## Formulario di Fisica

UniShare

Davide Cozzi @dlcgold

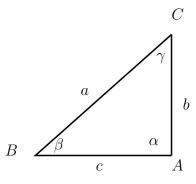
# Indice

1	$\mathbf{Intr}$	roduzione	2	
		1.0.1 Trigonometria		
	1.1	vettori	3	
	1.2	Costanti	3	
2	Meccanica			
	2.1	Cinematica	4	
	2.2	Dinamica	8	
	2.3	Gravitazione	10	

# Capitolo 1

## Introduzione

## 1.0.1 Trigonometria



 $b = a \sin \beta$ 

 $c = a \sin \gamma$ 

 $b = a\cos\gamma$ 

 $c = a cos \beta$ 

 $c = b \tan \gamma$ 

 $b=c\tan\beta$ 

quindi su un piano inclinato:

$$l = \frac{h}{\sin \theta}$$

inoltre:

$$\sin^{2}(\theta) + \cos^{2}(\theta) = 1$$
$$\sin(2\theta) = 2\sin(\theta)\cos(\theta)$$
$$\cos(2\theta) = \cos^{2}(\theta) - \sin^{2}(\theta)$$

### 1.1 vettori

prodotto scalare tra vettori:  $\overline{x} \cdot \overline{y} = ||x|| \cdot ||y|| \cdot \cos \theta$  prodototto vettoriale tra vettori:  $\overline{x} \times \overline{y} = ||x|| \cdot ||y|| \cdot \sin \theta$ 

### 1.2 Costanti

• accelerazione di gravità:  $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ 

• costante gravitazionale:  $6,67 \times 10^{-11} \frac{m^3}{s^2 kg}$ 

• raggio terra:  $R_L = 6,37 \times 10^6 \, m$ 

• massa terra:  $M_T = 5,96 \times 10^{24} \, kg$ 

• massa sole:  $M_S = 1,99 \times 10^{30} \, kg$ 

• massa luna:  $M_L = 7.36 \times 10^{22} \, kg$ 

## Capitolo 2

## Meccanica

#### 2.1 Cinematica

Moto rettilineo

- velocità media:  $v_m = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{x_2 x_1}{t_2 t_1} = \frac{\vec{v_2} \vec{v_1}}{2}$
- velocità istantanea:  $v(t) = \frac{d\vec{x}(t)}{dt}$
- equazione del moto rettilineo uniforme:  $x(t) = x_0 + v(t t_0)$
- accelerazione media:  $a_m = \frac{\vec{v_2} \vec{v_1}}{t_2 t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- velocità moto uniformemente accelerato:  $v(t) = v_0 + at$
- equazione del moto rettilineo uniformemente accelerato:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

• velocità finale moto uniformemente accelerato:

$$v_{fin}^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

#### Moto verticale

• punto ad altezza h lasciato cadere:

$$\vec{x}(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$
 
$$\vec{v}(t) = -gt$$
 
$$t_{caduta} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$
 
$$\vec{v}_{suolo} = -\sqrt{2gh}$$

 punto ad altezza h spinto in basso con una certa velocità verso il basso:

$$\vec{x}(t) = h - \vec{v}_1 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\vec{v}(t) = -\vec{v}_1 - gt$$

$$t_{caduta} = -\frac{\vec{v}_1}{g} + \frac{1}{g}\sqrt{\vec{v}_1^2 + 2gh}$$

$$v_{suolo} = -\sqrt{\vec{v}_1^2 + 2gh}$$

• punto ad altezza 0 spinto in alto con una certa velocità:

$$\vec{x}(t) = \vec{v_2}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$\vec{v}(t) = \vec{v_2} - gt$$

con v = 0 si ha l'altezza massima:

$$t_{x_{max}} = \frac{\vec{v_2}}{g}$$

e quindi:

$$x(t_{max}) = \frac{1}{2} \frac{\vec{v_2}^2}{g}$$
$$t_{caduta} = \frac{\vec{v_2}}{g}$$
$$t_{tot} = t_{max} + t_c = \frac{2\vec{v_2}}{g}$$

#### **Moto Circolare**

• arco: 
$$l_a = \frac{\Delta s}{R}$$

• angolo: 
$$\theta = \frac{l_a}{R}$$

• velocità angolare media nel moto uniforme: 
$$\omega_m = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

- velocità angolare istantanea nel moto uniforme: 
$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \omega v$$

• equazioni del moto uniforme:

$$s(t) = s_0 + vt$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$$

• periodo:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\omega R} = \frac{2\pi}{\omega}$$

• accelerazione nel caso di moto non uniforme:

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$
 
$$\alpha_{media} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$
 
$$\alpha_{istantanea} = \frac{1}{R} a_T$$
 
$$a_N = \omega^2 R$$

 $a_T = \alpha R$ 

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$a_N = \omega^2 R = (\omega_0 + \alpha t)^2 R$$

$$|\vec{v}| = \omega R$$

#### Moto Parabolico

• moto parabolico da terra, con angolo e velocità iniziale:

$$\begin{cases} v_x = v_0 cos\theta_0 \\ v_y = v_0 sin\theta_0 - gt \end{cases}$$
 
$$\begin{cases} x(t) = (v_0 cos\theta_0)t \\ y(t) = (v_0 sin\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$
 
$$t = \frac{x}{v_0 cos\theta_0}$$
 
$$y(x) = (tan\theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2 cos^2\theta_0}x^2 \text{ (traiettoria)}$$
 
$$x_G = \frac{v_0^2}{g} sin(2\theta_0) \text{ (gittata, y(x)=0)}$$
 
$$x_G = \frac{v_0^2}{g} \text{ (gitatta massima)}$$
 
$$x_M = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} sin(2\theta_0) \text{ (altezza massima)}$$
 
$$y_M = \frac{v_0^2}{2g} sin^2\theta_0 \text{ (altezza massima lungo la traiettoria)}$$
 
$$Y_{M_{max}} = \frac{v_0^2}{2g} \text{ (altezza massima, la verticale)}$$
 
$$t_{volo} = \frac{2v_0}{g} sin\theta_0$$
 
$$t_{volo_{max}} = \frac{2v_0}{g}$$
 
$$\begin{cases} v_x(t_G) = v_x(t_0) = v_0 cos\theta_0 \\ v_y(t_G) = -v_y(t_0) = -v_0 sin\theta_0 \end{cases} \text{ (velocità finali)}$$

• moto parabolico da altezza h:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

$$t_{volo} = \frac{x}{v_0}$$

$$y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2}x^2 \text{ (traiettoria)}$$

$$t_{caduta} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$x(t_c) = x_G = v_0 t_c = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ (gittata)}$$

$$\begin{cases} v_x(t_c) = v_0 \\ v_y(t_c) = -\sqrt{2gh} \end{cases} \text{ (velocità finali)}$$

$$v_{caduta} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

## 2.2 Dinamica

- seconda legge della dinamica:  $\vec{F} = m\vec{a}$
- forza elastica:

$$\vec{F}_e = -k\Delta \vec{x}$$

$$\vec{a} = \frac{-k(x - x_0)}{m}$$

- forza peso:  $\vec{F_p} = mg$
- forza d'attrito:

$$\vec{f}_{AD} = -\mu_D N$$

$$\vec{f}_{AS} = -\mu_S N$$

• lunghezza piano inclinato:

$$L = \frac{h}{\sin\theta}$$

#### Lavoro e Energia

• lavoro:

$$L = \vec{F_x} \vec{\Delta x}$$

$$L = |\vec{F}| |\vec{\Delta x}| \cos \theta = \vec{F} \vec{s}$$

- energia cinetica:  $E_k = \frac{1}{2} m v_f^2 \frac{1}{2} m v_0^2$
- energia potenziale  $E_P = mgz_B mgz_A$
- lavoro della forza elastica:  $E_{Pe} = \frac{1}{2}kx^2$
- lavoro della forza d'attrito:  $W_{AD} = -\mu_D N l_{AB}$
- conservazione dell'energia meccanica con forze conservative:

$$E_{KB} + E_{PB} = E_{KA} + E_{PA}$$

• conservazione dell'energia meccanica con forze conservative:

$$E_{KB} + E_{PB} - E_{KA} + E_{PA} = E_{MB} - E_{MA} = \Delta E_{M}$$

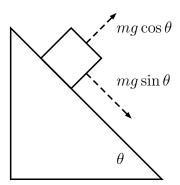
$$W = W_{cons} + W_{non-cons}$$

$$W_{non-cons} = \Delta E_{M}$$

• energia meccanica nel caso di presenza di forze d'attrito:

$$\Delta E_M = -\mu_D N l_{AB}$$

#### Piano inclinato



forza normale:  $N = mg \cos \theta$ lavoro attrito:  $W_{AD} = \mu_D mg \cos \theta l_{AB}$ 

### 2.3 Gravitazione

• terza legge di Keplero:

$$T^2 = k_S a^3$$

con

$$r_1 + r_2 = 2a$$

• legge di gravitazione universale:

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r$$
 
$$G = 6,67 \times 10^{11} \frac{N m^2}{k g^2}$$
 
$$g = \frac{F m_T}{r_T^2}$$
 
$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{N m^2}{k g^2} 6,67 \times 10^{-11} \frac{N m^3}{s^2 k g}$$
 
$$g = G \frac{M_t}{r_T^2}$$

• campo gravitazionale:

$$\vec{\eta}(\vec{r}) = \left(-G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r\right)$$

$$\vec{\eta}(P) = \sum_i \vec{\eta}_i = -g\sum_i \frac{M_i}{r_i^2}\vec{u}_i$$

• energia potenziale gravitazionale:

$$E_P = -G\frac{Mm}{r}$$

• velocità di fuga:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - G\frac{Mm}{r} = 0$$

$$\downarrow$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

• velocità orbitale:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{Mm}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

• teorema del guscio:

$$\rho = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$F = G \frac{m_T m}{r_T^2} = G \frac{\rho_3^4 \pi r^3 m}{r^2} = G \frac{4}{3} \rho m r \text{ che con } k = G \frac{4}{3} \rho m \to F = -kr \text{ negativo attrazione}$$

• energia:

$$E_P = G \frac{Mm}{r}$$

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

$$G \frac{Mm}{r^2} = ma = m \frac{v^2}{r} \to \omega^2 r^2 = G \frac{m}{r}$$

$$E_K = G \frac{Mm}{2r}$$

$$E_M = E_K + E_P = G \frac{Mm}{2r} - G \frac{Mm}{r} = -G \frac{Mm}{2r}$$