

Formulario di Fisica

UniShare

Davide Cozzi
@dlcgold

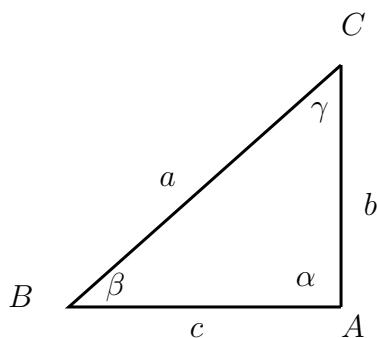
Indice

1	Introduzione	2
1.0.1	Trigonometria	2
1.1	vettori	3
1.2	Costanti	3
2	Meccanica	4
2.1	Cinematica	4
2.2	Dinamica	8
2.3	Gravitazione	10

Capitolo 1

Introduzione

1.0.1 Trigonometria



$$b = a \sin \beta$$

$$c = a \sin \gamma$$

$$b = a \cos \gamma$$

$$c = a \cos \beta$$

$$c = b \tan \gamma$$

$$b = c \tan \beta$$

quindi su un piano inclinato:

$$l = \frac{h}{\sin \theta}$$

inoltre:

$$\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$$

$$\sin(2\theta) = 2 \sin(\theta) \cos(\theta)$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$$

1.1 vettori

prodotto scalare tra vettori: $\vec{x} \cdot \vec{y} = ||x|| \cdot ||y|| \cdot \cos \theta$

prodotto vettoriale tra vettori: $\vec{x} \times \vec{y} = ||x|| \cdot ||y|| \cdot \sin \theta$

1.2 Costanti

- **accelerazione di gravità:** $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$
- **costante gravitazionale:** $6,67 \times 10^{-11} \frac{m^3}{s^2 kg}$
- **raggio terra:** $R_L = 6,37 \times 10^6 m$
- **massa terra:** $M_T = 5,96 \times 10^{24} kg$
- **massa sole:** $M_S = 1,99 \times 10^{30} kg$
- **massa luna:** $M_L = 7.36 \times 10^{22} kg$

Capitolo 2

Meccanica

2.1 Cinematica

Moto rettilineo

- **velocità media:** $v_m = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{2}$
- **velocità istantanea:** $v(t) = \frac{d\vec{x}(t)}{dt}$
- **equazione del moto rettilineo uniforme:** $x(t) = x_0 + v(t - t_0)$
- **accelerazione media:** $a_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- **velocità moto uniformemente accelerato:** $v(t) = v_0 + at$
- **equazione del moto rettilineo uniformemente accelerato:**

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

- **velocità finale moto uniformemente accelerato:**

$$v_{fin}^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

Moto verticale

- punto ad altezza h lasciato cadere:

$$\vec{x}(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\vec{v}(t) = -gt$$

$$t_{caduta} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\vec{v}_{suolo} = -\sqrt{2gh}$$

- punto ad altezza h spinto in basso con una certa velocità verso il basso:

$$\vec{x}(t) = h - \vec{v}_1 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\vec{v}(t) = -\vec{v}_1 - gt$$

$$t_{caduta} = -\frac{\vec{v}_1}{g} + \frac{1}{g}\sqrt{\vec{v}_1^2 + 2gh}$$

$$v_{suolo} = -\sqrt{\vec{v}_1^2 + 2gh}$$

- punto ad altezza 0 spinto in alto con una certa velocità:

$$\vec{x}(t) = \vec{v}_2 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_2 - gt$$

con $v = 0$ si ha l'altezza massima:

$$t_{x_{max}} = \frac{\vec{v}_2}{g}$$

e quindi:

$$x(t_{max}) = \frac{1}{2} \frac{\vec{v}_2^2}{g}$$

$$t_{caduta} = \frac{\vec{v}_2}{g}$$

$$t_{tot} = t_{max} + t_c = \frac{2\vec{v}_2}{g}$$

Moto Circolare

- **arco:** $l_a = \frac{\Delta s}{R}$
- **angolo:** $\theta = \frac{l_a}{R}$
- **velocità angolare media nel moto uniforme:** $\omega_m = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$
- **velocità angolare istantanea nel moto uniforme:** $\omega = \frac{v}{R}$
- **accelerazione centripeta (quella tangenziale è nulla) nel moto uniforme:**

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \omega v$$

- **equazioni del moto uniforme:**

$$s(t) = s_0 + vt$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$$

- **periodo:**

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\omega R} = \frac{2\pi}{\omega}$$

- **accelerazione nel caso di moto non uniforme:**

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

$$\alpha_{media} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

$$\alpha_{istantanea} = \frac{1}{R} a_T$$

$$a_N = \omega^2 R$$

$$a_T = \alpha R$$

- **equazioni del moto circolare non uniforme:**

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$a_N = \omega^2 R = (\omega_0 + \alpha t)^2 R$$

$$|\vec{v}| = \omega R$$

Moto Parabolico

- moto parabolico da terra, con angolo e velocità iniziale:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \theta_0 \\ v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = (v_0 \cos \theta_0)t \\ y(t) = (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \theta_0}$$

$$y(x) = (\tan \theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}x^2 \text{ (traiettoria)}$$

$$x_G = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\theta_0) \text{ (gittata)}$$

$$x_G = \frac{v_0^2}{g} \text{ (gittata massima)}$$

$$x_M = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} \sin(2\theta_0) \text{ (altezza massima)}$$

$$y_M = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \theta_0 \text{ (altezza massima lungo la traiettoria)}$$

$$Y_{M_{max}} = \frac{v_0^2}{2g} \text{ (altezza massima, la verticale)}$$

$$t_{volo} = \frac{2v_0}{g} \sin \theta_0$$

$$t_{volo_{max}} = \frac{2v_0}{g}$$

$$\begin{cases} v_x(t_G) = v_x(t_0) = v_0 \cos \theta_0 \\ v_y(t_G) = -v_y(t_0) = -v_0 \sin \theta_0 \end{cases} \text{ (velocità finali)}$$

- moto parabolico da altezza h:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

$$t_{volo} = \frac{x}{v_0}$$

$$y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2}x^2 \text{ (traiettoria)}$$

$$t_{caduta} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$x(t_c) = x_G = v_0 t_c = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ (gittata)}$$

$$\begin{cases} v_x(t_c) = v_0 \\ v_y(t_c) = -\sqrt{2gh} \end{cases} \text{ (velocità finali)}$$

$$v_{caduta} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

2.2 Dinamica

- seconda legge della dinamica: $\vec{F} = m\vec{a}$

- forza elastica:

$$\begin{aligned} \vec{F}_e &= -k\Delta\vec{x} \\ \vec{a} &= \frac{-k(x - x_0)}{m} \end{aligned}$$

- forza peso: $\vec{F}_p = mg$

- forza d'attrito:

$$\begin{aligned} \vec{f}_{AD} &= -\mu_D N \\ \vec{f}_{AS} &= -\mu_S N \end{aligned}$$

- lunghezza piano inclinato:

$$L = \frac{h}{\sin\theta}$$

Lavoro e Energia

- lavoro:

$$L = \vec{F}_x \Delta \vec{x}$$

$$L = |\vec{F}| |\Delta \vec{x}| \cos \theta = \vec{F} \vec{s}$$

- energia cinetica: $E_k = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$
- energia potenziale $E_P = mgz_B - mgz_A$
- lavoro della forza elastica: $E_{Pe} = \frac{1}{2}kx^2$
- lavoro della forza d'attrito: $W_{AD} = -\mu_D N l_{AB}$
- conservazione dell'energia meccanica con forze conservative:

$$E_{KB} + E_{PB} = E_{KA} + E_{PA}$$

- conservazione dell'energia meccanica con forze conservative:

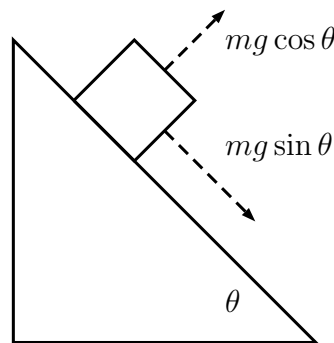
$$E_{KB} + E_{PB} - E_{KA} + E_{PA} = E_{MB} - E_{MA} = \Delta E_M$$

$$W = W_{cons} + W_{non-cons}$$

$$W_{non-cons} = \Delta E_M$$

- energia meccanica nel caso di presenza di forze d'attrito:

$$\Delta E_M = -\mu_D N l_{AB}$$

Piano inclinato

forza normale: $N = mg \cos \theta$
 lavoro attrito: $W_{AD} = \mu_D mg \cos \theta l_{AB}$

2.3 Gravitazione

- terza legge di Keplero:

$$T^2 = k_S a^3$$

con

$$r_1 + r_2 = 2a$$

- legge di gravitazione universale:

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r$$

$$G = 6,67 \times 10^{11} \frac{Nm^2}{kg^2}$$

$$g = \frac{F m_T}{r_T^2}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \quad 6,67 \times 10^{-11} \frac{Nm^3}{s^2 kg}$$

$$g = G \frac{M_t}{r_T^2}$$

- campo gravitazionale:

$$\vec{\eta}(\vec{r}) = \left(-G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r \right)$$

$$\vec{\eta}(P) = \sum \vec{\eta}_i = -g \sum \frac{M_i}{r_i^2} \vec{u}_i$$

- energia potenziale gravitazionale:

$$E_P = -G \frac{Mm}{r}$$

- velocità di fuga:

$$\frac{1}{2} m v_f^2 - G \frac{Mm}{r} = 0$$

↓

$$v_f = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

- velocità orbitale:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{Mm}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

- teorema del guscio:

$$\rho = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$F = G \frac{m_T m}{r_T^2} = G \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3 m}{r^2} = G \frac{4}{3} \rho m r \text{ che con } k = G \frac{4}{3} \rho m \rightarrow F = -kr \text{ negativo attrazione}$$

- energia:

$$E_P = G \frac{Mm}{r}$$

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$$

$$G \frac{Mm}{r^2} = ma = m \frac{v^2}{r} \rightarrow \omega^2 r^2 = G \frac{m}{r}$$

$$E_K = G \frac{Mm}{2r}$$

$$E_M = E_K + E_P = G \frac{Mm}{2r} - G \frac{Mm}{r} = -G \frac{Mm}{2r}$$