

Laboratório 6 - Projeto de Servomotor de Posição com Malha de Corrente

1 Projeto da Malha de Corrente

Inicialmente, pode-se projetar analiticamente o controlador de corrente da malha interna a fim desse atingir aos requisitos do projeto. A fim de determinar o valor de K , considera-se uma malha KG_c . Considera-se ω_b como o requisito de banda passante.

$$G_c = \frac{1}{Ls + R} \quad (1)$$

$$G_{cf} = \frac{K}{Ls^2 + Rs + K} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \left| \frac{K}{-\omega_b^2 L + R\omega_b j + K} \right| \quad (3)$$

$$K \geq 100054 \quad (4)$$

Assim, pode-se calcular o valor de ω_{cp} tal qual é medida a margem de fase do sistema.

$$|KG(j\omega)| = 1 \quad (5)$$

$$K^2 = \omega^4 L^2 + R^2 \omega^2 \quad (6)$$

$$\omega_{cp} = 3.9753 \cdot 10^3 \quad (7)$$

$$PM = \text{fase}(G(j\omega_{cp})) + 180^\circ \quad (8)$$

$$PM = 38, 32^\circ \quad (9)$$

Assim, para atendimento dos requisitos, é necessário projetar o controlador *lead* de modo que $\phi_{max} = 31, 67^\circ$

$$\alpha = \frac{1 - \text{sen}(\phi_{max})}{1 + \text{sen}(\phi_{max})} \quad (10)$$

$$\alpha = 0, 3114 \quad (11)$$

$$T = \frac{1}{\omega_{cp} \sqrt{\alpha}} \quad (12)$$

$$T = 4, 507 \cdot 10^{-4} \quad (13)$$

A partir dessa projeto analítico, pode-se medir a resposta dessa malha interna à uma entrada degrau, assim como a medida real da banda passante, das margens de fase e de ganho. As figuras 1, 2 e 3.

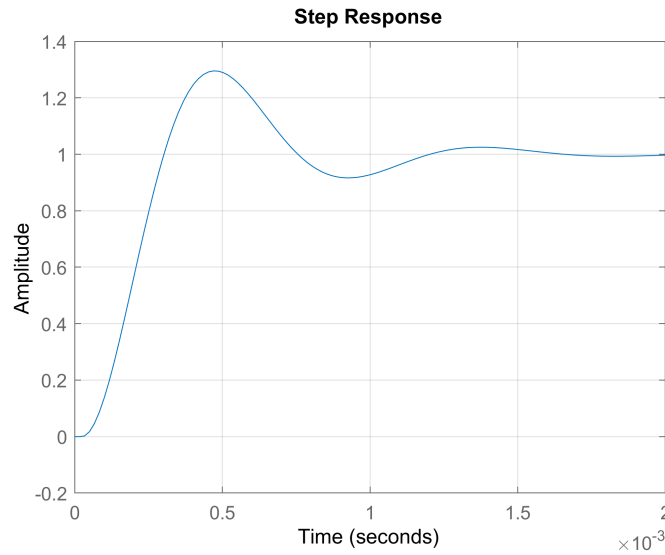


Figura 1: Resposta à entrada degrau para a malha de corrente interna

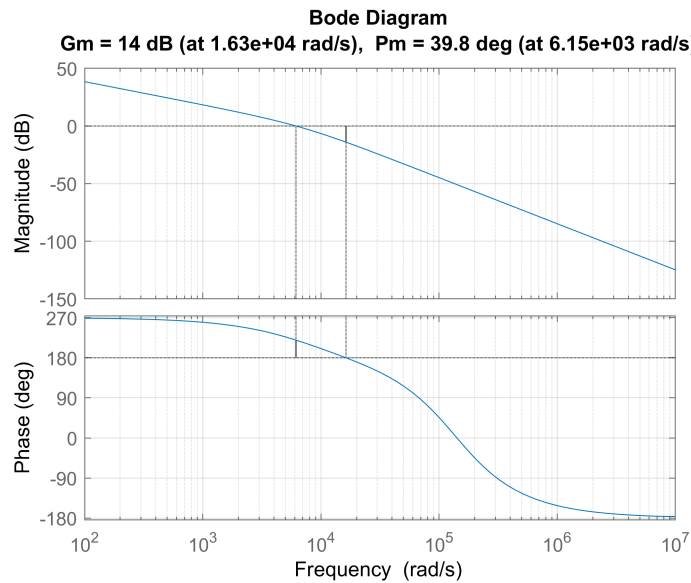


Figura 2: Diagrama de Bode para a função de transferência aberta, com destaque para as margens de fase e ganho.

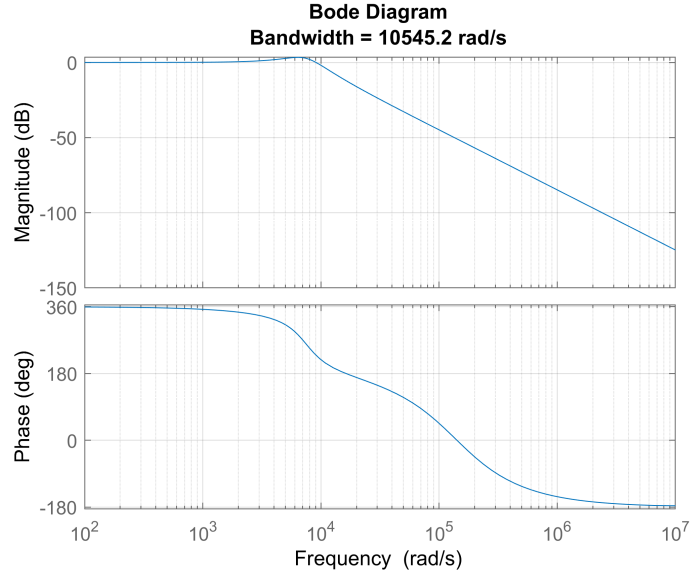


Figura 3: Diagrama de Bode para a função de transferência fechada, com destaque para a banda passante.

Nota-se que não foram atendidos todos os requisitos. Apesar da resposta em step ter um tempo de subida relativamente rápido e um overshoot não muito agressivo e a banda passante medida ser maior que a requisitada, a margem de fase não foi atendida pelo projeto. Nota-se também que a margem de ganho é atendida.

Pode-se, então, aplicar o método de otimização de Nelder-Mead, em que há uma função de custo a ser reduzida a fim de determinar os parâmetros da função de transferência. A função custo é explicitada em 14. Realizando esse método, obtém-se os parâmetros e pode-se realizar análise dos requisitos nas figuras 4 5 e 6.

$$J_c = (\omega_{b,req} - \omega_b)^2 + (PM_{req} - PM)^2 \quad (14)$$

$$T = 5 \cdot 10^{-5} \quad (15)$$

$$K = 4.0616 \cdot 10^3 \quad (16)$$

$$\alpha = 0.2657 \quad (17)$$

$$T_l = 6.336 \cdot 10^{-4} \quad (18)$$

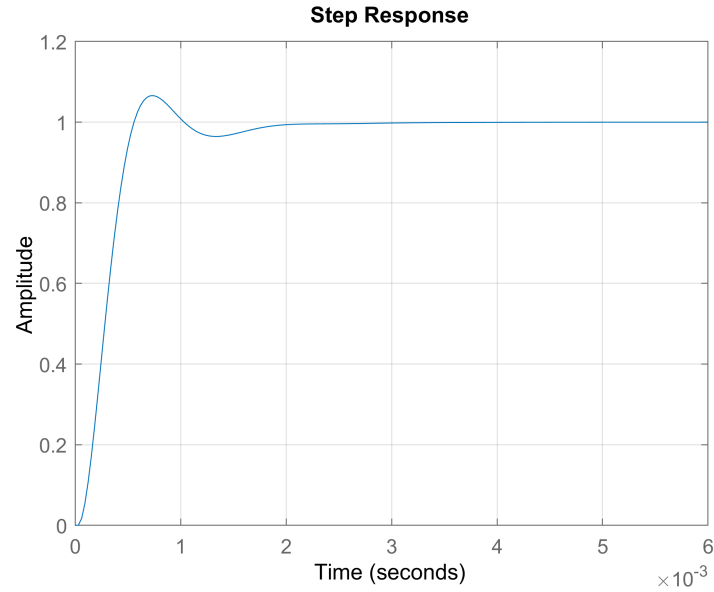


Figura 4: Resposta à entrada degrau para a malha de corrente interna com parâmetros otimizados

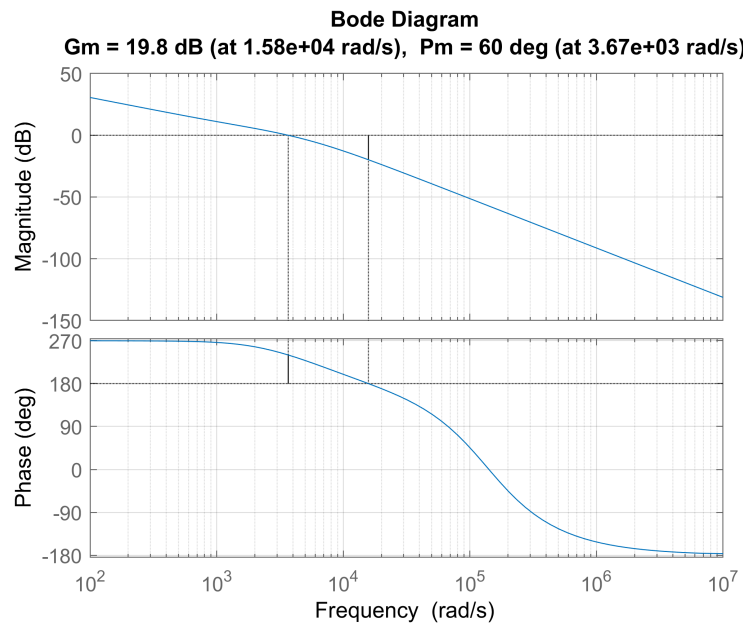


Figura 5: Diagrama de Bode para a função de transferência aberta, com destaque para as margens de fase e ganho, para parâmetros otimizados.

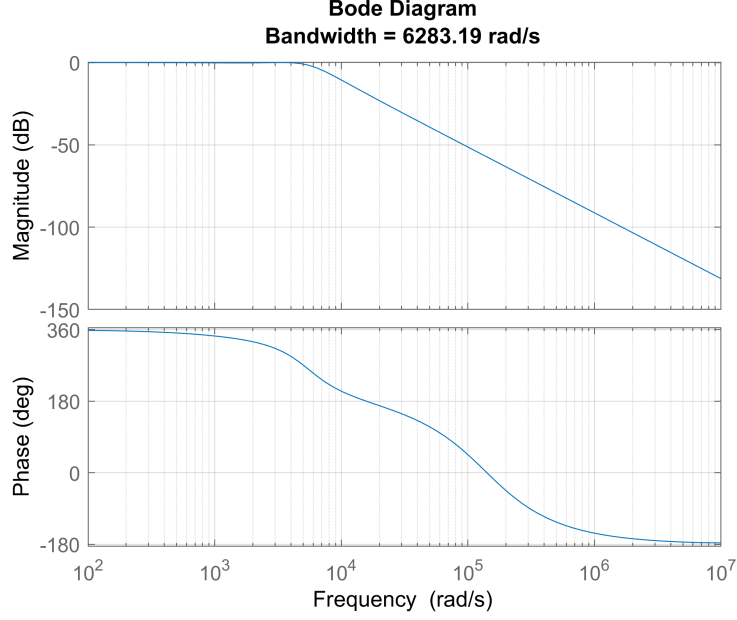


Figura 6: Diagrama de Bode para a função de transferência fechada, com destaque para a banda passante, para parâmetros otimizados.

Com os parâmetros otimizados pelo algoritmo de Nelder-Mead, percebe-se que todos os requisitos foram atendidos, de maneira exata para a banda passante e margem de fase. Nota-se que a resposta para a entrada degrau se tornou mais suave de maneira geral, com overshoot significativamente menor.

2 Projeto da Malha de Posição

Analogamente para a malha de posição, pode-se inicialmente realizar o projeto de forma analítica para ter os requisitos atendidos. Para isso, considerou-se a malha interna de corrente como instantânea e desconsiderou-se o termo da força contraeletromotriz, assim como o zero introduzido pelo controlador PD. Assim, o projeto segue como uma função de transferência padrão de segunda ordem.

$$\xi = \frac{PM_{req}}{100} \quad (19)$$

$$\omega_n = \frac{\omega_b}{\sqrt{1 - 2\xi^2 + \sqrt{4\xi^4 - 4\xi^2 + 2}}} \quad (20)$$

$$K_p = \frac{J_{eq}\omega_n^2}{N\eta K_t} \quad (21)$$

$$K_d = \frac{2\xi\omega_n J_{eq} - B_{eq}}{N\eta K_t} \quad (22)$$

Assim, tem-se os valores encontrados:

$$T = 5 \cdot 10^{-5} \quad (23)$$

$$a = 6,2832 \cdot 10^4 \quad (24)$$

$$K_p = 3,9412 \cdot 10^4 \quad (25)$$

$$K_d = 8,542 \quad (26)$$

As figuras 7, 8 e 9 apresentam a resposta a uma entrada step, e os diagramas de Bode da malha aberta e fechada para os parâmetros encontrados.

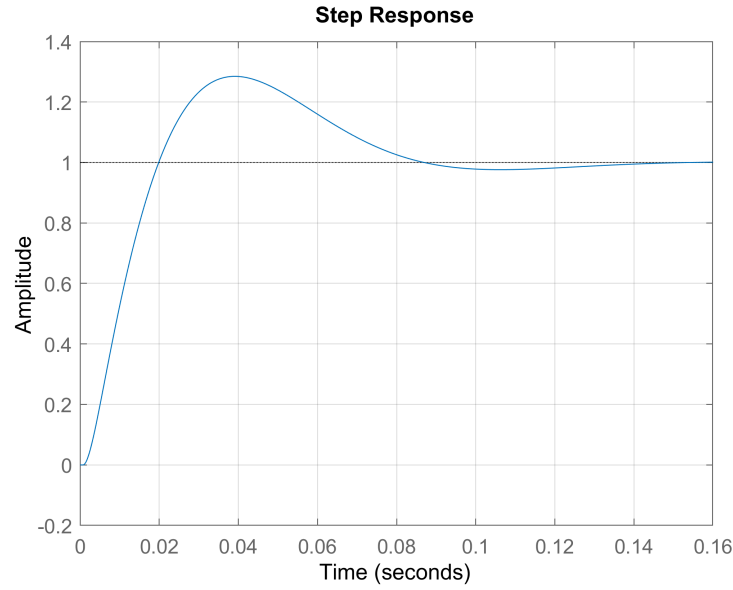


Figura 7: Resposta à uma entrada degrau para os parâmetros analíticos da malha de posição

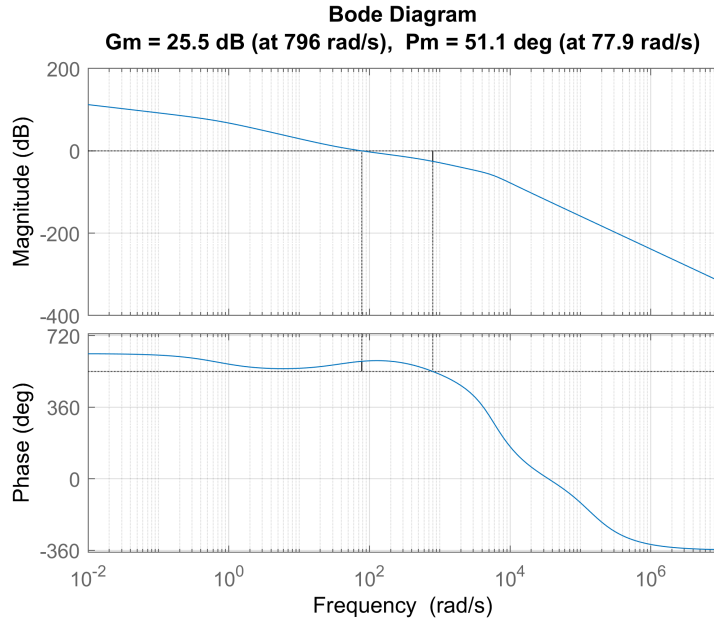


Figura 8: Diagrama de Bode para a função de transferência aberta, com destaque para as margens de fase e ganho.

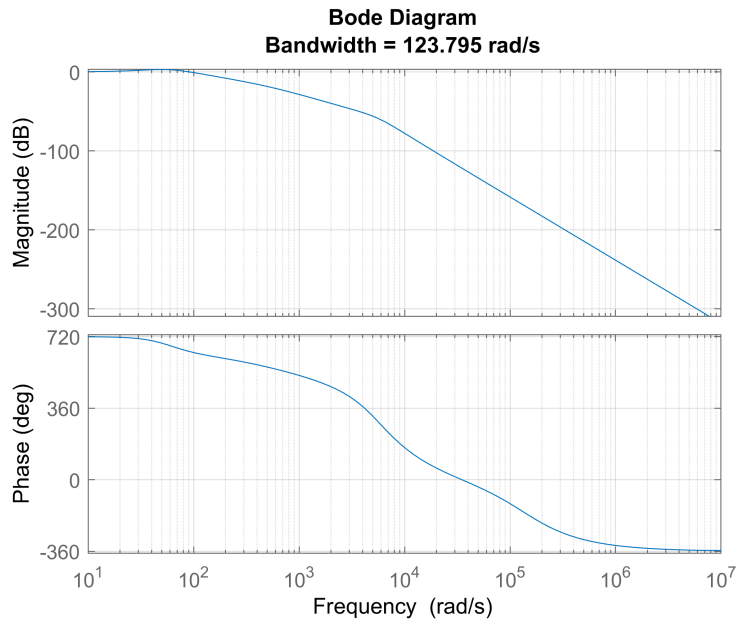


Figura 9: Diagrama de Bode para a função de transferência fechada, com destaque para a banda passante.

Nota-se que, assim como para a malha de corrente, o projeto analítico não permite o cumprimento de todos os requisitos, sendo a margem de fase medida não suficiente para o projeto.

De forma análoga, pode-se utilizar o método de Nelder-Mead para otimizar os parâmetros, com a função de custo 27. Os valores encontrados são mostrados nas equações em seguida.

$$J_c(K_p, K_d) = (\omega_{b,req} - \omega_b)^2 + (PM_{req} - PM)^2 \quad (27)$$

$$T = 1 \cdot 10^{-3} \quad (28)$$

$$a = 628,3185 \quad (29)$$

$$K_p = 1,0687 \quad (30)$$

$$K_d = 0,0510 \quad (31)$$

Com os valores encontrados, realiza-se a análise da banda passante e das margens de fase e de ganho a partir das figuras 10, 11 e 12.

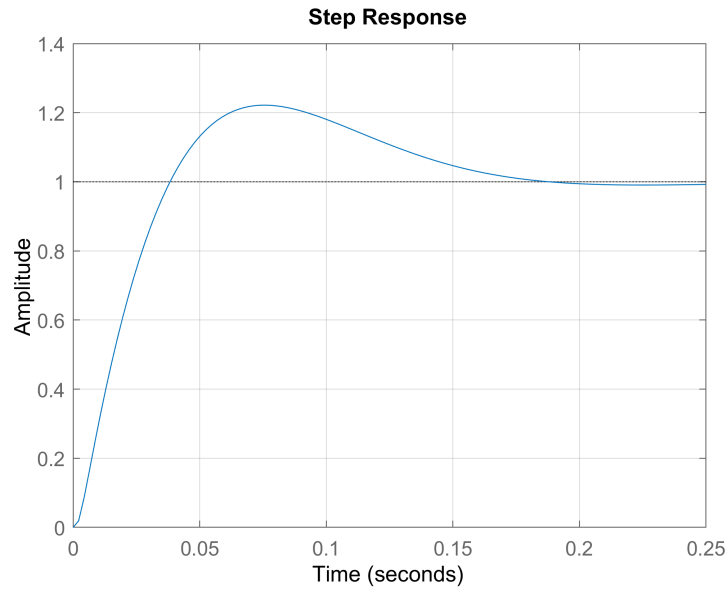


Figura 10: Resposta à entrada degrau para a malha de posição com parâmetros otimizados

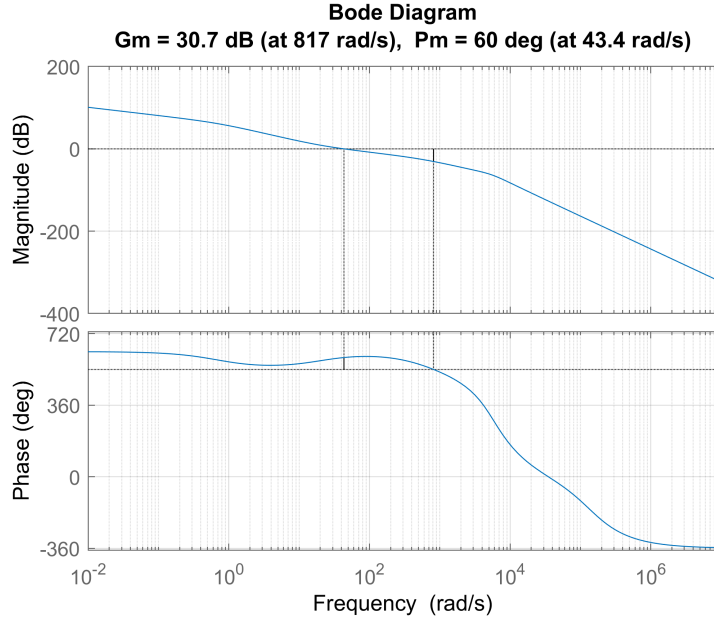


Figura 11: Diagrama de Bode para a função de transferência aberta da malha de posição, com destaque para as margens de fase e ganho, para parâmetros otimizados.

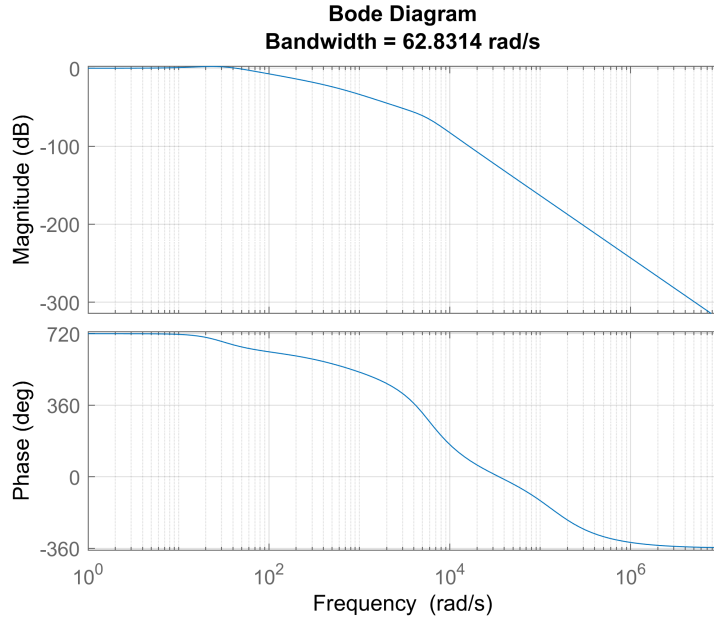


Figura 12: Diagrama de Bode para a função de transferência fechada da malha de posição, com destaque para a banda passante, para parâmetros otimizados.

Para os parâmetros otimizados, percebe-se que todos os requisitos foram cumpridos, sendo que a margem de fase e a banda passante são seus próprios limites inferiores. Percebe-se um *overshoot* menor para os novos parâmetros, apesar do período de acomodação ser maior.

3 Implementação do Modelo Simulink

Realizou-se a quantização do sistema, considerando períodos de amostragem e também os atrasos envolvidos. Após essa implementação, construiu-se o sistema no *Simulink* a fim de simular a resposta do sistema discreto para uma entrada degrau. As figuras 13 até 19 representam essa resposta do sistema, comparando valores comandados e a resposta real do sistema.

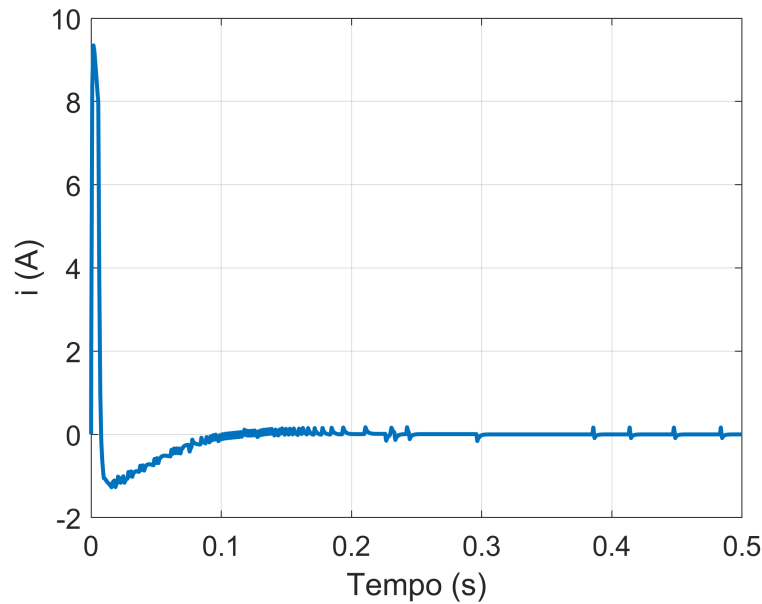


Figura 13: Medida da corrente real interna do sistema

Nota-se que as figuras 13 e 14 apresentam perfis de gráficos muito similares, denotando uma resposta do sistema rápida com o comando da malha de controle. Esse aspecto é esperado pela teoria devido aos requisitos projetados.

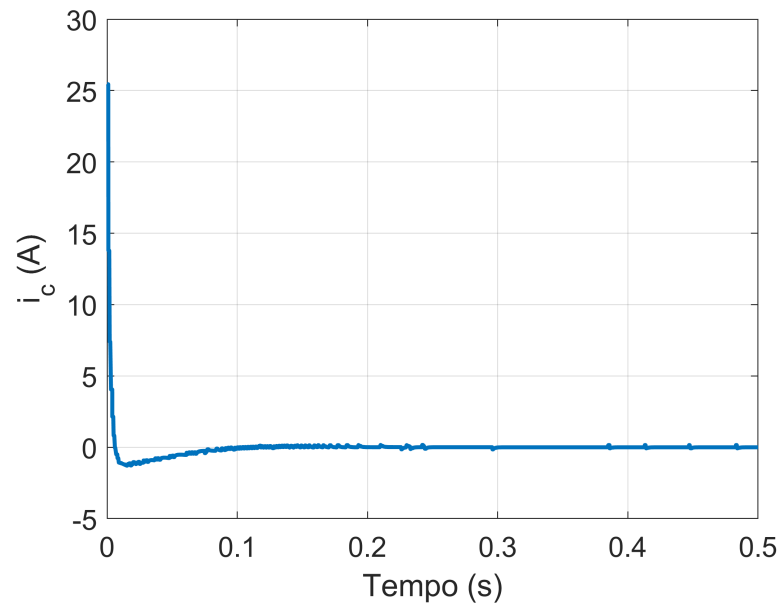


Figura 14: Medida da corrente comandada pelo controlador da malha de corrente

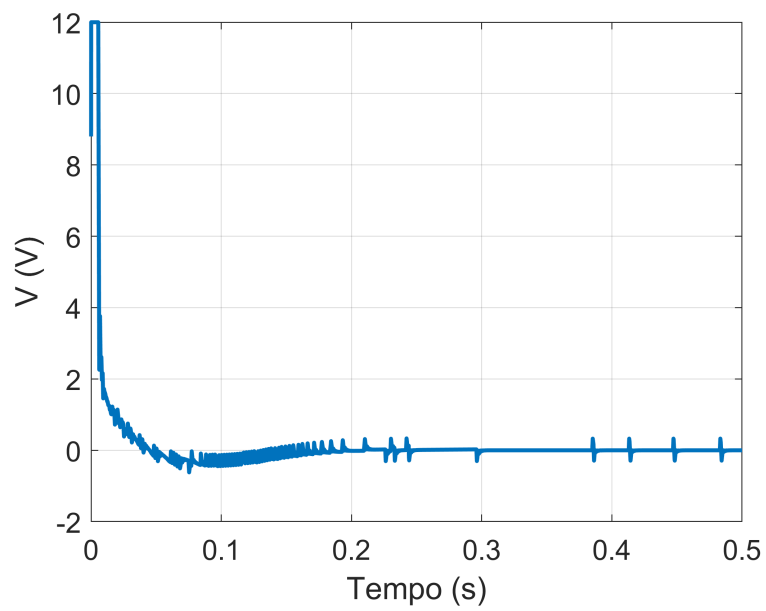


Figura 15: Medida da tensão real interna do sistema

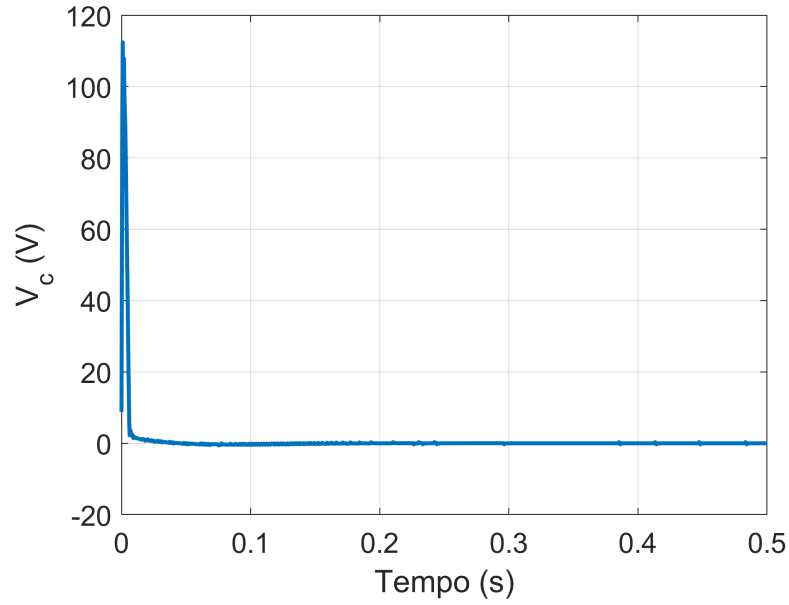


Figura 16: Medida da tensão comandada pelo controlador da malha de posição

Repara-se que as figuras 15 e 16 também apresentam perfil como o esperado pela teoria, devido ao projeto otimizado. Nota-se um pequeno *undershoot* que ocorre na medida real de tensão. Esse comportamento também é observado na figura 17, que mostra a velocidade angular ω_l . De forma geral, todas essas medidas possuem tempo de acomodação rápido e erro nulo em regime.

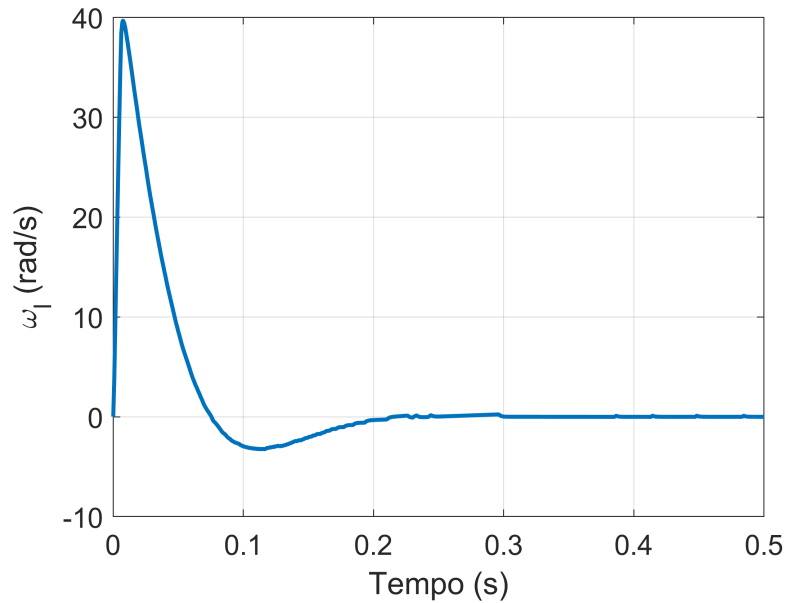


Figura 17: Medida da velocidade angular ω_l

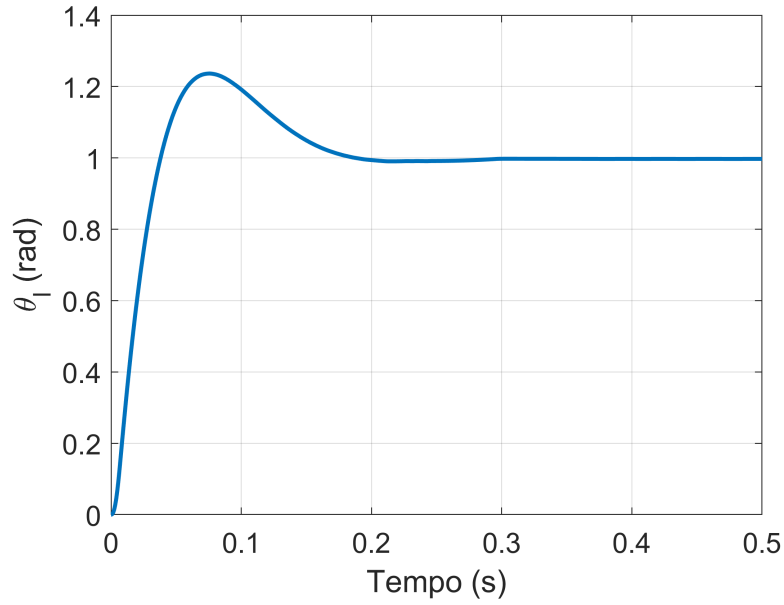


Figura 18: Medida do ângulo θ real do sistema

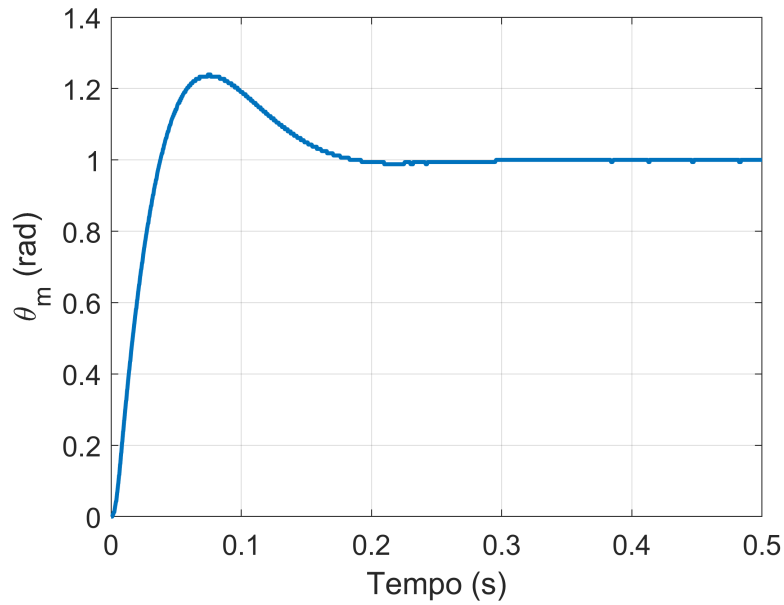


Figura 19: Medida do ângulo θ após a quantização (medida observada pelo sistema)

Para as figuras 18 e 19, nota-se que a discretização do sistema não trouxe prejuízos para sua acurácia, devido a um período de amostragem curto. Assim, os valores discretos medidos de θ são muito próximos dos valores reais calculados.

De forma geral, como foram considerados os atrasos da discretização no projeto dos parâmetros, todos os valores medidos se comportaram conforme o previsto.

4 Avaliação da Quantização do *Encoder*

É possível realizar uma avaliação qualitativa da quantização do Encoder variando-se N_b (número de bits utilizado na conversão analógico-digital). As figuras 20 e 21 apresentam respostas do sistema para entradas degrau para diferentes valores de número de bits.

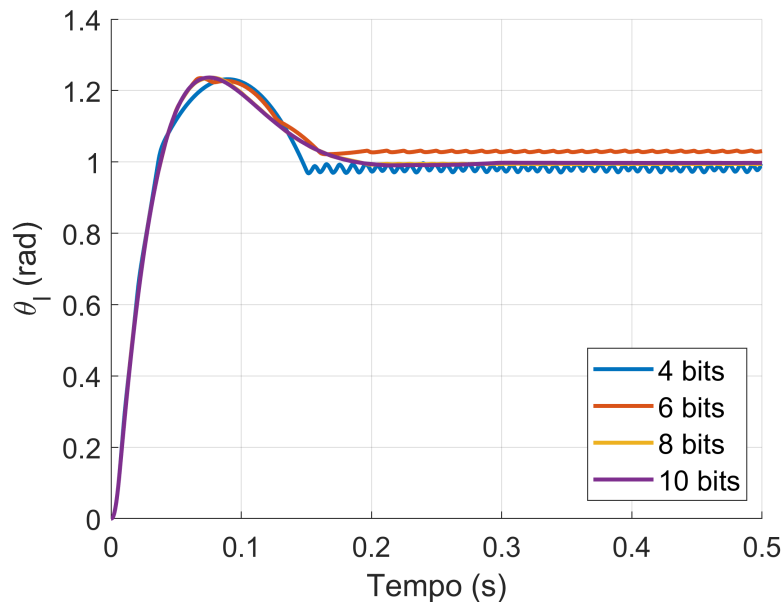


Figura 20: Resposta do θ do sistema quantizado variando-se o número de bits da conversão analógico-digital

Percebe-se, que há uma degradação na resposta do sistema, que é acentuada para valores menores de bits utilizados na conversão.

É possível observar como o θ_m medido recebe uma variação muito maior para todos os valores de N_b . Essa variação é especialmente grande quando o número de bits é baixo, como 4 bits. Isso traz uma incerteza grande para a região de regime do sistema para o valor do ângulo medido pelo sistema.

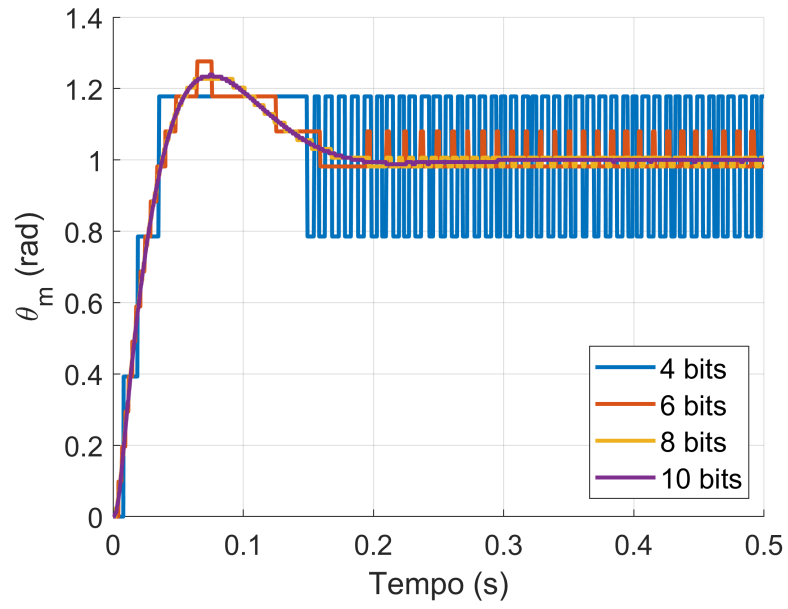


Figura 21: Resposta do θ medido do sistema quantizado variando-se o número de bits da conversão analógico-digital