Algebra e calcolo relazionale

L'algebra relazionale è un linguaggio procedurale basato su concetti di tipo algebrico. E' costituita da una serie di operatori, definiti su relazioni e che producono altre relazioni come risultato.

Unione, intersezione, differenza

Le relazioni sono insiemi, quindi ha senso definire su di esse gli operatori insiemistici tradizionali a patto che esse siano definite sullo stesso insieme di attributi.

$$r_1 \cup r_2 = \{x : x \in r_1 \vee x \in r_2\}$$
$$r_1 \cap r_2 = \{x : x \in r_1 \wedge x \in r_2\}$$
$$r_1 - r_2 = \{x : x \in r_1 \wedge x \notin r_2\}$$

Ridenominazione

Al fine di facilitare le operazioni insiemistiche introduciamo l'operatore di denominazione che cambia il nome degli attributi lasciando inalterato il contenuto delle relazioni. La ridenominazione:

$$\rho_{B_1 B_2 \ldots B_K \leftarrow A_1 A_2 A_K}(r)$$

contiene una tupla t' per ciascuna tupla t in r, definita come segue: t' è una tupla su Y e $t'[B_i] = t[A_i]$, per i, ..., k.

Selezione

Selezione e Proiezione si dicono funzioni complementari (od ortogonali): sono definite su un operando e producono come risultato una porzione dell'operando. Più precisamente, la selezione produce un sottoinsieme delle tuple su tutti gli attributi (decomposizione orizzontale), mentre la proiezione dà un risultato cui contribuiscono tutte le tuple, ma su un sottoinsieme di attributi (decomposizione verticale).
La selezione ammette una condizione di selezione, una **formula proposizonale**, costituita da confronti tra attributi e costanti, eventualmente combinati con connettivi logici.
Più precisamente, data una relazione r(X), una formula proposizonale F su X è una formula ottenuta combinando, con i connettivi or, and, not, condizioni atomiche del tipo AθB o Aθc, dove:

- θ è un operatore di confronto (=, ≠, >, <, ≤, ≥);
- A e B sono attributi in X sui cui valori il confronto θ abbia senso;
- c è una costante "compatibile" con il dominio di A (confronto su c definito).

Data una formula F e una tupla t, è definito un valore di verità per F su t:

- AθB è vera su t se t[A] è in relazione θ con t[B], altrimenti è falsa;
- Aθc è vera su t se t[A] è in relazione θ con c, altrimenti è falsa;
- Gli operatori logici hanno l'usuale significato.

La selezione $\sigma_F(r)$, in cui r è una relazione e F una formula proposizionale, produce una relazoine sugli stessi attributi di r che contiene le tuple di r su cui F è vera.

Proiezione

Dati una relazione r(X) e un sottoinsieme Y di X, la proiezione di r su Y (indicata con $\pi_Y(r)$) è l'insieme di tuple su Y ottenute dalla tuple di r considerando solo i valori di Y:

$$\pi_Y(r)=\{t[Y] | t\in r\}$$

Il risultato di una proiezione contiene al più tante tuple quante l'operando, ma può conterne meno.

Join

Questo operatore permette di correlare dati contenuti in relazioni diverse, confrontando i valori contenuti in esse. Ne esistono due versioni: il join naturale, utile per riflessioni di tipo astratto e theta-join, più rilevate dal punto di vista pratico.

Join Naturale

Il risultato del join è costituito da una relazione sull'unione degli insiemi di attributi degli operandi e le sue tuple sono ottenute combinando le tuple degli operandi con valori uguali sugli attributi comuni.
In generale, il join naturale $r1 \bowtie r2$ di r1(X1) e r2(X2) è una relazione definita su X1 U X2, come segue

$$r1 \bowtie r2=\{t\in X_1 X_2 : t[X_1]\in r1 \wedge t[X_2]\in r2\}$$

Join completi e incompleti

Si dice caso completo se ciascuna tupla di ciascuno degli operandi contribuisce ad almeno una tupla del risultato.
Le tuple dangling sono quelle che non contribuiscono al risultato perchè l'altra relazione non contiene tuple con gli stessi valori sull'attributo comune.

Possiamo dire che il join di r1 e r2 contiene un numero di tuple compreso fra 0 e |r1| x |r2|. Inoltre:

- se il join di r1 e r2 è completo, contiene almeno un numero di tuple pari al massimo fra |r1| e |r2|;
- se X1 ∩ X2 contiene una chiave per r2, allora join r1(X1) e r2(X2) contiene al più |r1| tuple;
- se X1 ∩ X2 coincide con una chiave per r2 e sussiste il vincolo di riferimento fra X1 ∩ X2 in r1 e la chiave di r2, allora join r1(X1) e r2(X2) contiene esattamente |r1| tuple.

Join esterni

- full outer join: tutte le tuple danno un contributo al risultato, eventualmente estese nulli ove non ci siano controparti opportune
- left outer join: estende solo le tuple del primo operando
- right outer join; estende solo le tuple del secondo operando

Join n-ario, intersezione e prodotto cartesiano
Il join naturale è commutativo e associativo. Vediamo due casi limite per gli insiemi di attributi su cui sono definiti gli operandi:
Gli insiemi sono uguali:
Il join coincide con l'intersezione nel caso limite in cui gli insiemi di attributi su cui sono definiti gli operandi sono uguali.
Gli insiemi sono disgiunti:
il join diventa una *sorta* di prodotto cartesiano (costituito da tuple ottenute concatenando tuple di r1 ed r2 invece che insiemi di coppie).

Theta-join ed equi-join
Il tetha-join è definito come un prodotto cartesiano seguito da una selezione, nel modo seguente

$$r_1 \bowtie_F r_2 = \sigma_F(r_1 \bowtie r_2)$$

Un theta-join in cui la condizione di selezione F sia unaconfiguzione di atomi di uguaglianza, con un attributo della prima relazione e uno della seconda, viene chiamato **equi-join**.

Interrogazioni in algebra relazionale

Dato uno schema R di base di dati, un'interrogazione è una funziona che, per ogni istanza r di R, produce una relazione su un dato insieme di attributi X.

`_template:`

Title 1

Title 2

Title 3

Title 4

Paragraph Text

`Monospaced Text`