

## Laboratório 5 - Projeto de Autopiloto de Altitude de Avião

### 1 Projeto de controlador de Arfagem

A partir do sistema dinâmico representado em espaço de estados (1), pode-se utilizar uma entrada *step* para verificar seu comportamento. A Figura 1 apresenta as respostas para as variáveis  $y = [q, \theta, h]^T$ .

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\omega} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.00643 & 0.0263 & 0 & -32.2 & 0 \\ -0.0941 & -0.624 & 820 & 0 & 0 \\ -0.000222 & -0.00153 & -0.668 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 830 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \\ q \\ \theta \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -32.7 \\ -2.08 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta e \quad (1)$$

É possível verificar que entradas positivas do profundor geram valores negativos de  $q$ ,  $\theta$  e  $h$ . Logo, adicionou-se um termo multiplicativo  $(-1)$  na malha de controle, a fim de se tornar mais intuitivo o trabalho com o sistema de arfagem.

Apresenta-se, então a função de transferência  $G_q(s) = -\frac{q(s)}{\delta e(s)}$ , construída a partir da equação do sistema em espaço de estados (1), multiplicada por  $-1$ .

$$G_q = \frac{2.08s^4 + 1.261s^3 + 0.01298s^2 + 6.062 \cdot 10^{-17}s - 8.194 \cdot 10^{-32}}{s^5 + 1.298s^4 + 1.682s^3 + 0.01004s^2 + 0.0001753s} \quad (2)$$

Pode-se demonstrar que um controlador P + V aloca os polos de malha fechada na mesma posição de um controlador PD. Considere  $D_q$  como o denominador da função  $G_q$  e  $D_{qf}$  o denominador de  $G_f$ . Analogamente, seja também  $N_q$  e  $N_{qf}$  para o numerador.

Controlador PV:

$$C_{PV}(s) = K_\theta + K_q s \quad (3)$$

$$G_f = \frac{C_{PV}G_q}{1 + C_{PV}G_q} \quad (4)$$

$$D_{qfPV}(s) = D_q + C_{PV}N_q \quad (5)$$

$$D_{qfPV}(s) = D_q + (K_\theta + K_q s)N_q \quad (6)$$

Controlador PD:

$$C_{PD}(s) = K_p + K_d s \quad (7)$$

$$G_f = \frac{C_{PD}G_q}{1 + C_{PD}G_q} \quad (8)$$

$$D_{qfPD}(s) = D_q + C_{PD}N_q \quad (9)$$

$$D_{qfPD}(s) = D_q + (K_p + K_d s)N_q \quad (10)$$

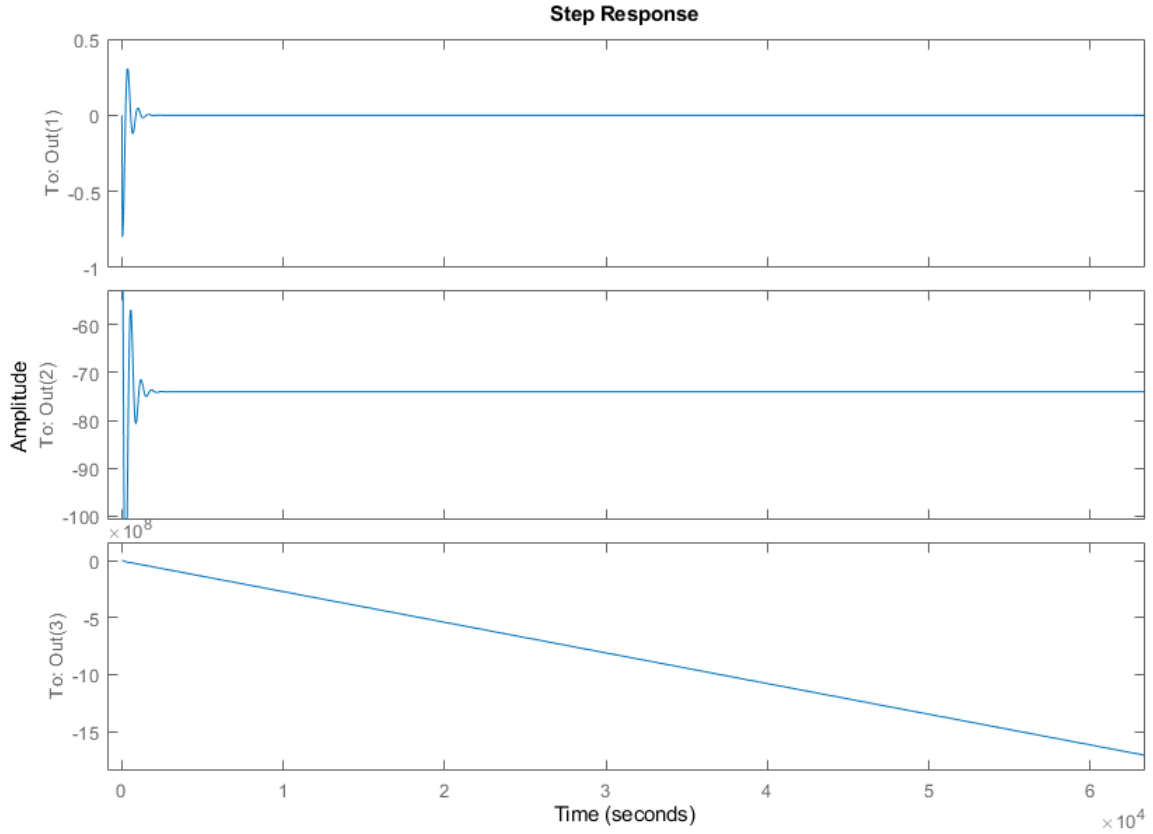


Figura 1: Resposta do sistema dinâmico para entrada step.

Nota-se que, se  $K_p = K_\theta$  e  $K_d = K_q$ , tem-se que  $D_{qfPD} = D_{qfPV}$  e, portanto, os polos de malha fechada são alocados de forma igual para ambos controladores.

Projetou-se um controlador  $P + V$  utilizando a ferramenta `rltool` do MATLAB para a função de transferência de arfagem  $G_\theta$ . Os requisitos a serem atendidos foram  $\xi = 0.6$  e  $\omega_n = 4$  rad/s. A figura 2 apresenta o projeto atendendo aos requisitos para essa função de transferência.

Após o projeto para determinação das constantes, descobriu-se  $K_q = 1.968$  e  $K_\theta = 7.0278$ . Em seguida, mediu-se a resposta do sistema para degrau unitário. A Figura 3 apresenta a resposta de  $G_\theta$  aberta e a Figura 4 apresenta a resposta de  $G_{f\theta}$ .

Nota-se que o sistema com o controlador  $P + V$  reage de forma muito mais rápida, chegando próximo de sua assíntota em 4 segundos. Já a malha aberta necessita de 1500 segundos. Quanto ao amortecimento, percebe-se que a malha com compensador é expressivamente mais amortecida, com overshoot muito menor do que o apresentado no sistema aberto. Considerando que o sistema se trata de um controlador para aeronave, nota-se que o sistema  $P + V$  apresenta uma resposta muito mais efetiva e adequada de forma geral.

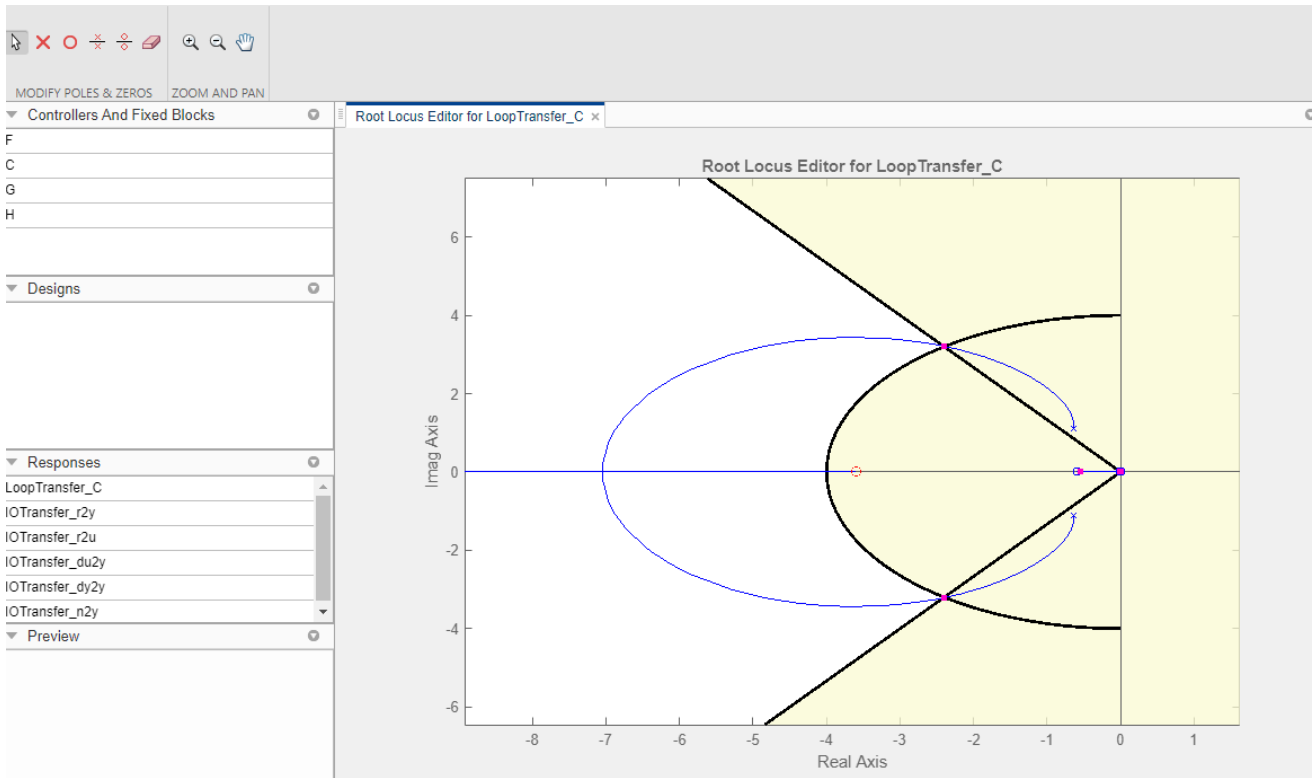


Figura 2: Projeto no `rltool` para o controlador  $P + V$  atendendo aos requisitos.

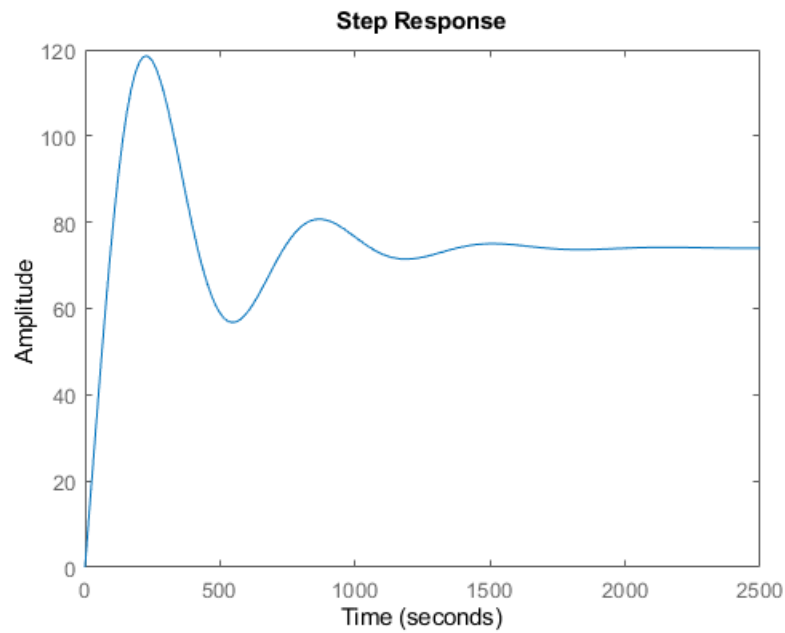


Figura 3: Reposta para função degrau da função de transferência  $G_\theta$  aberta.

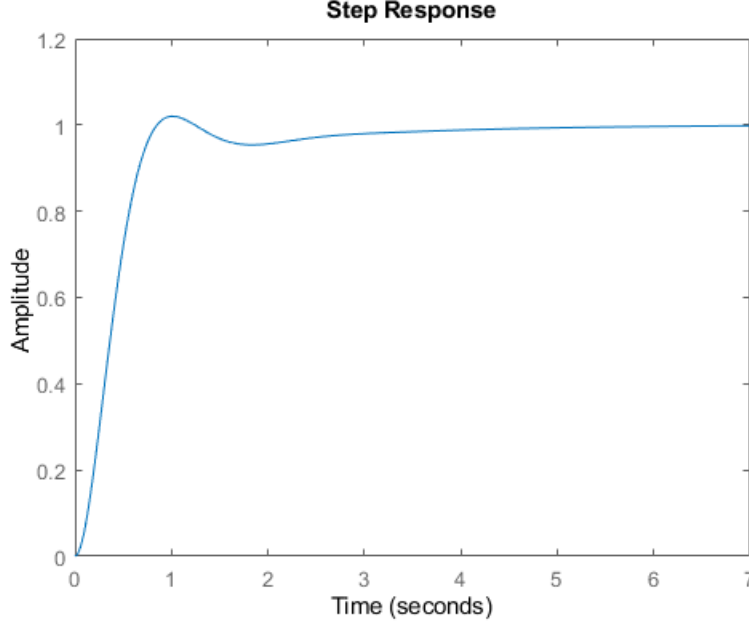


Figura 4: Reposta para função degrau da função de transferência  $G_{f\theta}$  fechada com controlador P + V.

## 2 Projeto de Controlador de Altitude

Para o controlador de altitude, utilizou-se um controlador PD.

$$C_h(s) = K_{ph} + K_{dh}s \quad (11)$$

A partir de  $\delta e$ , pode-se ter as matrizes  $A_\theta$  e  $B_\theta$  tais que  $x = A_\theta x + B_\theta \theta_r$ . Tem-se que  $h = [0, 0, 0, 0, 1]x$

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\omega} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.00643 & 0.0263 & 0 & -32.2 & 0 \\ -0.0941 & -0.624 & 820 - 32.7K_q & -32.7K_\theta & 0 \\ -0.000222 & -0.00153 & -0.668 - 2.08K_q & -2.08K_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 830 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \\ q \\ \theta \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 32.7K_\theta \\ 2.08K_\theta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \theta_r \quad (12)$$

A partir de (12), tem-se a expressão de  $h(s)/\theta_r(s)$  em (13).

$$\frac{h(s)}{\theta_r(s)} = \frac{-229.8s^3 - 8.812s^2 + 7279s + 33.07}{s^5 + 5.392s^4 + 18.78s^3 + 8.899s^2 + 0.0914s} \quad (13)$$

Pode-se utilizar a ferramenta `rltool` para determinar os parâmetros do compensador utilizado. A figura 5 mostra os polos de malha fechada atendendo aos requisitos utilizados. Esses foram tais que a frequência natural  $\omega_n = 0.7$  rad/s e  $\xi = 0.5$ . Além disso, buscou-se sobressinal  $M_p < 0,2$  e tempo de subida  $3 \leq t_r \leq 4$ , em segundos.

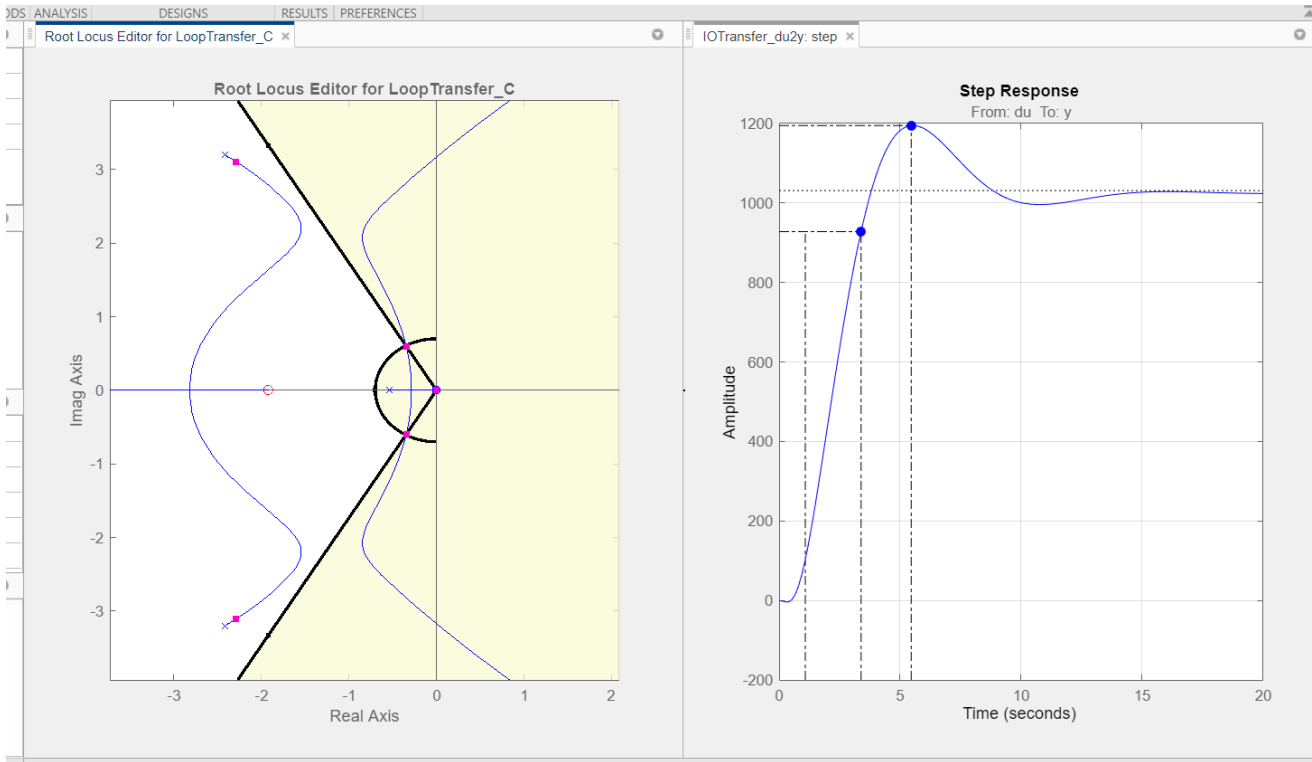


Figura 5: Projeto em `rltool` para cumprimento dos requisitos.

Com isso, encontram-se os valores  $K_{ph} = 9.6997 \cdot 10^{-4}$  e  $K_{dh} = 5.043844 \cdot 10^{-4}$ . Por fim, pode-se simular o controlador completo de altitude do avião. As Figuras 6, 7 e 8 mostram a altitude medida pelo barômetro, a altura efetiva da aeronave e o comando do profundor, respectivamente.

O medidor de altitude e o comando do profundor estão sujeitos a um ruído de distribuição gaussiana com variância  $\sigma_h^2$ . Percebe-se que mesmo com um ruído muito elevado, o sistema dinâmico filtra razoavelmente a ponto se a trajetória real ser alterada perceptivelmente apenas quando  $\sigma_h^2 = 1000 ft^2$ . Portanto, apesar dos ruídos, a resposta do sistema é amortecida o suficiente para a altitude final da aeronave não ser comprometida. Isso ocorre pois o sistema dinâmico atua como filtro para os ruídos em sua resposta. Além disso, percebe-se que o sistema atendeu aos requisitos projetados, mesmo com o ruído atuando de forma constante.

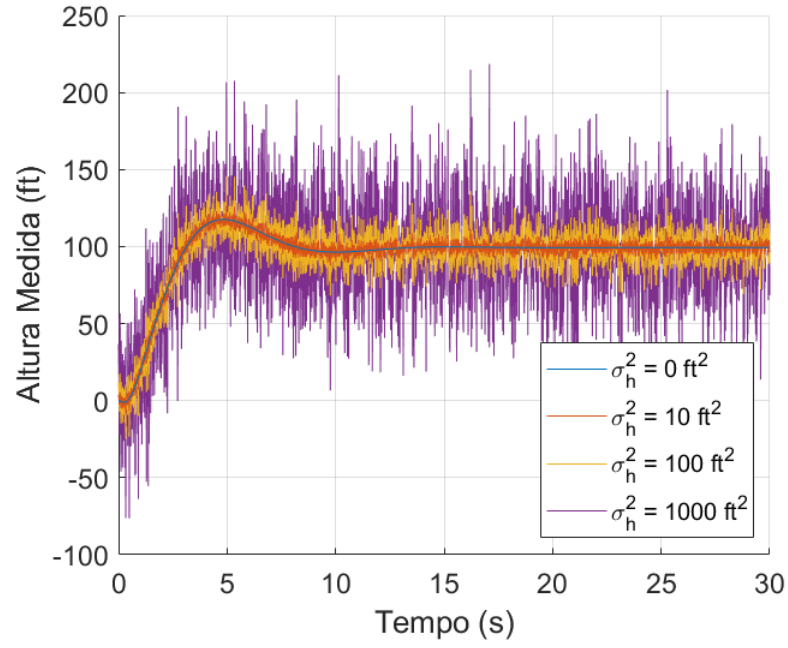


Figura 6: Altitude medida pelo barômetro do avião, sujeita a ruídos.

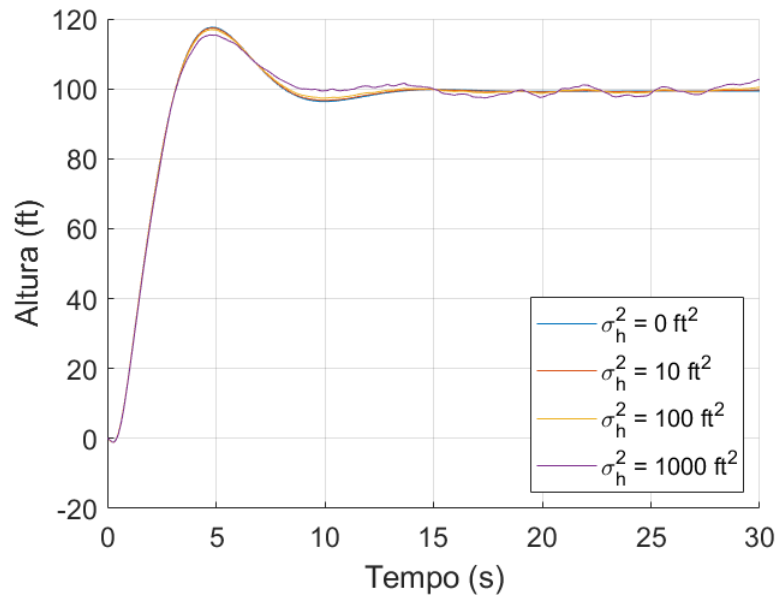


Figura 7: Altitude efetiva da aeronave.

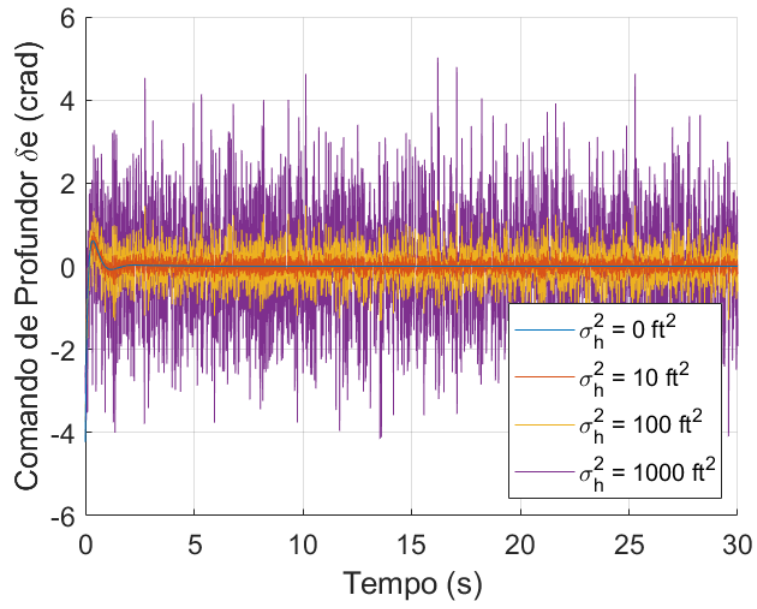


Figura 8: Comando do profundor do avião, sujeito a ruídos devido aos ruídos na medida do barômetro.