.pdf`, junto con un `zip` con nombre `numalumno.zip`, conteniendo el archivo `numalumno.tex` que compila su tarea. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas.
- Si tiene alguna duda, el foro de Github (issues) es el lugar oficial para realizarla.

Problemas

Problema 1

(a) Demuestre por inducción que para todo natural $n \geq 2$ se cumple

$$\prod_{k=2}^{n} \frac{k-1}{k} = \frac{1}{n}$$

(b) Demuestre por inducción que para todo natural $n \geq 0$ y $x \neq 1$ se cumple

$$a + ax + ax^2 + \cdots + ax^n = \frac{ax^{n+1} - a}{x - 1}$$

(c) Sea $k \geq 1$ natural. Encuentre un natural n_0 tal que $n^k < 2^n$ para todo $n \geq n_0$. Demuestre que dicho n_0 cumple lo pedido mediante inducción.

Problema 2

Para $n \geq 0$, denotamos por $F(n)$ al n-ésimo término de la sucesión de Fibonacci. Demuestre los siguientes resultados usando inducción.

(a) Para todo par de naturales $n, m \geq 0$, se tiene que

$$F(m+n+1) = F(m)F(n) + F(m+1)F(n+1)$$

Sugerencia: dado que existen dos variables m y n simétricas, realice inducción sobre n tomando m fijo.

(b) Para todo par de naturales $k \geq 1$ y $n \geq 0$, existe un natural a tal que $F(kn) = aF(n)$. *Sugerencia:* realice inducción sobre k y use el inciso (a).