Lógica de predicados

Clase 7

IIC 1253

Prof. Pedro Bahamondes

Outline

El problema de consecuencia lógica

El siguiente es un caso de **consecuencia lógica**

Todas las personas son mortales.
Sócrates es persona.

Por lo tanto, Sócrates es mortal.

¿Podemos modelarlo/explicarlo con lógica proposicional?

Necesitamos más poder...

¿Qué le falta a la lógica proposicional?

Necesitamos más poder...

¿Qué le falta a la lógica proposicional?

- Objetos de un cierto conjunto
- Predicados sobre objetos
- Cuantificadores: **para todo** y **existe**

Necesitamos más poder...

¿Qué le falta a la lógica proposicional?

- Objetos de un cierto conjunto
- Predicados sobre objetos
- Cuantificadores: **para todo** y **existe**

Estudiaremos una nueva lógica con estos elementos

Esta lógica nos permitirá expresar **estructuras** complejas

Objetivos de la clase

- Comprender el concepto de predicado
- Comprender sintaxis de predicados compuestos
- Comprender semántica de la lógica de predicados
- Identificar equivalencia lógica en predicados

Outline

Predicados

Ejemplos (versión 1.0)

¿Cuáles de los siguientes enunciados son proposiciones?

- x es par
- $x \leq y$

Predicados

Ejemplos (versión 1.0)

¿Cuáles de los siguientes enunciados son proposiciones?

- x es par
- $x \leq y$
- $x \bigtriangleup y$

Predicados

Ejemplos (versión 1.0)

¿Cuáles de los siguientes enunciados son proposiciones?

- x es par
- $x \leq y$
- $x \triangle y$ (¿qué diablos es $\triangle$?)

Predicados

Ejemplos (versión 1.0)

¿Cuáles de los siguientes enunciados son proposiciones?

- x es par
- $x \leq y$
- $x \bigtriangleup y$ (¿qué diablos es $\bigtriangleup$?)
- $x \triangleleft y = z$ (¿qué diablos es $\triangleleft$?)

Predicados

Ejemplos (versión 1.0)

¿Cuáles de los siguientes enunciados son proposiciones?

- x es par
- $x \leq y$
- $x \triangle y$ (¿qué diablos es $\triangle$?)
- $x \triangleleft y = z$ (¿qué diablos es $\triangleleft$?)

No admiten valor de verdad hasta ser **evaluados** e **interpretados**

Predicados

Ejemplos (versión 2.0)

Las siguientes son proposiciones

- 2 es par
- $2 \leq 4$
- `'h'` $\triangle$ `'hola'` (cuando $\triangle$ se interpreta como "es substring de")
- $4 \triangleleft 1 = 41$ (cuando $\triangleleft$ se interpreta como suma de naturales)

El valor de verdad depende de:
un **dominio** y la **interpretación de los símbolos**

Predicados

Definición

Un **predicado** $P(x)$ es una afirmación abierta, cuyo valor de verdad depende del objeto en el cual es evaluado.

Predicados

Definición

Un **predicado** $P(x)$ es una afirmación abierta, cuyo valor de verdad depende del objeto en el cual es evaluado.

Ejemplos

- $P(x) := x$ es par
- $R(x) := x$ es primo
- $M(x) := x$ es mortal

Predicados

Definición

Para un predicado $P(x)$ y un valor a, la **valuación** $P(a)$ es el valor de verdad del predicado $P(x)$ en a.

Predicados

Definición

Para un predicado $P(x)$ y un valor a, la **valuación** $P(a)$ es el valor de verdad del predicado $P(x)$ en a.

Ejemplos

$$P(x) := x \text{ es par} \quad R(x) := x \text{ es primo} \quad M(x) := x \text{ es mortal}$$

Predicados

Definición

Para un predicado $P(x)$ y un valor a, la **valuación** $P(a)$ es el valor de verdad del predicado $P(x)$ en a.

Ejemplos

$$P(x) := x \text{ es par} \quad R(x) := x \text{ es primo} \quad M(x) := x \text{ es mortal}$$

- $P(2) = 1$
- $P(3) = 0$
- $R(7) = 1$
- $M(\text{Socrates}) = 1$
- $M(\text{Zeus}) = 0$

Predicados

Definición

Un **predicado** n-ario $P(x_1, ..., x_n)$ es una afirmación con n variables, cuyo valor de verdad depende de los objetos en el cual es evaluado.

Predicados

Definición

Un **predicado** n-ario $P(x_1, ..., x_n)$ es una afirmación con n variables, cuyo valor de verdad depende de los objetos en el cual es evaluado.

Definición

Para un predicado n-ario $P(x_1, ..., x_n)$ y valores $a_1, ..., a_n$, la **valuación** $P(a_1, ..., a_n)$ es el valor de verdad de P en $a_1, ..., a_n$.

Predicados

Definición

Un **predicado** n-ario $P(x_1, \ldots, x_n)$ es una afirmación con n variables, cuyo valor de verdad depende de los objetos en el cual es evaluado.

Definición

Para un predicado n-ario $P(x_1, \ldots, x_n)$ y valores $a_1, \ldots, a_n$, la **valuación** $P(a_1, \ldots, a_n)$ es el valor de verdad de P en $a_1, \ldots, a_n$.

Ejemplos

$O(x, y) := x \leq y \quad S(x, y, z) := x + y = z \quad Padre(x, y) := x$ es padre de y

Predicados

Definición

Un **predicado** n-ario $P(x_1, \ldots, x_n)$ es una afirmación con n variables, cuyo valor de verdad depende de los objetos en el cual es evaluado.

Definición

Para un predicado n-ario $P(x_1, \ldots, x_n)$ y valores $a_1, \ldots, a_n$, la **valuación** $P(a_1, \ldots, a_n)$ es el valor de verdad de P en $a_1, \ldots, a_n$.

Ejemplos

$O(x, y) := x \leq y \quad S(x, y, z) := x + y = z \quad \mathit{Padre}(x, y) := x$ es padre de y

- $O(2, 3) = 1$
- $S(5, 10, 15) = 1$
- $S(4, 12, 1) = 0$
- $\mathit{Padre}(\text{Homero}, \text{Bart}) = 1$

Predicados y Dominio

Observación

Todos los predicados están restringidos a un **dominio** (no vacío) de evaluación.

Predicados y Dominio

Observación

Todos los predicados están restringidos a un **dominio** (no vacío) de evaluación.

Ejemplos

$O(x,y) := x \leq y$, $S(x,y,z) := x + y = z$, $Padre(x,y) := x$ es padre de y

$O(x,y)$	$:= x \leq y$	sobre $\mathbb{N}$
$S(x,y,z)$	$:= x + y = z$	sobre $\mathbb{Q}$
$Padre(x)$	$:= x$ es padre de y	sobre el conjunto de todas las personas

Predicados y Dominio

Observación

Todos los predicados están restringidos a un **dominio** (no vacío) de evaluación.

Notación

- Para un predicado $P(x_1, ..., x_n)$ diremos que $x_1, ..., x_n$ son **variables libres** de P.
- Un predicado **0-ario** es un predicado sin variables y tiene valor de verdadero o falso sin importar la valuación.

Sintaxis de predicados

Definición (incompleta)

Diremos que φ es un **predicado compuesto** si es

1. un predicado
2. la negación ($\neg$) de un predicado compuesto
3. conjunción ($\wedge$), disyunción ($\vee$), implicancia ($\rightarrow$) o bidireccional ($\leftrightarrow$) de predicados compuestos sobre el **mismo dominio**

Sintaxis de predicados

Definición (incompleta)

Diremos que φ es un **predicado compuesto** si es

1. un predicado
2. la negación ($\neg$) de un predicado compuesto
3. conjunción ($\wedge$), disyunción ($\vee$), implicancia ($\rightarrow$) o bidireccional ($\leftrightarrow$) de predicados compuestos sobre el **mismo dominio**

Observemos que hasta aquí,
la sintaxis es análoga al caso de fórmulas proposicionales

Valuaciones

Definición

La **valuación** de un predicado compuesto corresponde a la valuación recursiva de sus conectivos lógicos y predicados básicos.

Valuaciones

Definición

La **valuación** de un predicado compuesto corresponde a la valuación recursiva de sus conectivos lógicos y predicados básicos.

Ejemplos

$P(x) := x$ es par y $O(x, y) := x \leq y$ sobre $\mathbb{N}$:

Valuaciones

Definición

La **valuación** de un predicado compuesto corresponde a la valuación recursiva de sus conectivos lógicos y predicados básicos.

Ejemplos

$P(x) := x$ es par y $O(x, y) := x \leq y$ sobre $\mathbb{N}$:

- $\varphi(x) := \neg P(x)$

Valuaciones

Definición

La **valuación** de un predicado compuesto corresponde a la valuación recursiva de sus conectivos lógicos y predicados básicos.

Ejemplos

$P(x) := x$ es par y $O(x, y) := x \leq y$ sobre $\mathbb{N}$:

- $\varphi(x) := \neg P(x)$
- $\psi(x, y, z) := O(x, y) \wedge O(y, z)$

Valuaciones

Definición

La **valuación** de un predicado compuesto corresponde a la valuación recursiva de sus conectivos lógicos y predicados básicos.

Ejemplos

$P(x) := x$ es par y $O(x, y) := x \leq y$ sobre $\mathbb{N}$:

- $\varphi(x) := \neg P(x)$
- $\psi(x, y, z) := O(x, y) \wedge O(y, z)$
- $\theta(x, y) := (P(x) \wedge P(y)) \rightarrow O(x, y)$

Valuaciones

Definición

La **valuación** de un predicado compuesto corresponde a la valuación recursiva de sus conectivos lógicos y predicados básicos.

Ejemplos

$P(x) := x$ es par y $O(x, y) := x \leq y$ sobre $\mathbb{N}$:

- $\varphi(x) := \neg P(x)$
- $\psi(x, y, z) := O(x, y) \wedge O(y, z)$
- $\theta(x, y) := (P(x) \wedge P(y)) \to O(x, y)$
- $\varphi(4) = 0$

Cuantificador universal

Definición

Sea $\varphi(x, y_1, ..., y_n)$ un predicado compuesto con dominio D. Definimos el **cuantificador universal** como

$$\forall x(\varphi(x, y_1, ..., y_n)).$$

Diremos que x es la variable cuantificada e $y_1, ..., y_n$ son las variables libres.

Cuantificador universal

Definición

Sea $\varphi(x, y_1, ..., y_n)$ un predicado compuesto con dominio D. Definimos el **cuantificador universal** como

$$\forall x(\varphi(x, y_1, ..., y_n)).$$

Diremos que x es la variable cuantificada e $y_1, ..., y_n$ son las variables libres.

Definición

Para $b_1, ..., b_n$ en D, definimos la valuación:

$$\forall x(\varphi(a, b_1, ..., b_n)) = 1$$

si **para todo** a en D se tiene que $\varphi(a, b_1, ..., b_n) = 1$, y 0 en otro caso.

Cuantificador universal

Ejemplos

Para los predicados $P(x) := x$ es par y $O(x, y) := x \leq y$ sobre $\mathbb{N}$:

Cuantificador universal

Ejemplos

Para los predicados $P(x) := x$ es par y $O(x, y) := x \leq y$ sobre $\mathbb{N}$:

- $\psi(y) := \forall x(O(x, y)) \quad \cdots \quad \psi(2) = \forall x(O(x, 2))$
- $\theta(x) := \forall y(O(x, y)) \quad \cdots \quad \theta(0) = \forall y(O(0, y))$
- $\varphi := \forall x(P(x))$
- $\varphi' := \forall x(P(x) \vee \neg P(x))$

Cuantificador existencial

Definición

Sea $\varphi(x, y_1, ..., y_n)$ un predicado compuesto con dominio D. Definimos el **cuantificador existencial** como

$$\exists x(\varphi(x, y_1, ..., y_n)).$$

Diremos que x es la variable cuantificada y $y_1, ..., y_n$ son las variables libres.

Cuantificador existencial

Definición

Sea $\varphi(x, y_1, ..., y_n)$ un predicado compuesto con dominio D. Definimos el **cuantificador existencial** como

$$\exists x(\varphi(x, y_1, ..., y_n)).$$

Diremos que x es la variable cuantificada y $y_1, ..., y_n$ son las variables libres.

Definición

Para $b_1, ..., b_n$ en D, definimos la valuación:

$$\exists x(\varphi(x, b_1, ..., b_n)) = 1$$

Cuantificador existencial

Definición

Sea $\varphi(x, y_1, ..., y_n)$ un predicado compuesto con dominio D. Definimos el **cuantificador existencial** como

$$\exists x(\varphi(x, y_1, ..., y_n)).$$

Diremos que x es la variable cuantificada y $y_1, ..., y_n$ son las variables libres.

Definición

Para $b_1, ..., b_n$ en D, definimos la valuación:

$$\exists x(\varphi(x, b_1, ..., b_n)) = 1$$

si **existe** a en D tal que $\varphi(a, b_1, ..., b_n) = 1$, y 0 en otro caso.

Cuantificador existencial

Ejemplos

Para los predicados $P(x) := x$ es par y $O(x, y) := x \leq y$ sobre $\mathbb{N}$:

Cuantificador existencial

Ejemplos

Para los predicados $P(x) := x$ es par y $O(x, y) := x \leq y$ sobre $\mathbb{N}$:

- $\psi(y) := \exists x(O(x, y)) \quad \cdots \quad \psi(2) = \exists x(O(x, 2))$
- $\theta(x) := \exists y(O(x, y)) \quad \cdots \quad \theta(0) = \exists y(O(0, y))$
- $\varphi(x, y) := \exists z(O(x, z) \land O(z, y) \land x \neq z \land y \neq z) \quad \cdots \quad \varphi(1, 2)$
- $\beta := \exists x(P(x))$

Es posible combinar cuantificadores

Ejemplos

Para los predicados $P(x) := x$ es par y $O(x, y) := x \leq y$ sobre $\mathbb{Z}$:

Es posible combinar cuantificadores

Ejemplos

Para los predicados $P(x) := x$ es par y $O(x, y) := x \leq y$ sobre $\mathbb{Z}$:

- $\forall x(\forall y(O(x, y)))$
- $\exists x(\exists y(O(x, y)))$
- $\forall x(\exists y(O(x, y)))$
- $\exists x(\forall y(O(x, y)))$
- $\forall x(P(x) \rightarrow \exists y(O(x, y)))$

Sintaxis de predicados (v.2.0)

(re)Definición

Diremos que φ es un **predicado compuesto** (o también **fórmula**) si es:

Sintaxis de predicados (v.2.0)

(re)Definición

Diremos que φ es un **predicado compuesto** (o también **fórmula**) si es:

1. un predicado básico,

Sintaxis de predicados (v.2.0)

(re)Definición

Diremos que φ es un **predicado compuesto** (o también **fórmula**) si es:

1. un predicado básico,
2. negación ($\neg$) de un predicado compuesto

Sintaxis de predicados (v.2.0)

(re)Definición

Diremos que φ es un **predicado compuesto** (o también **fórmula**) si es:

1. un predicado básico,
2. negación ($\neg$) de un predicado compuesto
3. conjunción ($\wedge$), disyunción ($\vee$), implicancia ($\rightarrow$), bidireccional ($\leftrightarrow$) de predicados compuestos sobre el mismo dominio o

Sintaxis de predicados (v.2.0)

(re)Definición

Diremos que φ es un **predicado compuesto** (o también **fórmula**) si es:

1. un predicado básico,
2. negación ($\neg$) de un predicado compuesto
3. conjunción ($\wedge$), disyunción ($\vee$), implicancia ($\rightarrow$), bidireccional ($\leftrightarrow$) de predicados compuestos sobre el mismo dominio o
4. la cuantificación universal ($\forall$) o existencial ($\exists$) de un predicado compuesto.

Sintaxis de predicados (v.2.0)

(re)Definición

Diremos que φ es un **predicado compuesto** (o también **fórmula**) si es:

1. un predicado básico,
2. negación ($\neg$) de un predicado compuesto
3. conjunción ($\wedge$), disyunción ($\vee$), implicancia ($\rightarrow$), bidireccional ($\leftrightarrow$) de predicados compuestos sobre el mismo dominio o
4. la cuantificación universal ($\forall$) o existencial ($\exists$) de un predicado compuesto.

(re)Definición

La **valuación** de un predicado compuesto corresponde a la valuación recursiva de sus cuantificadores, conectivos lógicos y predicados básicos.

Outline

Interpretaciones

¿Son estas fórmulas equivalentes?

$$\forall x(\exists y(x \leq y)) \stackrel{?}{\equiv} \exists x(\forall y(x \leq y))$$

Interpretaciones

¿Son estas fórmulas equivalentes?

$$\forall x(\exists y(x \leq y)) \stackrel{?}{\equiv} \exists x(\forall y(x \leq y))$$

Depende del **dominio** y la **interpretación** del símbolo $\leq$.

Interpretaciones

Notación

Desde ahora, para un dominio D diremos que:

- $P(x_1, ..., x_n)$ es un **símbolo de predicado** y
- $P^D(x_1, ..., x_n)$ es el predicado sobre D.

Interpretaciones

Notación

Desde ahora, para un dominio D diremos que:

- $P(x_1, ..., x_n)$ es un **símbolo de predicado** y
- $P^D(x_1, ..., x_n)$ es el predicado sobre D.

Definición

Sean $P_1, ..., P_m$ símbolos de predicados.
Una **interpretación** $\mathcal{I}$ para $P_1, ..., P_m$ está compuesta de:

- un dominio D que denotaremos $\mathcal{I}(dom)$ y
- un predicado P_i^D que denotaremos por $\mathcal{I}(P_i)$ para cada símbolo P_i.

Interpretaciones

Ejemplos

¿Cuáles pueden ser posibles interpretaciones para los símbolos $P(x)$ y $O(x, y)$?

Ejemplos

¿Cuáles pueden ser posibles interpretaciones para los símbolos $P(x)$ y $O(x, y)$?

$$\mathcal{I}_1(\boldsymbol{dom}) := \mathbb{N}$$

Interpretaciones

Ejemplos

¿Cuáles pueden ser posibles interpretaciones para los símbolos $P(x)$ y $O(x, y)$?

$$\mathcal{I}_1(\mathit{dom}) := \mathbb{N}$$
$$\mathcal{I}_1(P) := x \neq 1$$

Interpretaciones

Ejemplos

¿Cuáles pueden ser posibles interpretaciones para los símbolos $P(x)$ y $O(x,y)$?

$$\mathcal{I}_1(dom) := \mathbb{N}$$
$$\mathcal{I}_1(P) := x \neq 1$$
$$\mathcal{I}_1(O) := y \text{ es múltiplo de } x$$

Interpretaciones

Ejemplos

¿Cuáles pueden ser posibles interpretaciones para los símbolos $P(x)$ y $O(x, y)$?

$$\mathcal{I}_1(\mathit{dom}) := \mathbb{N} \qquad \mathcal{I}_2(\mathit{dom}) := \mathbb{Z}$$
$$\mathcal{I}_1(P) := x \neq 1$$
$$\mathcal{I}_1(O) := y \text{ es múltiplo de } x$$

Interpretaciones

Ejemplos

¿Cuáles pueden ser posibles interpretaciones para los símbolos $P(x)$ y $O(x, y)$?

$$\mathcal{I}_1(\mathit{dom}) := \mathbb{N} \qquad \mathcal{I}_2(\mathit{dom}) := \mathbb{Z}$$
$$\mathcal{I}_1(P) := x \neq 1 \qquad \mathcal{I}_2(P) := x < 0$$
$$\mathcal{I}_1(O) := y \text{ es múltiplo de } x$$

Ejemplos

¿Cuáles pueden ser posibles interpretaciones para los símbolos $P(x)$ y $O(x,y)$?

$$
\begin{array}{cc}
\mathcal{I}_1(\mathit{dom}) := \mathbb{N} & \mathcal{I}_2(\mathit{dom}) := \mathbb{Z} \\
\mathcal{I}_1(P) := x \neq 1 & \mathcal{I}_2(P) := x < 0 \\
\mathcal{I}_1(O) := y \text{ es múltiplo de } x & \mathcal{I}_2(O) := x + y = 0
\end{array}
$$

Interpretaciones

Definición

Sean $\varphi(x_1, ..., x_n)$ una fórmula e $\mathcal{I}$ una interpretación de los símbolos en φ. Diremos que $\mathcal{I}$ **satisface** φ sobre $a_1, ..., a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$:

Interpretaciones

Definición

Sean $\varphi(x_1, ..., x_n)$ una fórmula e $\mathcal{I}$ una interpretación de los símbolos en φ. Diremos que $\mathcal{I}$ **satisface** φ sobre $a_1, ..., a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$:

$$\mathcal{I} \vDash \varphi(a_1, .., a_n)$$

Interpretaciones

Definición

Sean $\varphi(x_1, ..., x_n)$ una fórmula e $\mathcal{I}$ una interpretación de los símbolos en φ. Diremos que $\mathcal{I}$ **satisface** φ sobre $a_1, ..., a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$:

$$\mathcal{I} \vDash \varphi(a_1, .., a_n)$$

si $\varphi(a_1, ..., a_n)$ es verdadero al interpretar cada símbolo en φ según $\mathcal{I}$.

Interpretaciones

Definición

Sean $\varphi(x_1, ..., x_n)$ una fórmula e $\mathcal{I}$ una interpretación de los símbolos en φ. Diremos que $\mathcal{I}$ **satisface** φ sobre $a_1, ..., a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$:

$$\mathcal{I} \vDash \varphi(a_1, .., a_n)$$

si $\varphi(a_1, ..., a_n)$ es verdadero al interpretar cada símbolo en φ según $\mathcal{I}$.

Ejemplos

Interpretaciones

Definición

Sean $\varphi(x_1, ..., x_n)$ una fórmula e $\mathcal{I}$ una interpretación de los símbolos en φ. Diremos que $\mathcal{I}$ **satisface** φ sobre $a_1, ..., a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$:

$$\mathcal{I} \vDash \varphi(a_1, .., a_n)$$

si $\varphi(a_1, ..., a_n)$ es verdadero al interpretar cada símbolo en φ según $\mathcal{I}$.

Ejemplos

¿Cuáles pueden ser posibles interpretaciones para los símbolos $P(x)$ y $O(x, y)$?

$\mathcal{I}_1(dom) := \mathbb{N}$	$\mathcal{I}_2(dom) := \mathbb{Z}$
$\mathcal{I}_1(P) := x \neq 1$	$\mathcal{I}_2(P) := x < 0$
$\mathcal{I}_1(O) := y$ es múltiplo de x	$\mathcal{I}_2(O) := x + y = 0$

Interpretaciones

Definición

Sean $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$ una fórmula e $\mathcal{I}$ una interpretación de los símbolos en φ. Diremos que $\mathcal{I}$ **satisface** φ sobre $a_1, \ldots, a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$:

$$\mathcal{I} \vDash \varphi(a_1, .., a_n)$$

si $\varphi(a_1, \ldots, a_n)$ es verdadero al interpretar cada símbolo en φ según $\mathcal{I}$.

Ejemplos

¿Cuáles pueden ser posibles interpretaciones para los símbolos $P(x)$ y $O(x, y)$?

$$\begin{array}{cc}
\mathcal{I}_1(dom) := \mathbb{N} & \mathcal{I}_2(dom) := \mathbb{Z} \\
\mathcal{I}_1(P) := x \neq 1 & \mathcal{I}_2(P) := x < 0 \\
\mathcal{I}_1(O) := y \text{ es múltiplo de } x & \mathcal{I}_2(O) := x + y = 0
\end{array}$$

- $\mathcal{I}_1 \vDash \forall x(\exists y(P(y) \wedge O(x, y)))$

Interpretaciones

Definición

Sean $\varphi(x_1, ..., x_n)$ una fórmula e $\mathcal{I}$ una interpretación de los símbolos en φ. Diremos que $\mathcal{I}$ **satisface** φ sobre $a_1, ..., a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$:

$$\mathcal{I} \vDash \varphi(a_1, .., a_n)$$

si $\varphi(a_1, ..., a_n)$ es verdadero al interpretar cada símbolo en φ según $\mathcal{I}$.

Ejemplos

¿Cuáles pueden ser posibles interpretaciones para los símbolos $P(x)$ y $O(x, y)$?

$\mathcal{I}_1(dom) := \mathbb{N}$	$\mathcal{I}_2(dom) := \mathbb{Z}$
$\mathcal{I}_1(P) := x \neq 1$	$\mathcal{I}_2(P) := x < 0$
$\mathcal{I}_1(O) := y$ es múltiplo de x	$\mathcal{I}_2(O) := x + y = 0$

- $\mathcal{I}_1 \vDash \forall x(\exists y(P(y) \wedge O(x, y)))$
- $\mathcal{I}_2 \nvDash \forall x(\exists y(P(y) \wedge O(x, y)))$

Interpretaciones

Definición

Sean $\varphi(x_1, ..., x_n)$ una fórmula e $\mathcal{I}$ una interpretación de los símbolos en φ. Diremos que $\mathcal{I}$ **satisface** φ sobre $a_1, ..., a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$:

$$\mathcal{I} \vDash \varphi(a_1, .., a_n)$$

si $\varphi(a_1, ..., a_n)$ es verdadero al interpretar cada símbolo en φ según $\mathcal{I}$.

Interpretaciones

Definición

Sean $\varphi(x_1, ..., x_n)$ una fórmula e $\mathcal{I}$ una interpretación de los símbolos en φ. Diremos que $\mathcal{I}$ **satisface** φ sobre $a_1, ..., a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$:

$$\mathcal{I} \vDash \varphi(a_1, .., a_n)$$

si $\varphi(a_1, ..., a_n)$ es verdadero al interpretar cada símbolo en φ según $\mathcal{I}$.

Si $\mathcal{I}$ **no satisface** φ sobre $a_1, ..., a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$ lo denotamos como:

$$\mathcal{I} \nvDash \varphi(a_1, .., a_n)$$

Observe que el símbolo $\vDash$ en predicados indica satisfactibilidad

Outline

Equivalencia lógica

Definición

Sean $\varphi(x_1, ..., x_n)$ y $\psi(x_1, ..., x_n)$ dos fórmulas en lógica de predicados. Decimos que φ y ψ son **lógicamente equivalentes**, lo que denotamos por

$$\varphi \equiv \psi$$

si para toda interpretación $\mathcal{I}$

Equivalencia lógica

Definición

Sean $\varphi(x_1, ..., x_n)$ y $\psi(x_1, ..., x_n)$ dos fórmulas en lógica de predicados. Decimos que φ y ψ son **lógicamente equivalentes**, lo que denotamos por

$$\varphi \equiv \psi$$

si para toda interpretación $\mathcal{I}$ y para todo $a_1, ..., a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$ se cumple que

$$\mathcal{I} \vDash \varphi(a_1, .., a_n) \text{ si y sólo si } \mathcal{I} \vDash \psi(a_1, .., a_n)$$

Equivalencia lógica

Definición

Sean $\varphi(x_1, ..., x_n)$ y $\psi(x_1, ..., x_n)$ dos fórmulas en lógica de predicados. Decimos que φ y ψ son **lógicamente equivalentes**, lo que denotamos por

$$\varphi \equiv \psi$$

si para toda interpretación $\mathcal{I}$ y para todo $a_1, ..., a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$ se cumple que

$$\mathcal{I} \vDash \varphi(a_1, .., a_n) \text{ si y sólo si } \mathcal{I} \vDash \psi(a_1, .., a_n)$$

Caso especial

Si φ y ψ son oraciones (no tienen variables libres) equivalentes, entonces para toda interpretación $\mathcal{I}$:

$$\mathcal{I} \vDash \varphi \text{ si y sólo si } \mathcal{I} \vDash \psi$$

Equivalencia lógica

Observación

Todas las equivalencias de lógica proposicional son equivalencias en lógica de predicados.

Equivalencia lógica

Observación

Todas las equivalencias de lógica proposicional son equivalencias en lógica de predicados.

Ejemplos

Para fórmulas φ, ψ y θ en lógica de predicados:

1. **Conmutatividad:** $\varphi \wedge \psi \equiv \psi \wedge \varphi$
2. **Asociatividad:** $\varphi \wedge (\psi \wedge \theta) \equiv (\varphi \wedge \psi) \wedge \theta$
3. **Idempotencia:** $\varphi \wedge \varphi \equiv \varphi$
4. **Doble negación:** $\neg(\neg\varphi) \equiv \varphi$
5. **Distributividad:** $\varphi \wedge (\psi \vee \theta) \equiv (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \theta)$
6. **De Morgan:** $\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg\varphi \vee \neg\psi$
7. ...

¿Hay más equivalencias en predicados?

Equivalencia lógica

Ejemplos

Las siguientes fórmulas también son lógicamente equivalentes:

1. $\forall x(P(x) \to R(x)) \equiv \forall x(\neg P(x) \lor R(x))$

2. $\forall x(P(x)) \to \exists y(R(y))$¿ $\equiv \neg\exists y(R(y)) \to \neg\forall x(P(x))$

Equivalencia lógica

Tenemos nuevas equivalencias además de las ya mencionadas:

Teorema

Sea $\varphi(x), \psi(x)$ fórmulas con x su variable libre. Entonces:

Equivalencia lógica

Tenemos nuevas equivalencias además de las ya mencionadas:

Teorema

Sea $\varphi(x), \psi(x)$ fórmulas con x su variable libre. Entonces:

Equivalencia lógica

Tenemos nuevas equivalencias además de las ya mencionadas:

Teorema

Sea $\varphi(x), \psi(x)$ fórmulas con x su variable libre. Entonces:

Equivalencia lógica

Tenemos nuevas equivalencias además de las ya mencionadas:

Teorema

Sea $\varphi(x), \psi(x)$ fórmulas con x su variable libre. Entonces:

$$\neg\forall x(\varphi(x)) \equiv \exists x(\neg\varphi(x))$$

Equivalencia lógica

Tenemos nuevas equivalencias además de las ya mencionadas:

Teorema

Sea $\varphi(x), \psi(x)$ fórmulas con x su variable libre. Entonces:

$$\neg\forall x(\varphi(x)) \equiv \exists x(\neg\varphi(x))$$
$$\neg\exists x(\varphi(x)) \equiv \forall x(\neg\varphi(x))$$

Equivalencia lógica

Tenemos nuevas equivalencias además de las ya mencionadas:

Teorema

Sea $\varphi(x), \psi(x)$ fórmulas con x su variable libre. Entonces:

$$\neg\forall x(\varphi(x)) \equiv \exists x(\neg\varphi(x))$$
$$\neg\exists x(\varphi(x)) \equiv \forall x(\neg\varphi(x))$$
$$\forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x)) \equiv \forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))$$

Equivalencia lógica

Tenemos nuevas equivalencias además de las ya mencionadas:

Teorema

Sea $\varphi(x), \psi(x)$ fórmulas con x su variable libre. Entonces:

$$\neg\forall x(\varphi(x)) \equiv \exists x(\neg\varphi(x))$$

$$\neg\exists x(\varphi(x)) \equiv \forall x(\neg\varphi(x))$$

$$\forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x)) \equiv \forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))$$

$$\exists x(\varphi(x) \vee \psi(x)) \equiv \exists x(\varphi(x)) \vee \exists x(\psi(x))$$

Equivalencia lógica

Tenemos nuevas equivalencias además de las ya mencionadas:

Teorema

Sea $\varphi(x), \psi(x)$ fórmulas con x su variable libre. Entonces:

$$\neg\forall x(\varphi(x)) \equiv \exists x(\neg\varphi(x))$$

$$\neg\exists x(\varphi(x)) \equiv \forall x(\neg\varphi(x))$$

$$\forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x)) \equiv \forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))$$

$$\exists x(\varphi(x) \vee \psi(x)) \equiv \exists x(\varphi(x)) \vee \exists x(\psi(x))$$

¿Qué nos dicen estos teoremas?

Equivalencia lógica

Tenemos nuevas equivalencias además de las ya mencionadas:

Teorema

Sea $\varphi(x), \psi(x)$ fórmulas con x su variable libre. Entonces:

$$\neg\forall x(\varphi(x)) \equiv \exists x(\neg\varphi(x))$$

$$\neg\exists x(\varphi(x)) \equiv \forall x(\neg\varphi(x))$$

$$\forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x)) \equiv \forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))$$

$$\exists x(\varphi(x) \vee \psi(x)) \equiv \exists x(\varphi(x)) \vee \exists x(\psi(x))$$

¿Qué nos dicen estos teoremas?

Ejercicio (propuesto ★)

Demuestre los teoremas.

Equivalencia lógica

Ejercicio

¿Son ciertas las siguientes equivalencias?

- $\forall x(\exists y(\varphi(x, y))) \stackrel{?}{\equiv} \exists x(\forall y(\varphi(x, y)))$

Equivalencia lógica

Ejercicio

¿Son ciertas las siguientes equivalencias?

- $\forall x(\exists y(\varphi(x, y))) \stackrel{?}{\equiv} \exists x(\forall y(\varphi(x, y)))$ ✗

Equivalencia lógica

Ejercicio

¿Son ciertas las siguientes equivalencias?

- $\forall x(\exists y(\varphi(x,y))) \stackrel{?}{\equiv} \exists x(\forall y(\varphi(x,y)))$ ✕
- $\forall x(\varphi(x) \vee \psi(x)) \stackrel{?}{\equiv} \forall x(\varphi(x)) \vee \forall x(\psi(x))$

Equivalencia lógica

Ejercicio

¿Son ciertas las siguientes equivalencias?

- $\forall x(\exists y(\varphi(x,y))) \stackrel{?}{\equiv} \exists x(\forall y(\varphi(x,y)))$ ✗
- $\forall x(\varphi(x) \vee \psi(x)) \stackrel{?}{\equiv} \forall x(\varphi(x)) \vee \forall x(\psi(x))$ ✗

Equivalencia lógica

Ejercicio

¿Son ciertas las siguientes equivalencias?

- $\forall x(\exists y(\varphi(x,y))) \stackrel{?}{\equiv} \exists x(\forall y(\varphi(x,y)))$ ✗
- $\forall x(\varphi(x) \vee \psi(x)) \stackrel{?}{\equiv} \forall x(\varphi(x)) \vee \forall x(\psi(x))$ ✗
- $\exists x(\varphi(x) \wedge \psi(x)) \stackrel{?}{\equiv} \exists x(\varphi(x)) \wedge \exists x(\psi(x))$

Equivalencia lógica

Ejercicio

¿Son ciertas las siguientes equivalencias?

- $\forall x(\exists y(\varphi(x,y))) \stackrel{?}{\equiv} \exists x(\forall y(\varphi(x,y)))$ ✗
- $\forall x(\varphi(x) \vee \psi(x)) \stackrel{?}{\equiv} \forall x(\varphi(x)) \vee \forall x(\psi(x))$ ✗
- $\exists x(\varphi(x) \wedge \psi(x)) \stackrel{?}{\equiv} \exists x(\varphi(x)) \wedge \exists x(\psi(x))$ ✗

Para probar no-equivalencia basta con proporcionar una interpretación que satisface solo a una de las fórmulas comparadas

Consecuencia lógica

Las siguientes definiciones nos ayudan a extender el concepto de consecuencia lógica.

Consecuencia lógica

Las siguientes definiciones nos ayudan a extender el concepto de consecuencia lógica.

Definición

Para un conjunto Σ de fórmulas, decimos que $\mathcal{I}$ **satisface** Σ sobre $a_1, \ldots, a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$ si:

$$\mathcal{I} \vDash \varphi(a_1, \ldots, a_n) \text{ para toda } \varphi \in \Sigma$$

Notación: $\mathcal{I} \vDash \Sigma(a_1, \ldots, a_n)$

Consecuencia lógica

Definición

Una fórmula φ es **consecuencia lógica** de un conjunto de fórmulas Σ, lo que denotamos por:

$$\Sigma \models \varphi$$

si para toda interpretación $\mathcal{I}$ y $a_1, \ldots, a_n$ en $\mathcal{I}(dom)$ se cumple que:

$$\text{si } \mathcal{I} \models \Sigma(a_1, \ldots, a_n) \text{ entonces } \mathcal{I} \models \varphi(a_1, \ldots, a_n)$$

Consecuencia lógica

Ejemplos

¿Cuáles son consecuencias lógicas válidas?

Consecuencia lógica

Ejemplos

¿Cuáles son consecuencias lógicas válidas?

- $\{\forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))\} \vDash \forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$

Consecuencia lógica

Ejemplos

¿Cuáles son consecuencias lógicas válidas?

- $\{\forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))\} \vDash \forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✓

Consecuencia lógica

Ejemplos

¿Cuáles son consecuencias lógicas válidas?

- $\{\forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))\} \vDash \forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✓
- $\{\exists x(\varphi(x)) \wedge \exists x(\psi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$

Consecuencia lógica

Ejemplos

¿Cuáles son consecuencias lógicas válidas?

- $\{\forall x(\varphi(x)) \land \forall x(\psi(x))\} \vDash \forall x(\varphi(x) \land \psi(x))$ ✓
- $\{\exists x(\varphi(x)) \land \exists x(\psi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x) \land \psi(x))$ ✗

Consecuencia lógica

Ejemplos

¿Cuáles son consecuencias lógicas válidas?

- $\{\forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))\} \vDash \forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✓
- $\{\exists x(\varphi(x)) \wedge \exists x(\psi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✗
- $\{\forall x(\varphi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x))$

Consecuencia lógica

Ejemplos

¿Cuáles son consecuencias lógicas válidas?

- $\{\forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))\} \vDash \forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✓
- $\{\exists x(\varphi(x)) \wedge \exists x(\psi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✗
- $\{\forall x(\varphi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x))$ ✓

Consecuencia lógica

Ejemplos

¿Cuáles son consecuencias lógicas válidas?

- $\{\forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))\} \vDash \forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✓
- $\{\exists x(\varphi(x)) \wedge \exists x(\psi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✗
- $\{\forall x(\varphi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x))$ ✓
- $\{\forall x(\exists y(\varphi(x, y)))\} \vDash \exists x(\forall y(\varphi(x, y)))$

Consecuencia lógica

Ejemplos

¿Cuáles son consecuencias lógicas válidas?

- $\{\forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))\} \vDash \forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✓
- $\{\exists x(\varphi(x)) \wedge \exists x(\psi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✗
- $\{\forall x(\varphi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x))$ ✓
- $\{\forall x(\exists y(\varphi(x, y)))\} \vDash \exists x(\forall y(\varphi(x, y)))$ ✗

Consecuencia lógica

Ejemplos

¿Cuáles son consecuencias lógicas válidas?

- $\{\forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))\} \vDash \forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✓
- $\{\exists x(\varphi(x)) \wedge \exists x(\psi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✗
- $\{\forall x(\varphi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x))$ ✓
- $\{\forall x(\exists y(\varphi(x, y)))\} \vDash \exists x(\forall y(\varphi(x, y)))$ ✗

¿Existe algún algoritmo que nos permita resolver este problema?

Consecuencia lógica

Ejemplos

¿Cuáles son consecuencias lógicas válidas?

- $\{\forall x(\varphi(x)) \wedge \forall x(\psi(x))\} \vDash \forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✓
- $\{\exists x(\varphi(x)) \wedge \exists x(\psi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x) \wedge \psi(x))$ ✗
- $\{\forall x(\varphi(x))\} \vDash \exists x(\varphi(x))$ ✓
- $\{\forall x(\exists y(\varphi(x, y)))\} \vDash \exists x(\forall y(\varphi(x, y)))$ ✗

¿Existe algún algoritmo que nos permita resolver este problema?
¿Qué tal nuestro sistema deductivo de lógica proposicional?

Reglas de inferencia

Además de las reglas de inferencia de lógica proposicional (**resolución** y **factorización**), podemos considerar las siguientes reglas:

Reglas de inferencia

Además de las reglas de inferencia de lógica proposicional (**resolución** y **factorización**), podemos considerar las siguientes reglas:

1. **Especificación universal**:

$$\frac{\forall x(\varphi(x))}{\varphi(a) \text{ para cualquier } a}$$

Reglas de inferencia

Además de las reglas de inferencia de lógica proposicional (**resolución** y **factorización**), podemos considerar las siguientes reglas:

1. **Especificación universal**:

$$\frac{\forall x(\varphi(x))}{\varphi(a) \text{ para cualquier } a}$$

2. **Generalización universal**:

$$\frac{\varphi(a) \text{ para un } a \text{ arbitrario}}{\forall x(\varphi(x))}$$

Reglas de inferencia

Además de las reglas de inferencia de lógica proposicional (resolución y factorización), podemos considerar las siguientes reglas:

3. **Especificación existencial**:

$$\frac{\exists x(\varphi(x))}{\varphi(a) \text{ para algún } a \text{ (nuevo)}}$$

Reglas de inferencia

Además de las reglas de inferencia de lógica proposicional (resolución y factorización), podemos considerar las siguientes reglas:

3. **Especificación existencial**:

$$\frac{\exists x(\varphi(x))}{\varphi(a) \text{ para algún } a \text{ (nuevo)}}$$

4. **Generalización existencial**:

$$\frac{\varphi(a) \text{ para algún } a}{\exists x(\varphi(x))}$$

Consecuencia lógica

Finalmente, podemos establecer la noción de argumento válido.

Ejercicio

¿Es válido el siguiente argumento? Modele y demuestre usando un sistema deductivo.

- **Premisa 1:** Todas las personas son mortales.
- **Premisa 2:** Sócrates es persona.
- **Conclusión:** Sócrates es mortal.

Consecuencia lógica

Finalmente, podemos establecer la noción de argumento válido.

Ejercicio

Consideremos los siguientes predicados:

- $P(x) \coloneqq x$ es persona
- $M(x) \coloneqq x$ es mortal

Consecuencia lógica

Finalmente, podemos establecer la noción de argumento válido.

Ejercicio

Consideremos los siguientes predicados:

- $P(x) := x$ es persona
- $M(x) := x$ es mortal

Podemos modelar el problema de la siguiente forma:

$$\frac{\begin{array}{c}\forall x(P(x) \to M(x)) \\ P(s)\end{array}}{M(s)}$$

Consecuencia lógica

Ejercicio

Debemos mostrar que

$$\{\forall x(P(x) \to M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

Ejercicio

Debemos mostrar que

$$\{\forall x(P(x) \rightarrow M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

por regla de implicancia esto es equivalente a

$$\{\forall x(\neg P(x) \vee M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

Ejercicio

Debemos mostrar que

$$\{\forall x(P(x) \to M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

por regla de implicancia esto es equivalente a

$$\{\forall x(\neg P(x) \vee M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

Consideremos $\Sigma = \{\forall x(\neg P(x) \vee M(x)), P(s), \neg M(s)\}$. Entonces,

Consecuencia lógica

Ejercicio

Debemos mostrar que

$$\{\forall x(P(x) \to M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

por regla de implicancia esto es equivalente a

$$\{\forall x(\neg P(x) \vee M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

Consideremos $\Sigma = \{\forall x(\neg P(x) \vee M(x)), P(s), \neg M(s)\}$. Entonces,

$$(1) \quad \forall x(\neg P(x) \vee M(x)) \quad \in \Sigma$$

Consecuencia lógica

Ejercicio

Debemos mostrar que

$$\{\forall x(P(x) \to M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

por regla de implicancia esto es equivalente a

$$\{\forall x(\neg P(x) \lor M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

Consideremos $\Sigma = \{\forall x(\neg P(x) \lor M(x)), P(s), \neg M(s)\}$. Entonces,

(1)	$\forall x(\neg P(x) \lor M(x))$	$\in \Sigma$
(2)	$\neg P(s) \lor M(s)$	especificación universal de (1)

Consecuencia lógica

Ejercicio

Debemos mostrar que

$$\{\forall x(P(x) \to M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

por regla de implicancia esto es equivalente a

$$\{\forall x(\neg P(x) \vee M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

Consideremos $\Sigma = \{\forall x(\neg P(x) \vee M(x)), P(s), \neg M(s)\}$. Entonces,

(1)	$\forall x(\neg P(x) \vee M(x))$	$\in \Sigma$
(2)	$\neg P(s) \vee M(s)$	especificación universal de (1)
(3)	$P(s)$	$\in \Sigma$

Ejercicio

Debemos mostrar que

$$\{\forall x(P(x) \to M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

por regla de implicancia esto es equivalente a

$$\{\forall x(\neg P(x) \vee M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

Consideremos $\Sigma = \{\forall x(\neg P(x) \vee M(x)), P(s), \neg M(s)\}$. Entonces,

(1)	$\forall x(\neg P(x) \vee M(x))$	$\in \Sigma$
(2)	$\neg P(s) \vee M(s)$	especificación universal de (1)
(3)	$P(s)$	$\in \Sigma$
(4)	$M(s)$	resolución de $(2), (3)$

Ejercicio

Debemos mostrar que

$$\{\forall x(P(x) \to M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

por regla de implicancia esto es equivalente a

$$\{\forall x(\neg P(x) \lor M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

Consideremos $\Sigma = \{\forall x(\neg P(x) \lor M(x)), P(s), \neg M(s)\}$. Entonces,

$$\begin{array}{lll}
(1) & \forall x(\neg P(x) \lor M(x)) & \in \Sigma \\
(2) & \neg P(s) \lor M(s) & \text{especificación universal de } (1) \\
(3) & P(s) & \in \Sigma \\
(4) & M(s) & \text{resolución de } (2),(3) \\
(5) & \neg M(s) & \in \Sigma
\end{array}$$

Consecuencia lógica

Ejercicio

Debemos mostrar que

$$\{\forall x(P(x) \to M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

por regla de implicancia esto es equivalente a

$$\{\forall x(\neg P(x) \vee M(x)), P(s)\} \vDash M(s)$$

Consideremos $\Sigma = \{\forall x(\neg P(x) \vee M(x)), P(s), \neg M(s)\}$. Entonces,

(1)	$\forall x(\neg P(x) \vee M(x))$	$\in \Sigma$
(2)	$\neg P(s) \vee M(s)$	especificación universal de (1)
(3)	$P(s)$	$\in \Sigma$
(4)	$M(s)$	resolución de $(2), (3)$
(5)	$\neg M(s)$	$\in \Sigma$
(6)	$\square$	resolución de $(4), (5)$

Outline

Objetivos de la clase

- Comprender el concepto de predicado
- Comprender sintaxis de predicados compuestos
- Comprender semántica de la lógica de predicados
- Identificar equivalencia lógica en predicados