Formulario di Fisica

UniShare

Davide Cozzi
@dlcgold

Indice

1 Introduzione **2**

1.0.1 Trigonometria . . . 2

1.1 vettori . . . 3

1.2 Costanti . . . 3

2 Meccanica **4**

2.1 Cinematica . . . 4

2.2 Dinamica . . . 8

2.3 Gravitazione . . . 10

2.4 Moto Armonico . . . 12

2.5 Fluidodinamica . . . 13

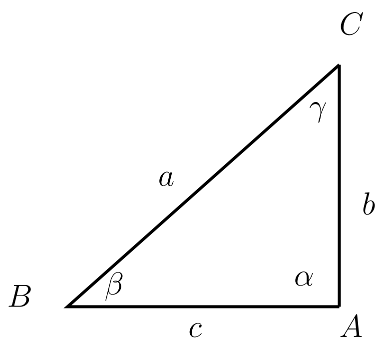
2.6 Termodinamica . . . 14

2.7 Elettrostatica . . . 16

Capitolo 1

Introduzione

1.0.1 Trigonometria



$$b = a \sin \beta$$

$$c = a \sin \gamma$$

$$b = a \cos \gamma$$

$$c = acos\beta$$

$$c = b \tan \gamma$$

$$b = c \tan \beta$$

quindi su un piano inclinato:

$$l = \frac{h}{\sin \theta}$$

inoltre:

$$\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$$

$$\sin(2\theta) = 2 \sin(\theta) \cos(\theta)$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$$

1.1 vettori

prodotto scalare tra vettori: $\overline{x} \cdot \overline{y} = ||x|| \cdot ||y|| \cdot \cos\theta$
prodototto vettoriale tra vettori: $\overline{x} \times \overline{y} = ||x|| \cdot ||y|| \cdot \sin\theta$

1.2 Costanti

- **accelerazione di gravità:** $g = 9,81\,\frac{m}{s^2}$
- **costante gravitazionale:** $6,67 \times 10^{-11}\,\frac{m^3}{s^2kg}$
- **raggio terra:** $R_L = 6,37 \times 10^6\,m$
- **massa terra:** $M_T = 5,96 \times 10^{24}\,kg$
- **massa sole:** $M_S = 1,99 \times 10^{30}\,kg$
- **massa luna:** $M_L = 7.36 \times 10^{22}\,kg$

Capitolo 2

Meccanica

2.1 Cinematica

Moto rettilineo

- **velocità media:** $v_m = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{v_2} - \vec{v_1}}{2}$
- **velocità istantanea:** $v(t) = \frac{d\vec{x}(t)}{dt}$
- **equazione del moto rettilineo uniforme:** $x(t) = x_0 + v(t - t_0)$
- **accelerazione media:** $a_m = \frac{\vec{v_2} - \vec{v_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- **velocità moto uniformemente accelerato:** $v(t) = v_0 + at$
- **equazione del moto rettilineo uniformemente accelerato:**

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2$$

- **velocità finale moto uniformemente accelerato:**

$$v_{fin}^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

Moto verticale

- **punto ad altezza h lasciato cadere:**

$$\vec{x}(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\vec{v}(t) = -gt$$

$$t_{caduta} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\vec{v}_{suolo} = -\sqrt{2gh}$$

- **punto ad altezza h spinto in basso con una certa velocità verso il basso:**

$$\vec{x}(t) = h - \vec{v}_1 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\vec{v}(t) = -\vec{v}_1 - gt$$

$$t_{caduta} = -\frac{\vec{v}_1}{g} + \frac{1}{g}\sqrt{\vec{v}_1^2 + 2gh}$$

$$v_{suolo} = -\sqrt{\vec{v_1}^2 + 2gh}$$

- **punto ad altezza 0 spinto in alto con una certa velocità:**

$$\vec{x}(t) = \vec{v_2}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v_2} - gt$$

con $v = 0$ si ha l'altezza massima:

$$t_{x_{max}} = \frac{\vec{v_2}}{g}$$

e quindi:

$$x(t_{max}) = \frac{1}{2}\frac{\vec{v_2}^2}{g}$$

$$t_{caduta} = \frac{\vec{v_2}}{g}$$

$$t_{tot} = t_{max} + t_c = \frac{2\vec{v_2}}{g}$$

Moto Circolare

- **arco:** $l_a = \frac{\Delta s}{R}$
- **angolo:** $\theta = \frac{l_a}{R}$
- **velocità angolare media nel moto uniforme:** $\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
- **velocità angolare istantanea nel moto uniforme:** $\omega = \frac{v}{R}$
- **accelerazione centripeta (quella tangenziale è nulla) nel moto uniforme:**
$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \omega v$$
- **equazioni del moto uniforme:**
$$s(t) = s_0 + vt$$
$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$$
- **periodo:**
$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\omega R} = \frac{2\pi}{\omega}$$
- **accelerazione nel caso di moto non uniforme:**
$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$
$$\alpha_{media} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$
$$\alpha_{istantanea} = \frac{1}{R} a_T$$
$$a_N = \omega^2 R$$
$$a_T = \alpha R$$
- **equazioni del moto circolare non uniforme:**
$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$
$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$
$$a_N = \omega^2 R = (\omega_0 + \alpha t)^2 R$$
$$|\vec{v}| = \omega R$$

Moto Parabolico

- **moto parabolico da terra, con angolo e velocità iniziale:**

$$\begin{cases} v_x = v_0 cos\theta_0 \\ v_y = v_0 sin\theta_0 - gt \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = (v_0 cos\theta_0)t \\ y(t) = (v_0 sin\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$t = \frac{x}{v_0 cos\theta_0}$$

$$y(x) = (tan\theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2 cos^2\theta_0}x^2 \text{ (traiettoria)}$$

$$x_G = \frac{v_0^2}{g} sin(2\theta_0) \text{ (gittata, y(x)=0)}$$

$$x_G = \frac{v_0^2}{g} \text{ (gitatta massima)}$$

$$x_M = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} sin(2\theta_0) \text{ (altezza massima)}$$

$$y_M = \frac{v_0^2}{2g} sin^2\theta_0 \text{ (altezza massima lungo la traiettoria)}$$

$$Y_{M_{max}} = \frac{v_0^2}{2g} \text{ (altezza massima, la verticale)}$$

$$t_{volo} = \frac{2v_0}{g} sin\theta_0$$

$$t_{volo_{max}} = \frac{2v_0}{g}$$

$$\begin{cases} v_x(t_G) = v_x(t_0) = v_0 cos\theta_0 \\ v_y(t_G) = -v_y(t_0) = -v_0 sin\theta_0 \end{cases} \qquad \text{(velocità finali)}$$

- **moto parabolico da altezza h:**

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

$$t_{volo} = \frac{x}{v_0}$$

$$y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2}x^2 \text{ (traiettoria)}$$

$$t_{caduta} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$x(t_c) = x_G = v_0 t_c = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ (gittata)}$$

$$\begin{cases} v_x(t_c) = v_0 \\ v_y(t_c) = -\sqrt{2gh} \end{cases} \text{ (velocità finali)}$$

$$v_{caduta} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

2.2 Dinamica

- **seconda legge della dinamica:** $\vec{F} = m\vec{a}$
- **forza elastica:**

$$\vec{F}_e = -k\Delta\vec{x}$$

$$\vec{a} = \frac{-k(x - x_0)}{m}$$

- **forza peso:** $\vec{F}_p = mg$
- **forza d'attrito:**

$$\vec{f}_{AD} = -\mu_D N$$

$$\vec{f}_{AS} = -\mu_S N$$

- **lunghezza piano inclinato:**

$$L = \frac{h}{sin\theta}$$

Lavoro e Energia

- **lavoro:**

$$L = \vec{F}_x \vec{\Delta x}$$
$$L = |\vec{F}|\,|\vec{\Delta x}| cos\theta = \vec{F}\vec{s}$$

- **energia cinetica:** $E_k = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$
- **energia potenziale** $E_P = mgz_B - mgz_A$
- **lavoro della forza elastica:** $E_{Pe} = \frac{1}{2}kx^2$
- **lavoro della forza d'attrito:** $W_{AD} = -\mu_D N l_{AB}$
- **conservazione dell'energia meccanica con forze conservative:**

$$E_{KB} + E_{PB} = E_{KA} + E_{PA}$$

- **conservazione dell'energia meccanica con forze conservative:**

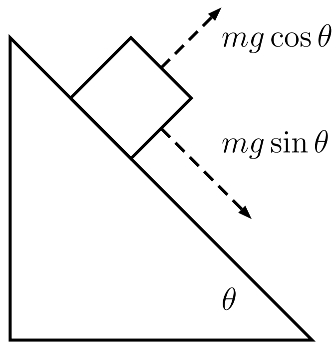
$$E_{KB} + E_{PB} - E_{KA} + E_{PA} = E_{MB} - E_{MA} = \Delta E_M$$

$$W = W_{cons} + W_{non-cons}$$
$$W_{non-cons} = \Delta E_M$$

- **energia meccanica nel caso di presenza di forze d'attrito:**

$$\Delta E_M = -\mu_D N l_{AB}$$

Piano inclinato



forza normale: $N = mg\cos\theta$
lavoro attrito: $W_{AD} = \mu_D mg\cos\theta l_{AB}$

2.3 Gravitazione

- terza legge di Keplero:
$$T^2 = k_S a^3$$
con
$$r_1 + r_2 = 2a$$

- legge di gravitazione universale:
$$F = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_r$$
$$G = 6,67 \times 10^{11}\frac{Nm^2}{kg^2}$$
$$g = \frac{Fm_T}{r_T^2}$$
$$G = 6,67 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}6,67 \times 10^{-11}\frac{Nm^3}{s^2 kg}$$
$$g = G\frac{M_t}{r_T^2}$$

- campo gravitazionale:
$$\vec{\eta}(\vec{r}) = \left(-G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r\right)$$
$$\vec{\eta}(P) = \sum \vec{\eta}_i = -g\sum \frac{M_i}{r_i^2}\vec{u}_i$$

- energia potenziale gravitazionale:
$$E_P = -G\frac{Mm}{r}$$

- velocità di fuga:
$$\frac{1}{2}mv_f^2 - G\frac{Mm}{r} = 0$$
$$\downarrow$$
$$v_f = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

- velocità orbitale:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r}$$
$$\downarrow$$
$$\frac{Mm}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$
$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

- teorema del guscio:

$$\rho = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$F = G\frac{m_T m}{r_T^2} = G\frac{\rho\frac{4}{3}\pi r^3 m}{r^2} = G\frac{4}{3}\rho m r \text{ che con } k = G\frac{4}{3}\rho m \to F = -kr \text{ negativo attrazione}$$

- energia:

$$E_P = G\frac{Mm}{r}$$
$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$$
$$G\frac{Mm}{r^2} = ma = m\frac{v^2}{r} \to \omega^2 r^2 = G\frac{m}{r}$$
$$E_K = G\frac{Mm}{2r}$$
$$E_M = E_K + E_P = G\frac{Mm}{2r} - G\frac{Mm}{r} = -G\frac{Mm}{2r}$$

2.4 Moto Armonico

- equazioni del moto:

$$x(t) = Acos(\omega t + \varphi)$$
$$v(t) = -Asin(\omega t + \varphi)$$
$$a(t) = -\omega^2 Acos(\omega t + \varphi)$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- dinamica:

$$F = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$
$$E_K = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 sin^2(\omega T)$$
$$E_U = \frac{1}{2}kA^2 cos^2(\omega T)$$
$$E_M = E_K + E_U = \frac{1}{2}kA^2$$

- pendolo:

$$F_p = -mg\sin\theta$$
$$F = ma = -mg\sin\theta$$
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -g\sin\theta$$
$$x = -\frac{g}{L}\sin\theta$$
$$\theta(t) = \theta_{max}\cos(\omega t + \phi)$$
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$
$$t = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

2.5 Fluidodinamica

- densità:
$$\rho = \frac{m}{V}$$

- pressione:
$$p = \frac{F}{S}$$
$$dW_P = df\,dh = pdS\,dh = p\,dV$$
$$dF_{peso} = g\,dm = g\rho dV = g\rho\,dS\,dh$$
$$dF_{pressione} = -dp\,dS = [p(h) - p(h+dh)]dS$$

- equilibrio:
$$dF_{peso} + dF_{pressione} = 0$$
$$\downarrow$$
$$g\rho\,dS\,dh - dp\,dS = 0$$
$$\downarrow$$
$$g\rho\,dh - dp = 0$$
$$\downarrow$$
$$\frac{dp}{dh} = g\rho$$

- legge di Stevino:
$$p(h) = p_0 + g\rho h$$

- principio di Archimede:
$$F_A = g\rho V$$

- portata:
$$q = vS = costante$$

- equazione di continuità:
$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

- teorema di Bernoulli:
$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + g\rho z = costante$$

- teorema di Torricelli
$$\Delta z = h, v_A = 0, S_A >> S_a, P_A = p_0 \rightarrow v_a = \sqrt{2gh}$$

2.6 Termodinamica

- scale termiche:

$$t(°C) = T(K) - 273,15$$
$$t(°R) = \frac{9}{5}T(K)$$
$$t(°F) = \frac{9}{5}T(K) - 459,67$$
$$t(°F) = \frac{9}{5}T(°C) + 32$$
$$t(°C) = \frac{5}{9}[T(°F) - 32]$$

- legge isoterma di Boyle per i gas perfetti:

$$T = costante \rightarrow pV = costante \rightarrow p_1V_1 = p_2V_2$$

- legge isobara di Volta-Gay Lussac, α coefficiente di dilatazione termica, dipendente dal gas:

$$p = costante \rightarrow V = V_0(1 + \alpha t)$$

- legge isocora di Volta-Gay Lussac, β costante indipendente dal gas, t temperatura in celsius:

$$V = costante \rightarrow p = p_0(1 + \beta t$$

- proprietà dei gas perfetti:

$$\alpha = \beta = \frac{1}{273,15}\,°C^{-1}$$
$$V = V_0\alpha\left(\frac{1}{\alpha} + t\right) = V_0\alpha T$$
$$p = p_0\alpha\left(\frac{1}{\alpha} + t\right) = p_0\alpha T$$

- moli:

$$N_{molecole} = \frac{M_{gas}}{m_{molecola}} = \frac{M_{gas}}{m_{molare}}$$
$$m_{molecola} = M_{molecolare}m_{atomica} = M_{molecolare}1,6604 \times 10^{-27}$$
$$N_{Avogadro} = 6,0221 \times 10^{-23}\left[\frac{molecole}{moli}\right]$$
$$volume_{molare} = 0,022314\,m^3$$

- Legge dei gas perfetti:

$$pV = nRT = Nk_BT$$

costante del gas perfetto:

$$R = 8,314\,\frac{J}{mol}K = 8314\,\frac{J}{kmol}K$$

costante di Boltzmann:

$$k_B = \frac{R}{N_A} = \frac{8,314}{6,0221 \times 10^{23}} = 1,3807 \times 10^{-23}\,\frac{J}{K}$$

$$\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{A}$$

- energia interna di tutte le trasformazioni:

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

- lavoro e calore delle trasformazioni:
  - isoterma: $W = Q = nRT\,ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$
  - isobara: $W = W = p(V_B - V_A) = p\Delta V$ e $Q = c_{specifico-molare-a-p-costante}n\Delta T$
  - isocora: $W = 0$ e $Q = c_{specifico-molare-a-V-costante}n\Delta T = \frac{3}{2}R\Delta T$

- esperimento di Joule sull'aumento della temperatura:

$$Q = \Delta U = -W$$

lavoro positivo se ceduto all'esterno

- primo principio della termodinamica:

$$Q - W = \Delta U \rightarrow Q = \Delta U + W$$

- trasformazione ciclica:

$$\Delta U = 0 \rightarrow Q = W$$

$Q > 0$ assorbe calore e fornisce lavoro $W > 0$

- trasformazione adiabatica:

$$Q = 0$$

- calore per far cambiare temperatura:

$$Q = mc_{specifico}\Delta T$$

- capacità termica:

$$C = mc$$

- calore specifico molare:

$$c = \frac{1}{n}\frac{dQ}{dT}$$

- calore per un cambio di fase, λ calore latente:

$$Q = m\lambda$$

- $1cal = 4,1J$
- primo principio per i gas ideali se c_v è costante:

$$dQ = nc_v dT + dW \longrightarrow Q = nc_v\Delta T + W$$

$$\Delta U(T) = nc_v\Delta T$$

2.7 Elettrostatica