Автомодельные уравнения:

- подставляем в изначальное уравнение, получим:

В итоге получаем:

Течения, в которых один из инвариантов является постоянным, называют простыми волнами. В данном случае - центрированная волна.

Мы получили решение для частного случая.

Пусть у нас есть два постоянных течения. Есть два случая: либо это контактный разрыв, либо это ударная волна. В любом случае в точке разрыва должны быть выполнены соотношения Гюголя. Причем должны быть выполнены еще энтропийные неравенства. Теперь если это решение будет волной развешивания, то в точке не будет разрыва, непрерывное решение.  
Как движется разрыв производных? И справа и слева уравнения должны быть выполнены в любом случае.



Если у нас есть бегущие волны, ни одна волна не может догонять другую. Между волнами может быть область постоянного течения. Эта область постоянного течения должна сопрягаться с другой областью постоянного течения. Она не может сопрягаться с помощью ударной волны. Второй точкой сопряжения может быть контактный разрыв.



т. к. , то

, то определяем как p()

В ударный момент давление меняется.

- контактный разрыв

Поиск в точке:

Но работает только для идеального газа.

**Методы построения ММ**

Пример натянутой струны:

- длина струны

)dx - суммарная энергия

- функционал

, где Т - точная

Любое u можно представить в виде

Формула Т.

- называют первой вариацией функционала

Доказательство:

, тогда

Пусть = A, A < 0. Возьмем тогда . Она будет равна А, при этом

. Выбираем такое > 0, чтобы все это выражение было меньше нуля.

.

Условие первой вариации функционала служит для получения уравнения математической модели

Части, которые содержат линейные члены (отмечено желтым), являются первой вариацией функционала

= 0

Мы должны задать краевые условия. Положение струны не может быть однозначно определено, если не определено однозначно положение ее концов. Зададим самые простые:

Тогда на концах не может быть производной - она должна обращаться в нуль. Но если = 0 на концах, то от верхнего уравнения остается:

В любой внутренней точке подинтегральное выражение обращается в нуль.

**Принцип наименьшего действия. Теорема Нётер.**

Предположим, есть механическая система. Она характеризуется конечным набором параметром Эти величины зависят от времени (q = q(t)).

Такие величины q называют обобщенными координатами механической системы, а q’ - обобщенными скоростями.

**Пример:** материальная точка. В пространстве характеризуется тремя координатами - x, y и z. Обобщенные координаты совпадают с декартовыми координатами. Обобщенная скорость - обычная скорость.

**Пример 2:** математический маятник. У нее меньше степеней свободы, чем у материальной точки, поэтому можно не использовать координаты для ее описания, достаточно использовать угол отклонения . определяет полностью систему. Обобщенная скорость - угловая скорость.

**Пример 3:** двойной маятник. У него уже есть два угла отклонения - следовательно, две обобщенные координаты.

Если система замкнута и предоставлена самой себе, то ее положение можно описать функцией Лагранжа , которая зависит от обобщенных координат и обобщенных скоростей.

Если функция Лагранжа определяет положение механической системы, то она определяет и все законы, которые двигают эту систему. Если она зависит от времени, то это означает, что физ. законы тоже зависят от времени.

Функция Лагранжа равна разности между кинетической и потенциальной энергией. Пусть у нас имеется МС, которая характеризуется своим набором координат в в характеризуется другим. Как будет двигаться система из перехода в ? Мы можем составить много возможных траекторий из одной точки в другую, но истиная среди них лишь одна, которой система пойдет на самом деле.

Принцип наименьшего действия Гамильтона-Остроградского говорит следующее:

Ldt. Верная траектория та, при которой S - наименьшая.

У верной траектории первая вариация функционала всегда равна нулю.

Потенциальная энергия не зависит от скоростей, но зависит от координат. Кинетическая - и от скоростей, и от координат.

Для МС кинетическая энергия должна быть квадратичной функции обобщенных скоростей порядка 2, т.е. туда должны войти квадраты скоростей.

- обобщенный импульс.

Сумма импульсов помноженных на обобщенную скорость равна двойной кинетической энергии.

= 2К

Это свойство мы будем использовать ниже.

Первая вариация:

]dt = …

Если t встречается, закон сохранения будет нарушен.

и - векторный набор, каждый из них независим.

Разложим с использованием формулы Тейлора:

… = + = …

… = = …

Координаты здесь зафиксированы, поэтому не может быть никаким, кроме нуля.

В результате получим:

… =

Отсюда мы получаем уравнения Лагранжа 2-го рода. Их выполнение равносильно принципе наименьшего действия.

Принцип наименьшего действия заключается в том, что поведение механической системы описывается уравнения Лагранжа 2-го рода.

i = 1 … n

Старую механику данные уравнения не опровергают. Рассмотрим поведение материальной точки в силе тяжести. Есть три координаты x1, x2, x3 и сила тяжести (-g), действующая вдоль x3. Тогда кинетическая энергия точки массы m равняется:

Потенциальная энергия П будет равняться:

,

= 0

В направлении x1 точка сохраняет равномерное движение.

- данная запись правильна в теории относительности.

Относительно x2 и x3 точно аналогично.

,

,

Следовательно, никакого нарушения законам Ньютона нет.

Выполнение принципа наименьшего действия и уравнения Лагранжа 2-го рода приводят к закону сохранения энергии.

=

Теорема Нортона

Предположим, что у нас есть . Введем другие координаты (s).

= t + s

Требуется, чтобы множество преобразований, зависящих от параметры S, образовывали параметрическую группу. Также она должна быть непрерывной группой, то есть если s будет очень маленьким, то мы практически не сдвинемся с места. Преобразование с малым параметром s называют инфинита земального преобразования.

Если для инфинита земальных преобразований некоторая величина остается постоянной, то она останется постоянной для любого преобразования.

+

Теорема Нортона утверждает, что если действие остается инвариантным при любом начальном значении q и t и малого параметра s, то тогда система обладает законом сохранения.

Условия теоремы - действие должно остаться прежним при преобразованиях (см. выше).

Действие это:

(1)

Подставим в прошлое уравнение и получим равенство:

)

Найдем : Разделим ур-е (1) на

Разложим знаменатель по степеням S

Тогда,

)

= + S+

Мы нашли , тогда

=

Получим

+ (

Формулировка теоремы :

Если все проделать без ошибок, то все сократится и получится 0.