# TD ELECTROSTATIQUE – MAGNETOSTATIQUE

## ELECTROSTATIQUE

**Exercice 1 Comparaison entre force électrostatique et force de gravitation dans l'atome d'hydrogène**

Dans l'atome d'hydrogène, un électron (charge $-e$) décrit une orbite circulaire de rayon $a_0$ autour d'un noyau constitué d'un proton (charge $+e$). Il s'agit de comparer les forces électrostatique $\left(\vec{F_e}\right)$ et gravitationnelle $\left(\vec{F_g}\right)$ entre ces deux particules.

1. Quelle est la nature de l'interaction électrostatique entre le proton et l'électron ?
2. Quelle est la nature de l'interaction gravitationnelle entre le proton et l'électron ?
3. Quelle est la différence fondamentale entre l'interaction électrostatique et l'interaction gravitationnelle ?
4. Calculer l'intensité de la force d'attraction électrostatique entre le proton et l'électron.
5. Calculer l'intensité de la force d'attraction gravitationnelle $F_g = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$ entre le proton et l'électron

On donne : $m_e = 9{,}1.10^{-31}kg$, $m_p = 1{,}67.10^{+27}kg$, $e = 1{,}6.10^{-19}C$, $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9\,S.I$, $G = 6{,}7.10^{-11}\,S.I$, le premier rayon de l'atome de Bohr $a_0 = 0{,}53.10^{-10}m$ ;

6. Comparer l'attraction électrostatique entre le proton et l'électron à leur attraction gravitationnelle. Conclure.

**Exercice 2 Force électrostatique**

Dans un repère plan $(O,x,y)$ on considère trois charges ponctuelles de coordonnées :

$+Q$ en $A(-a,0)$; $-Q$ en $B(a,0)$ ; $+2Q$ en $C(0,b)$.

1. Représenter les trois charges ponctuelles et les forces électrostatiques agissant sur la charge $+2Q$.
2. Déterminer la résultante des forces électrostatiques sur la charge $+2Q$ en fonction de $Q$, $a$ et $b$.

**Exercice 3**

4 charges ( $q_A = +q$, $q_B = +q$, $q_C = -2q$, $q_D = -2q$ ) sont réparties aux 4 sommets d'un carré $ABCD$ de côté ***a (figure 1).***

1. Calculer le champ électrostatique total $\vec{E}(O)$.
2. Calculer le potentiel électrostatique au point $O$.
3. Une charge $-3q$ est placée au point $O$. Calculer la force exercée sur cette charge.
4. Calculer l'énergie électrostatique du système de charges $q_A$, $q_B$, $q_C$ et $q_D$.

**Exercice 4 Quatre charges aux sommets d'un carré**

On considère la distribution constituée de quatre charges ponctuelles $q$ de même valeur placées aux sommets d'un carré ( $ABCD$) de côté ***a (figure 2)***. On note $O$ le centre du carré et on s'intéresse au potentiel et au champ électrostatiques en un point $M$ situé sur la droite $(Ox)$ perpendiculaire au plan du carré et passant par $O$.

1. Déterminer le potentiel électrostatique créé en $M$ par la distribution.
2. En déduire l'expression du champ électrostatique créé en $M$ .
3. Trouver, en utilisant les symétries, la direction du champ électrostatique en $M$ .
4. En exploitant les résultats de la question précédente, calculer directement le champ électrostatique en $M$ .

5. Calculer l'énergie potentielle électrostatique associée au système des quatre charges.

**<u>Exercice 5</u> Modélisation d'un noyau**

Du point de vue du potentiel et du champ électrostatique qu'ils créent, les noyaux de certains atomes légers peuvent être modélisés par une distribution volumique de charge à l'intérieur d'une sphère de centre $O$ et de rayon $a$. On désigne par $\vec{r} = \overrightarrow{OP}$ le vecteur position d'un point $P$ quelconque de l'espace. Pour $r \prec a$, la charge volumique $\rho(r)$ qui représente le noyau varie en fonction de $r$ suivant la loi : $\rho(r) = \rho_0\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)$ où $\rho_0$ est une constante positive.

1. Exprimer la charge totale $Q$ du noyau.

2. Calculer le champ électrostatique $\vec{E}_{ext}(P)$ en tout point $P$ extérieur à la sphère $(r \succ a)$

3. Calculer le champ électrostatique $\vec{E}_{\text{int}}(P)$ en tout point $P$ intérieur à la sphère $(r \prec a)$

4. En prenant l'origine des potentiels à l'infini, calculer le potentiel électrostatique $V_{ext}(P)$ créé par le noyau lorsque $r \succ a$.

5. Calculer le potentiel électrostatique $V_{\text{int}}(P)$ créé par le noyau lorsque $r \prec a$

**<u>Exercice 6</u>** Condensateur cylindrique

On considère un condensateur cylindrique ***(figure 3)*** composé de deux armatures de hauteur $H$ de rayon respectif $R_1$ et $R_2$ avec $R_1 \prec R_2$ et placées dans l'air. L'armature interne porte la charge électrique $+Q$. L'armature externe porte la charge électrique $-Q$. La longueur $H$ du câble coaxial ainsi formé est grande devant $R_1$ et $R_2$ pour qu'on puisse négliger les effets de bords : on considère que les symétries et les invariances sont les mêmes que si $H$ était infinie.

Les potentiels électriques des armatures sont respectivement $V_1$ et $V_2$. Soit un point $M$ situé à la distance $r = KM$ de l'axe avec $R_1 \prec r \prec R_2$. $K$ est la projection orthogonale du point $M$ sur l'axe du condensateur.

1. Soit $\vec{e}_r$ le vecteur unitaire de la droite ($KM$) dirigé de $K$ vers $M$. Montrer que le champ électrique est radiale et que sa valeur ne dépend que de $r$ soit $\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$.

2. En appliquant le théorème de Gauss, déterminer l'expression de $E(r)$ en fonction de $Q$, $\varepsilon_0$ (permittivité du vide égale à celle de l'air), $r$ et $H$.

3. Calculer la différence de potentiel $U = V_1 - V_2$ entre les deux armatures du condensateur en fonction de $Q$, $\varepsilon_0$, $H$, $R_1$ et $R_2$.

4. Déterminer la capacité du condensateur en fonction de $\varepsilon_0$, $H$, $R_1$, $R_2$

5. En effectuant un développement limité de l'expression de $C$, montrer que si les armatures sont très proches soit $R_2 - R_1 = e \prec\prec R_1$ alors le condensateur cylindrique est équivalent à un condensateur plan dont on précisera les caractéristiques. On utilisera l'approximation suivante : pour $x \prec\prec 1$ alors $\ln(1+x) \approx x$

**<u>Exercice 7</u>** Condensateur sphérique

1. Une sphère conductrice pleine $(A_1)$ de centre $O$, de rayon $R_1$ et de surface $S_1$ est portée au potentiel $V_1 \succ 0$ calculer la charge $Q_1$ portée par $A_1$.

2. On isole $(A_1)$ puis on l'entoure d'une sphère conductrice creuse $(A_2)$ initialement neutre, de rayon intérieur $R_2$ et extérieur $R_3$. Les deux sphères sont alors concentriques avec $R_1 \prec R_2 \prec R_3$
Quelle est la répartition de charges portée par les deux sphères ? (Faire un schéma)

3. On relie $(A_2)$ au sol ; quelle est la nouvelle répartition de charges ?

4. On porte $(A_1)$ au potentiel $V_1$ et $(A_2)$ au potentiel $V_2$ avec $V_1 \succ V_2$. On considère un point $M$ situé à la distance $r$ de $O$ et tel que $R_1 \prec r \prec R_2$ et on se propose de calculer la capacité du condensateur constitué par les deux sphères.

4.1 Décrire avec précision la surface de Gauss que vous utiliserez pour le calcul

4.2 Faire un schéma en faisant apparaître la surface de Gauss (en pointillé), le vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ et la normale à la surface de Gauss.

4.3 Calculer le flux du champ électrostatique à travers la surface de Gauss
4.4 Calculer la somme des charges intérieures à la surface de Gauss et déduire le champ électrostatique $\vec{E}$ au point $M$ .
4.4 Calculer la différence de potentiel $(V_1 - V_2)$ entre les armatures en utilisant la relation locale entre le champ électrostatique et le potentiel
4.5 Déduire la capacité du condensateur sphérique.
4.6 Que devient cette capacité lorsque e devient très petit devant $R_1$ $(R_2 - R_1 = e)$.

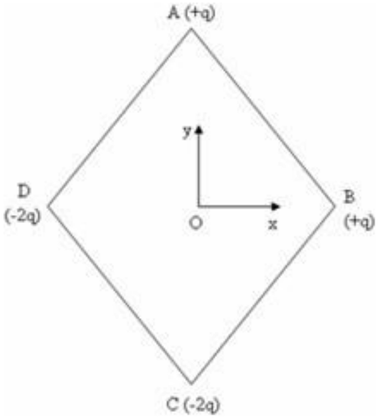



Figure 1

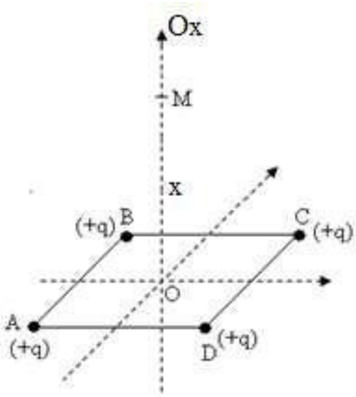



Figure 2

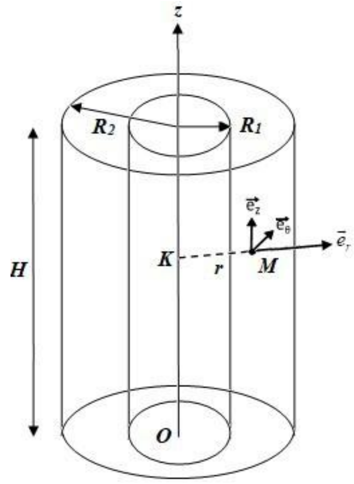



Figure 3

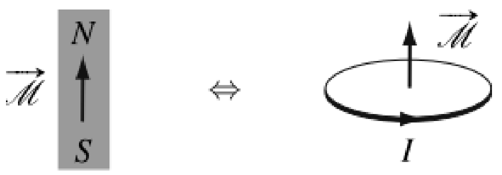
## MAGNETOSTATIQUE

**<u>Exercice 1</u> Champ magnétique créé par une spire**

On considère une spire circulaire de rayon R, de centre O, d'axe (*Oz)*, parcourue par un courant d'intensité *I*. Soit un point *M* de son axe *(Oz)* (**figure 1**).

1. A l'aide des invariances et symétries de la distribution de courant, montrer que le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par la spire est porté par l'axe *(Oz)*.
2. Calculer l'intensité de $\vec{B}(M)$ à l'aide de loi de Biot Savart. Donner l'expression du champ magnétique en fonction de $z$ (coordonnée de $M$ ) et du rayon $R$ .
3. Dans le cas particulier où $R \prec\prec z$ on réalise un dipôle magnétique.

   3.1 Montrer que le champ magnétique le long de l'axe de la spire est identique au champ électrostatique d'un dipôle électrique le long de son axe, à condition de faire correspondre $\frac{\mu_0 M}{4\pi}$ à $\frac{p}{4\pi\varepsilon_0}$ . On définit le moment magnétique $\vec{M}$ d'une spire de courant parcourue par un courant d'intensité $I$ par la relation $\vec{M} = I\vec{S} = IS\vec{n}$ où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire orthogonal au circuit, dans le sens correspondant au sens positif de $I$ selon la règle de la main droite (voir figure).




Le moment magnétique d'un aimant est orienté du pôle Sud vers le pôle Nord

**Figure :** Équivalence entre un aimant et une boucle de courant

   3.2 Par analogie avec le potentiel électrostatique crée par un dipôle électrique, donner l'expression du potentiel magnétique $V_m$ associé au champ magnétique crée par un dipôle magnétique.

   3.3 Calculer ainsi le champ magnétique crée par le dipôle magnétique, en dehors de son axe

**<u>Exercice 2</u> Câble coaxial**

On considère un câble coaxial cylindrique de longueur supposée infinie **(Figure 2)**, constitué d'un conducteur central plein de rayon $R_1$, parcouru par un courant uniforme d'intensité $I$ et d'un conducteur périphérique évidé, de rayon intérieur $R_2$, de rayon extérieur $R_3$ avec $R_1 \prec R_2 \prec R_3$ et parcouru par un courant uniforme également d'intensité $I$ (de densité uniforme de courant $\vec{j}$) mais circulant en sens inverse par rapport au courant conducteur central.

On note $\vec{u}_z$ le vecteur directeur unitaire de l'axe commun des deux conducteurs. Soit un point $M$ à une distance $r$ de l'axe du câble.

1. Etudier les invariances et symétries de la distribution afin de simplifier l'expression du champ magnétique.
2. En appliquant le Théorème d'Ampère à un contour $C$ que l'on précisera, donner l'expression de la composante $B(r)$ du champ magnétique (et le vecteur champ magnétique) créé au point $M$ en fonction de $\mu_0$, $I$ , $r$ , $R_1$, $R_2$ et $R_3$ dans chacun des cas suivants :

   2.1 $r \prec R_1$

   2.2 $R_1 \prec r \prec R_2$

   2.3 $R_2 \prec r \prec R_3$

   2.4 $r \succ R_3$

**Exercice 3** **Interaction entre deux conducteurs rectilignes**

On réalise le montage de la ***figure 3***. $OA$ et $O'A'$ sont des tiges de cuivre, les bacs $A$ et $A'$ sont remplis de mercure ( le mercure est conducteur électrique). L'intensité du courant électrique est la même dans les tiges de cuivre. L'intensité du courant principal est notée $I$ .

**Données** : Formule donnant le module du champ magnétique $B$ dans ces conditions : $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$ où $d$ est la distance séparant les tiges. Il s'agit du champ magnétique généré par un fil parcouru par un courant (on utilise la symétrie et la règle de la main droite pour sa direction et son sens).

On donne : $\boldsymbol{\mu_0 = 4\,\pi\,10^{-7}}$ ***S.I ; d = 2 cm ; OA = O'A' 30 cm ; I = 8 A.***

1) Représenter le sens du courant dans les deux tiges.

2) Représenter le vecteur $\vec{B}_1$ , champ magnétique produit par le fil $OA$ en $N$ . Calculer l'intensité de $\vec{B}_1$.

3) Indiquer la direction et le sens de la force de Laplace $\vec{F}_1$ agissant en $N$ . Calculer l'intensité de $\vec{F}_1$.

4) Représenter le vecteur $\vec{B}_2$ , champ magnétique produit par le fil $O'A'$ en $M$ . Calculer l'intensité de $\vec{B}_2$

5) Indiquer la direction et le sens de la force de Laplace $\vec{F}_2$ agissant en $M$ . Calculer l'intensité de $\vec{F}_2$ .

6) Quelle est l'action mutuelle de 2 courants parallèles et de même sens ?

**Exercice 4** **Spire carrée en mouvement dans un champ magnétique**

Un carré conducteur indéformable, de côté ***L***, de résistance ***R***, se déplace à vitesse, $\vec{v}(t) = v(t)\vec{e}_x$ , le long de l'axe *(Ox)*. Le carré reste dans le plan *(O, x, y)*. Dans l'exercice, on ne cherchera pas à calculer ***v(t)***, mais on supposera ***v(t) > 0*** à chaque instant.

Un champ magnétique $\vec{B} = B_0\vec{e}_z$ dans le demi-espace ***x > 0***, avec $\boldsymbol{B_0}$ une constante.

I. Le carré conducteur est entrain de passer du demi-espace ***x < 0*** au demi-espace ***x > 0 (figure 4)***.

I.1 Orienter le contour sur lequel s'appuie la surface du carré puis représenter la normale à cette surface.

I.2 Calculer le flux de $\vec{B}$ à travers le circuit en fonction de l'abscisse $\boldsymbol{x_B(t)}$ du point $B$ .

I.3 En déduire la f.é.m et le courant induit ***i(t)*** dans le carré conducteur en fonction de ***v(t)***, $\boldsymbol{B_0}$ et la résistance ***R*** du conducteur.

I.4 Calculer la force de Laplace $\vec{F}$ qui s'exerce sur le côté **BC** du cadre. Conclusion.

II. Le carré conducteur est entièrement dans le demi-espace ***x > 0.***

II.1 Calculer le flux de $\vec{B}$ à travers le circuit en fonction de l'abscisse $\boldsymbol{x_B(t)}$ du point $B$ .

II.2 En déduire la f.é.m, le courant induit ***i(t)*** dans le carré conducteur ainsi que la force de Laplace sur chaque côté du conducteur.

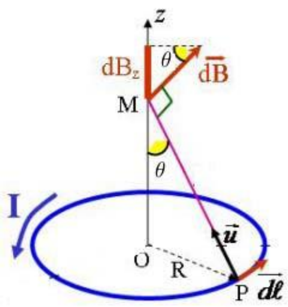


Figure 1

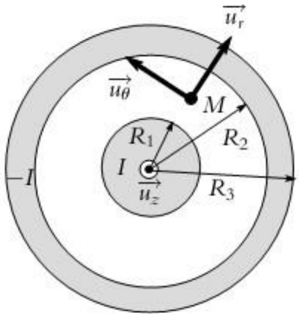


Figure 2

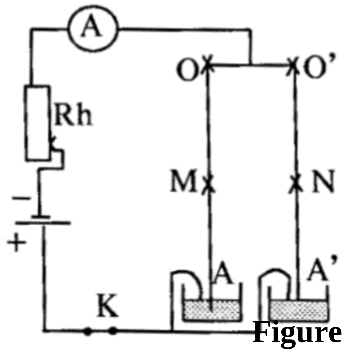


Figure 3

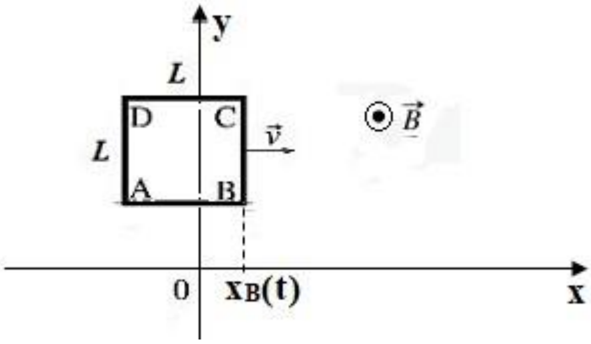


Figure 4