

# Ricerca Operativa

## Simplexso

MAX  $cx$  = MIN  $-cx$

Problema di MIN

$b$  = colonna termini noti

Variabile NB = Variabile non **in** base

Variabile B = Variabile **in** base

```
PickEP {
    CP=c <<; c<0
    RP=b_i / c_i <<; c_i > 0
    # Se tutti i rapporti b_i/c_i sono negativi, il problema è illimitato
    ElementoPivot = (RP,CP)
}

prepareSimplex {
    # I termini noti devono essere >= 0
    # La matrice aggiunta delle variabili di Slack deve essere una identità
    # Sopra la matrice identità, i coefficienti devono essere 0
}

while(!(coeff su Riga0 tutti >= 0)) {
    PickEP()
    # La variabile sulla colonna CP va in base, sostituendo quella precedente sulla RP.
    RP = RP / EP
    for each (riga i con (i,CP) > 0):
        R_i = R_i + |(i,CP)|*RP
    foreach (riga i con (i,CP) < 0):
        R_i = R_i - |(i,CP)|*RP
    foreach (riga i con (i,CP) = 0):
        R_i = R_i
    }
    BFS = (Variabili NB = 0, i-esima variabile B = b_i)
```

## Sensitività

Intervallo di variazione di ciascuna risorsa affinché la soluzione ottima rimanga ammissibile:

$t + \text{delta} * C_{\text{slack}_i} \geq 0$

Intervalli di variazione del costo dell'attività  $x_i$  affinché la soluzione ottima rimanga tale:

```
R = Riga che sulla colonna di  $x_i$  ha coefficiente 1
Per tutti i coeff  $\neq 0$  e 1 su R:
    coeff_i(R_0) + delta*coeff_i(R)  $\geq 0$ 
```

(???) Calcolare il vettore colonna relativo all'introduzione di una nuova attività  $x_c$  con costo ridotto 3 e vettore variabili tecnologiche  $A = (3,2,1)$

```
Vettore Variabili Ombra = Vettore coefficienti variabili ombra sulla Riga 0
CR = Costo Ridotto
A = Vettore variabili tecnologiche

VVO * A - CR = Vettore Colonna nuova attività  $x_c$ 
```

## Duale

Teorema Dualità Forte, Debole ed esempi di applicazione

Complementarietà

$$\begin{aligned} y^*(b - Ax^*) &= 0 \\ (y^*A - c)x^* &= 0 \end{aligned}$$

## KKT

1. Ad ogni vincolo, associare una  $\delta_i$ .
2. Vincoli di *ammissibilità duale* relativi ai  $\delta_i$  (inverto segni, = variabile senza vincoli)
3. Condizioni di *complementarietà*  
 $\delta_i$  (i-esimo vincolo) = 0
4. Condizioni sul *gradiente*  
 $(dFO/dx, dFO/dy) - \delta_i (dVi/dx, dVi/dy) = 0$  (per tutte le  $i$ )
5. Definire  $2^n$  sviluppi, combinare le condizioni

## PERT/CPM

- a) Dato il grafo delle precedenze tra le attività di un progetto e la loro durata media, come si determinano le loro attività critiche?

$t_{\min}$  di un'attività è il tempo minimo entro cui si possono terminare tutte le fasi necessarie per iniziartela. Le prime hanno  $t_{\min} = 0$ , per ogni altra attività sequente A,  $t_{\min}(A)$  è la massima somma tra  $t_{\min}(P) + \text{durata}(P)$  dei predecessori, con P predecessore con tale massimo valore.

$t_{\max}$  di un'attività è il massimo tempo entro cui devo iniziare l'attività stessa, pena un aumento del tempo minimo per completare il progetto. L'ultima attività ha  $t_{\min} = t_{\max}$ , per ogni altra  $t_{\max}$  è la differenza minima tra la durata di P e  $t_{\max}$  di un successore A.

Un'**attività critica** è un'attività che ha  $\text{slack} = 0$ .  $\text{Slack} = t_{\max} - t_{\min}$ . Un percorso critico è la sequenza più lunga di attività critiche.

b) Perché sono dette critiche?

Un'attività è detta *critica* è un'attività il cui inizio non può essere ritardato nemmeno di un'unità di tempo, altrimenti l'intera durata minima del progetto in esame verrebbe aumentata.