

Аркадій
Мерзляк

Віталій
Полонський

Михайло
Якір

МАТЕМАТИКА

ЧАСТИНА 2

6





Таблиця простих чисел (до 997)

2	79	191	311	439	577	709	857
3	83	193	313	443	587	719	859
5	89	197	317	449	593	727	863
7	97	199	331	457	599	733	877
11	101	211	337	461	601	739	881
13	103	223	347	463	607	743	883
17	107	227	349	467	613	751	887
19	109	229	353	479	617	757	907
23	113	233	359	487	619	761	911
29	127	239	367	491	631	769	919
31	131	241	373	499	641	773	929
37	137	251	379	503	643	787	937
41	139	257	383	509	647	797	941
43	149	263	389	521	653	809	947
47	151	269	397	523	659	811	953
53	157	271	401	541	661	821	967
59	163	277	409	547	673	823	971
61	167	281	419	557	677	827	977
67	173	283	421	563	683	829	983
71	179	293	431	569	691	839	991
73	181	307	433	571	701	853	997



Аркадій Мерзляк
Віталій Попонський
Михайло Якір

МАТЕМАТИКА

підручник для 6 класу
закладів загальної середньої освіти
(у 2-х частинах)

ЧАСТИНА 2

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України*

Харків
«Гімназія»
2023

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ МОН України від 08.03.2023 № 254)*

Видано за рахунок державних коштів.

Продаж заборонено

Умовні позначення:

- завдання, що відповідають початковому й середньому рівням навчальних досягнень;
- завдання, що відповідають достатньому рівню навчальних досягнень;
- ◆ завдання, що відповідають високому рівню навчальних досягнень;
- * задачі для математичних гуртків і факультативів;
-  завдання, які можна виконувати за допомогою комп'ютера.

Мерзляк А. Г.

М52 Математика : підруч. для 6 кл. закладів заг. серед. освіти (у 2-х ч.) : Ч. 2 / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2023. — 208 с. : іл.

ISBN 978-966-474-372-0

ISBN 978-966-474-374-4 (Ч. 2)

Підручник розроблений за модельною навчальною програмою «Математика. 5–6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори: А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, М. П. Пихтар, Б. В. Рубльов, В. В. Семенов, М. С. Якір). Його завдання можуть слугувати моделями реальних ситуацій. Їх розв’язування, окрім вивчення й закріплення математичних знань і вмінь, сприяє розвитку ключових компетентностей, формуванню критичного мислення. У підручнику також подано додаткову інформацію з історії застосування математичних знань, вимови та написання правильною українською «математичною» мовою.

УДК 373.167.1:51

ISBN 978-966-474-372-0
ISBN 978-966-474-374-4 (Ч. 2)

© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський,
М. С. Якір, 2023
© ТОВ ТО «Гімназія», оригінал-макет,
художнє оформлення, 2023

§ 3. ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ

(ПРОДОВЖЕННЯ)

23. Коло і круг

Колесо — один з найзначніших винахідів людини. Неможливо уявити світ без колеса. Секрет його чудових можливостей криється у властивостях диво-вижної лінії — кола (рис. 22).



Недаремно стародавні греки вважали коло найдосконалішою та «найкруглішою» фігурою. І за наших днів у деяких ситуаціях, коли хочуть дати особливу оцінку, вживають слово «круглий», яке вважають синонімом слова «цілковитий»: круглий відмінник, круглий сирота тощо.

Коло можна легко накреслити за допомогою циркуля (рис. 23). Установіть вістря циркуля на папір. Тоді інша ніжка циркуля при обертанні опише коло. Точку, у яку спирається вістря циркуля, називають **центром** кола. На рисунку 22 точка O — центр кола.

Усі точки кола віддалені від його центра на однакову відстань.

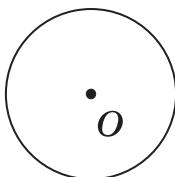


Рис. 22



Рис. 23

Саме тому будь-який транспортний засіб на колесах їде «рівненько»: центр колеса під час

обертання перебуває на однаковій відстані від землі (рис. 24).



Рис. 24

Відрізок, який сполучає центр кола з будь-якою його точкою, називають **радіусом**. На рисунку 25 відрізки OA , OB , OM — радіуси кола.

Усі радіуси одного кола рівні між собою. Наприклад, на рисунку 25 $OA = OB = OM$.

Довжина радіуса OA дорівнює 1,5 см. Прийнято також говорити, що *радіус кола дорівнює 1,5 см*.

Часто радіус кола позначають буквою r . Для кола, зображеного на рисунку 25, можна записати: $r = 1,5$ см.

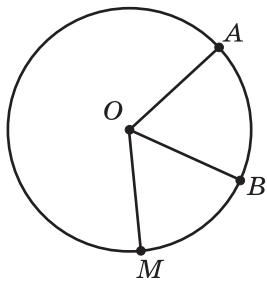


Рис. 25

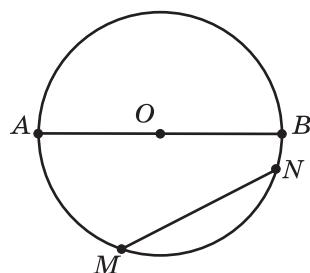


Рис. 26

Відрізок, який сполучає будь-які дві точки кола, називають **хордою**. На рисунку 26 відрізки AB і MN — хорди. Зауважимо, що тут хорда AB

проходить через центр кола. Таку хорду називають **діаметром** кола.

Діаметр складається з двох радіусів. Тому діаметр у 2 рази більший за радіус.

Часто діаметр кола позначають буквою d . Можна записати:

$$d = 2r$$

Точки A і B (рис. 27) поділяють коло на дві частини, які на рисунку виділено різними кольорами. Кожну з них називають **дугою** кола.

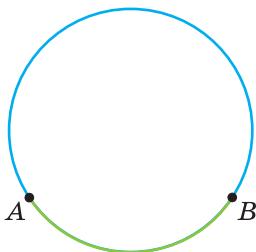


Рис. 27

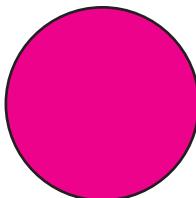


Рис. 28

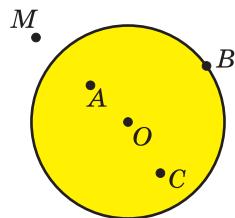


Рис. 29

Коло обмежує частину площини (рис. 28). Цю частину площини разом з колом називають **кругом**.

Круг має **центр**, **радіус**, **хорду**, **діаметр** — це відповідно центр, радіус, хорда, діаметр кола, яке обмежує круг.

На рисунку 29 точка O — центр круга. Точки O , A , B і C належать кругу, а точка M не належить. При цьому лише точка M віддалена від центра круга на відстань, більшу за радіус.

Якщо точка віддалена від центра круга на відстань, яка менша від радіуса круга або дорівнює йому, то ця точка належить кругу.

Якщо у крузі із центром O провести два радіуси OA і OB (рис. 30), то вони поділять круг на дві частини, які на рисунку виділено різними кольорами. Кожну з них називають **сектором**.

Діаметр AB (рис. 31) поділяє круг на дві рівні частини, кожну з яких називають **півкругом**.

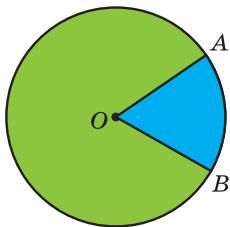


Рис. 30

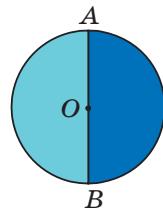


Рис. 31

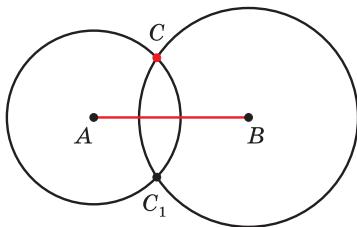


Рис.32

Приклад. За допомогою лінійки та циркуля побудуйте трикутник ABC зі сторонами $AC = 2$ см, $BC = 3$ см і $AB = 4$ см.

Розв'язання. Спочатку за допомогою лінійки будуємо відрізок AB завдовжки 4 см. Третя вершина C трикутника має бути віддалена від точки A на 2 см, а від точки B — на 3 см. Оскільки всі точки, віддалені від точки A на 2 см, лежать на колі радіуса 2 см із центром A , а всі точки, віддалені від точки B на 3 см, — на колі радіуса 3 см із центром B , то точка C є точкою перетину цих кіл (рис. 32).

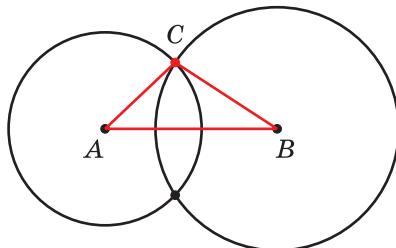


Рис. 33

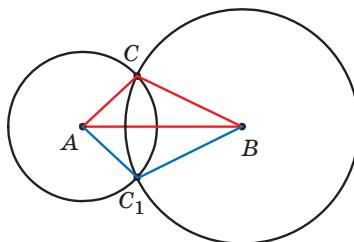


Рис. 34

Сполучивши точку C з точками A і B , отримаємо шуканий трикутник ABC (рис. 33).

Звернемо увагу на те, що побудовані кола мають ще одну спільну точку C_1 (рис. 34), яку також можна було взяти за вершину трикутника. У цьому випадку ми одержимо ще один трикутник ABC_1 зі сторонами вказаної довжини, який дорівнює трикутнику ABC . 



1. Як розташовані точки кола відносно його центра?
2. Який відрізок називають радіусом кола? **3.** Який відрізок називають хордою кола? **4.** Яку хорду називають діаметром кола? **5.** Як пов'язані між собою діаметр і радіус кола?
6. Як називають частини, на які дві точки поділяють коло?
7. Як називають коло й частину площини, яку воно обмежує? **8.** Як називають частини, на які два радіуси поділяють круг? **9.** Яку фігуру називають півкругом?



Говоримо та пишемо українською правильно

Українською мовою ми не кажемо «самий довгий». Для утворення найвищого ступеня порівняння прикметників використовуємо префікс **най-**, наприклад: *найдовший відрізок, найкоротший запис, найвища гора, найнижча температура, найглибше озеро*.



Розв'язуємо усно

1. Яке число треба поставити замість зірочки, щоб отримати правильну рівність:

$$1) \ 6,4 : 16 = * - 0,6; \quad 2) \ * \cdot 0,7 = 10 - 4,4?$$

2. Знайдіть:

$$1) \frac{3}{4} \text{ від } 2 \text{ грн } 40 \text{ коп.;} \quad 3) \frac{5}{11} \text{ від } 3 \text{ год } 40 \text{ хв.;} \\ 2) \frac{2}{7} \text{ від } 4 \text{ м } 20 \text{ см;}$$

$$4) \frac{4}{9} \text{ від } 5 \text{ кг } 400 \text{ г.}$$

3. У сонячний день квасу продають на 50 % більше, ніж у похмурий. У скільки разів менше квасу продають у похмурий день, ніж у сонячний?

Вправи

690. ° Накресліть коло з центром O і радіусом 3 см. Проведіть пряму через точку O і позначте точки її перетину з колом буквами A і B .

- 1) Як називають відрізки OA і OB ?
- 2) Яка довжина відрізка OA ?
- 3) Як називають відрізок AB ?
- 4) Яка довжина відрізка AB ?

691. ° Укажіть радіус, хорду та діаметр кола із центром B , зображеного на рисунку 35. Скільки радіусів і скільки хорд зображено на цьому рисунку?

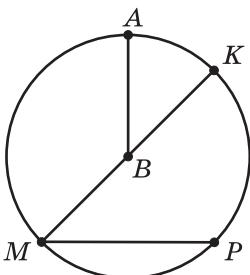


Рис. 35

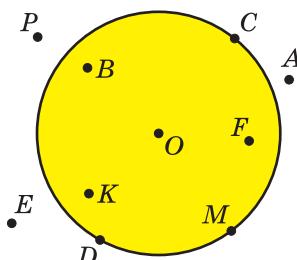


Рис. 36

692. ° Які з точок, позначених на рисунку 36:

- 1) лежать на колі;
- 2) належать кругу;
- 3) не лежать на колі;
- 4) не належать кругу?

693. ° На рисунку 37 зображеного круг із центром O .

- 1) Які з точок, позначених на рисунку, належать кругу? не належать кругу?
- 2) Укажіть відрізки, які є радіусами круга.
- 3) Порівняйте відрізки OF і OP з радіусом круга.

694. ° На рисунку 38 точка O_1 — центр круга, обмеженого колом блакитного кольору, точка O_2 — центр круга, обмеженого колом зеленого кольору. Порівняйте на око діаметри цих кіл. Перевірте свій висновок вимірюванням.

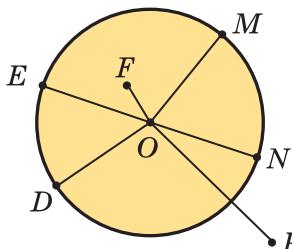


Рис. 37

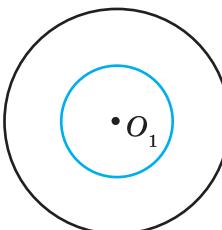


Рис. 38

695.° Знайдіть діаметр кола, радіус якого дорівнює:

- 1) 14 см;
- 2) 4 см 5 мм;
- 3) 3,6 дм.

696.° Знайдіть радіус кола, діаметр якого дорівнює:

- 1) 8 см;
- 2) 5 см;
- 3) 9,2 дм.

697.° Накресліть коло радіуса 2 см 5 мм із центром M . Обчисліть діаметр цього кола.

698.° Накресліть коло радіуса 3 см 2 мм із центром K . Обчисліть діаметр цього кола.

699.° Позначте дві довільні точки A і B , виміряйте відстань між ними. Побудуйте коло із центром A , яке проходить через точку B , і коло із центром B , яке проходить через точку A . Чому дорівнює радіус кожного з побудованих кіл? Позначте точки перетину кіл. Яка відстань від цих точок до центрів кіл?

700.° Накресліть відрізок AB завдовжки 5 см. Побудуйте коло радіуса 3 см із центром A та коло радіуса 4 см із центром B . Скільки існує точок перетину кіл? Чому дорівнює відстань відожної з цих точок до точки A ? до точки B ?

701.° Накресліть довільний відрізок AB . Побудуйте коло так, щоб цей відрізок був його діаметром.

702.° Знайдіть периметр чотирикутника O_1AO_2B (рис. 39), якщо радіуси кіл дорівнюють 5 см і 3 см.

703.° Накресліть три кола, які мають спільний центр і радіуси яких відповідно дорівнюють 2 см, 3 см і 4 см.

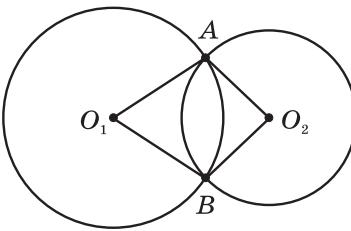


Рис. 39

704. Накресліть коло, діаметр якого дорівнює 7 см. Позначте на колі точку A . Знайдіть на колі точки, віддалені від точки A на 4 см.

705. Накресліть коло із центром O і радіусом 3 см. Позначте на ньому точки A і B такі, що $AB = 3$ см. Знайдіть периметр трикутника AOB .

706. Накресліть коло й позначте на ньому три точки A , B і C . Скільки дуг при цьому утворилося?

707. Накресліть коло радіуса 3 см із центром O . Проведіть промінь з початком у точці O та позначте на ньому точку A , віддалену від точки O на 5 см. Проведіть коло з центром у точці A , радіус якого: 1) 2 см; 2) 2 см 5 мм; 3) 1 см 5 мм. Скільки спільніх точок мають кола в кожному з цих випадків?

708. Накресліть коло та трикутник так, щоб сторони трикутника були хордами кола.

709. Накресліть коло, проведіть його діаметр AB . Позначте на колі точки C і D та сполучіть кожну з них із кінцями діаметра AB . Висловіть гіпотезу, чому дорівнює величина кожного з кутів ACB і ADB . Перевірте свою гіпотезу за допомогою транспортира.

710. Накресліть коло із центром O і проведіть його діаметр AB . Проведіть ще один діаметр, який позначте BD , так, щоб кут AOB був прямий. Проведіть хорди AB , BC , CD і AD . Висловіть гіпотезу, який вигляд має чотирикутник $ABCD$. Перевірте свою гіпотезу за допомогою лінійки і транспортира.

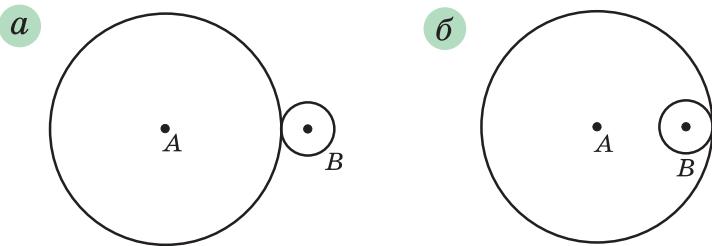


Рис. 40

711. Радіус кола з центром A дорівнює 9 см, а радіус кола з центром B — 2 см (рис. 40). Знайдіть відстань між центрами цих кіл.

712. На рисунку 41 $OC = 6$ см, $BD = 2,5$ см. Знайдіть довжину відрізка OK .

713. Накресліть довільний трикутник. Проведіть три кола так, щоб сторони трикутника були їхніми діаметрами.

714. Накресліть квадрат зі стороною 3 см. Проведіть чотири кола так, щоб сторони квадрата були їхніми діаметрами.

715. 1) Накресліть відрізок AB завдовжки 3 см. Знайдіть точку, віддалену від кожного з кінців відрізка AB на 2 см. Скільки існує таких точок?

2) Накресліть відрізок CD завдовжки 3 см 5 мм. Знайдіть точку, віддалену від точки C на 2 см 5 мм, а від точки D — на 3 см. Скільки існує таких точок?

716. За допомогою циркуля та лінійки побудуйте трикутник зі сторонами:

1) 3 см, 3 см і 4 см; 2) 3 см, 4 см і 5 см.

717. За допомогою циркуля та лінійки побудуйте трикутник зі сторонами:

1) 5 см, 6 см і 4 см; 2) 2 см, 2 см і 2 см.

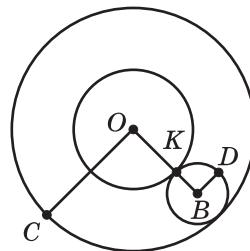


Рис. 41

718. Установіть, чи можна побудувати трикутник зі сторонами:

- 1) 2 см, 6 см і 7 см; 3) 2 см, 6 см і 9 см.
2) 2 см, 6 см і 8 см;

Висловіть гіпотезу, яку властивість повинні мати довжини трьох відрізків, щоб вони могли слугувати сторонами трикутника. Обговоріть вашу гіпотезу в класі.

719.* У кружі із центром O позначили точку M . Як розрізати цей круг: 1) на три частини; 2) на дві частини так, щоб із них можна було скласти новий круг, у якому позначена точка M була б його центром?

720.* На торті кондитер розмістив 7 троянд із крему (рис. 42). Як трьома прямолінійними розрізами поділити торт на 7 порцій, на кожній з яких була б одна троянда?



Рис. 42



Вправи для повторення

721. Обчисліть:

1) 7^2 ; 2) $0,4^2$; 3) $1,2^2$; 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; 5) $\left(2\frac{2}{9}\right)^2$.

722. Першого дня продали 500 кг яблук, а другого — 420 кг. На скільки відсотків менше продали яблук другого дня, ніж першого?

723. Обчисліть: $\left(6,8 - 5\frac{5}{9}\right) : \left(2\frac{13}{30} - 2\frac{1}{12}\right) \cdot 3,6$.



Задача від Мудрої Сови

724. Діти збирали в лісі гриби. Вийшовши з лісу, вони стали парами — хлопчик з дівчинкою, причому в хлопчика грибів або вдвічі більше, або вдвічі менше, ніж у дівчинки. Чи могло так статися, що всі діти разом зібрали 500 грибів?

24. Довжина кола. Площа круга

Як виміряти довжину кола?

Винахідливий розум людини придумав багато способів розв'язання цієї задачі. Природним є бажання «надрізати» коло, а потім «спрямити» його у відрізок. Так можна виміряти, наприклад, довжину металевого кільця (рис. 43, а).

Проте довжину кільця можна виміряти і в інший спосіб: пофарбувати його та прокотити по рівній поверхні, зробивши повний оберт (рис. 43, б). Тоді довжина відрізка AB дорівнюватиме довжині кільця.

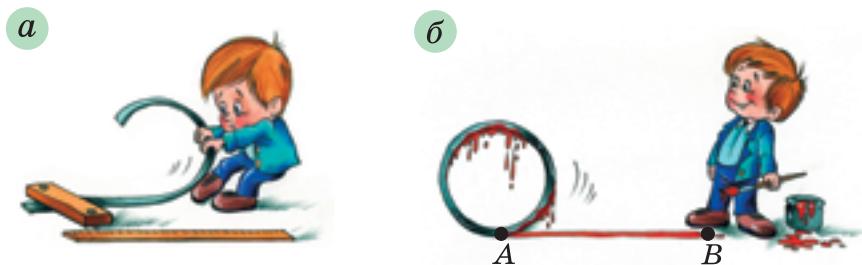


Рис. 43

Довжина l кола залежить від довжини його діаметра d , а саме: чим більший діаметр, тим більша довжина кола (рис. 44).

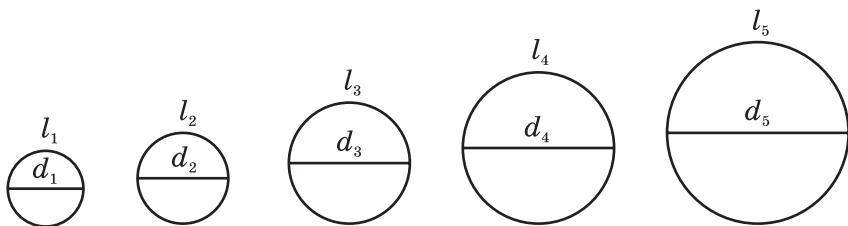


Рис. 44

Можливо, інтуїція вам підкаже, що коли діаметр збільшити, наприклад, у 2 рази, то й довжина кола збільшиться у 2 рази; якщо ж діаметр

зменшити, наприклад, у 5 разів, то те саме відбудеться з довжиною кола.

Математика підтверджує ваші здогадки: *довжина кола прямо пропорційна його діаметру*.

Інакше кажучи, *для всіх кіл відношення довжини кола до його діаметра є одним і тим самим числом*.

Це число позначають грецькою буквою π (чи-тають: «пі»). Отже, $\frac{l}{d} = \pi$. Звідси

$$l = \pi d$$

Оскільки $d = 2r$, де r — радіус кола, то можна отримати ще одну формулу для обчислення довжини кола:

$$l = 2\pi r$$

Математики завжди намагалися якомога точніше знайти значення числа π . Ще в давнину встановили, що $\pi \approx \frac{22}{7}$. Видатний давньогрецький учений Архімед (III ст. до н. е.) показав, що

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}.$$

У XVIII ст. математики встановили, що число π не можна подати у вигляді скінченного десяткового дробу або нескінченного періодичного десяткового дробу. Його виражають **нескінченим неперіодичним десятковим дробом** (такі числа вивчатимете в курсі алгебри 8 класу).

За допомогою сучасних комп’ютерів можна обчислити число π з величезною точністю. Наведемо запис числа π із 36 цифрами після коми:

$$\pi = 3,141592653589793238462643383279502884\dots$$

У серпні 2021 р. було обчислено
62 831 853 071 796

цифр числа π після коми. Можливо, цей факт буде занесено до чергового видання Книги рекордів Гіннеса. Але впевнено можна стверджувати, що самого числа в Книзі не буде наведено, оскільки для цього знадобилося б близько 35 млн сторінок.

Для обчислень ми найчастіше будемо використовувати десяткове наближення числа π до сотих:

$$\pi \approx 3,14$$

Площа круга залежить від його радіуса. Однак ця залежність уже не є прямою пропорційністю.

Установлено, що площу S круга радіуса r можна обчислити за формулою

$$S = \pi r^2$$



1. Яке число позначають буквою π ?
2. За якими формулами обчислюють довжину кола?
3. За якою формулою обчислюють площину круга?
4. Назвіть десяткове наближення числа π до сотих.



Розв'язуємо усно

1. Чому дорівнює діаметр кола, якщо він на 5,2 см більший за радіус цього кола?
2. Периметр квадрата дорівнює 15 см. Чому дорівнюватиме периметр квадрата, якщо кожну з його сторін:
 - 1) збільшити в 4 рази;
 - 2) зменшити в 3 рази?
3. Площа квадрата дорівнює 36 см^2 . Якою стане площа квадрата, якщо кожну з його сторін:
 - 1) збільшити в 10 разів;
 - 2) зменшити у 2 рази?
4. Обчисліть значення виразу $0,5a^2$ при $a = 2; 10; \frac{1}{2}$.

Вправи

725.° Обчисліть довжину кола, діаметр якого 3,2 см.

726.° Обчисліть довжину кола, радіус якого 6 см.

727.° Обчисліть площину круга, радіус якого 8 см.

728.° Обчисліть площину круга, діаметр якого дорівнює 18 см.

729.° Обчисліть радіус кола, довжина якого дорівнює 18,84 см.

730.° Знайдіть радіус круга, площа якого дорівнює 314 см².

731.° Колесо проїхало 400 м, зробивши при цьому 150 обертів. Знайдіть радіус кола в сантиметрах. Відповідь округліть до одиниць.

732.° Довжина кола дорівнює 100,48 см. Знайдіть площину круга, обмеженого цим колом.

733.° Виконайте необхідні вимірювання та обчисліть площину заштрихованого кільця (рис. 45).

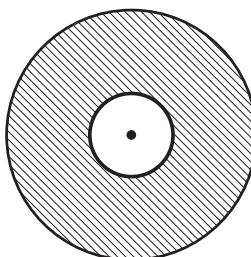


Рис. 45

734. 1) Радіус першого кола дорівнює 6 см, а радіус другого — 2 см. У скільки разів довжина першого кола більша за довжину другого?

2) Радіус першого кола в 4 рази більший за радіус другого. У скільки разів довжина першого кола більша за довжину другого?

735.° Знайдіть довжину дуги, що становить 0,6 кола, радіус якого дорівнює 3,5 см.

736.° Знайдіть довжину дуги, що становить $\frac{5}{12}$ кола, радіус якого дорівнює 36 дм.

737.° Обчисліть довжину пурпурової лінії, зображені на рисунку 46.

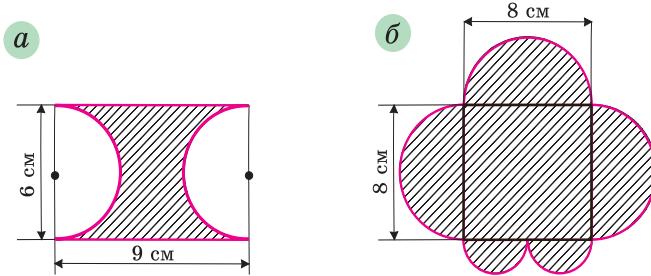


Рис. 46

738. Знайдіть площину круга, якщо $\frac{2}{3}$ довжини кола цього круга дорівнюють 24,8 см (число π округліть до десятих).

739. На скільки площа квадрата більша за площину круга (рис. 47), якщо сторона квадрата дорівнює 8 см?

740. Накресліть прямокутник зі сторонами 3 см і 4 см. Проведіть діагоналі прямокутника. Узявши точку перетину діагоналей за центр кола, а половину діагоналі — за радіус, проведіть це коло. Виміряйте лінійкою діаметр утвореного кола (у сантиметрах, з точністю до одиниць). На скільки площа круга, обмеженого цим колом, більша за площину прямокутника?

741. Обчисліть площину заштрихованої фігури, зображененої на рисунку 48.

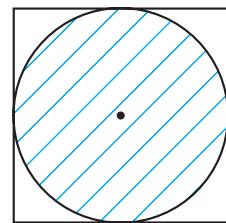


Рис. 47

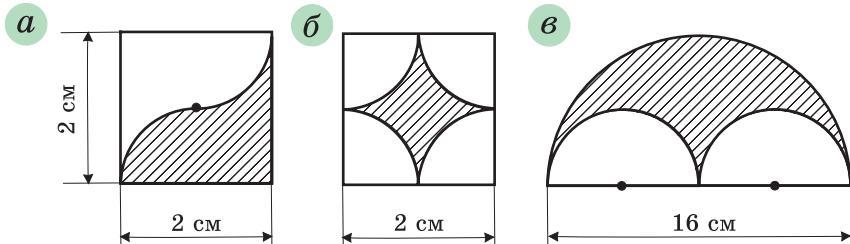


Рис. 48

742. Якою є площа заштрихованої фігури (рис. 49), якщо довжина сторони клітинки дорівнює 1 см?

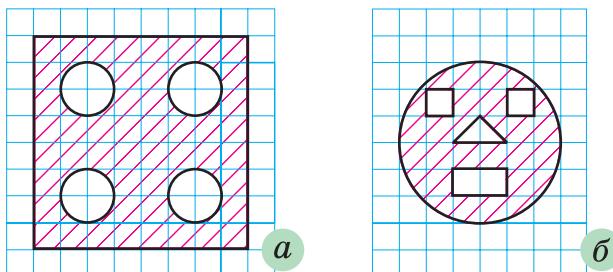


Рис. 49

743. Піца, діаметр якої дорівнює 30 см, коштує стільки ж, скільки дві піци, діаметр яких 20 см. У якому випадку Дмитрик з'їсть більше піци: коли придбає одну велику чи дві менші, якщо всі піци мають однакову товщину?

744. Діаметр колеса автомобіля дорівнює 65 см. Автомобіль іде з такою швидкістю, що колеса обертають 6 обертів щосекунди. Знайдіть швидкість автомобіля в кілометрах за годину. Відповідь округліть до десятих.

745. Діаметр колеса вагона метрополітену дорівнює 78 см. За 2,5 хв колесо робить 1000 обертів. Знайдіть швидкість поїзда метро в кілометрах за годину. Відповідь округліть до десятих.

746. Знайдіть довжину дуги, яку описує годинна стрілка завдовжки 6 см за 1 год.

747. Знайдіть довжину дуги, яку описує хвилинна стрілка завдовжки 24 см за 40 хв.

748. Обчисліть площу заштрихованої фігури, зображененої на рисунку 50.

749. Доведіть, що на рисунку 51 сума довжин червоних дуг дорівнює сумі довжин зелених дуг.

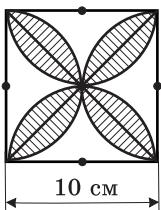


Рис. 50

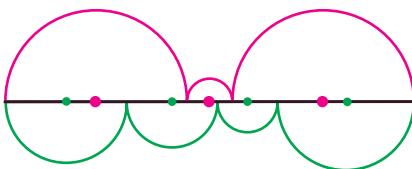


Рис. 51

750.* Задача Гіппократа¹. Доведіть, що на рисунку 52 сума площ зафарбованих фігур («серпиків») дорівнює площі прямокутника.

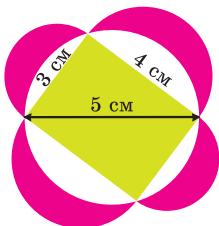


Рис. 52

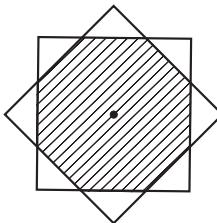


Рис. 53

751.* Два квадрати зі стороною 1 см мають спільний центр² (рис. 53). Доведіть, що площа їхньої спільної частини більша за $\frac{\pi}{4}$.

752.* На рисунку 54 проілюстровано старовинний спосіб обчислення площі круга. Поясніть, чому добуток rl наближено дорівнює площі круга.

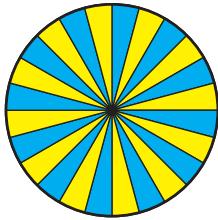
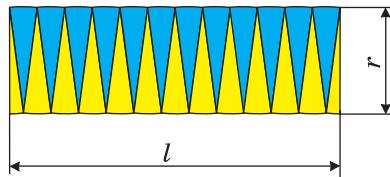


Рис. 54



¹ Гіппократ Хіоський — давньогрецький геометр (V ст. до н. е.).

² Центр квадрата — точка перетину його діагоналей



Вправи для повторення

753. Маса сплаву міді й срібла дорівнює 7,2 кг. Маса срібла становить 80 % маси міді. Скільки кілограмів міді міститься в сплаві?

754. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x = \frac{21}{40};$$

$$2) \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{8}x = \frac{39}{56}.$$

755. Ціну товару двічі підвищували, кожного разу на 50 %. Якою стала ціна товару, якщо спочатку вона становила 16 грн?



Задача від Мудрої Сови

756. У кожну клітинку таблиці розміром 3×3 клітинки записують деяке число. Таблицю, у якій усі записані числа є різними, а суми чисел у всіх рядках, стовпчиках і по діагоналях є однаковими, називають **магічним квадратом**. Наприклад, таблиця, зображена на рисунку 55, є магічним квадратом. Чи існує магічний квадрат, заповнений числами, оберненими до натуральних?

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Рис. 55

25. Циліндр. Конус. Куля

На рисунку 56 зображено хокейну шайбу, консервну банку, бочку.

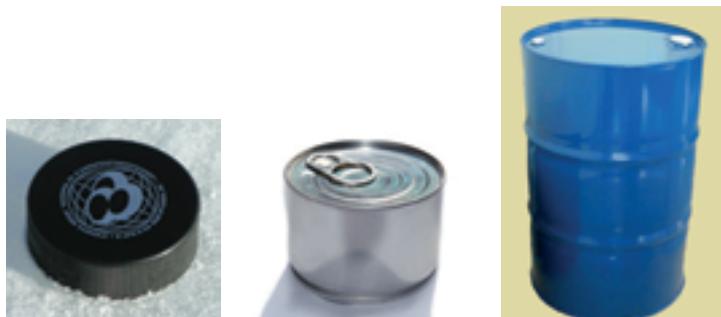


Рис. 56

Ці предмети мають низку характеристик, наприклад: матеріал, з якого їх виготовлено, маса, форма, розміри, колір тощо. З усіх названих якостей математиків цікавлять лише форма та розміри. Математик або математиця скаже: «На рисунку 56 зображені геометричні тіла, які мають форму циліндра».

Уявимо, що прямокутник OO_1A_1A обертається навколо сторони OO_1 (рис. 57). Тоді в результаті обертання утворюється фігура, яку називають циліндром. При обертанні сторін OA і O_1A_1 утворюються два рівних круги. Їх називають основами циліндра. При обертанні сторони AA_1 утворюється бічна поверхня циліндра.

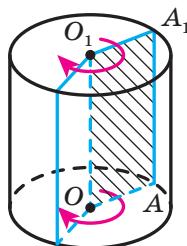


Рис. 57

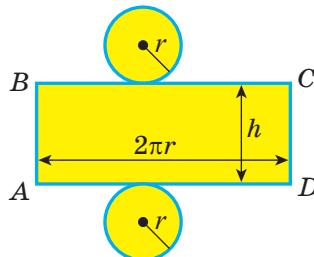


Рис. 58

Довжину відрізка OO_1 називають **висотою циліндра**. Відрізок AA_1 називають **твірною циліндра**.

У курсі математики 5 класу ви дізналися, що моделі прямокутного паралелепіпеда та піраміди можна виготовити за допомогою їхніх розгорток.

На рисунку 58 зображене розгортку циліндра. Вона складається з прямокутника та двох рівних кругів. Сторона AD прямокутника дорівнює довжині кола, яке обмежує основу циліндра. Сторона AB дорівнює висоті циліндра. Якщо радіус основи циліндра дорівнює r , то $AD = 2\pi r$. Площа прямокутника $ABCD$ дорівнює площі бічної

поверхні циліндра. Маємо: $S_{\text{бічн}} = AD \cdot AB$, де $S_{\text{бічн}}$ — площа бічної поверхні циліндра.

Якщо висота циліндра дорівнює h , тобто $AB = h$, а радіус його основи дорівнює r , то площу бічної поверхні цього циліндра обчислюють за формулою

$$S_{\text{бічн}} = 2\pi r h$$

На рисунку 59 зображені предмети, що мають форму конуса. Конус — ще один приклад геометричного тіла.



Рис. 59

Уявимо, що прямокутний трикутник AOB з прямим кутом O обертається навколо сторони AO (рис. 60). Тоді утворюється фігура, яку називають конусом.

При обертанні сторони OB утворюється круг. Його називають **основою конуса**. При обертанні сторони AB утворюється бічна **поверхня конуса**. Відрізок AO називають **висотою конуса**, відрізок AB — **твірною конуса**, точку A — **вершиною конуса**.

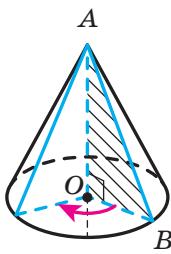


Рис. 60

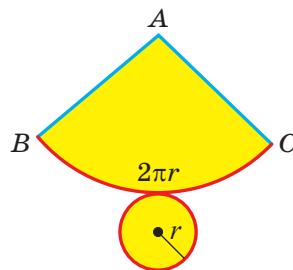


Рис. 61

На рисунку 61 зображене розгортку конуса. Вона складається із сектора та круга. Відрізок AB дорівнює твірній конуса, довжина дуги сектора дорівнює довжині кола, яке обмежує основу конуса.

Про такі предмети, як кавун, м'яч, глобус, говорять, що вони мають форму **кулі** (рис. 62).



Рис. 62

Уявимо, що півкруг обертається навколо діаметра AB (рис. 63). Тоді утворюється фігура, яку називають **кулею**. При обертанні півколо утворюється поверхня кулі — фігура, яку називають **сферою**. Сфера обмежує кулю.

Центр, діаметр, радіус півкруга — це відповідно центр, діаметр, радіус кулі і сфери, що її обмежує.

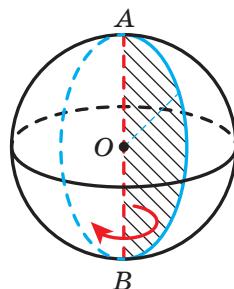


Рис. 63

Мабуть, вам доводилося бачити, як для приготування їжі нарізають овочі чи фрукти. Від пряму розрізу залежить форма перерізу (рис. 64). Куля відзначається тим, що її перерізом площею завжди є круг (рис. 65). Якщо площа перерізу проходить через центр кулі, то в перерізі утворюється круг, радіус якого дорівнює радіусу кулі (рис. 66).



Рис. 64

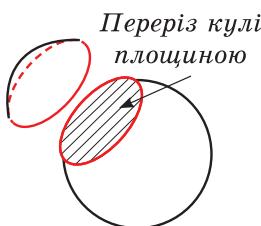


Рис. 65

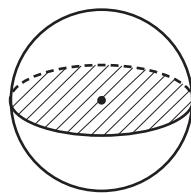


Рис. 66

У 5 класі ви ознайомилися з окремим видом геометричних тіл — многогранниками. Іншим окремим видом геометричних тіл є **тіла обертання**. Циліндр, конус і куля — приклади тіл обертання.



1. Як можна отримати циліндр у результаті обертання прямокутника? 2. Поясніть, що називають основою, бічною поверхнею, висотою, твірною циліндра. 3. З яких фігур складається розгортка циліндра? 4. За якою формулою обчислюють площу бічної поверхні циліндра? 5. Як можна отримати конус у результаті обертання прямокутного трикутника? 6. Поясніть, що називають основою, бічною поверхнею, висотою, твірною, вершиною конуса. 7. З яких фігур складається розгортка конуса? 8. Як можна отримати кулю в результаті обертання півкруга? 9. Як називають поверхню кулі? 10. Поясніть, що називають центром, діаметром, радіусом кулі. 11. Яка фігура є перерізом кулі? 12. Які тіла обертання ви знаєте?



Розв'язуємо усно

- Довжина кола дорівнює 18π см. Якою стане довжина кола, якщо його радіус:
 - зменшити в 9 разів;
 - збільшити в 5 разів?
- Знайдіть площину круга, якщо довжина його кола дорівнює 10π см.
- Знайдіть довжину кола, яке обмежує круг площею 16π см².
- Розв'яжіть рівняння:
 - $3x + 5x + 7x = 60$;
 - $19x - 12x = 4,9$.



Вправи

757. Наведіть приклади предметів, які мають форму: 1) циліндра; 2) конуса; 3) кулі.

758. На рисунку 67 зображено циліндр. Укажіть: 1) твірну циліндра; 2) радіус нижньої основи циліндра; 3) радіус верхньої основи циліндра.

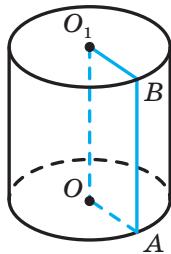


Рис. 67

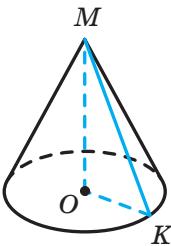


Рис. 68

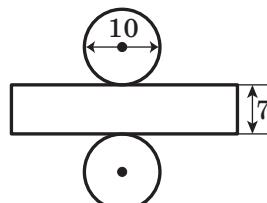


Рис. 69

759. На рисунку 68 зображено конус. Укажіть: 1) вершину конуса; 2) центр його основи; 3) твірну конуса; 4) радіус основи конуса; 5) висоту конуса.

760. Радіус основи циліндра дорівнює 6 см, а його твірна — 8 см. Знайдіть площину бічної поверхні циліндра.

761. Знайдіть площину бічної поверхні циліндра, розгортку якого зображене на рисунку 69 (довжини відрізків подано в сантиметрах).

762. Радіус кулі дорівнює 6 см. Знайдіть площину перерізу кулі площиною, яка проходить через центр кулі.

763. Довжина кола, яке обмежує переріз кулі площиною, що проходить через її центр, дорівнює 12,56 см. Чому дорівнює радіус кулі?

764. Які найменші розміри, виражені цілим числом сантиметрів, повинен мати прямокутний аркуш паперу, щоб ним можна було обклеїти бічну поверхню циліндра з радіусом основи 5 см і висотою, яка дорівнює діаметру основи?

765. Діаметр отвору труби дорівнює 40 см, а товщина її стінок — 2 см. Чи вистачить 2,5 кг фарби, щоб пофарбувати зовні 10 м цієї труби, якщо на 1 m^2 її поверхні витрачається 200 г фарби?

766.* Прямокутник, площа якого дорівнює 40 cm^2 , обертають навколо однієї з його сторін. Обчисліть площину бічної поверхні утвореного циліндра.



Вправи для повторення

767. Чи вистачить купленої килимової доріжки для трьох коридорів завдовжки 22,6 м, 24,7 м і 12,8 м, якщо купили 2 відрізи доріжки по 15,8 м і 2 відрізи по 14,6 м?

768. Відомо, що a і b — різні прості числа. Запишіть усі дільники числа m , якщо:

$$1) \ m = ab; \quad 2) \ m = a^2b; \quad 3) \ m = a^2b^2.$$



Готуємося до вивчення нової теми

769. Нехай стовпчик, висота якого дорівнює стороні клітинки зошита, відповідає 1 року життя людини. Нарисуй стовпчик, висота якого відповідає твоєму віку.

770. Зобразіть круг, поділіть його двома діаметрами на 4 рівні сектори. Скільки відсотків площи круга становить площа одного сектора?



Задача від Мудрої Сови

771. Використовуючи тільки цифри 1, 2, 3, 4, записали два нерівних чотирицифрових числа, у кожного з яких усі цифри різні. Чи може одне із цих чисел ділитися націло на друге?

26. Діаграми

Класний керівник 6 класу веде облік відвідування учнями та ученицями занять. Наприкінці тижня його записи мали такий вигляд:

День тижня	Понеділок	Вівторок	Середа	Четвер	П'ятниця
Кількість відсутніх	3	2	5	4	7

Ці дані можна подати більш наочно у вигляді стовпчастої діаграми¹ (рис. 70). Для цього потрібно нарисувати п'ять стовпчиків. Висота стовпчика показує кількість відсутніх у певний день тижня.

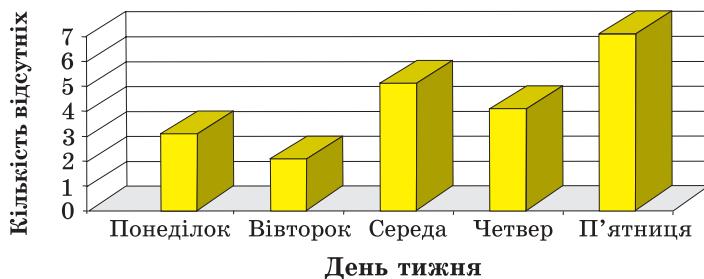


Рис. 70

Однак не тільки таку інформацію можна отримати з цієї діаграми. Вона також дає змогу відстежити, як змінювалася кількість відсутніх упродовж усього тижня. Інформацію, подану в такому вигляді, легко сприймати, а тому її зручно обробляти й аналізувати.

¹ *Діаграма* — у перекладі з грецької — рисунок, креслення.

На рисунку 71 зображені стовпчасту діаграму результатів письмової роботи з математики у трьох шостих класах.

Із діаграми видно, що, наприклад, оцінки «1» і «4» не отримали жоден учень чи учениця, а оцінку «7» отримала найбільша кількість дітей — 14.

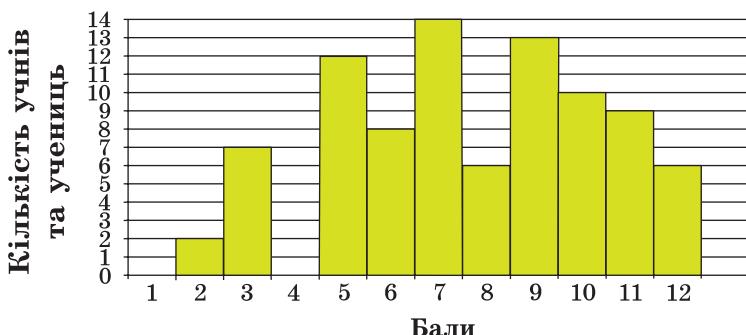


Рис. 71

Наочно відображують інформацію також круговими діаграмами.

На рисунку 72 зображені кругову діаграму відвідування спортивних секцій учнями та ученицями однієї зі шкіл.

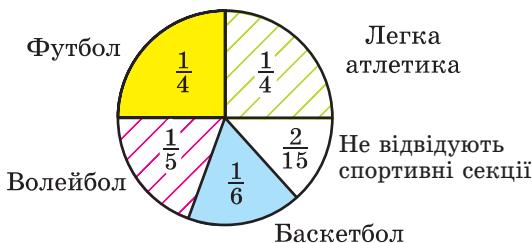


Рис. 72



Рис. 73

Із діаграми на рисунку 73 видно, яку частину поверхні Землі займає суходіл, а яку — вода.

У яких випадках буває зручно подавати інформацію у вигляді стовпчастих діаграм, а в яких — у вигляді кругових?

Вам, мабуть, неодноразово доводилося чути вислів «діаграми зростання». Якщо хочуть продемонструвати, як із плином часу змінюється деяка величина, то більш наочними є стовпчасті діаграми.

Кругові діаграми частіше застосовують тоді, коли хочуть порівняти частини якоїсь величини.

Зверніть увагу на різноманітне оформлення діаграм у задачах цього пункту. Наприклад, стовпчасти діаграма може складатися не тільки з вертикальних стовпчиків, а й з горизонтальних смужок (рис. 75).



1. Які види діаграм ви знаєте? 2. У яких випадках використовують стовпчасті діаграми, а в яких — кругові?



Розв'язуємо усно

1. Установіть відповідність між величинами та їхніми можливими значеннями: до кожного елемента першого стовпчика доберіть відповідний елемент із другого стовпчика.

Величина	Значення величини
1) товщина книги	А) 5,6 км
2) довжина кита	Б) 3,2 м
3) довжина річки	В) 0,15 см
4) діаметр грифеля звичайного олівця	Г) 0,4 дм

2. Довжина прямокутника дорівнює 48 см. Якою буде його довжина на кресленні, виконаному в масштабі:

- 1) 1 : 3; 2) 1 : 10; 3) 1 : 5?

3. Огірками засадили $\frac{1}{3}$ площі городу, а помідорами —

30 % його площині. Якими овочами, огірками чи помідорами, засадили більшу площину?

4. Бригада із семи робітників може відремонтувати школу за 36 днів. Скільки треба робітників, щоб відремонтувати школу за 12 днів, якщо продуктивність праці всіх робітників однакова?

Вправи

772.^о На діаграмі (рис. 74) наведено вибіркову інформацію про природно-заповідний фонд України. Користуючись діаграмою, визначте:

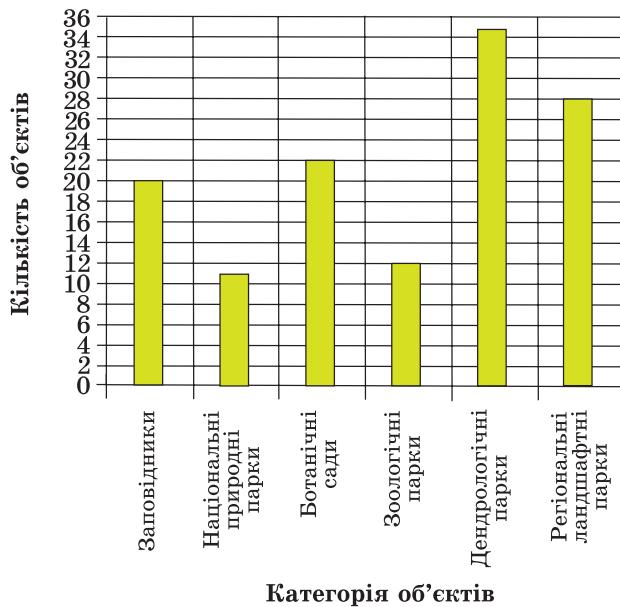


Рис. 74

- 1) скільки в Україні ботанічних садів; зоологічних парків;
- 2) на скільки більше заповідників, ніж національних природних парків;
- 3) у скільки разів менше регіональних ландшафтних парків, ніж дендрологічних.

773.^о Користуючись діаграмою, на якій наведено інформацію про площу найбільших водосховищ України (рис. 75), установіть:

- 1) яке з наведених водосховищ має найбільшу площину;
- 2) яке з наведених водосховищ має найменшу площину;

3) площа якого з водосховищ, Київського чи Канівського, більша.

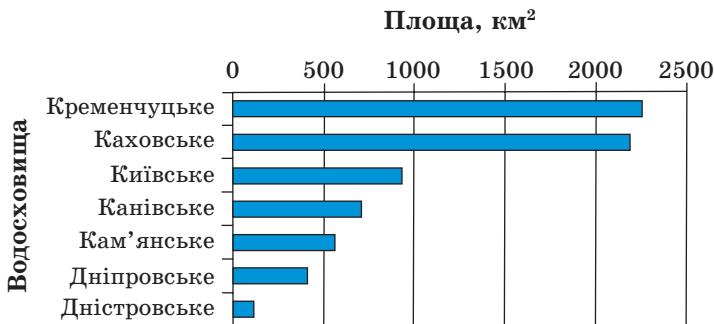


Рис. 75

774.[°] Користуючись діаграмою, на якій зображені відсотковий вміст солі у воді деяких водойм (рис. 76), установіть:

- 1) у якій з наведених водойм найсолоніша вода;
- 2) у якій з наведених водойм найменш солона вода;
- 3) у якому з морів, Середземному чи Червоному, вода солоніша.

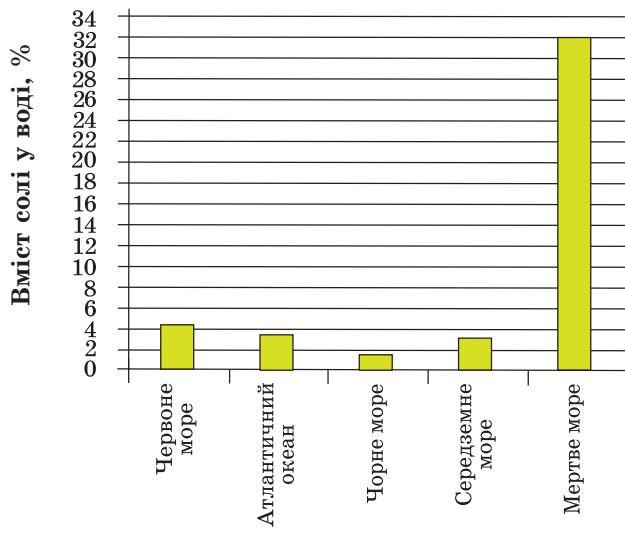


Рис. 76

775. На рисунку 77 наведено діаграму кількості користувачів інтернету у світі у відсотках відносно загальної кількості населення з 2011 по 2020 рік. Протягом якого року відбувся найменший приріст користувачів? найбільший приріст?

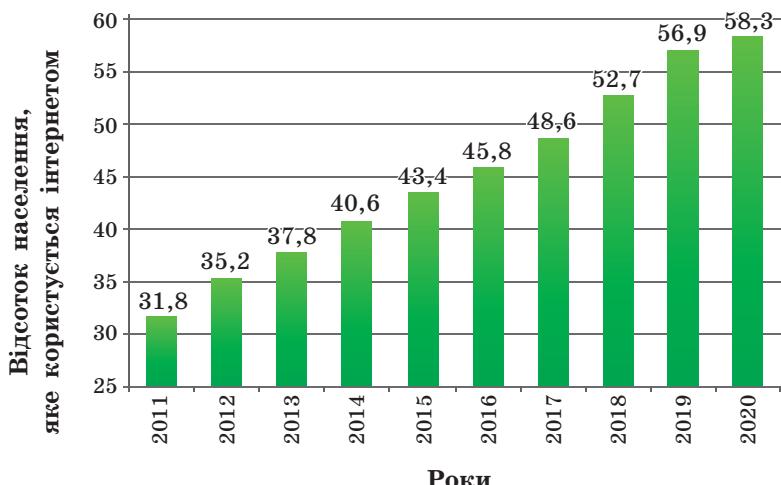


Рис. 77

776. На круговій діаграмі (рис. 78) наведено розподіл використання вільного від навчання часу учнем 6 класу Петром Іваненком. Визначте:

- 1) скільки відсотків вільного часу Петро проводить на свіжому повітрі;



Рис. 78

- 2) скільки відсотків вільного часу він проводить із користю для здоров'я;
- 3) у скільки разів більше часу він витрачає на перегляд телевізійних програм і гру на комп'ютері, ніж на допомогу батькам.

Чи порадили б ви Петрові щось змінити в розподілі вільного часу?

777.° На діаграмі, зображеній на рисунку 79, показано розподіл за секціями учнів спортивної школи.

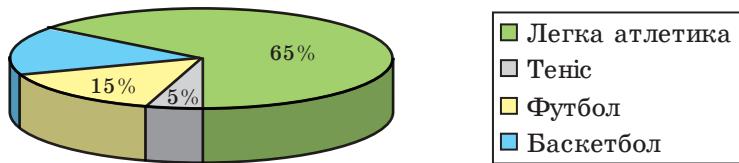


Рис. 79

- 1) Скільки відсотків учнів спортивної школи становлять баскетболісти?
 - 2) Скільки легкоатлетів у цій школі, якщо загальна кількість учнів становить 300?
- 778.**° На круговій діаграмі (рис. 80) наведено розподіл коштів бюджету сім'ї Федоренків. Визначте:

- 1) скільки відсотків бюджету йде на транспортні витрати;
- 2) на скільки відсотків витрати на оплату квартири та комунальні послуги менші, ніж витрати на відпочинок і розваги;

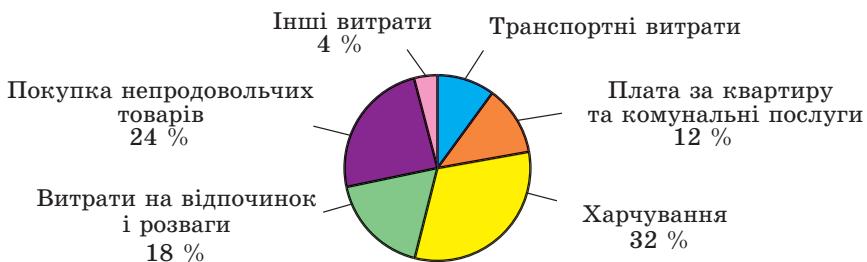


Рис. 80

3) у скільки разів витрати на харчування перевищують витрати на покупку непродовольчих товарів.

779. У магазині є відділ книг і відділ канцтоварів. На діаграмі (рис. 81) наведено дані про виторг магазину по кожному відділу протягом тижня (у понеділок магазин не працює).

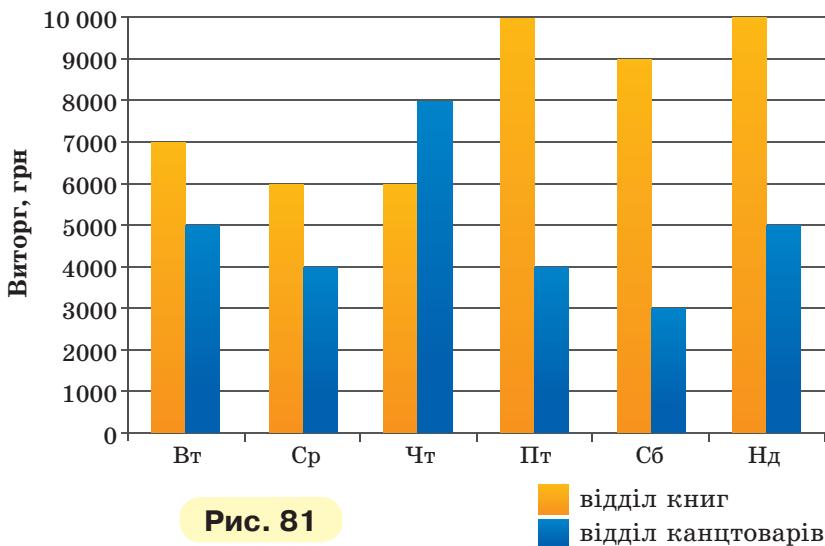


Рис. 81

Користуючись діаграмою, визначте:

- 1) у який день тижня виторг відділу книг був найбільшим;
- 2) у який день тижня виторг відділу канцтоварів був найменшим і на скільки гривень він у цей день був меншим від виторгу відділу книг;
- 3) чи був такий день тижня, коли виторг відділу канцтоварів був більшим, ніж виторг відділу книг, і у разі ствердної відповіді знайдіть, на скільки відсотків у цей день виторг відділу канцтоварів був більшим, ніж виторг відділу книг;
- 4) яким був у середньому протягом цього тижня виторг: а) відділу книг; б) усього магазину.

780. Учениці 6-х класів відвідують різні спортивні секції. Використовуючи діаграму (рис. 82), визначте:

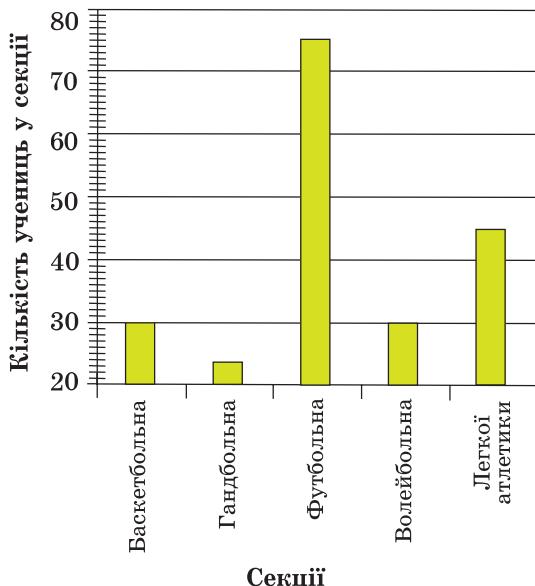


Рис. 82

- 1) яку секцію відвідує найбільше шестикласниць;
- 2) які секції відвідує однакова кількість шестикласниць;
- 3) яку частину від кількості футbolісток становить кількість легкоатлеток;
- 4) скільки відсотків кількості гандболісток становить від кількості баскетболісток.

781. Користуючись таблицею середніх річних температур повітря в окремих регіонах України, побудуйте відповідну стовпчасту діаграму.

Місто	Температура, °C	Місто	Температура, °C
Львів	7,5	Черкаси	7,3
Ужгород	9,3	Полтава	6,8
Київ	6,9	Донецьк	7,5
Суми	6,0	Луганськ	9,2
Одеса	9,4	Ялта	13,1

782. Користуючись таблицею розвитку Київського метрополітену, побудуйте діаграму збільшення кількості його станцій.

Рік	Кількість станцій	Рік	Кількість станцій
1960	5	2000	40
1970	11	2010	49
1980	21	2020	52
1990	31		

783. За допомогою таблиці, яка відображає збільшення кількості користувачів інтернету у світі, побудуйте відповідну стовпчасту діаграму, округливши попередньо кількість користувачів до десятків мільйонів і взявши для зображення 10 млн осіб відрізок завдовжки 1 мм.

Рік	Кількість користувачів, млн	Рік	Кількість користувачів, млн
2005	1024	2013	2705
2007	1365	2015	3174
2009	1751	2017	3650
2011	2224	2019	4100

784. У таблиці наведено найвищі вершини деяких гірських систем Європи. Округліть висоту кожної вершини до сотень метрів. Для зображення 100 м висоти візьміть відрізок завдовжки 1 мм і побудуйте стовпчасту діаграму висот наведених вершин гірських систем.

Гірська система	Назва вершини	Висота, м
Альпи	Монблан	4807
Андалузькі гори	Муласен	3478
Апенніни	Корно	2914
Масив Татри	Герлаховський штит	2655
Піренеї	Пік Ането	3404
Скандинавські гори	Гальгепіт'ген	2470

 **785.** У таблиці наведено поширеність деяких хімічних елементів у земній корі. Побудуйте стовпчасту діаграму поширеності наведених елементів, узявши для зображення 0,1 % відрізок, довжина якого дорівнює 1 мм.

Назва елемента	Уміст хімічного елемента в земній корі, % (з точністю до десятих)
Алюміній	7,5
Ферум	5,1
Калій	2,4
Магній	1,9
Титан	0,6



Вправи для повторення

786. Максимальна маса білого ведмедя 800 кг, що становить $\frac{2}{15}$ максимальної маси індійського слона або 640 % максимальної маси лева. Знайдіть максимальну масу: 1) індійського слона; 2) лева.

787. У Київському національному університеті імені Тараса Шевченка навчаються близько 20 000 студентів і студенток.



**Київський національний університет
ім. Тараса Шевченка**

Кількість студентів і студенток Кембриджського університету (Велика Британія) становить 60 % кількості студентів і студенток Київського університету або $\frac{3}{7}$ кількості студентів і студенток Геттінгенського університету (Німеччина). Скільки студентів і студенток навчаються в Геттінгенському університеті?



**Геттінгенський
університет
(Німеччина)**

**Кембриджський
університет
(Велика Британія)**

788. Використовуючи цифри 4, 5, 6, записали два різних трицифрових числа. Чи може добуток цих чисел дорівнювати числу, записаному за допомогою тільки цифр 0, 2, 3, 5, 6, 8? (У записі чисел цифри не повторюються.)



Задача від Мудрої Сови

789. У США дату зазвичай записують так: місяць, число, рік. Наприклад, дату народження Великого Кобзаря американець записав би так: 3.9.1814. У Європі ж спочатку записують число, потім місяць і рік. Скільки в році днів, дату яких не можна прочитати однозначно, не знаючи, яким способом її записано?

ЗАВДАННЯ № 4 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

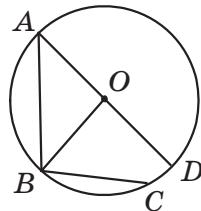
1. За кілька однакових альбомів заплатили 540 грн. Скільки потрібно буде заплатити за такі альбоми, якщо купити їх у 3 рази менше?
- А) 1620 грн Б) 180 грн В) 240 грн Г) 160 грн
2. Знайдіть невідомий член пропорції $\frac{x}{12} = \frac{11}{30}$.
- А) 27,5 Б) 0,4 В) 2,2 Г) 4,4
3. Із 12 м батисту пошили 8 блузок одного розміру й одного фасону. Скільки таких блузок можна пошити з 18 м батисту?
- А) 12 блузок Б) 10 блузок
Б) 16 блузок Г) 18 блузок
4. Колоду розпилияли на дві колоди, довжини яких відносяться як 3 : 7. Яку частину колоди, що розпилияли, становить менша з отриманих колод?
- А) $\frac{3}{7}$ Б) $\frac{4}{7}$ В) $\frac{3}{10}$ Г) $\frac{1}{10}$
5. Який відсотковий вміст солі в розчині, якщо в 400 г розчину містяться 36 г солі?
- А) 9 % Б) 10 % В) 12 % Г) 18 %
6. Скільки відсотків години становлять 24 хв?
- А) 20 % Б) 30 % В) 40 % Г) 50 %
7. Товар коштував 140 грн. Через деякий час його ціну збільшили на 35 грн. На скільки відсотків підвищилася ціна товару?
- А) на 10 % Б) на 15 % В) на 20 % Г) на 25 %
8. Кількість яблунь, які ростуть у саду, відноситься до кількості вишень у цьому саду як 3 : 5. Укажіть число, яке може виражати загальну кількість яблунь і вишень.
- А) 25 Б) 30 В) 32 Г) 36

9. На рисунку зображене коло з центром О. Скільки хорд цього кола зображене на рисунку?

- А) 1 В) 3
Б) 2 Г) 4

10. Обчисліть довжину кола радіуса 2 см (число π округліть до сотих).

- А) 6,28 см В) 9,42 см
Б) 12,56 см Г) 25,12 см



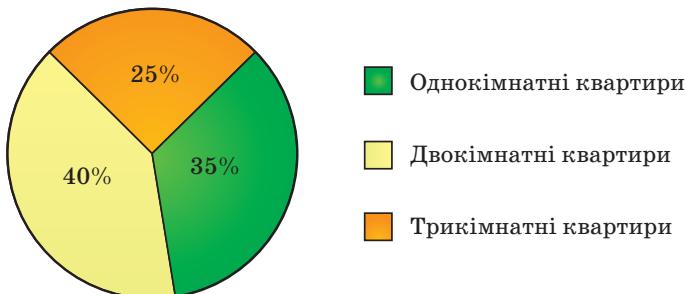
11. На діаграмі відображено обсяги продажу вовняних рукавичок протягом п'яти місяців в одній із крамниць. Скільки пар рукавичок у середньому продавали за один місяць?



- А) 30 пар Б) 40 пар В) 50 пар Г) 60 пар

12. У будинку є 200 квартир трьох видів: однокімнатні, двокімнатні та трикімнатні. На діаграмі відображено відсоткове відношення квартир різного виду. Скільки в будинку двокімнатних квартир?

- А) 60 квартир Б) 70 квартир
В) 80 квартир Г) визначити неможливо



ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 3

Відношення

- Частку двох чисел a і b , відмінних від нуля, називають відношенням чисел a і b , або відношенням числа a до числа b .
- У відношенні числа a до числа b чи́сла a і b називають членами відношення, число a — попереднім членом відношення, а число b — наступним.
- Відношення чисел a і b показує, у скільки разів число a більше за число b або яку частину число a становить від числа b .

Основна властивість відношення

Відношення не зміниться, якщо його члени помножити або поділити на одне й те саме число, яке не дорівнює нулю.

Пропорція

Якщо відношення $a : b$ дорівнює відношенню $c : d$, то рівність $a : b = c : d$ називають пропорцією.

У пропорції $a : b = c : d$ (або $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$) числа a і d називають крайніми членами пропорції, а числа b і c — середніми членами пропорції.

Основна властивість пропорції

Добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.

Відсоткове відношення двох чисел

- Відсоткове відношення двох чисел — це їхнє відношення, виражене у відсотках.
- Відсоткове відношення показує, скільки відсотків одне число становить від другого.

Правило знаходження відсоткового відношення двох чисел

Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, треба їхнє відношення помножити на 100 і до результату додати знак відсотка.

Прямо пропорційні величини

Дві змінні величини називають прямо пропорційними, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї з них у кілька разів друга збільшується (зменшується) у стільки ж разів.

Властивість прямо пропорційних величин

Якщо дві змінні величини прямо пропорційні, то відношення відповідних значень цих величин дорівнює одному й тому самому, сталому для цих величин, числу.

Обернено пропорційні величини

Дві змінні величини називають обернено пропорційними, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї з цих величин друга зменшується (збільшується) у стільки ж разів.

Властивість обернено пропорційних величин

Якщо дві змінні величини обернено пропорційні, то добуток відповідних значень цих величин дорівнює одному й тому самому для даних величин числу.

Число π

Число π — це відношення довжини кола до його діаметра.

Довжина кола

$l = 2\pi r$, де l — довжина кола, r — радіус кола.

Площа круга

$S = \pi r^2$, де S — площа круга, r — радіус круга.

Площа бічної поверхні циліндра

$S_{\text{бічн}} = 2\pi r h$, де $S_{\text{бічн}}$ — площа бічної поверхні циліндра, r — радіус його основи, h — висота циліндра.

§ 4. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА І ДІЇ З НИМИ

Вивчивши матеріал цього параграфа, ви дізнаєтесь, які числа називають цілими, а які — раціональними; що таке модуль числа; які прямі називають паралельними, а які — перпендикулярними.

Ви ознайомитеся з координатною прямою та координатною площинною, з новим способом розв'язування рівнянь.

Ви навчитеся порівнювати раціональні числа, виконувати арифметичні дії з раціональними числами, ознайомитеся з властивостями цих дій.



27. Додатні і від'ємні числа

Світ, що нас оточує, настільки складний і різноманітний, що для описування багатьох подій та явищ натуральних і дробових чисел не вистачає.

Розглянемо кілька прикладів.

Бізнесмен-початківець поклав на свій рахунок у банку 50 000 грн. Через деякий час він зняв з рахунку ці гроші та взяв ще в кредит (у борг) 20 000 грн. Яким числом тепер оцінити залишок на його рахунку в цьому банку?

Звісно, можна сказати, що бізнесмен заборгував банку 20 000 грн. Однак є й інша оцінка: говорять, що на рахунку мінус 20 000 грн. Пишуть: $-20\ 000$ грн.

Стовпчик термометра, зображеного на рисунку 83, показує на п'яту з розташованих нижче нуля поділок. У такому разі говорять, що температура дорівнює мінус 5 градусів. Пишуть: -5°C . Також можна сказати, що термометр показує 5 градусів нижче нуля або 5 градусів морозу.

У 1999 р. відбулася Перша українська національна експедиція на Еверест. Досягнувши позначки 8848 м над рівнем моря, наші альпіністи підкорили найвищу вершину Землі. Якщо колись нашим дослідникам / дослідницям удастся спуститися на дно Маріанської западини, то в газетах напишуть: «Українцям підкорилася позначка $-11\ 022$ м».

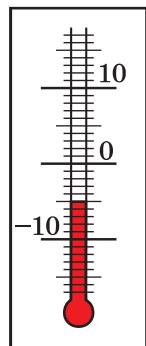


Рис. 83



Еверест — найвища вершина світу

Числа $-20\ 000$, -5 , $-11\ 022$ — приклади від'ємних чисел. Як бачите, ці числа записують за допомогою знака « $-$ ».

Наведемо ще приклади від'ємних чисел: $-\frac{1}{3}$;

$-2,4$; $-5\frac{2}{9}$ (читають відповідно: «мінус одна третя», «мінус дві цілих чотири десятих», «мінус п'ять цілих дві дев'ятирічих»).

Натуральні й дробові числа, які ви вивчали раніше, тепер будемо називати **додатними**. Так, 5 ; $\frac{1}{17}$; $8,3$ — приклади додатних чисел.

Число 0 особливе: воно не належить ні до додатних, ні до від'ємних чисел.

У тих випадках, коли може виникнути плутанина, додатне число позначають за допомогою знака $+$. Наприклад, інформацію «термометр показує 1°C » можна уточнити: «термометр показує $+1^{\circ}\text{C}$ ».

Зазначимо, що використовувати знак $+$ для позначення додатних чисел зовсім не обов'язково. Наприклад, $+12$ і 12 — це одне й те саме число, записане різними способами.

Якщо одне число додатне, а друге від'ємне, то про такі числа говорять, що вони *мають різні знаки*. А якщо обидва числа додатні або обидва від'ємні, то говорять, що вони *мають одинакові знаки*.



1. За допомогою якого символу позначають від'ємні числа? додатні числа?
2. Яке число не належить ні до додатних, ні до від'ємних чисел?
3. Про які числа кажуть, що вони мають різні знаки? одинакові знаки?



Розв'язуємо усно

1. Андрій застудився, і ввечері температура його тіла з $36,6^{\circ}\text{C}$ підвищилася на $2,3^{\circ}\text{C}$. Уранці температура знизилася на $1,8^{\circ}\text{C}$. Якою була температура тіла Андрія: 1) увечері; 2) уранці?

2. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{1}{3}x = 5$; 3) $3x = \frac{1}{5}$;

2) $3x = 5$; 4) $\frac{1}{3}x = \frac{1}{5}$.

3. Купили 20 кг овочів — картоплю та моркву. Картоплі купили 17 кг. Скільки відсотків маси овочів становила: 1) картопля; 2) морква?

4. Дарина ввійшла в ліфт на сьомому поверсі дванадцятиповерхового будинку та проїхала 3 поверхи. На якому поверсі вона опинилася? Скільки розв'язків має задача?

Вправи

790. ° Прочитайте числа: 4 ; -8 ; $-1\frac{1}{9}$; $-0,7$; $3,19$; $-3,5$; $6\frac{2}{7}$; -100 . Укажіть, які з цих чисел є додатними, а які — від'ємними.

791. ° Запишіть, які із чисел 3 ; -6 ; $-2\frac{1}{3}$; $4,7$; $\frac{9}{16}$; 0 ; $-5,2$; $-9\frac{3}{7}$; $10,14$; $\frac{5}{8}$:

1) є додатними;

2) є від'ємними;

3) не є ні додатними, ні від'ємними.

792. ° Запишіть за допомогою знаків « $+$ » і « $-$ » повідомлення гідрометцентру:

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------------|
| 1) 18°C тепла; | 3) 12°C нижче нуля; |
| 2) 7°C морозу; | 4) 16°C вище нуля. |

793.° За допомогою додатних і від'ємних чисел запишіть висоти й глибини, наведені в таблиці:

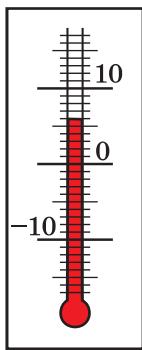
г. Говерла (Карпати)	2061 м
Жолоб Пуерто-Рико (Атлантичний океан)	8742 м
г. Канченджанга (Гімалаї)	8585 м
г. Ельбрус (Кавказ)	5642 м
Зондський жолоб (Індійський океан)	7729 м
Гренландське море	5527 м

794.° Запишіть 6 від'ємних дробів зі знаменником 5.

795.° Запишіть 4 від'ємних десяткових дроби з однією цифрою після коми.

796.° Запишіть показники термометрів, зображеніх на рисунку 84.

a



б

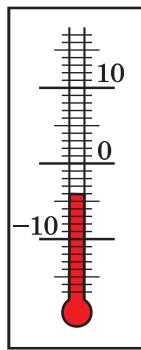


Рис. 84

797.° Яку температуру показуватиме термометр, зображений на рисунку 84, *a*, якщо:

- 1) його стовпчик опуститься на 8 поділок;
- 2) його стовпчик підніметься на 4 поділки;
- 3) температура підвищиться на 5°C ;
- 4) температура знизиться на 6°C ;
- 5) температура знизиться на 10°C ?

798. ° Яку температуру показуватиме термометр, зображеній на рисунку 84, б, якщо:

- 1) його стовпчик підніметься на 2 поділки;
- 2) його стовпчик опуститься на 3 поділки;
- 3) температура підвищиться на 6 °C;
- 4) температура знизиться на 5 °C?

799. ° О 10 год термометр показував температуру -2 °C. За дві години температура повітря змінилася на 5 °C. Якою стала температура повітря?

800. ° О 20 год термометр показував температуру -3 °C. За три години температура повітря змінилася на 4 °C. Якою стала температура повітря?



Вправи для повторення

801. На площині позначили 5 точок. Скільки можна провести відрізків, кінцями яких будуть ці точки?

802. У парку ростуть 150 кленів, дубів — на $\frac{2}{15}$ більше за

кількість кленів, берези становлять $\frac{23}{34}$ кількості дубів,

а липи — $\frac{20}{87}$ загальної кількості кленів, дубів і беріз.

Скільки всього вказаних дерев росте в парку?

803. Знайдіть значення виразу:

$$\left(1,02 : \frac{1}{50} - 7,26 : \frac{11}{70}\right) : 3\frac{1}{5} + 0,4 : 0,36.$$



Готуємося до вивчення нової теми

804. Які координати точок A, B, C, D, E на рисунку 85?

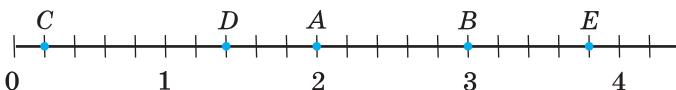


Рис. 85

- 805.** Накресліть координатний промінь, одиничний від-різок якого дорівнює 3 см. Позначте на ньому точки $A(1)$, $B(2)$, $C\left(\frac{1}{6}\right)$, $D\left(1\frac{5}{6}\right)$, $E\left(2\frac{1}{3}\right)$, $F(1,5)$.

- 806.** Накресліть горизонтальну пряму, позначте на ній точку O і точки M, N, K, P , які розташовані так:

- 1) точка M на 4 клітинки правіше від точки O ;
- 2) точка N на 3 клітинки лівіше від точки O ;
- 3) точка K на 7 клітинок лівіше від точки O ;
- 4) точка P на 5 клітинок правіше від точки O .



Задача від Мудрої Сови

- 807.** Два хлопчики каталися річкою на човні. До них звернулася група туристів із проханням допомогти перевіритися на інший берег. У човен вміщаються або двоє хлопчиків, або один турист. Чи зможуть хлопчики допомогти туристам?

28. Координатна пряма

У 5 класі ви навчилися зображувати на координатному промені додатні числа й нуль (рис. 86).

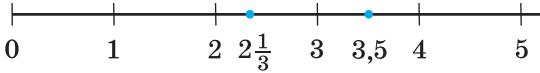


Рис. 86

Зрозуміло, що на цьому промені «бракує місця» для від'ємних чисел. Цей «недолік» координатного променя виправляє **координатна пряма**.

Розглянемо горизонтальну пряму й позначимо на ній точку O , яку будемо називати **початком відліку**. Точка O зображує число 0. Вона розділяє

пряму на два промені OA і OB (рис. 87). Позначимо на промені OA точку M , яка зображатиме число 1. На промені OA можна зобразити всі додатні числа.

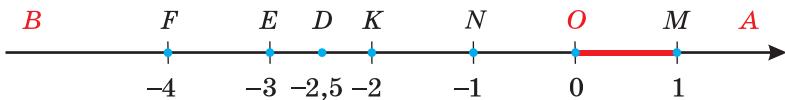


Рис. 87

На промені OB позначимо точку N так, що $ON = OM$. Будемо вважати, що точка N зображує число -1 . Щоб зобразити число -2 , треба на промені OB позначити точку K так, щоб $OK = 2ON$. Діючи аналогічно, можна позначити точки E і F , які зображують відповідно числа -3 і -4 . Тепер зрозуміло, що на промені OB можна зобразити всі від'ємні числа. Наприклад, точка D зображує число $-2,5$.

Промінь OA задає додатний напрямок на прямій AB , а промінь OB — від'ємний напрямок. Додатний напрямок укажують стрілкою.

Пряму, на якій вибрано початок відліку, одиничний відрізок і напрямок, називають координатною прямою.

Наприклад, на рисунку 87 зображену координатну пряму з початком відліку в точці O та одиничним відрізком OM . Точка N зображує число -1 , яке називають координатою точки N і записують: $N(-1)$. Аналогічно записують: $O(0)$, $M(1)$, $K(-2)$, $D(-2,5)$, $E(-3)$, $F(-4)$.

Часто замість слів «позначимо точку з координатою, що дорівнює...» коротко говорять «позначимо число...».

Усі додатні числа та нуль називають **невід'ємними числами**.

Усі від'ємні числа та нуль називають **недодатними числами**.



1. Яку пряму називають координатною?
2. Які два напрямки існують на координатній прямій?
3. Які числа називають невід'ємними? недодатними?



Розв'язуємо усно

1. Виконайте дії:

$$\begin{array}{lll} 1) 0,18 : 0,06; & 4) 1,8 : 0,6; & 7) \frac{5}{7} \cdot \frac{14}{25}; \\ 2) 0,18 : 0,6; & 5) \frac{3}{11} + \frac{3}{4}; & 8) \frac{9}{16} : \frac{3}{8}. \\ 3) 1,8 : 0,06; & 6) \frac{9}{16} - \frac{3}{8}; & \end{array}$$

2. За 3 год турист пройшов 9,6 км. Скільки кілометрів він пройде з тією самою швидкістю: 1) за 1,5 год; 2) за 6 год?

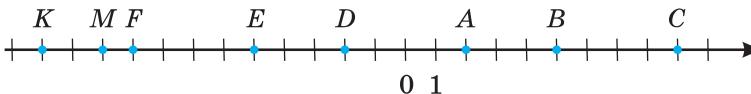
3. Знайдіть: 1) 12,5 % метра; 2) 46,7 % кілограма.



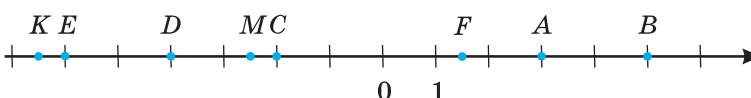
Вправи

808.° Праворуч чи ліворуч від початку відліку розташована на координатній прямій: 1) точка A (7); 2) точка M (-18); 3) точка C (-35,68); 4) точка P (0,006); 5) точка R (20 125); 6) точка E (-14 837)?

809.° Запишіть координати точок A, B, C, D, E, F, M, K , зображених на рисунку 88.



a



b

Рис. 88

810. Запишіть координати точок A, B, C, D, E, F, M, K , зображених на рисунку 89.

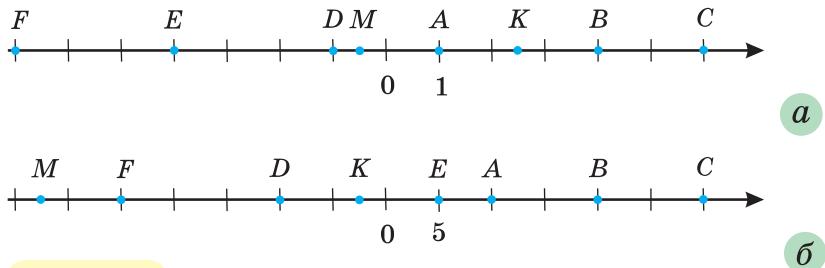


Рис. 89

811. Назвіть координату точки, якщо вона розташована на координатній прямій: 1) праворуч відносно початку відліку на відстані 8 одиничних відрізків; 2) ліворуч відносно початку відліку на відстані 6 одиничних відрізків; 3) ліворуч відносно початку відліку на відстані 4,18 одиничних відрізків; 4) праворуч відносно початку відліку на відстані 2012 одиничних відрізків.

812. Накресліть координатну пряму й позначте на ній числа: 0; 1; 4; -3; 6; -2; -5; 2,5; -4,5.

813. Накресліть координатну пряму й позначте на ній числа: 0; 1; -2; 7; 5; -4; -2,5; -5,5; -6.

814. На координатній прямій позначили точки A, B і C (рис. 90). Установіть відповідність між даними точками та їхніми координатами.



Рис. 90

Точки	Координати
1) A	А) $1\frac{5}{6}$; Б) $2\frac{1}{6}$; В) $-3,1$; Г) $-2,9$; Д) $\frac{5}{6}$
2) B	
3) C	

■ 815. Накресліть координатну пряму, узявши за одиничний такий відрізок, довжина якого в 6 разів більша за сторону клітинки зошита. Позначте точки $A(1)$, $B(-1)$, $C(-0,5)$, $D\left(\frac{2}{3}\right)$, $E\left(-1\frac{1}{6}\right)$, $F\left(2\frac{1}{3}\right)$, $M\left(-1\frac{2}{3}\right)$, $P\left(-2\frac{1}{6}\right)$, $R\left(-\frac{1}{3}\right)$.

■ 816. Накресліть координатну пряму, узявши за одиничний такий відрізок, довжина якого в 4 рази більша за сторону клітинки зошита. Позначте точки $A(2)$, $B\left(\frac{1}{2}\right)$, $C\left(1\frac{1}{4}\right)$, $D(-2)$, $E\left(-\frac{1}{4}\right)$, $F(-1,75)$, $Q\left(-2\frac{1}{8}\right)$, $S(0,25)$, $T(-1,5)$, $N(1,25)$.

817. Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 1 см. Чому дорівнює відстань між точками:

- 1) $A(2)$ і $B(6)$; 3) $M(-4)$ і $N(2)$?
2) $C(-3)$ і $D(-1)$;

818. Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 5 мм. Чому дорівнює відстань між точками:

- 1) $C(-5)$ і $O(0)$; 3) $D(-2)$ і $E(2)$?
2) $A(-10)$ і $B(-3)$;

■ 819. Накресліть координатну пряму й позначте на ній точки $A(-1)$ і $B(5)$. Знайдіть на прямій точку, яка є серединою відрізка AB , і визначте її координату.

■ 820. Накресліть координатну пряму й позначте на ній точки $M(-6)$ і $C(-2)$. Знайдіть на прямій точку N таку, що точка C є серединою відрізка MN , і визначте координату точки N .

821. Накресліть координатну пряму й позначте на ній точки $K (-1)$ і $F (5)$. Знайдіть на прямій точку E таку, що точка K є серединою відрізка EF , і визначте координату точки E .

822. Накресліть координатну пряму, позначте на ній точку $B (-4)$. Позначте на цій прямій точку, віддалену від точки B :

- 1) у додатному напрямку на 8 одиниць;
- 2) у від'ємному напрямку на 3 одиниці;
- 3) на 6 одиниць.

823. Накресліть координатну пряму, позначте на ній точку $K (2)$. Позначте на цій прямій точку, віддалену від точки K :

- 1) у від'ємному напрямку на 2 одиниці;
- 2) у додатному напрямку на 4 одиниці;
- 3) на 7 одиниць.

824. Запишіть які-небудь три числа, що лежать на координатній прямій:

- 1) ліворуч від числа 2;
- 2) праворуч від числа 3,6;
- 3) ліворуч від числа -100 ;
- 4) праворуч від числа -25 .

825. Запишіть які-небудь чотири числа, що лежать на координатній прямій між числами -1 і 0 .

826. Запишіть які-небудь два числа, що лежать на координатній прямій:

- 1) ліворуч від числа -240 ;
- 2) праворуч від числа $-0,5$;
- 3) між числами -9 і -8 ;
- 4) між числами $-0,1$ і $0,1$.

827. Запишіть числа, віддалені на 7 одиниць від числа:

- 1) 80; 2) 4; 3) 0; 4) -3 ; 5) -12 ; 6) -7 .

828.* На координатній прямій позначили числа -8 і 12 (рис. 91). Яка з точок A , B , C , D є початком відліку?

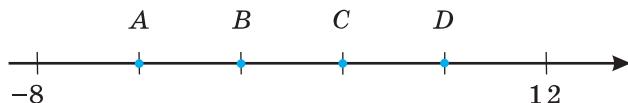


Рис. 91

829.* Знайдіть координату точки C на рисунку 92.



Рис. 92

830.* На координатній прямій позначили точки A (2) і B (8). Яку координату повинна мати точка M , щоб відрізок BM був у 2 рази довший за відрізок AM ? Скільки розв'язків має задача?



Вправи для повторення

831. Накресліть два кола, радіуси яких дорівнюють 2 см, так, щоб вони: 1) мали дві спільні точки; 2) мали одну спільну точку; 3) не мали спільних точок.

832. Від деякого числа відняли $\frac{5}{17}$ цього числа й отримали 480. Знайдіть це число.

833. Число 50 збільшили на 500 %. У скільки разів отримане число більше за 50?

834. На скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо кожну з його сторін збільшити у 2 рази?

835. На скільки відсотків зменшиться площа квадрата, якщо кожну з його сторін зменшити у 2 рази?



Задача від Мудрої Сови

836. На столі стоять 7 склянок — усі догори дном. За один хід дозволяється перевернути будь-які 4 склянки. Чи можна за кілька ходів домогтися того, щоб усі склянки стояли правильно?

29. Цілі числа. Раціональні числа

На рисунку 93 точки M і N зображені на промінній лінії. На відстані від початку відліків 4 і -4 відповідно. Ці точки лежать по різних боках від початку відліку.

Така сама властивість притаманна кожним двом точкам, які зображені на промінній лінії на відстані від початку відліку $\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{3}$.

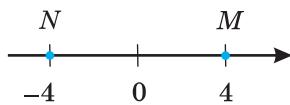


Рис. 93

і $\frac{1}{3}$; $-2,6$ і $2,6$; -100 і 100 .

Числа -4 і 4 ; $-\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{3}$; $-2,6$ і $2,6$; -100 і 100

називають **протилежними**.

Також можна говорити, що, наприклад, число -4 протилежне числу 4 , а число 4 протилежне числу -4 .

Число 0 вважають протилежним самому собі.

Вираз $-a$ означає, що записано число, протилежне числу a .

Приписавши знак « $-$ », наприклад, перед додатним числом 12 , отримаємо протилежне йому число -12 . Так само за допомогою знака « $-$ » з від'ємного числа -12 можна отримати протилежне йому число 12 , тобто $-(-12) = 12$.

Аналогічно, наприклад, $-(-2,7) = 2,7$; $-\left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{4}$.

У загалі,

$$-(-a) = a$$

Підкреслимо, що в записі виразу $-(-a)$ використання дужок є обов'язковим. Запис $- -a$ не застосовують.

Кожному натуральному числу відповідає єдине протилежне йому число:

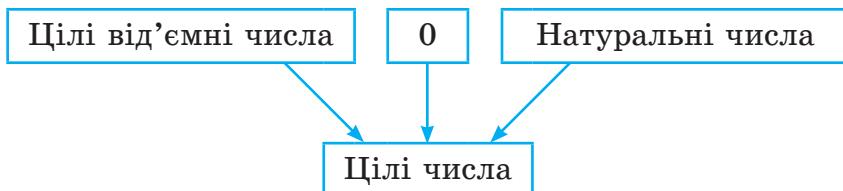
$$\begin{array}{ccccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & \dots, & 100, & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \\ -1, & -2, & -3, & -4, & -5, & \dots, & -100, & \dots \end{array}$$

Усі натуральні числа, протилежні їм числа та число 0 називають цілими числами.

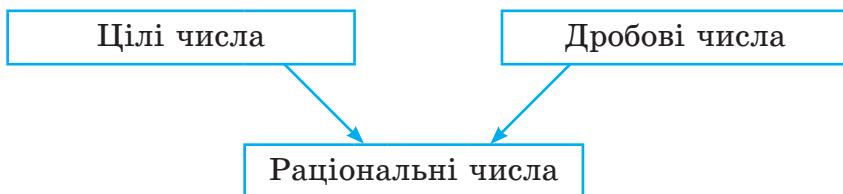
Наприклад, -77 ; 0 ; 12 — цілі числа, а $\frac{1}{3}$; $2,6$; $-\frac{18}{5}$ не є цілими, їх називають дробовими числами.

Натуральні числа ще називають цілими додатними числами. Числа -1 ; -2 ; -3 ; ... називають цілими від'ємними числами.

Отже, об'єднавши натуральні числа із цілими від'ємними числами та нулем, отримуємо цілі числа:



Цілі та дробові числа разом утворюють **раціональні** числа:



Наприклад, 1 ; 2 ; -10 ; $\frac{1}{2}$; 0 ; $-2,9$; $-\frac{3}{2}$; $5,(34)$ — раціональні числа.

Існують і числа, які не є раціональними. До таких чисел належить, наприклад, число π . З такими числами ви ознайомитеся у 8 класі.



- Якщо число додатне, то додатним чи від'ємним є протилежне йому число?
- Якщо число від'ємне, то додатним чи від'ємним є протилежне йому число?
- Яке число є протилежним самому собі?
- Які числа називають цілими?
- Як інакше називають цілі додатні числа?
- Чи кожне натуральне число є цілим?
- Чи правильно, що коли число раціональне, то воно є цілим?
- Чи кожне ціле число є раціональним?



Розв'язуємо усно

- Укажіть, яке з даних чисел розміщено на координатній прямій ближче до числа 0:
1) 5 або 10; 4) -5 або -10 ;
2) -5 або 10; 5) -5 або 5;
3) 5 або -10 ; 6) -2 або -6 ?
- Назвіть два числа, рівновіддалені на координатній прямій від числа 0. Назвіть ще 4 пари таких чисел.
- Початок відліку є серединою відрізка AB , який лежить на координатній прямій. Які координати точки B , якщо: 1) $A(7)$; 2) $A(-6,48)$?



Вправи

837.° Назвіть число, протилежне числу:

- 6;
- -7 ;
- 0,9;
- 0;
- 7,2;
- -23 ;
- $-13,4$.

838.° Заповніть таблицю:

Число	10	-8	0,4	3,5	0	$-7,8$	$2\frac{5}{7}$	$-3\frac{4}{9}$	900
Протилежне число									

839. Чи є протилежними числа:

- 1) $0,6$ і $-\frac{3}{5}$; 2) $2,5$ і $\frac{5}{2}$; 3) $-1,25$ і $\frac{5}{4}$; 4) $-1,5$ і $-\frac{2}{3}$?

840. Чи є правильним твердження:

- 1) $\frac{4}{15}$ — додатне число;
2) $\frac{4}{15}$ — раціональне число;
3) -4 — від'ємне число;
4) -4 — натуральне число;
5) -4 — ціле число;
6) -4 — раціональне число;
7) 0 — натуральне число;
8) 0 — ціле число;
9) 0 — раціональне число;
10) 0 — додатне число?

841. Виберіть із чисел $5; -7; 0; \frac{1}{2}; -3,7; 8,6; -125; 324; 15\frac{3}{7}; -27\frac{11}{19}; -2; 35; 13,65; -79; 976$:

- 1) натуральні; 4) недодатні;
2) цілі; 5) цілі від'ємні;
3) додатні; 6) дробові невід'ємні.

842. Заповніть таблицю (напишіть слово «так» у разі ствердної відповіді або слово «ні» в іншому разі):

Число	9	-4	$-6\frac{2}{7}$	0	8,8	-112,78
Додатне						
Від'ємне						
Натуральне						
Ціле						
Раціональне						

843.° Знайдіть значення $-x$, якщо:

- | | |
|-----------------|---------------|
| 1) $x = 7,9;$ | 3) $x = -10;$ |
| 2) $x = -0,15;$ | 4) $x = 49.$ |

844.° Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|----------------|---------------------------------------|
| 1) $-y = 11;$ | 3) $-y = 0;$ |
| 2) $-y = -31;$ | 4) $-y = -\left(-\frac{1}{3}\right).$ |

845.° Заповніть таблицю:

a	4	-5				-210			$\frac{1}{2}$	
$-a$			-2,1	72	-10		0,8	-0,01		$\frac{1}{7}$

846.° Запишіть усі цілі додатні числа, які менші від $5\frac{3}{7}$, і числа, які їм протилежні. Позначте всі ці числа на координатній прямій.

847.° Запишіть 6 цілих чисел, які не є натуральними.

848.° Запишіть цілі числа, розташовані на координатній прямій між числами:

- | | | |
|--------------|----------------|-------------------------------------|
| 1) 4 і 9; | 3) $-8,2$ і 0; | 5) $-1,9$ і $2,1$; |
| 2) -4 і 2; | 4) -3 і 3; | 6) $-\frac{8}{9}$ і $\frac{9}{8}$. |

849.° Скільки цілих чисел розташовано на координатній прямій між числами:

- | | |
|----------------|----------------|
| 1) -22 і 43; | 2) -54 і 16? |
|----------------|----------------|

850.° Додатним чи від'ємним є число a , якщо число $-a$ є:

- | | | |
|--------------|---------------|-----------|
| 1) додатним; | 2) від'ємним; | 3) нулем? |
|--------------|---------------|-----------|

851.° Чи може число a дорівнювати числу $-a$?

852.° Яке із чисел, a чи $-a$, розташоване праворуч від нуля на координатній прямій?

 **853.*** Укажіть будь-які три значення a , для яких між числами $-a$ і a на координатній прямій розташоване тільки одне ціле число.

854.* Чи існує таке значення a , при якому між числами $-a$ і a на координатній прямій розташована тисяча цілих чисел?



Вправи для повторення

855. Батько і син можуть разом пофарбувати паркан за 6 год. За скільки годин батько може сам пофарбувати паркан, якщо синові для цього потрібно 24 год?

856. На базі була 1 т апельсинів і мандаринів. Апельсини становили 99 % маси цих фруктів. Скільки кілограмів апельсинів вивезли з бази, якщо їх залишилося 98 % від залишку фруктів?

857. Заповніть ланцюжок обчислень:

$$\boxed{7} \xrightarrow{-2\frac{6}{11}} \bigcirc : 7 \xrightarrow{\quad} \bigcirc \cdot 2,2 \xrightarrow{\quad} \bigcirc + 2\frac{3}{5} \rightarrow \boxed{\quad}$$

858. Позначили три точки, які не лежать на одній прямій. Скільки існує ламаних із вершинами в цих точках?



Задача від Мудрої Сови

859. Для Наталки, яка захворіла, лікар залишив шість зовні однакових пігулок — по дві кожного з трьох видів ліків. Наталці треба прийняти три пігулки вранці (по одній кожного виду) і три ввечері. Проте Наталка переплутала всі ліки. Чи зможе вона виконати призначення лікаря?



Коли зроблено уроки

«Нерозумні» числа

Розглянемо словосполучення: стадо баранів, букет квітів, колекція моделей автомобілів, косяк риб, зграя птахів, рій бджіл, зібрання картин, набір ручок, компанія друзів.

Якщо в цих словосполученнях перемішати слова, то може вийти смішно, наприклад: букет баранів, косяк картин, колекція друзів. Так ніхто не говорить. Водночас такі словосполучення, як колекція риб, колекція птахів, колекція картин, колекція ручок тощо достатньо прийнятні. Річ у тім, що слово «колекція» досить універсальне. Однак у математиці є більш всеосяжне слово, яким можна замінити будь-яке з перших слів у наведених парах. Це слово — **множина**.

Множина складається з **елементів**. Наприклад, ти є елементом множини учнів твоого класу; трикутник — елемент множини многокутників; число 2 — елемент множини парних чисел.

Якщо a — елемент множини A , то пишуть: $a \in A$ (читають: « a належить множині A »). Якщо елемент b множині A не належить, то пишуть: $b \notin A$ (читають: « b не належить множині A »).

Нехай M — множина натуральних дільників числа 6. Це записують так: $M = \{1, 2, 3, 6\}$. Тоді, наприклад, $2 \in M$, $5 \notin M$.

Множини бувають **скінченні** та **нескінченні**. Наприклад, множина парт у класі, множина дільників числа 6, множина піщинок у пустелі Сахара — скінченні множини; множина прямокутників, множина простих чисел — нескінченні множини.

Якщо елементами множини є тільки числа, то її називають **числовою**.

Наведемо приклади числових множин.

- Множина натуральних чисел. Позначають буквою \mathbb{N} .
- Множина цілих чисел. Позначають буквою \mathbb{Z} .
- Множина раціональних чисел. Позначають буквою \mathbb{Q} .

Зверніть увагу: усі елементи множини \mathbb{N} є елементами множини \mathbb{Z} . У таких випадках кажуть, що множина \mathbb{N} є **підмножиною** множини \mathbb{Z} . Записують $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ (читають: « \mathbb{N} — підмножина \mathbb{Z} »).

Зрозуміло, що $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$. Узагалі, можна записати такий ланцюжок: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$. Наочно це показано на рисунку 94.

У повсякденному житті слово «множина» часто вважають синонімом слова «багато». Математики з цим категорично не згодні. Множини можуть містити і «небагато» елементів — один або два. Іноді доводиться розглядати множину, яка не містить жодного елемента. Її називають **порожньою множиною** і позначають \emptyset . Наприклад, множина твоїх однокласників, які побували на Місяці, — поки що порожня множина.

Можливо, у вас виникне запитання: чи можна продовжити ланцюжок $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$? Інакше кажучи, чи всі існуючі числа є елементами множини \mathbb{Q} , тобто є раціональними?

Кожне раціональне число — це або скінчений десятковий дріб, або нескінчений періодичний десятковий дріб. Тому, якби нам удалося побудувати нескінчений неперіодичний десятковий дріб, то він слугував би прикладом нераціонального числа.

Ось приклад одного з таких дробів:

$$0,1010010001000010000001\dots .$$

Цей дріб побудовано так, що фрагменти, які складаються з одних нулів, увесь час збільшуються. Тому його не можна розбити на блоки цифр (періоди), що повторюються.

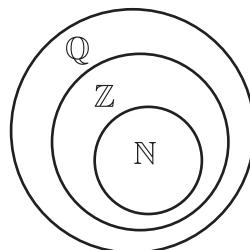


Рис. 94

Ми навели приклад числа, яке не є раціональним. Це число належить до множини **ірраціональних чисел**. Слово *irrationalis* у перекладі з латинської мови означає «нерозумний».

У XVIII ст. було доведено, що відоме вам число π також ірраціональне.

Якщо об'єднаємо множину раціональних чисел із множиною ірраціональних, то отримаємо нову множину — множину **дійсних чисел**, яку позначають буквою \mathbb{R} . Таким чином: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

А чи можна продовжити й цей ланцюжок? Відповідь на це запитання ви отримаєте в 11 класі.

30. Модуль числа

Про точку A координатної прямої відомо, що вона віддалена від початку відліку на 7 одиничних відрізків. Яке число зображує точка A ?

Відповісти на це запитання однозначно не можна. Адже така властивість притаманна одразу двом точкам (рис. 95): $A_1(7)$ і $A_2(-7)$.

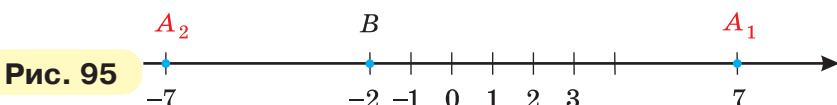


Рис. 95

Говорять, що точки $A_1(7)$ і $A_2(-7)$ віддалені від початку відліку на 7 одиничних відрізків, а числа 7 і -7 мають однакові модулі, що дорівнюють 7.

Модулем числа називають відстань від початку відліку до точки, яка зображує це число на координатній прямій.

Оскільки модуль числа — це відстань між двома точками координатної прямої, то можна зробити такий висновок: **модуль числа набуває тільки невід'ємних значень**.

Модуль числа a позначають так: $|a|$ (читають: «модуль a »).

Можна записати: $|7| = 7$, $|-7| = 7$.

З рисунка 95 видно, що, наприклад, $|-2| = 2$. Дійсно, точка B (-2) віддалена на два одиничних відрізки від початку відліку.

Якщо на координатній прямій позначено точки B (b) і C (c), то можна записати: $|b| = OB$, $|c| = OC$ (рис. 96).

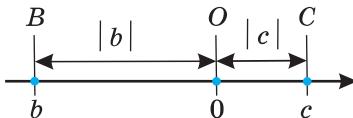


Рис. 96

Вважають, що $|0| = 0$, оскільки точка O (0) віддалена від точки O на 0 одиничних відрізків.

Наведемо ще кілька прикладів.

$$|3| = 3; \quad |4,5| = 4,5; \quad \left| \frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3}; \quad \left| 5\frac{3}{7} \right| = 5\frac{3}{7};$$

$$|-3| = 3; \quad |-4,5| = 4,5; \quad \left| -\frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3}; \quad \left| -5\frac{3}{7} \right| = 5\frac{3}{7}.$$

Розглянуті приклади ілюструють таку властивість: *модуль невід'ємного числа дорівнює цьому числу; модуль від'ємного числа дорівнює числу, яке протилежне даному*:

$|a| = a$, якщо a — невід'ємне число;
 $|a| = -a$, якщо a — від'ємне число

Оскільки точки, що зображують протилежні числа, рівновіддалені від початку відліку, то можна зробити такий висновок: *модулі протилежних чисел рівні*:

$$|a| = |-a|$$

Приклад. За допомогою рисунка 96 знайдіть модулі чисел c і b .

Розв'язання. Оскільки з рисунка видно, що число c — додатне, а число b — від'ємне, то $|c| = c$; $|b| = -b$. ◀



1. Що називають модулем числа?
2. Яких значень може набувати модуль числа?
3. Чому дорівнює модуль числа 0?
4. Чому дорівнює модуль невід'ємного числа?
5. Чому дорівнює модуль від'ємного числа?
6. Що можна сказати про модулі протилежних чисел?



Розв'язуємо усно

1. Назвіть число, яке дорівнює числу:
1) $-(-1)$; 2) $-(-(-2))$; 3) $-(-(-(-3)))$.
2. Скільки точок із цілими координатами розташовано на координатній прямій між точками $A (-5)$ і $B (3)$?
3. Маса двох однакових апельсинів і одного лимона дорівнює 400 г, а маса таких самих двох апельсинів і трьох лимонів — 600 г. Якою є маса одного апельсина та якою — одного лимона?

Вправи

860. Чи є правильною рівність:

- 1) $|19| = 19$;
- 2) $|-6,4| = -6,4$;
- 3) $|-7,28| = 7,28$?

861. Знайдіть модуль числа: 2 ; -3 ; $4,3$; $12,6$; $-17\frac{1}{7}$; -36 ; 0 ; $5\frac{11}{16}$; -129 . Запишіть відповідні рівності.

862. Знайдіть значення виразу:

- 1) $|5,1| + |-9,9|$;
- 2) $\left| -\frac{7}{9} \right| - \left| -\frac{4}{15} \right|$;
- 3) $|-9,6| : |32|$;
- 4) $\left| \frac{8}{9} \right| \cdot \left| -\frac{27}{32} \right|$.

863.° Знайдіть значення виразу:

1) $|-3,5| - |2,6|$; 3) $-2,1 \cdot |-3,7|$;
2) $\left| \frac{20}{21} \right| + \left| -\frac{5}{7} \right|$; 4) $\left| -\frac{1}{16} \right| : \left| -1\frac{1}{4} \right|$.

864.° Обчисліть значення виразу $|a| : |b|$, якщо:

1) $a = -5\frac{1}{3}$, $b = 1\frac{5}{9}$;
2) $a = 1,38$, $b = -0,4$.

865.° Знайдіть значення виразу $|a| - |b|$, якщо:

1) $a = -0,14$, $b = 0,1$;
2) $a = -2\frac{11}{12}$, $b = -1\frac{17}{18}$.

866.° Укажіть додатне число, модуль якого дорівнює: 1) 14; 2) 4,6.

867.° Укажіть від'ємне число, модуль якого дорівнює: 1) 16; 2) 0,8.

868.° Для кожного із чисел 12 ; $6,8$; $-\frac{1}{19}$; $-349,6$ запишіть інше число, яке має такий самий модуль, що й дане.

869.° Чи є правильним твердження:

- 1) протилежні числа — це числа, які мають різні знаки;
- 2) протилежні числа — це числа, які мають різні знаки та рівні модулі?

870.° Розв'яжіть рівняння:

1) $|x| = 12$; 3) $|x| = 0$;
2) $|x| = -8$; 4) $|-x| = 2,4$.

871.° Позначте на координатній прямій числа, модуль яких дорівнює: 1) 5; 2) 7; 3) 2,5; 4) 0; 5) 3,5; 6) 4.

872. Розв'яжіть рівняння:

1) $|x| = 3,7$; 2) $|x| = -7,4$; 3) $|x| = 0,1$.

873. Розташуйте числа $-2,2; 8,6; 0,9; -6,8; -17,6; 0$ у порядку спадання їхніх модулів.

874. Розташуйте числа $-9,4; 3; 4,7; -2,8; 0,4; -10,5$ у порядку зростання їхніх модулів.

875. Запишіть усі цілі числа, модулі яких менші від 3,6.

876. Запишіть три додатних і три від'ємних цілих числа, модулі яких більші за 9,2.

877. Позначте на координатній прямій цілі значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $|x| < 4$; 2) $1,2 < |x| < 5$.

878. Позначте на координатній прямій цілі значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $|x| < 6,1$; 2) $3,4 < |x| < 5,2$.

879. Для якого числа одночасно виконуються рівності $|a| = a$ і $|a| = -a$?

880. Чи існує таке число a , що:

1) $|a| = -|a|$; 2) $|-a| = -|a|$?

881. Знайдіть відстань від точки A (a) до точки B (4), якщо $|a| = 7$.

882. Знайдіть відстань від точки A (a) до точки B (-2), якщо $|a| = 4$.

883. Чи правильне твердження:

- 1) якщо $a = b$, то $|a| = |b|$;
- 2) якщо $|a| = |b|$, то $a = b$;
- 3) якщо $a = -b$, то $|a| = |b|$;
- 4) якщо $a = b$, то $|a| = b$;
- 5) якщо $|a| = |b|$, то $a = b$ або $a = -b$;
- 6) якщо a — ціле число, то $|a|$ — натуральне число?



Вправи для повторення

884. За 1 год надрукували $\frac{5}{8}$ рукопису. За скільки годин надрукають увесь рукопис?

885. Знайдіть відстань між двома містами, якщо $\frac{4}{9}$ цієї відстані на 20 км менші, ніж уся відстань.

886. Обчисліть значення виразу

$$0,9 \cdot \left(1\frac{5}{9} - \frac{4}{9} : \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8} : 3 \right) \right).$$



Готуємося до вивчення нової теми

887. Порівняйте числа:

1) $\frac{6}{7}$ і $\frac{17}{21}$; 3) $\frac{5}{9}$ і $\frac{4}{7}$; 5) 0,02 і 0,019;

2) $\frac{7}{12}$ і $\frac{11}{15}$; 4) 3,4 і 3,38; 6) 0,001 і 0.

888. Розташуйте в порядку зростання числа: $5\frac{5}{8}$; $5\frac{3}{5}$; 5,7; $4\frac{1}{2}$; 6,1; $4\frac{9}{16}$.



Задача від Мудрої Сови

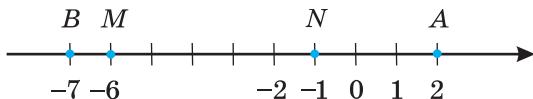
889. У деякому весняному місяці понеділків більше, ніж вівторків, а неділь більше, ніж субот. Який день тижня був 7-го числа цього місяця? Який це місяць?

31. Порівняння чисел

Ви знаєте, що коли на координатному промені точка A (a) розташована правіше від точки B (b), то $a > b$. Цю саму властивість має й координатна пряма.

Більшим із двох чисел є число, розташоване на координатній прямій правіше.

Рис. 97



Наприклад, на рисунку 97 точка A (2) розташована правіше, ніж точка B (-7). Тому $2 > -7$. Цю нерівність можна проілюструвати за допомогою такого прикладу: якщо вночі температура була -7 °C, а вдень стала 2 °C, то ми говоримо, що температура підвищилася, тобто збільшилася.

На координатній прямій будь-яке від'ємне число, розташоване лівіше від будь-якого додатного числа.

Тому будь-яке від'ємне число менше від будь-якого додатного числа.

На рисунку 97 точка M (-6) лежить лівіше від точки N (-1), тому $-6 < -1$. Зауважимо, що $|-6| > |-1|$. Цей приклад ілюструє таке.

Із двох від'ємних чисел меншим є те, модуль якого більший.

На координатній прямій число 0 розташоване лівіше від будь-якого додатного числа та правіше від будь-якого від'ємного числа.

Тому будь-яке від'ємне число менше від нуля, будь-яке додатне число більше за нуль.

Якщо a — додатне число, то це можна записати у вигляді нерівності: $a > 0$.

Якщо a — невід'ємне число, то пишуть: $a \geq 0$ (читають: « a більше або дорівнює нулю»).

Якщо a — недодатне число, то пишуть: $a \leq 0$ (читають: « a менше або дорівнює нулю»).

Ці позначення дозволяють властивість модуля числа a записати так:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0; \\ -a, & \text{якщо } a < 0. \end{cases}$$



1. Як, користуючись розташуванням чисел на координатній прямій, можна їх порівнювати? 2. Як можна порівняти два від'ємних числа, порівнюючи їхні модулі? 3. Яке з двох чисел більше: додатне чи від'ємне; від'ємне чи нуль; додатне чи нуль?



Розв'язуємо усно

1. Яке з двох чисел розташовано на координатній прямій лівіше:

- 1) -8 або -15 ; 3) $9,5$ або -7 ;
2) -10 або 6 ; 4) $-3,2$ або -2 ?

2. Обчисліть значення виразу:

- 1) $|1,9| + |-11|$; 3) $|0,7| \cdot |-0,8|$;
2) $|-20| - |-12,4|$; 4) $|-4,16| : |8|$.

3. Порівняйте модулі чисел:

- 1) -4 і 6 ; 3) $3,8$ і $4,6$;
2) -5 і -12 ; 4) $-2,4$ і $5,1$.

4. При яких цілих значеннях a є правильною нерівність $|a| < 5,3$?



Вправи

890.° Чи є правильною нерівність:

- 1) $5 > 0$; 3) $-7 < 0$; 5) $1 < -10$;
2) $-9 > 0$; 4) $-8 > 2$; 6) $4 > -100$?

891.° Порівняйте числа:

- 1) 135 і -136 ; 4) $-0,2$ і $-0,2001$;
2) -74 і 0 ; 5) $-\frac{7}{13}$ і $-\frac{7}{16}$.

- 3) $-3,4$ і $-3,8$;

892.° Порівняйте числа:

- 1) -58 і 43 ; 4) $-1,1$ і $-1,099$;
2) 0 і -35 ; 5) $-\frac{5}{7}$ і $-\frac{9}{14}$.
3) -92 і -89 ;

893. ° Чи існує:

- 1) найменше натуральне число;
- 2) найбільше натуральне число;
- 3) найбільше від'ємне ціле число;
- 4) найбільше від'ємне число;
- 5) найменше від'ємне ціле число;
- 6) найбільше ціле число;
- 7) найменше ціле число;
- 8) найбільше недодатне число?

У разі ствердної відповіді назвіть це число.

894. ° Розташуйте в порядку спадання числа: $-10,9$; 7 ; $-4,8$; 0 ; $-4,9$; $8,9$; $9,5$.

895. ° (*Домашня практична робота*) Розташуйте в порядку зростання числа: -6 Я; $5,3$ А; $0,5$ Ъ; $-5,9$ З; 0 С; $-4,1$ О; -11 В; $4,5$ К; $-4,01$ В. Букви, які відповідають даним числам, утворять прізвище української математикини. У літку 2022 року вона стала другою у світі жінкою, яка здобула Філдсівську премію — так звану «Нобелівську премію для математиків». Знайдіть в інтернеті відомості про цю науковицю та здобуту нею премію.



896. ° Розташуйте в таблиці вказані речовини в порядку зростання їхніх температур кипіння.

Речовина	Темпера- тура, °C	Речовина	Темпера- тура, °C
Азотна кислота	83,3	Залізо	2750
Алюміній	2464	Йод	183
Аргон	$-185,7$	Мідь	2567
Гелій-4	$-268,9$	Повітря	-192

897. Чи існує таке значення x , при якому є правильною нерівність:

1) $|x| < 0$; 2) $|x| > 1\ 000\ 000$?

898. Запишіть у вигляді нерівності твердження:

- 1) 9 — додатне число;
- 2) -20 — від'ємне число;
- 3) -6 — недодатне число;
- 4) m — від'ємне число;
- 5) n — невід'ємне число;
- 6) c — додатне число.

899. Знайдіть усі цілі значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $-5,3 \leq x \leq 2,5$; 3) $-43 < x \leq -38$;
2) $-3,6 < x < 4,9$; 4) $-274,6 < x < -270,8$.

900. Знайдіть усі цілі значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $-5,6 \leq x \leq 2$; 2) $-0,61 \leq x < 4$; 3) $|x| \leq 0$.

901. Знайдіть найменше ціле число, при якому є правильною нерівність:

1) $-9 < x < 3$; 2) $x \geq -10$; 3) $x \geq -2,6$.

902. Знайдіть найбільше ціле число, при якому є правильною нерівність:

1) $-5 < x \leq 5,6$; 2) $x < -13$; 3) $x \leq -64,3$.

903. Між якими сусідніми цілими числами розташоване на координатній прямій число: 1) $5\frac{9}{17}$;

2) -8,4; 3) 0,45; 4) -0,17? Відповідь запишіть у вигляді подвійної нерівності.

904. Запишіть три послідовних цілих числа, менше з яких дорівнює: 1) 3; 2) -4; 3) -2.

905. Запишіть чотири послідовних цілих числа, більше з яких дорівнює: 1) -8; 2) 0; 3) 3.

906. Чи може число бути меншим від 5, а його модуль — більшим за 5?

907. Яку цифру можна поставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність (розгляньте всі можливі випадки):

- 1) $-5,03 < -5, *1$; 3) $-9,3 * 6 > -9,332$;
 2) $-0,9 * 72 < -0,9872$; 4) $-2 *, 09 < -27,1?$

908. Яку цифру можна поставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність (розгляньте всі можливі випадки):

- 1) $-6,4 * 6 > -6,415$; 2) $-32,1 * < -32,17?$

909. При яких значеннях x є правильною нерівність $|x| > x$?

910. Чи існує таке значення x , при якому є правильною нерівність:

- 1) $|x| < x$; 2) $|x| \leq x$; 3) $|x| \leq 0$?

911. На координатній прямій позначили числа a , b , m і n (рис. 98). Порівняйте:

- | | |
|----------------|------------------|
| 1) b і n ; | 6) b і a ; |
| 2) m і a ; | 7) $-b$ і 0 ; |
| 3) 0 і n ; | 8) 0 і $-a$; |
| 4) a і 0 ; | 9) $-a$ і m ; |
| 5) m і n ; | 10) $-b$ і n . |

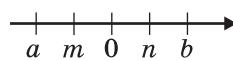
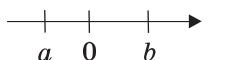


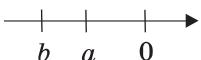
Рис. 98

912. На якому з рисунків 99 ($a - r'$) зображені числа a і b такі, що:

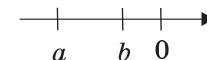
- число a — від'ємне, число b — додатне;
- числа a і b — додатні, $|a| > |b|$;
- числа a і b — від'ємні, $|a| < |b|$?



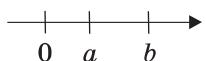
a



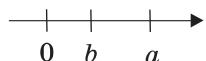
б



г'



б



г

Рис. 99

913. Чи правильне твердження:

- 1) якщо $a > 3$, то a — додатне число;
- 2) якщо $b < 1$, то b — від'ємне число;
- 3) якщо $c > -1$, то c — додатне число;
- 4) якщо $d < -2$, то d — від'ємне число?

914. На координатній прямій (рис. 100) точками A, B, C і D позначили числа $-0,305; 0,03; 0,009$ і $-0,053$. Яка точка зображує число: 1) $0,03$; 2) $-0,305$; 3) $-0,053$?



Рис. 100

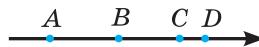


Рис. 101

915. На координатній прямій (рис. 101) точками A, B, C і D позначили числа $-1,3; -0,908; -1,08$ і $-0,76$. Яка точка зображує число: 1) $-0,908$; 2) $-1,08$; 3) $-0,76$?

916. Знайдіть усі цілі значення x , при яких є правильними одночасно обидві подвійні нерівності:

- 1) $-7 < x < 3$ і $-5 \leq x \leq 9$;
- 2) $-3,8 \leq x \leq 4$ і $-2,6 < x < 6,3$.

917. Порівняйте числа $-a$ і b , якщо:

- 1) числа a і b — додатні;
- 2) числа a і b — від'ємні.

918. У записах чисел стерли кілька цифр і замість них поставили зірочки. Порівняйте ці числа:

- 1) $-4,2^{**}$ і $-4,6^{**}$;
- 2) $-0,628$ і $-0,627^{**}$;
- 3) 0 і $-*,^{**}$.

919. У записах чисел стерли кілька цифр і замість них поставили зірочки. Порівняйте ці числа:

- 1) $-98*$ і -1^{***} ;
- 2) $-*,^{***}$ і $-^{**},^{**}$;
- 3) $-98,^{**}$ і $-*4,^{**}$.

920. Знайдіть два числа, кожне з яких більше за $-\frac{5}{11}$, але менше від $-\frac{4}{11}$.

921. Знайдіть два числа, кожне з яких більше за $-\frac{7}{17}$, але менше від $-\frac{6}{17}$.

922. Чи правильне твердження:

- 1) якщо $|a| > |b|$, то $a > b$;
- 2) якщо $|a| > b$, то $a > b$;
- 3) якщо $|a| < |b|$, то $a < b$;
- 4) якщо $a < b$, то $|a| < b$?

923. Порівняйте: 1) a і $-a$; 2) $|a|$ і a ; 3) $|a|$ і $-a$.

924.* За допомогою запису $[a]$ позначають найбільше ціле число, яке не більше за a . Наприклад, $[3,2] = 3$. Знайдіть:

- 1) $[0,3]$;
- 2) $[4]$;
- 3) $[-3,2]$;
- 4) $[-0,2]$.



Вправи для повторення

925. Використовуючи сторону рівностороннього трикутника як діаметр, побудували півколо (рис. 102). Чому дорівнює довжина пурпурової лінії, якщо сторона трикутника дорівнює 6 см?

926. Середній зріст десяти баскетболістів дорівнює 200 см, а середній зріст шести з них становить 190 см. Чому дорівнює середній зріст решти чотирьох баскетболістів?

927. Знайдіть значення виразу

$$\left(2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{7} + 3\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3}\right)\right) : 0,7.$$

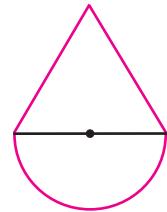


Рис. 102



Готуємося до вивчення нової теми

928. Яке число має бути записане на координатній прямій у тому місці, куди вказує стрілка (рис. 103)?

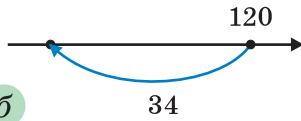
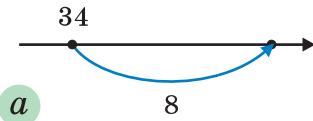


Рис. 103

929. Яке число має бути записане на координатній прямій у тому місці, де бере початок стрілка (рис. 104)?

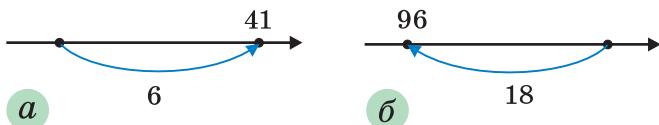


Рис. 104



Задача від Мудрої Сови

930. Є кілька колод завдовжки 4 м і 5 м, загальна довжина яких дорівнює 45 м. Яку найбільшу кількість розпилів потрібно зробити, щоб розпиляти всі колоди на чурбаки завдовжки 1 м? (Кожним розпилом розрізається тільки одна колода.)

32. Додавання раціональних чисел

Де опиниться мандрівник, який перебуває в точці з координатою 2, якщо він переміститься на 5 одиничних відрізків праворуч? Звісно, у точці з координатою 7 (рис. 105). Адже $2 + 5 = 7$.

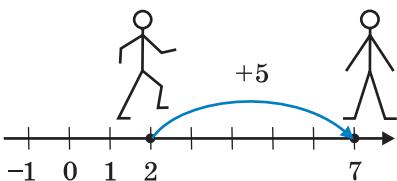


Рис. 105

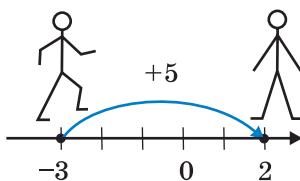


Рис. 106

Так само зрозуміло, що, перемістившись від точки з координатою -3 в тому самому напрямку на 5 одиничних відрізків, він потрапить у точку з координатою 2 (рис. 106). Тут ми за допомогою координатної прямої знайшли суму чисел -3 і 5 , тобто $-3 + 5 = 2$.

Правильність записаної рівності підтверджують і такі спостереження.

Якщо температура повітря дорівнювала -3°C і підвищилася на 5°C , то термометр покаже $+2^{\circ}\text{C}$ (рис. 107).

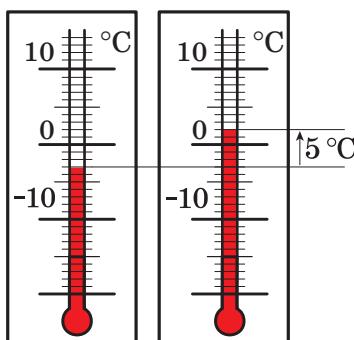
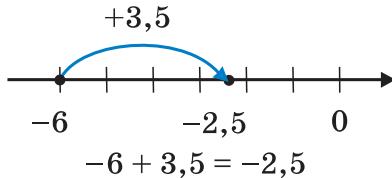
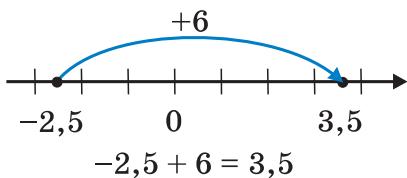
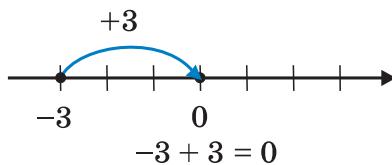
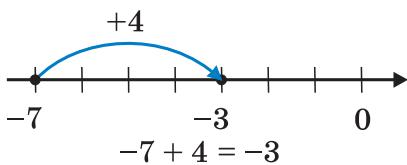


Рис. 107

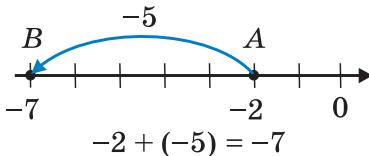
За допомогою координатної прямої знайдемо кілька сум раціональних чисел:



Можна помітити таку закономірність: якщо до числа a додати додатне число b , то точка з координатою a переміститься по координатній прямій на b одиничних відрізків праворуч.

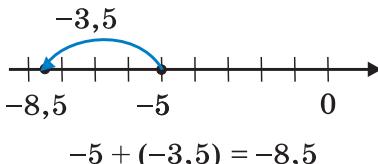
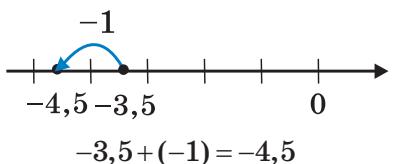
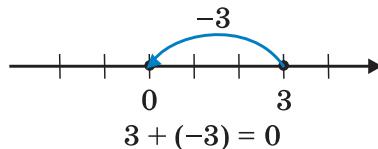
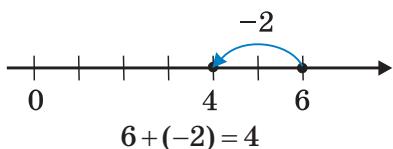
Цей висновок, у свою чергу, підказує таку властивість: якщо до числа a додати від'ємне число b , то точка з координатою a переміститься по координатній прямій на $-b$ одиничних відрізків ліворуч.

Наприклад, якщо до числа -2 додати число -5 , то точка A (-2) переміститься в точку B (-7):



Правильність записаної рівності $-2 + (-5) = -7$ підтверджує і такий приклад. Якщо борг бізнесмена банку становив 20 тис. грн, а він узяв у кредит ще 50 тис. грн, то залишок на його рахунку становитиме -70 тис. грн.

Розглянемо ще кілька прикладів:



Отже, ми навчилися додавати раціональні числа за допомогою координатної прямої.

Випишемо приклади, у яких ми додавали числа з різними знаками та різними модулями:

$$-3 + 5 = 2; \quad -2,5 + 6 = 3,5; \quad 6 + (-2) = 4.$$

$$-7 + 4 = -3; \quad -6 + 3,5 = -2,5;$$

Ці приклади ілюструють таке правило.

Щоб додати два числа з різними знаками, треба:

- 1) знайти модулі доданків;
- 2) від більшого модуля відняти менший модуль;
- 3) перед отриманим числом поставити знак доданка з більшим модулем.

Тепер випишемо приклади, у яких додавали два від'ємних числа:

$$\begin{aligned}-2 + (-5) &= -7; \\ -3,5 + (-1) &= -4,5; \\ -5 + (-3,5) &= -8,5.\end{aligned}$$

Ці приклади ілюструють таке правило.

Щоб додати два від'ємних числа, треба:

- 1) *знайти модули доданків;*
- 2) *додати модули доданків;*
- 3) *перед отриманим числом поставити знак «−».*

У нас залишилося ще два приклади:

$$-3 + 3 = 0;$$

$$3 + (-3) = 0.$$

Ці приклади підказують, що справедливе таке твердження.

Сума двох протилежних чисел дорівнює нулю.

Зауважимо, що для будь-якого раціонального числа a

$$a + 0 = 0 + a = a$$



1. Сформулюйте правило додавання чисел з різними знаками.
2. Як додати два від'ємних числа?
3. Чому дорівнює сума протилежних чисел?
4. Чому дорівнює сума двох чисел, якщо один з доданків дорівнює 0?



Розв'язуємо усно

1. Яке з чисел менше:

- | | |
|--|------------------------|
| 1) $-4\frac{7}{9}$ або $-4\frac{5}{9}$; | 4) -15 або -14 ; |
| 2) $3\frac{2}{3}$ або $-9,6$; | 5) $-8,7$ або $-7,8$; |
| 3) $-1,6$ або $-0,6$; | 6) 0 або -40 ? |

2. Координата точки A дорівнює 3. Яка координата точки, розташованої на координатній прямій:

- 1) на 4 одиниці правіше від точки A ;

- 2) на 7 одиниць лівіше від точки A ;
 3) на 2 одиниці лівіше від точки A ;
 4) на 12 одиниць правіше від точки A ?

3. Назвіть модуль числа:

- 1) -1 ; 2) $8,7$; 3) $-2,5$; 4) $6\frac{1}{4}$; 5) $-7\frac{3}{7}$.

4. В акваріум налили 6 л води, у результаті чого заповнили 30 % його об'єму. Скільки ще треба налити води, щоб наповнити акваріум?

Вправи

931. Уранці температура повітря становила -4°C . Увечері:

- 1) потеплішало на 3°C ;
 2) похолоднішало на 3°C ;
 3) потеплішало на 4°C ;
 4) потеплішало на 6°C .

Запишіть у кожному випадку вечірню температуру повітря у вигляді суми й обчисліть її.

932. Виконайте додавання:

- 1) $-9 + 6$; 4) $20 + (-40)$; 7) $-0,8 + 1$;
 2) $4 + (-1)$; 5) $-2,3 + 1,4$; 8) $-1,8 + 1,8$.
 3) $-6 + 20$; 6) $1,6 + (-4,1)$;

933. Виконайте додавання:

- 1) $-7 + 12$; 4) $40 + (-20)$; 7) $5 + (-6,9)$;
 2) $13 + (-18)$; 5) $-1,7 + 3$; 8) $2,7 + (-2,7)$.
 3) $-19 + 15$; 6) $2,8 + (-5,5)$;

934. Знайдіть суму:

- 1) $-6 + (-5)$; 4) $-\frac{5}{7} + \left(-\frac{9}{14}\right)$;
 2) $-0,7 + (-2,8)$; 5) $-\frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{6}\right)$;
 3) $-0,82 + (-0,18)$; 6) $-\frac{3}{8} + 0$.

 **935.**° Заповніть таблицю:

a	-5	-8	-0,5	12	-12	5	-8	-0,5	-12	0
b	-3	-9	-0,7	-8	8	-3	9	0,3	12	-5
$a + b$										

936.° Обчисліть значення виразу:

1) $\frac{2}{15} + \left(-\frac{3}{10} \right);$

6) $-2\frac{3}{8} + \left(-1\frac{5}{9} \right);$

2) $-\frac{2}{3} + \frac{13}{15};$

7) $-2\frac{9}{20} + 5\frac{7}{30};$

3) $-4\frac{5}{9} + \left(-7\frac{1}{6} \right);$

8) $-5\frac{1}{4} + 1\frac{3}{8};$

4) $-5\frac{7}{8} + \left(-6\frac{3}{10} \right);$

9) $4\frac{3}{7} + \left(-8\frac{9}{14} \right).$

5) $-13 + 7\frac{3}{16};$

937.° Обчисліть значення виразу:

1) $-\frac{1}{4} + \frac{3}{5};$

6) $-5\frac{12}{35} + 10;$

2) $\frac{9}{11} + \left(-\frac{2}{5} \right);$

7) $-3\frac{1}{12} + \frac{1}{6};$

3) $-\frac{20}{21} + \frac{3}{7};$

8) $3\frac{6}{7} + \left(-6\frac{4}{9} \right);$

4) $7\frac{5}{12} + \left(-3\frac{7}{24} \right);$

9) $9\frac{1}{6} + \left(-5\frac{3}{4} \right).$

5) $-6\frac{11}{12} + \left(-8\frac{13}{18} \right);$

938.° Найнижча температура, отримана в лабораторних умовах, дорівнює $-273,14^{\circ}\text{C}$, що на $4,21^{\circ}\text{C}$ нижче від температури кипіння гелію. Чому дорівнює температура кипіння гелію?

939.° Подайте у вигляді суми двох рівних доданків число: 1) -12 ; 2) 7 ; 3) -9 .

940.° Складіть числовий вираз і обчисліть його значення:

1) до суми чисел 7 і -20 додати число 18 ;

2) до числа $7,9$ додати суму чисел $2,1$ і -10 ;

3) до суми чисел $3\frac{11}{16}$ і $-2\frac{5}{16}$ додати суму чисел

$$4\frac{17}{36} \text{ і } -1\frac{11}{36}.$$

941.° Складіть числовий вираз і обчисліть його значення:

1) до суми чисел -6 і -19 додати число 15 ;

2) до числа $-3,6$ додати суму чисел $-7,2$ і $4,5$;

3) до суми чисел $-1,4$ і $-1,8$ додати суму чисел $-5,2$ і $8,1$.

942.° При $a = -6,3$, $b = 2,7$ знайдіть значення виразу:

1) $a + b$; 3) $a + |b|$; 5) $|a| + |b|$.

2) $|a| + b$; 4) $|a + b|$;

943.° Знайдіть значення виразу $|x + y| + x$, якщо:

1) $x = 2,8$, $y = -3,9$; 2) $x = -2,3$, $y = -6,2$.

944.° Знайдіть значення виразів $|a| + |b|$ і $|a + b|$, якщо:

1) $a = -3$, $b = -7$; 3) $a = 7,2$, $b = 2,8$.

2) $a = -4$, $b = 10$;

Якими мають бути числа a і b , щоб виконувалася рівність $|a + b| = |a| + |b|$?

945.° Чи може сума двох чисел бути меншою від кожного з доданків? У разі ствердної відповіді наведіть приклад. Якими числами мають бути в цьому випадку доданки? Якими числами мають бути доданки, щоб їхня сума була більшою за кожен з них?



Вправи для повторення

946. Дмитрик з'їв третину цукерок, що були в коробці, і ще 4 цукерки. Після цього в коробці залишилося 12 цукерок. Скільки цукерок було в коробці спочатку?

947. У записі числа 3 728 954 106 закресліть такі три цифри, щоб цифри, які залишилися, у тому самому порядку утворили найменше з можливих чисел.



Учимося застосовувати математику

948. У магазині канцтоварів продавець сказав Павлині, що за 9 однакових наборів фломастерів треба заплатити 245 грн. Павлина одразу ж відповіла, що продавець помилився. Як вона це визначила?

949. Оля мешкає у квартирі № 189 дванадцятиповерхового будинку. У якому під'їзді та на якому поверсі мешкає Оля, якщо в її будинку на кожному поверсі розміщено по 4 квартири?

950. У магазині проводять акцію: купуючи дві однакові коробки цукерок, третю таку само коробку покупець отримує безкоштовно. Яку найбільшу кількість коробок цукерок можна придбати, маючи 1500 грн, якщо одна коробка коштує 65 грн?



Готуємося до вивчення нової теми

951. Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислень:

- 1) $(1,65 + 0,158) + 2,35;$
- 2) $4,12 + 6,24 + 3,76 + 5,88.$



Задача від Мудрої Сови

952. Кожна учасниця шахового турніру, граючи білими фігурами, виграла стільки партій, скільки всі інші разом, граючи чорними. Доведіть, що всі учасниці здобули однакову кількість перемог.

33. Властивості додавання раціональних чисел

Переставна та сполучна властивості додавання добре відомі, і ви не раз ними користувалися для додатних чисел. Ці властивості справедливі для будь-яких раціональних чисел.

Для будь-яких раціональних чисел a , b і c справедливими рівності:

$$a + b = b + a —$$

переставна властивість додавання,

$$(a + b) + c = a + (b + c) —$$

сполучна властивість додавання

Наприклад:

$$-7 + 2 = -5 \quad i \quad 2 + (-7) = -5;$$

$$-2,5 + (-3) = -5,5 \quad i \quad -3 + (-2,5) = -5,5;$$

$$(-2 + 1,7) + 1,3 = -0,3 + 1,3 = 1 \quad i$$

$$-2 + (1,7 + 1,3) = -2 + 3 = 1.$$

Із наведених властивостей додавання випливає, що в сумі кількох раціональних чисел можна міняти місцями доданки та розставляти дужки, тим самим визначаючи найзручніший порядок виконання дій.

Наприклад, обчислимо суму:

$$-1,71 + (-2) + 6 + (-7) + 3 + (-4) + 1,71.$$

За допомогою дужок об'єднаємо доданки в три групи: до першої групи включимо два протилежні числа, до другої — усі від'ємні доданки, що залишилися, до третьої — решту додатних доданків. Маємо:

$$\begin{aligned} & (-1,71 + 1,71) + (-2 + (-7) + (-4)) + (6 + 3) = \\ & = 0 + (-13) + 9 = -4. \end{aligned}$$



Розв'язуємо усно

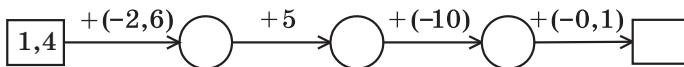
- Назвіть 5 найменших послідовних цілих чисел, які більші за $-2,3$.
- Наведіть приклад двох чисел з різними знаками, сума яких дорівнює:

 - 10;
 - -6 ;
 - $-2,7$;
 - $0,5$.

- Наведіть приклад двох чисел з однаковими знаками, сума яких дорівнює:

 - 3;
 - -20 ;
 - $0,1$;
 - -1 .

- Яке число має стояти в кінці ланцюжка обчислень?



Вправи

953.° Обчисліть, використовуючи властивості додавання:

- $(-5 + 19) + (-19)$;
- $(-16 + (-17)) + 17$;
- $-0,4 + 0,8 + 0,4$;
- $\left(-\frac{2}{7} + 1\right) + \left(-\frac{5}{7}\right)$;
- $\frac{4}{15} + \left(-\frac{8}{25}\right) + \left(-\frac{4}{15}\right)$;
- $9 + (-12) + (-9) + 20$.

954.° Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислень:

- $7,29 + (-5,126) + (-6,29) + 5,126$;
- $24,35 + (-72,61) + 42,61 + (-13,35)$.

955.° Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислень:

- $-6,38 + (-1,73) + 5,38 + 1,73$;
- $-3,72 + 9,84 + 1,72 + (-20,84)$.

956.° Знайдіть значення виразу:

- $-78 + 36 + 19 + (-22) + (-25)$;
- $0,74 + (-9,39) + 3,26 + (-10,61) + 5,25$;
- $\frac{7}{16} + \left(-\frac{11}{42}\right) + \left(-\frac{9}{16}\right) + \frac{17}{42}$;

$$4) -\frac{9}{40} + \frac{13}{50} + \left(-\frac{23}{50}\right) + \frac{19}{40};$$

$$5) -3\frac{31}{36} + \left(-1\frac{17}{24}\right) + 5\frac{4}{36} + \left(-2\frac{4}{24}\right).$$

957. Знайдіть значення виразу:

$$1) 43 + (-60) + 12 + 39 + (-21);$$

$$2) -1,23 + 2,14 + 7,38 + (-5,77) + 1,62;$$

$$3) -\frac{3}{7} + \frac{14}{19} + \left(-\frac{4}{7}\right) + 3\frac{5}{19};$$

$$4) -\frac{5}{18} + \left(-\frac{4}{81}\right) + \frac{7}{18} + \frac{13}{81};$$

$$5) -3\frac{5}{11} + 1\frac{3}{8} + 2\frac{5}{16} + \left(-4\frac{6}{11}\right).$$

958. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

$$1) 7,44 + a + (-3,5) + (-5,44) + (-12,5) + b,$$

якщо $a = 9,6$, $b = -5,7$;

$$2) -5\frac{9}{35} + p + 4\frac{11}{28} + 6\frac{2}{35} + \left(-5\frac{18}{28}\right) + k,$$

якщо $p = -2\frac{19}{30}$, $k = 9$.

959. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

$$1) -2,8 + x + 5,36 + (-7,2) + y + (-7,36),$$

якщо $x = -13$, $y = 54$;

$$2) m + \left(-2\frac{4}{9}\right) + 8\frac{13}{24} + n + \left(-3\frac{2}{9}\right) + \left(-4\frac{5}{24}\right),$$

якщо $m = -3\frac{5}{6}$, $n = -2\frac{11}{12}$.

960. Упродовж шести днів рівень води у водосховищі змінювався відповідно на: $-3,2$ дм; $1,6$ дм; $4,3$ дм; $-2,2$ дм; $-1,9$ дм; $-0,8$ дм. На скільки дециметрів змінився рівень води за шість днів?

961. У касі було 5000 грн. Упродовж дня касир кілька разів видавав і приймав гроші, роблячи записи: -120 грн, -300 грн, 460 грн, 530 грн, -1270 грн, -650 грн. Скільки грошей залишилося в касі наприкінці дня?

962. Перед початком роботи водолаз опустився до позначки -34 м. Виконуючи роботу, він змінював глибину занурення на 6 м, 12 м, -17 м, -3 м, 20 м, -5 м. На якій глибині опинився водолаз після закінчення роботи?

963. Знайдіть суму всіх цілих чисел:

1) які розташовані на координатній прямій між числами -8 і 11 ;

2) при яких є правильною нерівність $-9,8 < x < 6$.

964. Знайдіть суму всіх цілих чисел, які більші за $-112,8$, але менші від $110,94$.



Вправи для повторення

965. Знайдіть найбільше та найменше від'ємні цілі числа, у записі яких використано дві цифри.

966. Знайдіть суму двох чисел, одне з яких обернене до числа 3, а друге — протилежне числу 3.

967. Додатним чи від'ємним є число a , якщо:

1) $-2 + a > -2$; 2) $-2 + a < -2$; 3) $-2 + (-a) > -2$?

968. Знайдіть периметр чотирикутника, якщо його сторони пропорційні числам 3, 4, 5 і 8, а найбільша сторона на $10,5$ см більша за найменшу.

969. Олена Іванівна поклала в банк 4000 грн під 5% річних. Яка сума буде в неї на рахунку: 1) через 1 рік; 2) через 2 роки?

970. Прапори деяких країн складаються з трьох горизонтальних смуг різного кольору. Скільки різних прапорів із жовтою, блакитною та червоною смугами можна утворити?



Задача від Мудрої Сови

971. Електромонтер має два куски дроту, загальна довжина яких дорівнює 25 м. Йому треба відрізати куски завдовжки 1 м, 2 м, 3 м, 6 м, 12 м. Чи зможе він це зробити?

34. Віднімання раціональних чисел

Як і у випадку з натуральними числами, різницю натуральних чисел означають за допомогою додавання.

Різницю раціональних чисел a і b називають таке раціональне число x , яке в сумі із числом b дає число a .

Інакше кажучи, рівність $a - b = x$ справедлива, якщо справедлива рівність $x + b = a$. Наприклад:

$$7 - (-2) = 9, \text{ оскільки } 9 + (-2) = 7;$$

$$5 - 8 = -3, \text{ оскільки } -3 + 8 = 5;$$

$$-9 - 11 = -20, \text{ оскільки } -20 + 11 = -9;$$

$$-3,7 - (-2,2) = -1,5, \text{ оскільки } -1,5 + (-2,2) = -3,7.$$

Аналізуючи записані різниці, можна помітити певну закономірність:

$$7 - (-2) = 9 \text{ і } 7 + 2 = 9;$$

$$5 - 8 = -3 \text{ і } 5 + (-8) = -3;$$

$$-9 - 11 = -20 \text{ і } -9 + (-11) = -20;$$

$$-3,7 - (-2,2) = -1,5 \text{ і } -3,7 + 2,2 = -1,5.$$

Як бачимо, віднімання раціональних чисел можна замінити додаванням, тобто для будь-яких раціональних чисел a і b справедливою є рівність

$$a - b = a + (-b)$$

Щоб знайти різницю двох чисел, можна до зменшуваного додати число, протилежне від'ємнику.

За допомогою цього правила будь-який вираз, що містить дії додавання і віднімання, можна замінити на вираз, який містить тільки дію додавання. Наприклад,

$$2,3 - 5 - 1,9 + 17 = 2,3 + (-5) + (-1,9) + 17.$$

Зауважимо, що раніше ми не могли від меншого числа відняти більше. Виконання цієї дії стало можливим завдяки введенню в розгляд від'ємних чисел. Наприклад,

$$\begin{aligned}1 - 2 &= -1; \\2 - 100 &= -98; \\-7 - (-2) &= -5.\end{aligned}$$



1. Яке число називають різницею двох раціональних чисел a і b ? 2. Як знайти різницю двох чисел?



Розв'язуємо усно

1. Яке число є протилежним числу:

1) 1,6; 2) -4,3; 3) $-\frac{1}{7}$; 4) 3,5; 5) $2\frac{4}{15}$?

2. Сума двох чисел дорівнює 30, а один з доданків дорівнює 16. Чому дорівнює другий доданок?

3. Від'ємник дорівнює 7, а різниця дорівнює 0,7. Чому дорівнює зменшуване?

4. Зменшуване дорівнює 5, а різниця дорівнює $2\frac{5}{13}$. Чому дорівнює від'ємник?

5. Виконайте додавання:

1) $-8 + 4,2 + (-9) + 5,8$; 3) $-19 + 18,74 + (-18,74)$;

2) $-1,7 + (-3,3) + 5$; 4) $-4\frac{9}{16} + 5\frac{7}{18} + 4\frac{9}{16} + \left(-5\frac{7}{18}\right)$.



Вправи

972. ° Замініть віднімання додаванням:

1) $-9,6 - 5,8$; 3) $40 - 65$;

2) $-20 - (-16,4)$; 4) $24 - (-34)$.

973.° Виконайте віднімання:

- 1) $10 - 16;$
- 2) $5 - 12;$
- 3) $-5 - 3;$
- 4) $-6 - 18;$
- 5) $9 - (-2);$
- 6) $4 - (-10);$
- 7) $-3 - (-8);$
- 8) $-11 - (-6);$

- 9) $12,3 - (-6,8);$
- 10) $2,4 - 5,6;$
- 11) $0 - 13,4;$
- 12) $-1,4 - 1,2;$
- 13) $-10,2 - (-4,9);$
- 14) $0 - (-99,4);$
- 15) $-8 - (-8).$

974.° (*Домашня практична робота*) Розшифруйте прізвище видатного українського актора, Героя України. Результатам обчислень прикладів відповідають букви в таблиці. Номер прикладу — це місце букви у слові.



- | | | | | | |
|----|----|-----|---|----|-----|
| 20 | 12 | -12 | 4 | -4 | -20 |
| К | П | У | А | С | Т |
- 1) $-12 - (-8);$
 - 2) $-12 - 8;$
 - 3) $0 - 12;$
 - 4) $0 - (-12);$
 - 5) $8 - (-12);$
 - 6) $-8 - (-12).$

Знайдіть в інтернеті інформацію про життя і творчість цього актора.

975.° Виконайте віднімання:

- 1) $\frac{5}{9} - \left(-\frac{1}{6} \right);$
- 2) $\frac{3}{16} - \frac{11}{24};$
- 3) $-\frac{7}{9} - \frac{2}{15};$
- 4) $-\frac{14}{25} - \left(-\frac{7}{10} \right);$
- 5) $2\frac{3}{7} - \left(-1\frac{2}{5} \right);$
- 6) $5\frac{12}{35} - 10;$
- 7) $2\frac{9}{20} - 4\frac{17}{30};$
- 8) $-3\frac{8}{9} - 4\frac{1}{12};$
- 9) $-4\frac{3}{16} - \left(-5\frac{5}{8} \right).$

976.° Виконайте віднімання:

$$1) \frac{7}{8} - \left(-\frac{3}{10} \right);$$

$$4) -\frac{5}{9} - \left(-\frac{3}{4} \right);$$

$$2) \frac{11}{12} - \frac{17}{18};$$

$$5) 4\frac{5}{17} - 6;$$

$$3) -\frac{3}{7} - \frac{9}{14};$$

$$6) 1\frac{3}{8} - 3\frac{1}{4}.$$

977.° Розв'яжіть рівняння:

$$1) x + 7 = 4;$$

$$5) x - 0,9 = -1,4;$$

$$2) 20 - x = 35;$$

$$6) 7 - x = -5;$$

$$3) x + 2,6 = -1,7;$$

$$7) -20 - x = -13;$$

$$4) -4,5 - x = 9;$$

$$8) -0,76 - x = -0,83.$$

978.° Розв'яжіть рівняння:

$$1) x + 19 = 10;$$

$$4) -1,2 - x = 0,6;$$

$$2) 12,4 - x = 16;$$

$$5) x - 3,8 = -1,9;$$

$$3) x + 3,4 = -5,8;$$

$$6) 11 - x = -14.$$

979.° Мертвє море знаходиться на висоті -430 м відносно рівня Світового океану. Каспійське море, що є найбільшим у світі озером, знаходиться на висоті -28 м відносно рівня Світового океану. На скільки метрів рівень Каспійського моря вищий за рівень Мертвого моря?

980.° Абсолютний максимум температури повітря 42 °С в Україні був зафікований у серпні 2010 р. у Луганській області. Абсолютний мінімум температури -43 °С був зафікований у січні 1923 р. в Українських Карпатах. Знайдіть різницю абсолютних максимуму і мінімуму температур повітря.

981.° Найнижча температура повітря, яку було зафіковано в пустелі Сахара, дорівнює -6 °С, а найвища — $57,8$ °С. Визначте різницю між найвищою і найнижчою температурами повітря, зафікованими в Сахарі.

 **982.**° Ртуть плавиться при температурі $-38,9^{\circ}\text{C}$, а мідь — при температурі $1084,6^{\circ}\text{C}$. На скільки градусів температура плавлення міді вища за температуру плавлення ртути?

983.° Найнижча зафіксована на поверхні Землі температура дорівнювала $-89,2^{\circ}\text{C}$, що на $100,8^{\circ}\text{C}$ вище за найнижчу температуру, виміряну на поверхні Місяця. Чому дорівнює найнижча температура, зафіксована на Місяці?

984.° Знайдіть значення виразу:

- 1) $-27 + 13 - 34 + 21$;
- 2) $1,7 - 3,4 - 2,5 + 4,1$;
- 3) $-0,65 - (-0,44) + (-1,23) + 8,1$;
- 4) $3\frac{1}{6} + \left(-2\frac{4}{9}\right) - \left(-1\frac{2}{3}\right)$.

985.° Знайдіть значення виразу:

- 1) $16 - 29 + 14 - 48$;
- 2) $-3,2 - 7,8 - 5,4 + 4,6$;
- 3) $-4,28 - 1,53 - (-7,85) + (-9,06)$;
- 4) $-5\frac{3}{8} + 4\frac{5}{6} - \left(-2\frac{1}{4}\right)$.

986.° Складіть числовий вираз і обчисліть його значення:

- 1) від числа $3,6$ відняти суму чисел $-12,6$ і $5,3$;
- 2) до різниці чисел $-2,4$ і $-3,8$ додати суму чисел $5,6$ і -10 .

987.° Складіть числовий вираз і обчисліть його значення:

- 1) до числа $-1,4$ додати різницю чисел $2,5$ і $4,1$;
- 2) від суми чисел $-8,2$ і 14 відняти різницю чисел $0,7$ і $-5,4$.

988. Знайдіть координату точки на координатній прямій, яка віддалена:

- 1) від точки $A(4,6)$ на 10 одиниць;
- 2) від точки $B\left(-1\frac{1}{3}\right)$ на $2\frac{1}{6}$ одиниці;
- 3) від точки $C\left(-3\frac{2}{7}\right)$ на $3\frac{2}{7}$ одиниці.

Скільки розв'язків має задача?

989. Спростіть вираз:

$$1) -16 + a + 33 + b - a; \quad 2) -x + y - \frac{3}{14} + \frac{2}{7} - \frac{5}{6} + x.$$

990. Спростіть вираз:

$$1) 7,2 - m - n - 8,9 - 1,1 + m; \\ 2) p - k + \frac{3}{8} - \frac{9}{16} + \frac{7}{32} - p + k.$$

991. Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) |x| + 2,8 = 5; & 4) |x| - 6 = -9; \\ 2) |x| - 3,1 = 4,4; & 5) 15 - |x| = -2; \\ 3) |x| - 0,4 = -0,29; & 6) |x + 2,5| = 1. \end{array}$$

992. Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) |x| + 3 = 8; & 4) |x| + 2,1 = 1; \\ 2) |x| - 1,3 = 1,2; & 5) 13 - |x| = 6; \\ 3) |x| - 0,8 = -0,1; & 6) |x + 2,1| = 3. \end{array}$$

993. Не виконуючи обчислень, порівняйте:

- 1) суму чисел $-9,34$ і $-12,78$ та їхню різницю;
- 2) різницю чисел 48 і 73 та суму чисел -46 і 59 ;
- 3) різницю чисел $-16,5$ і $-2,37$ та різницю чисел $-4,3$ і $-8,1$.

994. Не виконуючи обчислень, порівняйте:

- 1) суму чисел $81,9$ і $-74,6$ та суму чисел $80,4$ і $-83,5$;

- 2) різницю чисел 52 і 74 та суму чисел -102 і 102 ;
- 3) різницю чисел $-96,3$ і $-96,3$ та суму чисел $0,872$ і $-0,872$.

995. Розв'яжіть рівняння:

1) $| |x| - 8 | = 2$; 2) $| |x| + 2 | = 7$.

996. Розв'яжіть рівняння:

1) $| |x| - 6 | = 6$; 2) $| |x| + 4 | = 3$.

997.* Чи можна вказати найбільше і найменше значення виразу:

1) $|x| - 8,5$; 2) $-5,2 - |x|$?

Якщо відповідь ствердна, укажіть це значення та значення x , при якому вираз його набуває.

998.* Чи можна вказати найбільше і найменше значення виразу:

1) $|x| + 3,9$; 2) $7,6 - |x|$?

Якщо відповідь ствердна, укажіть це значення та значення x , при якому вираз його набуває.



Вправи для повторення

999. Перше число становить 80% другого. Скільки відсотків першого числа становить друге число?

1000. У тирі Василина зробила 48 пострілів, з яких 6 не влучили в ціль. Знайдіть відсоток влучень у ціль.

1001. Дмитро Григорович взяв із собою у відрядження 3 сорочки, одну звичайну краватку й одну краватку-метелик. Він завжди носить сорочку з краваткою. Скільки різних комплектів сорочки з краваткою може скласти Дмитро Григорович?



Задача від Мудрої Сови

1002. Доведіть, що в будь-якій компанії із 6 осіб знайдеться троє попарно знайомих або троє попарно незнайомих.

ЗАВДАННЯ № 5 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

1. Укажіть хибне твердження.
A) -3 — ціле число B) -3 — раціональне число
B) -3 — недодатне число Г) -3 — невід'ємне число
2. Яке із чисел має найменший модуль?
A) 0 B) -2 B) 4 Г) -6
3. Число a менше від свого модуля. Яке з даних тверджень є правильним?
A) a — невід'ємне число B) $a = 0$
B) a — додатне число Г) a — від'ємне число
4. Укажіть пару протилежних чисел.
A) $2 \frac{1}{2}$ Б) 2 і $0,2$ В) 2 і -2 Г) 2 і $-\frac{1}{2}$
5. Чому дорівнює значення виразу $| -7 | + | 7 |$?
A) -14 Б) 14 В) 0 Г) 7
6. Укажіть правильну нерівність.
A) $4,1 < -4,8$ B) $10 > -2,2$
B) $-2,5 < -3$ Г) $-7,6 > -7,2$
7. Розв'яжіть рівняння $| x | = -5$.
A) $-5; 5$ Б) 5 В) -5 Г) коренів немає
8. Чому дорівнює сума чисел $-4,1$ і $1,6$?
A) $-5,7$ Б) $-2,5$ В) $5,7$ Г) $2,5$
9. Чому дорівнює різниця чисел $-7,2$ і $-9,3$?
A) $-16,5$ Б) $16,5$ В) $2,1$ Г) $-2,1$
10. Обчисліть значення виразу $5\frac{7}{8} + \left(-3\frac{5}{12} \right) - \left(-1\frac{7}{16} \right)$.
A) $8\frac{41}{48}$ Б) $3\frac{43}{48}$ В) $2\frac{1}{48}$ Г) $3\frac{1}{48}$
11. Порівняйте числа $-a$ і b , якщо числа a і b — від'ємні.
A) $-a > b$ B) $-a < b$
Б) $-a = b$ Г) порівняти неможливо
12. Числа a і b такі, що $a + b < a$. Яке з тверджень є правильним?
A) $b > 0$ Б) $b < 0$ В) $b = 0$ Г) $b \geq 0$

35. Множення раціональних чисел

Ви знаєте, що $7 \cdot 3 = 7 + 7 + 7 = 21$. Подамо аналогічно добуток $(-7) \cdot 3$ у вигляді суми рівних доданків і знайдемо значення цього виразу:

$$(-7) \cdot 3 = (-7) + (-7) + (-7) = -21.$$

Для додатних чисел має місце переставна властивість множення: $ab = ba$. Ця рівність є правильною і для будь-яких раціональних чисел.

Тому $(-7) \cdot 3 = 3 \cdot (-7) = -21$.

Оскільки -21 і 21 — протилежні числа, то кожний з добутків $(-7) \cdot 3$ і $3 \cdot (-7)$ є числом, протилежним добутку $3 \cdot 7$, тобто

$$\begin{aligned}(-7) \cdot 3 &= -(7 \cdot 3); \\3 \cdot (-7) &= -(3 \cdot 7).\end{aligned}$$

Міркуючи таким чином, можна, наприклад, записати:

$$\begin{aligned}(-9) \cdot 4 &= -(9 \cdot 4) = -36 \quad \text{i} \quad 4 \cdot (-9) = -(4 \cdot 9) = -36; \\-\left(\frac{1}{3}\right) \cdot 5 &= -\left(\frac{1}{3} \cdot 5\right) = -\frac{5}{3} \quad \text{i} \quad 5 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(5 \cdot \frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{3}.\end{aligned}$$

Ці приклади ілюструють таке правило.

Щоб помножити два числа з різними знаками, треба помножити їхні модулі та перед отриманим добутком поставити знак « $-$ ».

Зазначимо, що в добутках $(-7) \cdot 3$, $(-9) \cdot 4$, $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5$ перший множник можна писати без дужок. Наприклад, $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5 = -\frac{1}{3} \cdot 5$. При цьому запис $5 \cdot -\frac{1}{3}$ не застосовують.

Знову розглянемо добутки $7 \cdot 3$; $-7 \cdot 3$ і $7 \cdot (-3)$.

Бачимо, що зміна знака одного з множників у добутку $7 \cdot 3$ приводить до зміни знака самого добутку.

А якщо змінити знак у обох множників? Тоді знак добутку змінюється двічі, тобто залишається незмінним. Тому $-7 \cdot (-3) = 21$.

Такий самий результат отримаємо, якщо помножимо модулі множників:

$$|-7| \cdot |-3| = 21.$$

Цей приклад ілюструє таке правило.

Щоб помножити два від'ємних числа, треба помножити їхні модулі.

Наприклад,

$$-1,4 \cdot (-5) = |-1,4| \cdot |-5| = 1,4 \cdot 5 = 7;$$

$$-\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) = \left|-\frac{3}{5}\right| \cdot \left|-\frac{5}{9}\right| = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{3}.$$

Розглянемо кілька добутків, у яких один із множників дорівнює -1 :

$$17 \cdot (-1) = -17, \quad -17 \cdot (-1) = 17,$$

$$-1 \cdot 5 = -5, \quad -1 \cdot (-5) = 5.$$

Бачимо, що при множенні будь-якого числа на -1 отримуємо число, протилежне даному.

У буквенному вигляді цей факт записують так:

$$a \cdot (-1) = (-1) \cdot a = -a$$

Також зазначимо, що

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a,$$

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

Зробимо кілька висновків, які випливають із правил знаходження добутку раціональних чисел.

Якщо числа a і b мають однакові знаки, то добуток ab є додатним. І навпаки, якщо добуток ab є додатним, то числа a і b мають однакові знаки.

Якщо числа a і b мають різні знаки, то добуток ab є від'ємним. І навпаки, якщо добуток ab є від'ємним, то числа a і b мають різні знаки.

Якщо хоча б одне із чисел a або b дорівнює нулю, то добуток ab дорівнює нулю. І навпаки, якщо добуток ab дорівнює нулю, то хоча б одне із чисел a або b дорівнює нулю.

Приклад. Розв'яжіть рівняння $(x+3)(x-2,4)=0$.

Розв'язання. Оскільки добуток дорівнює нулю, то хоча б один із множників дорівнює 0, тобто:

$$x+3=0 \text{ або } x-2,4=0;$$

$$x=-3 \text{ або } x=2,4.$$

Відповідь: $-3; 2,4$. ◀

Розглянемо вираз x^2 .

Якщо $x=0$, то $x^2=0$.

Оскільки $x^2=x \cdot x$, то при $x \neq 0$ маємо добуток двох чисел з однаковими знаками. Такий добуток набуває додатних значень.

Тепер можемо зробити такий висновок.

При будь-яких значеннях x вираз x^2 набуває тільки невід'ємних значень:

$$x^2 \geqslant 0$$



1. Як помножити два числа з різними знаками?
2. Як помножити два від'ємних числа?
3. Які знаки повинні мати два числа, щоб їхній добуток був додатним числом?
4. Від'ємним числом?
5. У якому випадку добуток дорівнює нулю?



Розв'язуємо усно

- Чому дорівнює об'єм прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 0,4 дм, 2,9 дм і 2,5 дм?
- Маса 7 однакових гайок і 4 однакових болтів дорівнює 1150 г, а маса таких самих 3 гайок і 4 болтів — 950 г. Знайдіть масу однієї гайки.
- За 200 г цукерок заплатили 14 грн. Скільки коштує 1 кг таких цукерок?

Вправи

1003. Якому числу, додатному чи від'ємному, дорівнює добуток:

- $-328 \cdot 96,7;$
- $19,21 \cdot (-50,72);$
- $-12,45 \cdot (-0,649)?$

1004. Знайдіть добуток:

- $-4 \cdot 8;$
- $0 \cdot (-23);$
- $-6 \cdot (-9);$
- $-189 \cdot 0;$
- $-13 \cdot (-2);$
- $22 \cdot (-3).$

1005. Виконайте множення:

- $-12 \cdot 5;$
- $-0,4 \cdot 1,5;$
- $3,4 \cdot (-1,8);$
- $\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right);$
- $-\frac{13}{24} \cdot \frac{16}{39};$
- $\frac{6}{35} \cdot \left(-\frac{14}{15}\right);$
- $-\frac{7}{12} \cdot 24;$
- $\frac{16}{17} \cdot \left(-6\frac{3}{8}\right);$
- $-3\frac{5}{9} \cdot \left(-5\frac{1}{4}\right).$

1006. Виконайте множення:

- $16 \cdot (-3);$
- $-2,3 \cdot (-1,4);$
- $\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right);$
- $-\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9};$
- $-6 \cdot \left(-\frac{5}{24}\right);$
- $-9\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{10}{21}\right).$

1007. Знайдіть значення степеня:

- $(-2)^5;$
- $(-0,6)^2;$
- $\left(-1\frac{1}{5}\right)^3;$
- $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2;$
- $(-1)^{10};$
- $(-1)^{23}.$

1008.° Знайдіть значення степеня:

$$1) (-7)^2; \quad 2) (-7)^3; \quad 3) \left(-\frac{1}{2}\right)^4; \quad 4) \left(-\frac{1}{3}\right)^5.$$

1009.° Виконайте дії:

$$\begin{array}{ll} 1) -7 \cdot (23 - 61); & 3) -6,8 - 0,2 \cdot (-6,1); \\ 2) -12 \cdot (-4,6) - 60,1; & 4) -3,2 \cdot 0,4 + 2,6 \cdot (-0,5); \\ 5) 5,2 \cdot (-0,8) - (-1,5) \cdot (-3,4); \\ 6) (7,6 - 20) \cdot (-3,14 + 5,24). \end{array}$$

1010.° Виконайте дії:

$$\begin{array}{ll} 1) 3 \cdot (49 - 62); & 3) -2,7 \cdot (-1,2) + 3,5 \cdot (-2,8); \\ 2) -7 + 21 \cdot (-6); & 4) (-9,3 - 1,7) \cdot (2,6 + (-5,9)). \end{array}$$

1011.° Не виконуючи обчислень, порівняйте:

$$\begin{array}{ll} 1) (-7,2)^2 \text{ i } 0; & 4) -5^9 \text{ i } (-5)^9; \\ 2) 0 \text{ i } (-5,3)^3; & 5) (-8)^{12} \text{ i } -8^{12}; \\ 3) (-10)^7 \text{ i } (-0,1)^4; & 6) 0,3^{13} \text{ i } (-216)^5. \end{array}$$

1012.° Не виконуючи обчислень, порівняйте значення виразів:

$$\begin{array}{l} 1) -2,4 \cdot (-3,6) \cdot 7,8 \text{ i } 9,6 \cdot (-4,1) \cdot 1,8; \\ 2) 5\frac{1}{3} \cdot \left(-7\frac{14}{19}\right) \cdot \left(-6\frac{1}{7}\right) \cdot 4\frac{11}{12} \text{ i } 9\frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{3}{14}\right) \cdot 0 \cdot \left(-1\frac{1}{9}\right); \\ 3) -7,13 \cdot (-2) \cdot (-14) \cdot (-19) \cdot 17 \text{ i } -13 \cdot (-21) \cdot (-2136); \\ 4) 139 \cdot (-216) \cdot 0 \cdot 518 \text{ i } 135 \cdot 418 \cdot (-5132). \end{array}$$

1013.° Виконайте дії:

$$\begin{array}{l} 1) \left(-1\frac{3}{25}\right) \cdot 2\frac{1}{7} + \left(-2\frac{1}{9}\right) \cdot \left(-\frac{27}{190}\right); \\ 2) \left(8 + 2\frac{1}{7} \cdot \left(-3\frac{1}{9}\right)\right) \cdot \left(-\frac{27}{44}\right); \\ 3) \left(-5\frac{1}{16} + 1\frac{1}{8}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6} - \frac{3}{14}\right); \\ 4) \left(6,75 + (-4,5) \cdot 1\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)^3. \end{array}$$

1014. Виконайте дії:

$$1) \ 4\frac{7}{12} \cdot \left(-1\frac{3}{11}\right) - \left(-1\frac{1}{15}\right) \cdot \left(-\frac{45}{64}\right);$$

$$2) \ -\frac{81}{88} \cdot \left(-6 + \left(-1\frac{13}{15}\right) \cdot \left(-1\frac{19}{21}\right)\right);$$

$$3) \ \left(-\frac{4}{5} - \frac{4}{7}\right) \cdot \left(5\frac{7}{9} - 7\frac{11}{12}\right);$$

$$4) \ \left(-\frac{11}{18} + \left(-2\frac{2}{9}\right) \cdot (-0,2)\right)^3 \cdot (-1,2).$$

1015. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

1) різниця куба числа -5 і квадрата числа -8 ;

2) різниця квадратів чисел $-1\frac{1}{3}$ і $\frac{5}{6}$;

3) різниця добутків чисел $-1,2$ і $-0,4$ та чисел $1,6$ і $0,6$;

4) добуток суми чисел $2,8$ і $-3,4$ та суми чисел $-1,6$ і $4,2$.

1016. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

1) куб різниці чисел 7 і 10 ;

2) добуток суми чисел 6 і -10 та їхньої різниці;

3) сума добутків чисел $-\frac{8}{9}$ і $-\frac{27}{32}$ та чисел $\frac{23}{28}$ і $-\frac{49}{46}$;

4) добуток різниці чисел $4,5$ і 6 та різниці чисел $1,8$ і $-3,4$.

1017. Знайдіть значення виразу:

$$1) \ 18x^2, \text{ якщо } x = -\frac{1}{9};$$

- 2) $(24x)^3$, якщо $x = -\frac{1}{6}$;
- 3) $(x + y)^4$, якщо $x = -0,9$, $y = 0,8$;
- 4) $4x - 3y$, якщо $x = -2\frac{1}{4}$, $y = -7\frac{1}{3}$.

1018. Знайдіть значення виразу:

- 1) $23 - c^4$, якщо $c = -3$;
- 2) $x^2 - x^3$, якщо $x = -0,2$.

1019. Знайдіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

- 1) $-6x > -36$; 2) $-7x \geq -70$; 3) $-5x \geq -18$.

1020. Знайдіть усі цілі від'ємні значення x , при яких є правильною нерівність:

- 1) $-5x < 20$; 2) $-9x \leq 45$; 3) $-4x \leq 35$.

1021. Який із виразів $-x^2$, $(-x)^2$, x^3 за будь-яких значень x набуває таких значень:

- 1) додатних; 3) невід'ємних;
 2) від'ємних; 4) недодатних?

1022. Додатним чи від'ємним є значення виразу:

- 1) $ab - 9c$, якщо a , b і c — від'ємні числа;
 2) $10p - mn$, якщо m , n і p — від'ємні числа?

1023. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(x - 21)(x + 12,4) = 0$;
 2) $x(x + 9,4)(x - 6,5) = 0$.

1024. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(x + 1)(x - 2) = 0$;
 2) $(x + 1,2)(x + 5)(x - 10) = 0$.

1025. Знайдіть найменше значення виразу:

- 1) $x^2 - 8$; 2) $7 + x^2$.

При якому значенні x вираз набуває найменшого значення?

1026.* Знайдіть найбільше значення виразу:

1) $4 - x^2$; 2) $-x^2 + 10$.

При якому значенні x вираз набуває найбільшого значення?



Вправи для повторення

1027. На координатній прямій (рис. 108) позначено число a . Чи є правильним твердження:

- 1) $a + 2 > 0$; 2) $6 - a < 0$; 3) $a + 4 > 0$; 4) $a + 6 < 0$?



Рис. 108

1028. У скільки разів:

1) $\frac{1}{48}$ додатного числа менша, ніж $\frac{1}{6}$ цього числа;

2) $\frac{5}{6}$ додатного числа більші, ніж 60% цього числа?

1029. Григорій та Ольга можуть разом наліпiti певну кількість вареників за $1\frac{2}{3}$ год. На скільки більше часу потрібно для цього Григорію, ніж Ользі, якщо Григорій може наліпiti потрібну кількість вареників за $3\frac{3}{4}$ год?

1030. За час, потрібний бабусі, щоб зв'язати 6 шкарпеток, Іринка встигає зв'язати $\frac{2}{3}$ шкарпетки. Скільки шкарпеток устигне зв'язати бабуся за час, потрібний Іринці, щоб зв'язати одну шкарпетку?



Готуємося до вивчення нової теми

1031. Обчисліть зручним способом:

1) $0,2 \cdot 16,7 \cdot 5$; 2) $0,25 \cdot 42,6 \cdot 4$.

1032. Спростіть вираз:

1) $0,3 \cdot 1,6a$;

3) $\frac{4}{5}m \cdot \frac{5}{16}n$;

2) $0,6a \cdot 0,2b$;

4) $\frac{4}{9}x \cdot 1\frac{1}{8}y$.



Задача від Мудрої Сови

1033. У чемпіонаті України з футболу у вищій лізі беруть участь 16 команд. Доведіть, що в будь-який момент чемпіонату є дві команди, які зіграли однакову кількість матчів. (Команди, які не зіграли жодного матчу, вважають такими, що зіграли однакову кількість матчів.)



Коли зроблено уроки

Нішо і ще менше

У кожному місті світу є пам'ятники. Їх устанавливають людям, героям художніх творів, богам, казковим персонажам і навіть тваринам. Пам'ятник, який зображено на рисунку 109, знаходить-ся в столиці Угорщини Будапешті та присвячений... нулю. Чому саме ця цифра, а не якась інша, удостоєна такої честі?

Щоб оцінити «видатні заслуги» цифри 0, спробуйте, не використовуючи її, записати, наприклад, число 5 000 270. Звісно, можна записати так: 5ннн27н. Але такий запис не означає відмову від нуля, просто тут цифру 0 позначено іншим символом. Повна відмова від нуля призводить до запису 527. Але це зовсім інше число.

Минули сотні років, перш ніж люди винайшли позиційну систему числення, у якій відсутність розряду в числі позначається спеціальним знаком. Нікому не спадало на думку, що «порожнє місце», «нішо» можна й треба якось позначати. Де було зроблене



Рис. 109

це відкриття — у Вавилоні, Греції чи Індії, — залишається невідомим. Зрозуміло одне: винахід цифри 0 — велике досягнення людського розуму, яке заслуговує на пам'ятник.

Число нуль також особливe: $a + 0 = a$; $a \cdot 0 = 0$; $0 : a = 0$ при $a \neq 0$. Таких властивостей не має жодне інше число.

Число нуль — початок відліку на координатній прямій. До речі, в Угорщині всі відстані від столиці до інших міст вимірюють від пам'ятника нулю. В Україні така «нульова точка» знаходить-ся в Києві, на Майдані Незалежності (рис. 110).

Ідея позначати те, чого не-має, важко далася людям. Тому так довго, понад 2000 років, думка про те, що існує щось менше, ніж ніщо, так складно сприймалася та приживалася. Ви, мабуть, уже здогадалися, що йдеться про від'ємні числа.

Здавалося б, що тут складно-го? Адже природно, наприклад, борги позначати від'ємними числами, а майно — додатними. Саме так і робили математики Стародавнього Китаю. Щоправда, для позначення від'ємних чисел вони використовували не знак « $-$ », а записували додатні і від'ємні числа різни-ми кольорами.

Труднощі полягали в тому, що не всі дії з від'ємними числами мали таке саме природне тлумачення, як дії з додатними числами. Легко зрозуміти, як додавати і віднімати борги та май-но. Але чому, наприклад, $(-5) \cdot (-3) = 15$, мовою



Рис. 110

«борг — майно» пояснити неможливо. Саме тому ще в XVII ст. багато європейських математиків ставилися з недовірою до від'ємних чисел, а то й узагалі їх не визнавали, називаючи брехливими, абсурдними, неможливими.

Серйозний крок в «узаконенні» від'ємних чисел зробив видатний французький математик і філософ Рене Декарт (1596–1650). Він виділив їм «помешкання» на координатній прямій ліворуч від нуля, таким чином «урівнявши їх у правах» з додатними числами.

Проте таке трактування не пояснювало, як можна множити від'ємні числа, а тому суперечки про їхне визнання тривали ще майже 200 років.

36. Переставна та сполучна властивості множення раціональних чисел. Коефіцієнт

У попередньому пункті ви дізналися, що для раціональних чисел справедливою є **переставна властивість множення**.

Для будь-яких раціональних чисел a і b виконується рівність $ab = ba$.

Також є справедливою і **сполучна властивість множення** раціональних чисел.

Для будь-яких раціональних чисел a , b і c виконується рівність $(ab)c = a(bc)$.

Із цих властивостей випливає, що в добутку кількох раціональних чисел можна міняти місцями множники та розставляти дужки, тим самим визначаючи найзручніший порядок виконання дій.

Наприклад:

$$\left(-1\frac{2}{3} \cdot (-5)\right) \cdot \frac{3}{5} = \left(-\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot (-5) = -1 \cdot (-5) = 5.$$

Розглянемо вираз $0,4x \cdot 5y \cdot (-3)$. За допомогою властивостей множення його можна спростити:

$$\begin{aligned}0,4x \cdot 5y \cdot (-3) &= 0,4 \cdot 5 \cdot x \cdot y \cdot (-3) = \\&= 2xy \cdot (-3) = 2 \cdot (-3)xy = -6xy.\end{aligned}$$

В отриманому виразі $-6xy$ числовий множник -6 називають **коефіцієнтом**.

Розглянемо ще кілька прикладів.

У виразі $0,21abc$ коефіцієнтом є число $0,21$, а у виразі $-2\frac{5}{7}x$ коефіцієнт дорівнює $-2\frac{5}{7}$.

Зауважимо, що у виразі $-5ab \cdot 2$ жодне із чисел -5 і 2 не є коефіцієнтом. У виразі $ab \cdot (-10)$ коефіцієнт дорівнює -10 . Проте, як правило, коефіцієнт записують перед буквеними множниками: $-10ab$.

А чому дорівнюють коефіцієнти у виразах $-a$ і a ? Оскільки $-a = -1 \cdot a$, то коефіцієнт виразу $-a$ дорівнює -1 . Крім того, $a = 1 \cdot a$. Тому коефіцієнт виразу a вважають таким, що дорівнює 1 .



Як записують у буквенному вигляді переставну властивість множення раціональних чисел? сполучну властивість множення раціональних чисел?

Розв'язуємо усно

- Добуток чисел $-2,5$ і 2 помножте на -10 .
- Число $-2,5$ помножте на добуток чисел 2 і -10 .
- Знайдіть значення виразу $-1,5x$, якщо $x = 4; -100; 0; -1; 0,2$.
- Додатним чи від'ємним є число a , якщо:
 - $-3a < 0$;
 - $\frac{1}{6}a < 0$;
 - $-0,7a > 0$?
- Чому дорівнює значення виразу
$$1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \dots + 97 - 99?$$



Вправи

1034.° Якому числу, додатному чи від'ємному, дорівнює добуток:

1) $-12 \cdot 17 \cdot (-44) \cdot 49;$

2) $24 \cdot \left(-\frac{1}{11}\right) \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) \cdot \left(-\frac{5}{7}\right);$

3) $14 \cdot (-90) \cdot (-18) \cdot (-72) \cdot (-56)?$

1035.° Виконайте множення:

1) $-\frac{1}{9} \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 7 \cdot 9;$

2) $8 \cdot (-6) \cdot 4 \cdot (-10) \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right);$

3) $0,2 \cdot (-0,25) \cdot (-0,5) \cdot 5 \cdot (-4) \cdot (-2).$

1036.° Назвіть коефіцієнт виразу:

1) $6a;$ 4) $1,8mn;$ 7) $xyz;$

2) $-2\frac{1}{3}p;$ 5) $\frac{3}{7}abc;$ 8) $4\frac{4}{11}mk.$

3) $-7,2b;$ 6) $-xy;$

1037.° Спростіть вираз і вкажіть його коефіцієнт:

1) $-3 \cdot 9a;$ 3) $4a \cdot (-1,2);$ 5) $-0,2b \cdot (-0,14);$

2) $-6a \cdot 8b;$ 4) $-7m \cdot (-5);$ 6) $-3,2p \cdot (-0,5k).$

1038.° Спростіть вираз і вкажіть його коефіцієнт:

1) $-6 \cdot (-8c);$ 3) $3m \cdot (-2,1);$ 5) $10m \cdot (-1,7) \cdot n;$

2) $-10m \cdot 2;$ 4) $3,6 \cdot (-5x);$ 6) $-7a \cdot 3b \cdot (-6c).$

1039.° Чому дорівнює добуток усіх цілих чисел, які більші за -20 і менші від $20?$

1040.° Додатним, від'ємним чи нулем є добуток п'яти чисел, якщо:

1) два числа додатні, а решта — від'ємні;

2) два числа від'ємні, а решта — додатні;

3) чотири числа від'ємні, а одне — додатне;

4) два числа від'ємні, два числа — додатні, а одне — нуль?

1041. Обчисліть найзручнішим способом:

- 1) $-4 \cdot 23 \cdot (-0,5)$;
- 2) $-0,4 \cdot (-250) \cdot 5 \cdot (-0,2)$;
- 3) $\frac{7}{13} \cdot (-6,5) \cdot 0,4 \cdot \left(-1\frac{6}{7}\right)$;
- 4) $\frac{6}{23} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot (-69) \cdot \frac{3}{7}$;
- 5) $-0,7 \cdot 2,5 \cdot 1\frac{3}{7} \cdot (-4)$;
- 6) $-\frac{5}{18} \cdot \left(-\frac{4}{13}\right) \cdot \frac{9}{25} \cdot (-26)$.

1042. Обчисліть найзручнішим способом:

- 1) $-1,25 \cdot (-3,47) \cdot (-8)$;
- 2) $-0,001 \cdot (-54,8) \cdot 50 \cdot (-2)$;
- 3) $\frac{9}{16} \cdot \frac{11}{35} \cdot (-32) \cdot (-70)$;
- 4) $4,8 \cdot \left(-2\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{5}{24}\right) \cdot \left(-\frac{6}{13}\right)$.

1043. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1) $-\frac{8}{15}a \cdot 3\frac{3}{4}b$, якщо $a = -\frac{1}{3}$, $b = \frac{1}{6}$;
- 2) $-\frac{7}{20}x \cdot \left(-1\frac{1}{14}\right) \cdot y \cdot \left(-2\frac{2}{3}z\right)$, якщо $x = -3\frac{3}{7}$,
 $y = 14$, $z = -\frac{5}{16}$.

1044. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1) $200m \cdot (-0,4n)$, якщо $m = -0,25$, $n = -0,2$;
- 2) $-\frac{1}{3}m \cdot \left(-\frac{3}{4}n\right) \cdot 20p$, якщо $m = -\frac{3}{20}$, $p = \frac{4}{9}$, $n = -30$.

1045. Кожне із двадцяти чисел дорівнює 1 або -1 , а їхня сума дорівнює 0. Знайдіть добуток цих двадцяти чисел.



Вправи для повторення

1046. На скільки добуток чисел $-4,2$ і $-3,5$ більший:

- 1) за більше з них; 2) за їхню суму?

1047. Подайте у вигляді суми двох дробів із чисельником 1 дріб:

- 1) $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{9}{20}$; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{1}{2}$.

1048. За один місяць завод виготовив продукції на 644 тис. грн, що на 15 % більше, ніж було заплановано. На яку суму планували на заводі виготовити продукції?

1049. Кут ABC прямий, промінь BM проведено так, що $\angle MBC = 120^\circ$, промінь BK — бісектриса кута ABC . Обчисліть градусну міру кута MBK . Скільки розв'язків має задача?



Готуємось до вивчення нової теми

1050. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1) $3,18 \cdot 7,8 + 3,18 \cdot 2,2$;
2) $2\frac{7}{15} \cdot \frac{4}{9} + 2\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{9}$.

1051. Розкрийте дужки:

- 1) $8(a + 4)$; 2) $3(b + 1)$; 3) $0,4(x - 5)$.

1052. Спростіть вираз:

- 1) $5m + 7m$; 2) $6n + 3n + n$; 3) $9y - 3y - y$.



Задача від Мудрої Сови

1053. Чотири хлопчики змагалися з кількох (більше одного) видів спорту. У кожному з видів спорту за одне й те саме місце нараховували однакову кількість балів (виражених натуральним числом), причому кожне з місць (1-ше, 2-ге, 3-те, 4-те) міг зайняти тільки один з учасників. Наприкінці цих змагань виявилося, що хлопчики здобули 16, 14, 13 і 12 балів відповідно. З'ясуйте, у скількох видах спорту вони змагалися.

37. Розподільна властивість множення

Розподільна властивість множення є правильною не тільки для додатних чисел. Вона залишається справедливою для будь-яких раціональних чисел.

Для будь-яких раціональних чисел a , b і c виконується рівність $a(b + c) = ab + ac$.

Наприклад,

$$-3(2a + 5b) = -3 \cdot 2a + (-3) \cdot 5b = -6a - 15b;$$

$$x(2 - y) = x(2 + (-y)) = 2x + (-xy) = 2x - xy.$$

У результаті застосування розподільної властивості отримали вирази, які не містять дужок. Такі перетворення виразів називають **розв'язиттям дужок**.

Розподільну властивість можна застосовувати й тоді, коли кількість доданків у дужках більша, ніж два. Наприклад:

$$2(x - y + b) = 2x - 2y + 2b;$$

$$-3(a - b - c + d) = -3a + 3b + 3c - 3d;$$

$$-1 \cdot (x - y + z - t) = -x + y - z + t.$$

В останній рівності замість множника -1 , який стоїть перед дужкою, зазвичай пишуть знак « $-$ », тобто $-1 \cdot (x - y + z - t) = -(x - y + z - t)$. Тоді можна записати:

$$-(x - y + z - t) = -x + y - z + t.$$

Цей приклад ілюструє таке правило.

Якщо перед дужками стоїть знак « $-$ », то при розв'язитті дужок треба опустити цей знак, а всі знаки, які стоять перед доданками всередині дужок, змінити на протилежні.

Розглянемо вираз $a + 1 \cdot (b - c + d)$. Маємо:

$$a + 1 \cdot (b - c + d) = a + b - c + d.$$

Однак замість виразу $a + 1 \cdot (b - c + d)$ зазвичай пишуть вираз $a + (b - c + d)$. Маємо:

$$a + (b - c + d) = a + b - c + d.$$

Цей приклад ілюструє таке правило.

Якщо перед дужками стоїть знак «+», то при розкритті дужок треба опустити цей знак, а всі знаки, які стоять перед доданками всередині дужок, залишити без змін.

Розподільну властивість множення можна застосовувати й у такому вигляді:

$$ab + ac = a(b + c).$$

Заміну виразу $ab + ac$ на вираз $a(b + c)$ називають **винесенням спільногомножника за дужки**.

Наприклад:

$$\textcolor{red}{3}x - \textcolor{red}{3}y = \textcolor{red}{3}(x - y);$$

$$7 \cdot \textcolor{red}{9} - 5 \cdot \textcolor{red}{9} = \textcolor{red}{9}(7 - 5);$$

$$5a + 5 = \textcolor{red}{5}a + \textcolor{red}{5} \cdot 1 = \textcolor{red}{5}(a + 1).$$

Розглянемо вираз $7a - 9a + 5a$. Він складається з трьох доданків $7a$, $-9a$, $5a$, які мають однакову буквенну частину. Такі доданки називають **подібними**. Винесемо спільний множник a за дужки:

$$7a - 9a + 5a = a(7 - 9 + 5) = a \cdot 3 = 3a.$$

Таким чином, ми спростили вираз $7a - 9a + 5a$, замінивши його на вираз $3a$. Таку заміну називають **зведенням подібних доданків**.

Щоб звести подібні доданки, треба додати їхні коефіцієнти й отриманий результат помножити на спільну буквенну частину.



1. Як записують у буквенному вигляді розподільну властивість множення?
2. Сформулюйте правило розкриття дужок, перед якими стоїть знак «-»; перед якими стоїть знак «+».
3. Які доданки називають подібними?
4. Що треба зробити, щоб звести подібні доданки?



Розв'язуємо усно

- 1.** Чи є правильним твердження:

 - 1) якщо $a > 0$ і $b > 0$, то $ab > 0$;
 - 2) якщо $a < 0$ і $b < 0$, то $ab < 0$;
 - 3) якщо $ab > 0$, то $a > 0$ і $b > 0$;
 - 4) якщо $ab < 0$, то $a > 0$ і $b < 0$?

- 2.** Знайдіть добуток суми чисел -8 і 12 та числа -5 .
- 3.** Знайдіть суму добутку чисел -8 і -5 та добутку чисел 12 і -5 .
- 4.** Василь зловив 49 окунів і карасів, причому кількість окунів відносилася до кількості карасів як $2 : 5$. Скільки карасів зловив Василь?

Вправи

1054.° Чи правильно застосовано розподільну властивість множення:

- 1) $-3(4 + 8) = -12 - 24$;
- 2) $(-5 - 6) \cdot 7 = -35 - 42$;
- 3) $(m - n) \cdot (-2) = -2m - 2n$;
- 4) $-5(p - k + 9) = 5p + 5k - 45$;
- 5) $-(0,2 + c) = -0,2 + c$;
- 6) $-(-a - b) = a - b$?

У разі заперечної відповіді вкажіть, у чому полягає помилка.

1055.° Розкрийте дужки:

- 1) $2(a + 3b - 7c)$;
- 2) $0,4(1,3x - 0,5y - 1,3)$;
- 3) $(a - 4d + 3p) \cdot (-0,8)$;
- 4) $-0,4a(-4b + 3p - 1,1c)$;
- 5) $-m(-k + 29n - 38,9)$;
- 6) $(0,1 + 0,3x - 2y) \cdot (-10a)$.

1056.° Розкрийте дужки:

- 1) $-3(4 + 5m - 6n)$;
- 2) $-0,2(-14t + z - 25y)$;

- 3) $(-3,1x + 7,8y - 9,6) \cdot 0,1$;
 4) $(0,7x - 0,6y + 0,5z) \cdot (-1,5p)$.

1057.° Розкрийте дужки та знайдіть значення виразу:

- 1) $12,14 - (3,5 + 6,14)$;
- 2) $2,67 - (8,04 - 7,33)$;
- 3) $4,3 + (9,2 - 4,3 + 3,8)$;
- 4) $(3,98 - 7,36) - (5,98 - 10,36)$.

1058.° Розкрийте дужки та знайдіть значення виразу:

- 1) $9,38 - (-10 + 5,38)$;
- 2) $-8,76 - (-3,25 - 10,76)$;
- 3) $-6,19 + (-1,5 + 5,19)$;
- 4) $-(-21,4 + 12,7) + (-20,4 + 12,7)$.

1059.° Розкрийте дужки та спрости́ть вираз:

- 1) $m - (n + m)$;
- 2) $x + (-x + y)$;
- 3) $(x + 3,2) - (x + 6,4)$;
- 4) $-(m - 4,7 + n) - (10,3 - m)$.

1060.° Розкрийте дужки та спрости́ть вираз:

- 1) $-(a - b) - b$;
- 2) $-c + (c - d)$;
- 3) $-(2,7 - a) + (-a + 1,8)$;
- 4) $-(-6,2 + a + b) - (a - b + 10,9)$.

1061.° Запишіть суму двох виразів і спрости́ть її:

- 1) $-8 - a$ і $a + 23$;
- 2) $1,3 + m$ і $-4 - m$;
- 3) $p - m + k$ і $-p + m + k$;
- 4) $3,7 - 2,6 + 4,2$ і $-12,5 + 2,6 - 4,2$.

1062.° Запишіть різницю двох виразів і спрости́ть її:

- 1) $-8,4 + a$ і $a + 14,9$;
- 2) $42 - b$ і $-b + 36,4$;
- 3) $m - n$ і $-n + m - p$;
- 4) $-2,2 + 4,9 - c$ і $4,9 - c - 1,3$.

1063.° Зведіть подібні доданки:

- 1) $7x - 18x + 25x - 6x;$
- 2) $-0,3b - 1,4b + 3,1b + 0,7b;$
- 3) $11a - 16b - 18a + 9b;$
- 4) $-0,8k + 0,9p - 1,7k + 0,5k + 1,4p.$

1064.° Зведіть подібні доданки:

- 1) $-4a + 12a + 13a - 27a;$
- 2) $4,2x - 4,8x - 6,3x - 2,4x;$
- 3) $-17x + 19y - 15y + 13x;$
- 4) $0,9n - 0,8m - 0,7m + 3,5n - 1,9n.$

1065.° Винесіть за дужки спільний множник:

- | | |
|--------------------|--------------------------|
| 1) $5a + 5b;$ | 4) $12a - 6b + 18c;$ |
| 2) $ax - bx;$ | 5) $0,3ab + 1,3ac - a;$ |
| 3) $-6a + 6b - 6;$ | 6) $9m - 6n + 12k - 15.$ |

1066.° Винесіть за дужки спільний множник:

- | | |
|---------------|----------------------|
| 1) $3c - 3d;$ | 3) $7a - 7b - 7c;$ |
| 2) $mx - my;$ | 4) $-12x - 8y + 20.$ |

1067.• Запишіть вираз, значення якого є протилежним до значення даного виразу при будь-якому значенні a :

- 1) $a - 8;$
- 2) $a + 8;$
- 3) $-a + 8;$
- 4) $-a - 8.$

1068.• Розкрийте дужки та зведіть подібні доданки:

- 1) $3(5a + 4) - 11a;$
- 2) $-0,2(4b - 7) + 1,4b;$
- 3) $3a(7 - b) - 7(b - 3a);$
- 4) $-4(2k - 9) - 3(6k + 1);$
- 5) $(3x - 11) \cdot 0,2 - 5(0,4 - 0,3x);$
- 6) $\frac{1}{6}(18m - 24n) - (5m + 2n);$
- 7) $-3,5(3a - 2b) + 2(1,3a - b);$
- 8) $-(8a - 13) + 3(4 - 3a).$

1069.• Розкрийте дужки та зведіть подібні доданки:

- 1) $-4x - 8(9 - 2x);$
- 2) $\frac{1}{3}(12 - 2,1y) + 0,3y;$

- 3) $6(3x - 2) + 4(5x - 1);$
 4) $-7(3 - 4c) + 14(0,5 + 2c);$
 5) $3(2,1x - y) - 2,8(2x - 3y);$
 6) $0,4(8t + 7) - 1,6(2t - 3).$

1070. Розкрийте дужки:

- 1) $-12\left(\frac{5}{6}a - \frac{1}{4}b + \frac{7}{24}c - \frac{1}{12}\right);$
 2) $\left(16a + 8b - \frac{5}{9}c - \frac{4}{9}d\right) \cdot \left(-\frac{9}{32}n\right);$
 3) $(-3,6ab + 20a - b - 100) \cdot (-5xy).$

1071. Розкрийте дужки:

- 1) $\frac{3}{7}b\left(-14t - \frac{7}{9}y + 2\frac{1}{3}c\right);$
 2) $-1,2xy\left(5m - 6c + \frac{1}{6}t - \frac{5}{6}\right);$
 3) $0,3mn(1,5 - 6bc + 7b - 10c).$

1072. Обчисліть найзручнішим способом:

- 1) $6,72 \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) + 3,72 \cdot 2\frac{1}{3};$
 2) $-7,2 \cdot 2\frac{2}{15} - 7,2 \cdot 3\frac{7}{15} - 7,2 \cdot \left(-4\frac{4}{15}\right);$
 3) $-3\frac{9}{14} \cdot 0,3 - 0,3 \cdot \left(-1\frac{10}{21}\right) + 0,3 \cdot 1\frac{1}{6}.$

1073. Обчисліть найзручнішим способом:

- 1) $-32,3 \cdot 7\frac{10}{13} + 2\frac{3}{13} \cdot (-32,3);$
 2) $1,6 \cdot (-5,3) - 2,4 \cdot (-5,3) - 4\frac{4}{5} \cdot 5,3.$

1074. Зведіть подібні доданки:

- 1) $-\frac{1}{6}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{9}x - \frac{1}{2}y;$
 2) $-\frac{15}{16}m + \frac{7}{12}n + \frac{5}{12}m - \frac{3}{8}p - \frac{5}{8}n - \frac{1}{4}p.$

1075. Зведіть подібні доданки:

1) $\frac{3}{7}a - \frac{2}{15}b - \frac{5}{14}a + \frac{7}{30}b;$

2) $\frac{7}{18}b - \frac{13}{28}c - \frac{5}{14}c - \frac{23}{36}b + \frac{4}{7}c + \frac{4}{9}b.$

1076. Спростіть вираз та знайдіть його значення:

1) $0,8y + 0,5y - 0,9y - 0,7y$, якщо $y = -1,8$;

2) $20a - 15b - 10a + 6b$, якщо $a = -0,3$, $b = 0,7$;

3) $a \cdot (-2,4) + 3,2a - (-4,8)$, якщо $a = -0,2$;

4) $6,2 \cdot b - b \cdot (-7,3) - (-4,5) \cdot (-b)$, якщо $b = -1,4$.

1077. Спростіть вираз та знайдіть його значення:

1) $-0,6x - 1,2x + 3,2x - 5,6x$, якщо $x = 3,5$;

2) $-2,7x + 3,6y + 4,5x - 5,8y$, якщо $x = -1\frac{1}{9}$,
 $y = -\frac{4}{11}$.

1078. Знайдіть значення виразу:

1) $-6(2a - 7) + 4(5a - 6)$ при $a = -2,5$;

2) $-1,1(2m - 4) - (2 - 3m) - 0,4(1 - m)$ при $m = -4$;

3) $1\frac{1}{9}(3y - 9) - 8\frac{1}{3}(y - 6)$ при $y = 3,6$.

1079. Знайдіть значення виразу:

1) $7(3 - 4b) - 5(3b + 4)$ при $b = -0,2$;

2) $-2\frac{4}{13}(13 - p) + 1\frac{1}{13}(26 - p)$ при $p = 3\frac{1}{4}$.

1080. Винесіть за дужки спільний множник:

1) $6ax - 12a + 9ay$;

2) $7ab + 14ac - 28a$;

3) $-8mn - 6mk - 10m$;

4) $8abc - 24abd - 6ab$.

1081. Винесіть за дужки спільний множник:

1) $-1,2pc - 0,2mc + c$;

2) $-35ac - 15bc + 20abc$;

3) $-6ax - 30ay - 42az$;

4) $9mnp + 45mnk - 27mn$.

1082. Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної:

- 1) $4(a - 3) - 3(6 - a) + (20 - 7a);$
- 2) $(3m - 7) \cdot 0,6 - 0,8(4m - 5) - (-1,7 - 1,4m).$

1083. Доведіть, що при будь-якому значенні змінної:

- 1) вираз $3(5,1k - 2,5) - 0,9(17k + 5)$ набуває від'ємного значення;
- 2) вираз $-0,2(36x + 15) + 0,6(12x + 7)$ набуває додатного значення.

1084. Доведіть, що при будь-якому натуральному значенні n значення виразу:

- 1) $5(4n - 4,2) - 7(2n - 3)$ кратне 6;
- 2) $9(3n - 8) + 2(36 - 11n)$ кратне 5.

1085. Доведіть, що при будь-якому натуральному значенні n значення виразу $8(4n + 5) - 5(5n + 8)$ кратне 7.

1086. Знайдіть значення виразу:

- 1) $-4(n - k)$, якщо $k - n = -7$;
- 2) $4m - (m + 3n)$, якщо $m - n = -0,8$;
- 3) $-3a - (8b - 15a)$, якщо $3a - 2b = -0,25$;
- 4) $6(2x - 3y) - 2(x + y)$, якщо $2y - x = 17,8$;
- 5) $7a(3b + 4c) - 3a\left(b + \frac{1}{3}c\right)$, якщо $a = -3\frac{1}{3}$,

$$3c + 2b = -1,6.$$

1087. Чому дорівнює значення виразу:

- 1) $5a - (3a - 10b)$, якщо $a + 5b = 1,7$;
- 2) $-0,9x - (0,6x + 0,5y)$, якщо $3x + y = -0,2$;
- 3) $2m(n - 4p) + 5mp$, якщо $m = 4$, $3p - 2n = -0,4$?

1088. Замініть даний вираз рівним йому числовим виразом, який не містить знака модуля:

- 1) $|\pi - 3,14|$;
- 2) $|3 - \pi|$;
- 3) $|3,142 - \pi|$;
- 4) $|\pi - 3,15|$.



Вправи для повторення

1089. Знак якої арифметичної дії треба поставити замість зірочки, щоб утворилася правильна рівність:

$$1) \frac{6}{7} * 1\frac{1}{6} = 1;$$

$$3) 3 * 2\frac{2}{11} = \frac{9}{11};$$

$$2) \frac{2}{9} * \frac{5}{9} = \frac{2}{5};$$

$$4) 1,2 * \frac{5}{6} = 1?$$

1090. Подайте у вигляді різниці двох дробів із чисельником 1 дріб:

$$1) \frac{1}{12}; \quad 2) \frac{2}{63}; \quad 3) \frac{1}{4}; \quad 4) \frac{3}{28}; \quad 5) \frac{1}{24}.$$

1091. Коли Дарина прочитала $\frac{1}{3}$ книги, їй залишилося прочитати ще 40 сторінок, щоб прочитаною виявилася половина книги. Скільки сторінок у книзі?

1092. Коли Дарина прочитала $\frac{1}{3}$ книги, їй залишилося прочитати на 40 сторінок більше, ніж уже було прочитано. Скільки сторінок у книзі?

■ 1093. До зниження ціни стілець коштував 400 грн. Якою стала ціна стільця після двох послідовних знижень ціни — спершу на 5 %, а потім на 10 %?

1094. Однією дорогою в протилежних напрямках рухаються вершник зі швидкістю 14 км/год і пішохід зі швидкістю 4 км/год. Якою буде відстань між ними через 15 хв, якщо зараз вона становить 3 км? Скільки розв'язків має задача?



Задача від Мудрої Сови

1095. У вершинах куба записано 8 різних чисел. Доведіть, що хоча б одне з них менше від середнього арифметичного трьох сусідніх чисел (сусідніми називають числа, записані на кінцях одного ребра).

38. Ділення раціональних чисел

Як і у випадку з додатними числами, частку раціональних чисел означають за допомогою множення.

Часткою раціональних чисел a і b ($b \neq 0$) називають таке раціональне число x , добуток якого із числом b дорівнює числу a .

Інакше кажучи, рівність $a : b = x$ є справедливою, якщо справедлива рівність $xb = a$.

Наприклад:

$$8 : (-2) = -4, \text{ оскільки } -4 \cdot (-2) = 8;$$

$$-12 : 4 = -3, \text{ оскільки } -3 \cdot 4 = -12;$$

$$-26 : (-2) = 13, \text{ оскільки } 13 \cdot (-2) = -26;$$

$$-0,16 : (-0,4) = 0,4, \text{ оскільки } 0,4 \cdot (-0,4) = -0,16;$$

$$\frac{1}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{2}, \text{ оскільки } -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3};$$

$$0 : \left(-7\frac{9}{14}\right) = 0, \text{ оскільки } 0 \cdot \left(-7\frac{9}{14}\right) = 0;$$

$$-2,5 : (-2,5) = 1, \text{ оскільки } 1 \cdot (-2,5) = -2,5.$$

Ці приклади ілюструють такі правила.

Щоб знайти частку двох чисел з різними знаками, треба поділити модуль діленого на модуль дільника й перед отриманим числом поставити знак «-».

Щоб знайти частку двох від'ємних чисел, треба поділити модуль діленого на модуль дільника.

Очевидно, що для будь-якого раціонального числа a

$$a : 1 = a$$

Якщо $a \neq 0$, то

$$\begin{aligned}0 : a &= 0, \\a : a &= 1\end{aligned}$$

На нуль ділити не можна.



1. Як знайти частку двох чисел з різними знаками? 2. Як знайти частку двох від'ємних чисел? 3. Чому дорівнює частка будь-якого числа й одиниці? двох рівних чисел, відмінних від нуля?



Розв'язуємо усно

1. Яке число є оберненим до числа:

1) $\frac{2}{3}$; 2) $1\frac{1}{14}$; 3) 8; 4) 0,13; 5) 2,79; 6) 1?

2. Назвіть число, протилежне даному, і число, обернене до нього:

1) $\frac{4}{9}$; 2) $-\frac{7}{8}$; 3) 9; 4) -6; 5) $4\frac{1}{15}$; 6) $-9\frac{2}{11}$.

3. Яке із чисел $-2, -1, 0, 1$ є значенням виразу

$$(-1)^3 + (-1)^4 + (-1)^5 + (-1)^6 + (-1)^7 ?$$

4. Тетянка купила зошити, з яких 20 % були в клітинку, а решта — у лінійку. У скільки разів більше зошитів у лінійку, ніж у клітинку купила Тетянка?



Вправи

- 1096.**° Якому числу, додатному чи від'ємному, дорівнює частка:

1) $-28 : 12$; 2) $-49,5 : (-0,09)$; 3) $94 : (-0,47)$?

- 1097.**° Чи правильно виконано ділення:

1) $-6 : 3 = -2$; 3) $19 : (-1) = 19$;
2) $-10 : (-2) = -5$; 4) $23 : (-23) = 1$?

- 1098.**° Знайдіть частку:

1) $24 : (-8)$; 3) $-45 : (-5)$; 5) $-13 : 2$;
2) $-72 : (-6)$; 4) $-29 : 29$; 6) $60 : (-10)$.

1099. Заповніть таблицю:

a	12	-12	-12	25	-40	-9	-8	0
b	-3	3	-3	-5	-8	-9	8	-6
$a : b$								

1100. Виконайте ділення:

$$1) -11,34 : (-42); \quad 4) 17 : (-5); \quad 7) -2 : 8;$$

$$2) -0,72 : (-0,8); \quad 5) -\frac{6}{35} : \frac{18}{25}; \quad 8) 22 : \left(-\frac{11}{17}\right);$$

$$3) \frac{19}{25} : \left(-7\frac{3}{5}\right); \quad 6) -\frac{14}{15} : 21; \quad 9) -1\frac{5}{9} : 2\frac{13}{18}.$$

1101. (*Домашня практична робота*) Розшифруйте прізвище видатної української співачки, Героя України. Результатам обчислень прикладів відповідають букви й знак у таблиці. Номер прикладу — це місце букви або знака у слові.

$$1) -21 : (-14); \quad 5) -12 : \left(-\frac{6}{7}\right);$$

$$2) 6 : (-12); \quad 6) -\frac{3}{4} : (-5);$$

$$3) -8,4 : 0,07; \quad 7) -1\frac{8}{27} : \left(-1\frac{5}{9}\right).$$

$$4) \frac{3}{14} : \left(-\frac{2}{21}\right);$$



$\frac{5}{6}$	$-2\frac{1}{4}$	-120	14	-0,5	1,5	$\frac{3}{20}$
К	Ф	Е	,	Т	С	Ю

Знайдіть в інтернеті інформацію про життя і творчість цієї мисткині, прослухайте в її виконанні вокальні твори, зокрема українські народні пісні.

1102.° Розв'яжіть рівняння:

1) $9x = -54$;

5) $2\frac{1}{7}x = -1\frac{11}{14}$;

2) $1,2x = -6$;

6) $-3,78 : x = -0,6$;

3) $13x = -6$;

7) $x : \left(-1\frac{3}{13}\right) = -0,26$;

4) $-21x = 48$;

8) $18 : (-x) = 0,6$.

1103.° Розв'яжіть рівняння:

1) $-0,8x = -5,6$;

4) $\frac{2}{3}x = -\frac{3}{8}$;

2) $-7x = 4$;

5) $40,5 : x = -9$;

3) $-6x = -8$;

6) $x : \frac{2}{7} = -1,4$.

1104.° Які з дробів $-\frac{a}{b}$, $-\frac{a}{-b}$, $\frac{a}{-b}$, $\frac{a}{b}$, $-\frac{a}{b}$ рівні?

1105.° Виконайте дії:

1) $3,2 : (-8) + (-4,8) : (-6)$;

2) $2,1 \cdot (-4) - 7,8 : (-6)$.

1106.° Виконайте дії:

1) $-5,4 : 0,6 + 9,6 : (-0,8)$;

2) $-3,5 \cdot 6 - 0,8 : (-0,16)$.

1107.° Знайдіть значення виразу:

1) $\left(-\frac{4}{15} + \frac{5}{9}\right) : \left(-\frac{26}{45}\right)$; 2) $\left(-3\frac{3}{10} - 1\frac{8}{15}\right) : \left(-1\frac{2}{27}\right)$.

1108.° Обчисліть:

1) $\left(-\frac{3}{14} - \frac{8}{21}\right) : \frac{20}{21}$; 2) $\left(-4\frac{1}{12} + 3\frac{9}{10}\right) : 3\frac{3}{10}$.

1109.° Розв'яжіть рівняння:

1) $|x| : (-1,2) = -4$; 2) $-0,72 : |x| = -0,9$.

1110.° Розв'яжіть рівняння:

1) $-3y - 9y + 5y = 2,1$;

2) $-2,4m + 3,8m + 1,2m = -0,052$;

$$3) -\frac{3}{7}a + \frac{5}{6}a - \frac{8}{21}a = -\frac{1}{49};$$

$$4) 3,4y + y \cdot (-8,1) - (-2,2) \cdot y = -10.$$

1111. Розв'яжіть рівняння:

$$1) -7x + 4x - 8x = -9,9;$$

$$2) 0,6y - 1,9y - 0,5y = 0,54.$$

1112. Виконайте дії:

$$1) 14,4 : (-0,18) - 8,5 : (6,3 - 8);$$

$$2) -84 : 2,1 - 4,64 : (-5,8) - 6 : 24 + 1,4 : (-0,28).$$

1113. Обчисліть:

$$1) -21,6 : (-0,12) + 9,6 : (8,9 - 11,3);$$

$$2) 2,46 : (-4,1) - 15 : 0,25 - 40 : (-25) + (-14,4) : (-0,32).$$

1114. Знайдіть значення виразу:

$$1) -12 : \left(-2\frac{1}{13}\right) + 1\frac{1}{4} : \left(-\frac{15}{46}\right);$$

$$2) \left(\frac{9}{20} - \frac{7}{8}\right) : \left(-\frac{7}{45} - \frac{2}{9}\right).$$

1115. Виконайте дії:

$$1) \frac{3}{8} : \left(-\frac{5}{8}\right) - \left(-2\frac{1}{4}\right) : \left(-1\frac{4}{11}\right);$$

$$2) \left(\frac{11}{14} - \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{11}{14} - \frac{3}{4}\right).$$

1116. Накресліть координатну пряму й позначте на ній точки $A(-3)$ і $B(5)$. Знайдіть на прямій точку, яка є серединою відрізка AB , і визначте її координату. Висловіть гіпотезу, як знайти координату середини відрізка координатної прямої, якщо відомо координати його кінців. Перевірте свою гіпотезу, знайшовши координату середини відрізка AB , якщо:

$$1) A(2) \text{ і } B(6);$$

$$2) A(-5) \text{ і } B(-1).$$



Вправи для повторення

1117. Замість зірочок поставте такі цифри (замість однієї зірочки — одну цифру), щоб:

- 1) число $*4*$ ділилося націло на 3 і на 10;
- 2) число $12*4*$ ділилося націло на 9 і на 5;
- 3) число $67*$ ділилося націло на 2 і на 3.

Знайдіть усі можливі розв'язки.

1118. Поліцейський пес почав наздоганяти злочинця, коли той був на відстані 1,2 км від нього, і схопив його через 3 хв. З якою швидкістю біг пес, якщо злочинець намагався втекти зі швидкістю 0,2 км/хв?

1119. Кирило вибрав у бібліотеці три книги. Проте додому він може взяти тільки дві з них. Скільки варіантів вибору двох книг є у Кирила?

1120. Маса кавуна на 1 кг 200 г більша, ніж 60 % його маси. Яка маса кавуна?

1121. У сім'ї Петренків дев'ятеро дітей і двоє батьків. Середній вік усіх дітей становить 6 років, а середній вік усіх членів родини — 12 років. Який середній вік батьків?



Готуємося до вивчення нової теми

1122. Чи є коренем рівняння $4(x+6)=x+9$ число:

- 1) -3;
- 2) 0;
- 3) 2;
- 4) -5?

1123. Чи є коренем рівняння $x^2=2x+3$ число:

- 1) 3;
- 2) -2;
- 3) -1;
- 4) 4?

1124. Які з наведених рівнянь мають безліч коренів, а які — не мають коренів:

- | | |
|---------------|-------------------|
| 1) $2x-1=3;$ | 4) $2x+2=2(x+1);$ |
| 2) $3x+2=2;$ | 5) $x+2=3+x;$ |
| 3) $x+2=x+2;$ | 6) $0 \cdot x=3?$ |



Задача від Мудрої Сови

1125. У країні Севентаун є сім міст, кожне з яких сполучене шляхами більш ніж із двома містами. Доведіть, що з будь-якого міста можна дістатися до будь-якого іншого (можливо, проїжджаючи через інші міста).

39. Розв'язування рівнянь

За допомогою правила знаходження невідомого доданка ви можете розв'язувати рівняння виду $x + a = b$, де x — невідоме число, a і b — відомі числа.

Наприклад, розв'язуючи рівняння $x + 2 = 5$, можна записати $x = 5 - 2$. Звідси $x = 3$.

Аналогічно розв'язуємо рівняння $x + 5 = 2$:

$$x = 2 - 5;$$

$$x = -3.$$

До речі, не знаючи від'ємних чисел, неможливо знайти корінь цього рівняння.

А як розв'язати, наприклад, рівняння

$$2x - 1 = x + 5?$$

Жодне з відомих вам правил застосувати для розв'язування даного рівняння не вдасться.

У цьому пункті ви навчитеся розв'язувати такі рівняння.

Якщо до двох рівних чисел додати одне й те саме число, то знову отримаємо два рівних числа.

Іншими словами, якщо $a = b$, то $a + c = b + c$. Це твердження називають властивістю рівності. Для рівнянь є справедливою аналогічна властивість.

Якщо до обох частин даного рівняння додати (або від обох частин відняти) одне й те саме число, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.

Зауважимо, що коли дане рівняння не має коренів, то, додавши до обох його частин одне й те саме число, отримаємо рівняння, яке також не має коренів.

Застосуємо це правило до вже розглянутого рівняння $x + 2 = 5$. До обох його частин додамо число -2 .

Отримаємо:

$$x + 2 + (-2) = 5 + (-2).$$

Звідси $x = 5 - 2$.

Ми бачимо, що доданок 2 «перестрибнув» з лівої частини рівняння до правої, змінивши при цьому знак на протилежний.

Цей приклад ілюструє таке твердження.

Якщо який-небудь доданок перенести з однієї частини рівняння в другу, змінивши при цьому його знак на протилежний, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.

Повернемось до рівняння $2x - 1 = x + 5$.

Перенесемо доданок x із правої частини рівняння в ліву, а доданок -1 — з лівої частини в праву, помінявши знаки цих доданків.

Отримаємо: $2x - x = 5 + 1$.

Звідси $x = 6$.

Розв'яжемо рівняння $\frac{1}{3}x = 4$. За правилом знаходження невідомого множника запишемо:

$$x = 4 : \frac{1}{3}. \text{ Звідси } x = 12.$$

Цей результат можна отримати й іншим способом. Помножимо обидві частини рівняння $\frac{1}{3}x = 4$

на число 3. Отримаємо: $3 \cdot \frac{1}{3}x = 3 \cdot 4$. Звідси $x = 12$.

Цей приклад ілюструє таке твердження.

Якщо обидві частини рівняння помножити (або поділити) на одне й те саме відмінне від нуля число, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.

Чому в цьому тверджені заборонено множити обидві частини рівняння на 0?

Пояснимо це на прикладі рівняння $2x = 4$.

Число 2 — єдиний його корінь. Якщо ж обидві частини цього рівняння помножити на 0, то отримаємо рівняння $0 \cdot 2x = 0 \cdot 4$, коренем якого є будь-яке число. Отже, корені отриманого рівняння не збігаються з коренями початкового рівняння.



1. Яке рівняння отримаємо, якщо до обох частин даного рівняння додамо одне й те саме число?
2. За яким правилом переносять доданки з однієї частини рівняння в другу?
3. Яке рівняння отримаємо, якщо помножимо або поділимо обидві частини даного рівняння на одне й те саме відмінне від нуля число?



Розв'язуємо усно

1. Спростіть вираз:
1) $m - 4,6 + 2,8 - m$; 2) $3n - (8n - 5)$.
2. Чому дорівнює сума 1000 доданків, кожний з яких дорівнює -1 ?
3. Чому дорівнює добуток 1000 множників, кожний з яких дорівнює -1 ?
4. У санаторій завезли фрукти. Серед них було 180 кг апельсинів, що становило 0,3 маси всіх фруктів. Скільки кілограмів фруктів завезли в санаторій?
5. При яких значеннях a і b є правильною рівність:
1) $a:b=1$; 2) $a:b=-1$; 3) $a:b=0$?



Вправи

1126.° Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|--------------------------|--------------------------------|
| 1) $7x = -30 + 2x$; | 5) $-17x + 20 = 7x - 28$; |
| 2) $9x + 6 = 10x$; | 6) $0,2x + 4,3 = 0,4x - 6,5$; |
| 3) $-4 + 3x = 8x + 16$; | 7) $0,6x + 100 = 0,9x + 1$; |
| 4) $20 - 2x = 27 + x$; | 8) $16 - 18x = -25x - 12$. |

1127. Чому дорівнює корінь рівняння:

- | | |
|-------------------------|-------------------------------|
| 1) $3x = 28 - x;$ | 5) $33 + 8x = -5x + 72;$ |
| 2) $8x - 4 = 9x;$ | 6) $6x - 19 = -x - 10;$ |
| 3) $8x + 9 = 4x + 17;$ | 7) $0,7 - 0,2x = 0,3x - 1,8;$ |
| 4) $5x + 12 = 8x + 30;$ | 8) $0,1x + 9 = 0,2x - 4?$ |

1128. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $-6(x + 2) = 4x - 17;$
- 2) $(18x - 19) - (4 - 7x) = -73;$
- 3) $10x + 3(7 - 2x) = 13 + 2x;$
- 4) $-3(4 - 5y) + 2(3 - 6y) = -3,9.$

1129. Знайдіть корінь рівняння:

- 1) $9(x - 1) = x + 15;$
- 2) $(11x + 14) - (5x - 8) = 25;$
- 3) $12 - 4(x - 3) = 39 - 9x;$
- 4) $2(3x + 5) - 3(4x - 1) = 11,8.$

1130. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $0,8(4x + 5) = -3,2;$
- 2) $-2,4(7 - 9y) = -48.$

1131. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $-7(2 - 3x) = 56;$
- 2) $(5 + 7a) \cdot 15 = -30.$

1132. Знайдіть корінь рівняння:

- 1) $0,3m + 2(0,2m - 0,3) = 0,8 - 0,7(m - 2);$
- 2) $0,6 - (1,3x + 1) = 2,8x - 13,52;$
- 3) $\frac{1}{8} \left(\frac{8}{9}y + 8 \right) - \frac{1}{5} \left(\frac{5}{6}y + 1\frac{2}{3} \right) = 2.$

1133. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $0,4(x - 3) - 1,6 = 5(0,1x - 0,5);$
- 2) $1,5(2x - 5) + 2x = 5(0,5x - 1,5) - 10;$
- 3) $\frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{5} \right) - \frac{4}{5} \left(\frac{5}{12}x - \frac{1}{2} \right) = 1\frac{3}{5}.$

1134. Чому дорівнює корінь рівняння:

- 1) $-9(6x + 1) = -45(2x + 2,6);$
- 2) $0,6(2x + 1) = -1,8(3x - 4)?$

1135. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $-1,4(x - 6) = 7(4x + 1,2)$;
- 2) $2,6(0,4x - 1,4) = -3,9(1,2x - 0,9)$.

1136. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{x + 0,4}{8} = \frac{0,7 - x}{3}; \quad 2) \frac{5}{6} = \frac{5x + 6}{2x + 3,2}.$$

1137. Чому дорівнює корінь рівняння:

$$1) \frac{x - 8}{x + 2} = \frac{7}{3}; \quad 2) \frac{4}{x - 1,2} = \frac{15}{x - 10}?$$

1138. При якому значенні змінної:

- 1) значення виразу $5x - 0,4(7x - 9)$ дорівнює 2,94;
- 2) вирази $0,4(6 - 4y)$ і $0,5(7 - 3y) - 1,9$ набувають рівних значень;
- 3) значення виразу $-3(2,1x - 4) - 1,6$ на 2,6 більше за значення виразу $1,2(0,5 - 5x)$;
- 4) значення виразу $a + 8$ у 7 разів менше від значення виразу $90 - 3a$?

1139. При якому значенні змінної:

- 1) значення виразу $2,5x + 3(0,5x - 1,8)$ дорівнює $-3,8$;
- 2) вирази $7 - 2x$ і $9x - 8(x + 1)$ набувають рівних значень;
- 3) значення виразу $3(m + 1,4) - 6,4$ на 0,7 менше від значення виразу $8m - 15(m - 1,1)$;
- 4) значення виразу $5n - 1$ у 6 разів більше за значення виразу $2n - 13$?

1140. При якому значенні a рівняння:

- 1) $5ax = 14 - x$ має корінь, що дорівнює числу 4;
- 2) $(2a + 1)x = -6a + 2x - 13$ має корінь, що дорівнює числу -1 ?

1141. При якому значенні a рівняння:

- 1) $4ax = 84$ має корінь, що дорівнює числу -3 ;
- 2) $(a - 7)x = 6 + 5a$ має корінь, що дорівнює числу 1 ?

1142. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $3(6x - 1) = 2(9x + 1) - 10;$
- 2) $1,4(2 - 5x) = 15 - (7x + 12,2).$

1143. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $20 - 4x = 8(3x + 2,5) - 28x;$
- 2) $4x + 9 = 5(2x - 7) - 6x.$

1144.* При яких значеннях a не має коренів рівняння:

- 1) $ax = 1;$
- 2) $(a - 2)x = 3?$

1145.* Знайдіть усі цілі значення a , при яких корінь рівняння є цілим числом:

- 1) $ax = -14;$
- 2) $(a - 2)x = 12.$

1146.* Знайдіть усі цілі значення m , при яких корінь рівняння є натуральним числом:

- 1) $mx = 20;$
- 2) $(m + 3)x = -18.$



Вправи для повторення

1147. Скільки відсотків число 4 становить від числа, оберненого до нього?

1148. Скільки відсотків число 5 становить від числа, яке є його квадратом?

1149. На столі лежала коробка з цукерками. Євген узяв половину цукерок, а Катруся — третину решти, після чого в коробці залишилося 6 цукерок. Скільки цукерок було в коробці спочатку?

1150. Двоцифрове число, перша цифра якого 5, поділили на одноцифрове й отримали остатчу 8. Знайдіть ділене та дільник.

1151. (*Знайдіть помилку*) Василь Ледащенко, розв'язуючи завдання 1127 (6), записав таке:

$$\begin{aligned} 6x - x &= 10 + 19; \\ 5x &= 29; \\ x &= 5,8. \end{aligned}$$

Знайдіть помилку в цьому «розв'язанні».



Задача від Мудрої Сови

1152. У шахівниці розміром 8×8 клітинок вирізали крайню ліву верхню та крайню праву нижню клітинки. Чи можна решту шахівниці замостити кісточками доміно, покриваючи однією кісточкою рівно дві її клітинки?

40. Розв'язування задач за допомогою рівнянь

Приклад 1. У трьох 6-х класах навчається 101 дитина. Кількість дітей у 6-Б класі становить $\frac{6}{7}$ кількості дітей у 6-А класі, кількість дітей у 6-В класі — 120 % кількості дітей у 6-Б класі. Скільки дітей навчається в кожному класі?

Розв'язання. Нехай у 6-А класі навчається x дітей, тоді в 6-Б класі — $\frac{6}{7}x$ дітей, а в 6-В класі, ураховуючи, що $120\% = 1,2$, навчається $\frac{6}{7}x \cdot 1,2 = \frac{6}{7}x \cdot \frac{6}{5} = \frac{36}{35}x$ (дітей). Оскільки в усіх 6-х класах усього 101 дитина, то складемо рівняння:

$$x + \frac{6}{7}x + \frac{36}{35}x = 101.$$

Помножимо обидві частини цього рівняння на 35:

$$\left(x + \frac{6}{7}x + \frac{36}{35}x \right) \cdot 35 = 101 \cdot 35.$$

$$\text{Звідси } 35x + 35 \cdot \frac{6}{7}x + 35 \cdot \frac{36}{35}x = 3535;$$

$$35x + 30x + 36x = 3535;$$

$$101x = 3535;$$

$$x = 35.$$

Отже, у 6-А класі навчається 35 дітей, у 6-Б — $35 \cdot \frac{6}{7} = 30$ (дітей), у 6-В — $30 \cdot 1,2 = 36$ (дітей).

Відповідь: 35 дітей, 30 дітей, 36 дітей. ◀

Приклад 2. На двох полицях було порівну книжок. Після того як з першої полиці взяли 8 книжок, а з другої — 24 книжки, на першій полиці залишилося в 3 рази більше книжок, ніж на другій. Скільки книжок було на кожній полиці спочатку?

Розв'язання. Нехай на кожній полиці спочатку було по x книжок. Потім на першій стало $(x - 8)$ книжок, а на другій — $(x - 24)$ книжки. Оскільки за умовою значення виразу $x - 8$ у 3 рази більше, ніж значення виразу $x - 24$, то складемо рівняння:

$$x - 8 = 3(x - 24).$$

Звідси $x - 8 = 3x - 72$;

$$x - 3x = -72 + 8;$$

$$-2x = -64;$$

$$x = 32.$$

Відповідь: 32 книжки. ◀

Приклад 3. Визначте, через скільки років вік батька стане втричі більшим, ніж вік його сина, якщо в цьому році батькові виповнюється 32 роки, а сину — 12.

Розв'язання. Нехай батько стане втрічі старшим за свого сина через x років. Тоді сину буде $(12 + x)$ років, а батькові — $(32 + x)$ років, що в 3 рази більше, ніж сину. Отримуємо рівняння:

$$3(12 + x) = 32 + x.$$

Звідси $36 + 3x = 32 + x$;

$$3x - x = 32 - 36;$$

$$2x = -4;$$

$$x = -2.$$

На перший погляд, ця відповідь видається неприйнятною, але якщо підрахувати вік батька і вік сина через «мінус 2 роки», то отримаємо відповідно 30 років і 10 років. Тоді зрозуміло, що потрібне співвідношення віку батька й віку сина було 2 роки тому.

Відповідь: 2 роки тому. ◀

🔊 Розв'язуємо усно

1. Знайдіть добуток коренів рівняння $(x + 6)(x - 1,5) = 0$.
2. Які з даних рівнянь не мають коренів:
1) $0x = 0$; 3) $x^2 = x$;
2) $x - 2 = 5 + x$; 4) $|x| + 2 = 1$?
3. Обчисліть значення виразу:
1) $\left(1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}\right) : \frac{5}{24}$; 2) $\frac{4}{39} : \left(1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{3}{7}\right)$.

Вправи

1153.° За перше півріччя Петрик і Юрко отримали разом 43 оцінки «12» з математики, причому Петрик отримав на 9 таких оцінок більше, ніж Юрко. Скільки оцінок «12» отримав кожен хлопчик?

1154.° Галинка і Марічка зібрали 24,6 кг полуниць, причому Галинка зібрала на 4,8 кг менше, ніж Марічка. Скільки кілограмів полуниць зібрала кожна дівчинка?



1155.° Периметр прямокутника дорівнює 12,8 см, а одна з його сторін на 2,4 см менша від другої. Знайдіть площину прямокутника.

1156.° Одна зі сторін прямокутника в 15 разів більша за другу, а його периметр дорівнює 19,2 см. Знайдіть площину прямокутника.

1157.° Периметр трикутника дорівнює 166 см. Одна з його сторін у 5 разів більша за другу, яка на 68 см менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника.

1158.° Одна сторона трикутника в 7 разів менша від другої і на 66 см менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 174 см.

1159.° Кілограм апельсинів дорожчий за кілограм яблук на 6,4 грн. За 5 кг апельсинів заплатили стільки, скільки за 9 кг яблук. Скільки коштує 1 кг апельсинів? 1 кг яблук?

1160.° За 6 кг мармеладу заплатили стільки, скільки за 3,6 кг шоколадних цукерок. Яка ціна кожного виду цукерок, якщо 1 кг мармеладу дешевший від 1 кг шоколадних цукерок на 20 грн?

1161.° Дід Панас засолив 122 кг капусти в 7 великих і 4 маленьких діжках. Скільки кілограмів капусти містилося в кожній діжці, якщо у великій діжці капусти було на 8 кг більше, ніж у маленькій?

1162.° Фермерка продала на базарі 8 кг сала і 15 кг копченого м'яса за 1290 грн. Скільки коштував 1 кг сала і 1 кг копченого м'яса, якщо сало дешевше від м'яса на 40 грн за кілограм?

1163.° Пішохід подолав відстань між двома селищами за 7 год, а вершник — за 3 год. Знайдіть швидкості пішохода та вершника, якщо швидкість

пішохода на 5,6 км/год менша від швидкості вершника.

1164. Для перевезення школярів і школярок до спортивного табору потрібно замовити 12 мікроавтобусів або 5 великих автобусів, причому в обох випадках усі місця будуть зайняті. Скільки дітей треба перевезти, якщо у великому автобусі місць на 35 більше, ніж у мікроавтобусі?

1165. Гриць-школляр та Фед'ко-халамидник збиралі гриби. Гриць зібрав у 5 разів більше грибів, ніж Фед'ко. У лісі вони зустріли бабу Палажку та діда Панаса. Гриць подарував бабі Палажці 19 грибів, а Фед'ко отримав від діда Панаса 29 грибів. Після цього грибів у хлопчиків стало порівну. Скільки грибів знайшов кожний хлопчик?

1166. Білочки Руденька та Жовтенька збирали горіхи, причому Руденька зібрала у 8 разів менше горіхів, ніж Жовтенька. Тоді Жовтенька віддала Руденькій 42 своїх горіхи, після чого горіхів у білочок стало порівну. Скільки горіхів зібрала кожна білочка?

1167. Двом школам виділили на ремонт однакову суму грошей. Коли для першої школи придбали будівельні матеріали вартістю 60 000 грн, а для другої — вартістю 30 000 грн, то в розпорядженні другої школи залишилося грошей в 1,5 раза більше, ніж у першої. Скільки гривень було виділено кожній школі?

1168. Для поливання городу у дві цистерни налили однакову кількість води. Коли з першої цистерни використали 47 л води, а з другої — 23 л, то в першій залишилося води в 3 рази менше, ніж у другій. Скільки літрів води було в кожній цистерні спочатку?

1169. У Сашка було в 5 разів більше грошей, ніж в Оленки. Коли Сашко купив книжку за 27 грн, а Оленка — ручку за 8 грн, то в Оленки залишилося на 33 грн менше, ніж у Сашка. Скільки грошей було в кожного з них спочатку?

1170. У першому контейнері вугілля було в 4 рази більше, ніж у другому. Коли з першого контейнера взяли 210 кг вугілля, а з другого — 10 кг, то в другому залишилося на 20 кг більше, ніж у першому. Скільки кілограмів вугілля було в кожному контейнері спочатку?

1171. З одного міста до другого виїхав автомобіль зі швидкістю 65 км/год, а через 2 год після цього з другого міста назустріч йому виїхав інший автомобіль зі швидкістю 75 км/год. Знайдіть час, протягом якого був у дорозі кожний автомобіль до моменту зустрічі, якщо відстань між містами дорівнює 690 км.

1172. Із села в напрямку міста виїхав мотоцикліст зі швидкістю 80 км/год. Через 1,5 год з міста до села виїхав велосипедист зі швидкістю 16 км/год. Скільки годин їхав до зустрічі кожен з них, якщо відстань між містом і селом дорівнює 216 км?

1173. У першому баці було 140 л води, а в другому — 108 л. Баки одночасно відкрили. З першого бака щохвилини витікає 5 л води, а з другого — 6 л. Через скільки хвилин у другому баці залишиться у 2,5 раза менше води, ніж у першому?

1174. Улянці треба розв'язати 95 задач, а Михайлові — 60. Щодня Улянка розв'язує 7 задач, а Михайлик — 6. Через скільки днів в Улянки залишиться нерозв'язаних задач вдвічі більше, ніж у Михайлика, якщо вони почали розв'язувати задачі в один день?

1175. У першій цистерні було 900 л води, а в другій — 700 л. Коли з другої цистерни взяли води вдвічі більше, ніж з першої, то в першій залишилося води втрічі більше, ніж у другій. Скільки літрів води взяли з кожної цистерни?

1176. У першому контейнері було 60 кг яблук, а в другому — 100 кг. Коли з другого контейнера продали в 4 рази більше яблук, ніж з першого, то в першому залишилося у 2 рази більше яблук, ніж у другому. Скільки кілограмів яблук продали з кожного контейнера?



Вправи для повторення

1177. На шести полицях стоять книжки. На другій полиці стоїть на одну книжку більше, ніж на першій, на третій — на одну більше, ніж на другій, і т. д. Укажіть, яким числом обов'язково буде загальна кількість книжок: 1) простим числом; 2) парним числом; 3) непарним числом.

1178. У записі двоцифрового числа закреслили одну цифру, і воно зменшилося в 31 раз. Яку цифру і в якому числі закреслили?

1179. Знайдіть значення виразу:

$$1) (-12,16 : (-0,4) + 4,62 : (-0,3)) \cdot (-2,4) - 93,7;$$

$$2) \left(-2\frac{5}{9} + 1\frac{20}{21} \right) : 1\frac{8}{49} - 1\frac{7}{9} : (-6).$$

1180. У записі числа 689 153 401 закресліть три цифри так, щоб цифри, які залишаться, у тому самому порядку склали найбільше з можливих чисел.

1181. З вершини B розгорнутого кута ABC провели промінь BK так, що $\angle ABK = 108^\circ$. Промінь BD — бісектриса кута CBK . Обчисліть градусну міру кута DBK .



Задача від Мудрої Сови

1182. Чи існують 1005 натуральних чисел (не обов'язково різних), сума яких дорівнює їхньому добутку?

41. Перпендикулярні прямі

Зобразимо розгорнутий кут AOB і проведемо його бісектрису OC (рис. 111).

Оскільки градусна міра розгорнутого кута дорівнює 180° , то $\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$. Ураховуючи, що кути AOC і COB рівні, отримуємо: $\angle AOC = \angle COB = 90^\circ$.

Добудуємо промінь OC до прямої CD . Отримуємо розгорнутий кут COD (рис. 112). Тоді $\angle COD = \angle AOC + \angle AOD$. Оскільки $\angle COD = 180^\circ$ і $\angle AOC = 90^\circ$, то можна записати: $180^\circ = 90^\circ + \angle AOD$. Звідси $\angle AOD = 90^\circ$. Аналогічно можна показати, що кут DOB є прямим.

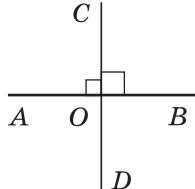


Рис. 112

Отже, при перетині прямих AB і CD утворилися чотири прямих кути. Такі прямі називають **перпендикулярними**. Пишуть: $AB \perp CD$ або $CD \perp AB$.

Якщо перпендикулярні прямі позначити буквами a і b , то можна записати $a \perp b$ (читають: «пряма a перпендикулярна до прямої b » або «прямі a і b перпендикулярні»).

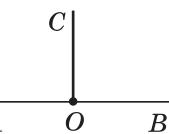
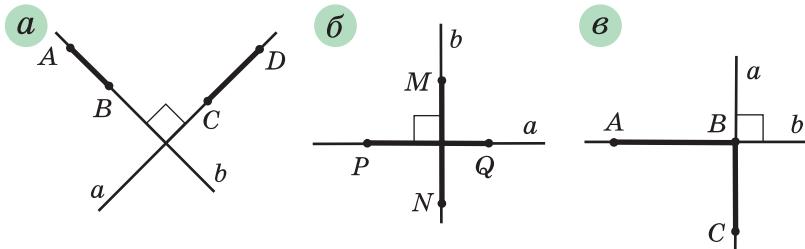


Рис. 111

На рисунку 113 зображені пари відрізків, які лежать на перпендикулярних прямих a і b . Такі відрізки також називають перпендикулярними.

Перпендикулярними бувають також два промені (рис. 114), промінь і відрізок (рис. 115), промінь і пряма (рис. 116), відрізок і пряма (рис. 117).

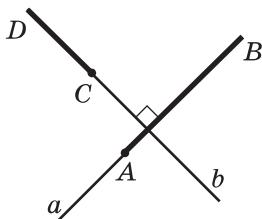


Рис. 114

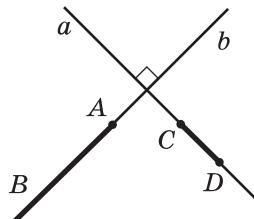


Рис. 115

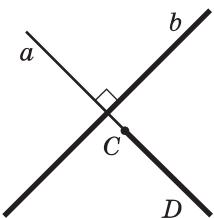


Рис. 116

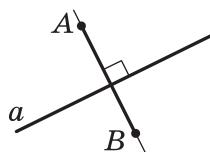


Рис. 117

Перпендикулярні прямі можна побудувати за допомогою косинця (рис. 118) або транспортира (рис. 119).



Рис. 118

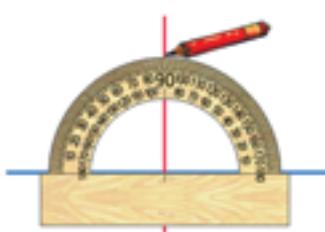


Рис. 119

За допомогою косинця можна також через дану точку M провести пряму, перпендикулярну до даної прямі a . На рисунку 120 показано побудову для випадку, коли точка M належить прямій a , на рисунку 121 — для випадку, коли точка M не належить прямій a .

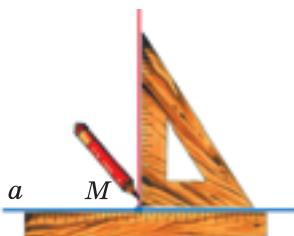


Рис. 120

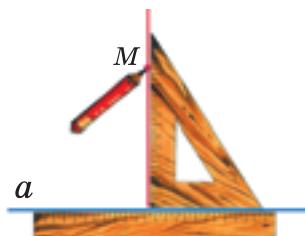


Рис. 121

Звернемо увагу, що й раніше вам були відомі геометричні фігури, елементи яких перпендикулярні. Наприклад, сторони AC і BC прямокутного трикутника ABC перпендикулярні (рис. 122). Будь-які сусідні сторони прямокутника перпендикулярні (рис. 123), будь-які два з трьох ребер прямокутного паралелепіпеда, які мають спільну вершину, перпендикулярні (рис. 124).

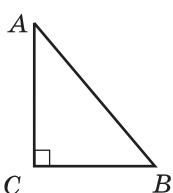


Рис. 122



Рис. 123

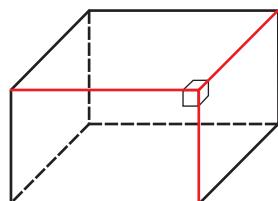


Рис. 124



1. Які дві прямі називають перпендикулярними?
2. Як читають запис $m \perp n$?
3. Які відрізки називають перпендикулярними?



Розв'язуємо усно

- При яких значеннях a є правильною рівність $a : 5 = 5 : a$?
- Приготували млинці та сирники, причому млинців було в 3 рази більше, ніж сирників. Скільки млинців і скільки сирників приготували, якщо сирників було на 20 менше, ніж млинців?
- Знайдіть периметр трикутника ABC , якщо сторона BC у 2 рази менша від AB і $AB = AC = 5$ см.

Вправи

1183. На рисунку 125 зображено квадрат $MNKP$. Запишіть усі пари перпендикулярних прямих.

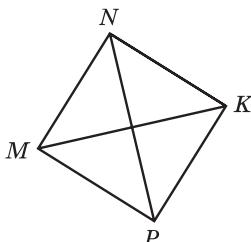


Рис. 125

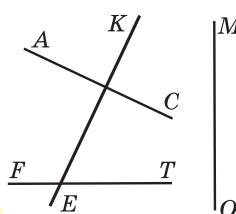


Рис. 126

1184. Знайдіть на рисунку 126 пари перпендикулярних прямих і запишіть їх.

1185. Перерисуйте в зошит рисунок 127. Проведіть через точку M пряму, перпендикулярну до прямої a .

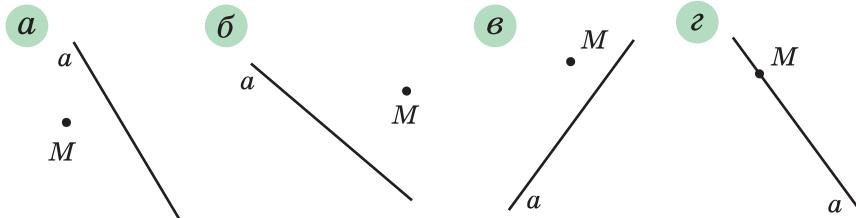


Рис. 127

1186.° Проведіть пряму d і позначте точку M , яка їй не належить. За допомогою косинця проведіть через точку M пряму, перпендикулярну до прямої d .

1187.° Проведіть пряму c і позначте точку K , яка їй належить. Користуючись косинцем, проведіть через точку K пряму, перпендикулярну до прямої c .

1188.° Накресліть прямокутник $ABCD$, сполучіть точки A і C . Проведіть через точку B пряму, перпендикулярну до прямої AC .

1189.° Накресліть трикутник: 1) гострокутний; 2) тупокутний; 3) прямокутний. Проведіть через кожну вершину трикутника пряму, перпендикулярну до протилежної сторони.

1190.° Накресліть кут ABK , градусна міра якого дорівнює: 1) 73° ; 2) 146° . Позначте на промені BK точку C і проведіть через неї прямі, перпендикулярні до прямих AB і BK .

1191.° Перерисуйте в зошит рисунок 128. Проведіть через точку O прямі, перпендикулярні до прямих AB , CD і EF .

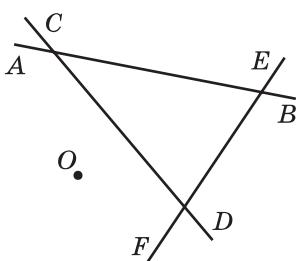


Рис. 128

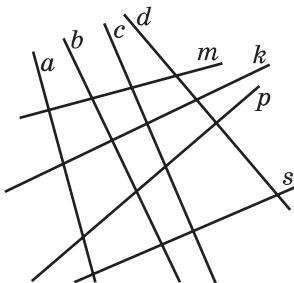


Рис. 129

1192.° Накресліть гострокутний трикутник і позначте всередині нього точку. Проведіть через цю точку прямі, перпендикулярні до сторін трикутника.

1193. Накресліть чотирикутник $ABCD$, у якому:

- 1) $AB \perp AD$;
- 2) $AB \perp AD$, $AB \perp BC$;
- 3) $AB \perp AD$, $BC \perp CD$.

1194. Визначте на око, а потім перевірте за допомогою косинця, які з прямих, зображених на рисунку 129, перпендикулярні.

1195. Накресліть два перпендикулярних відрізки так, щоб вони: 1) перетиналися; 2) не мали спільних точок; 3) мали спільний кінець.

1196. Накресліть два перпендикулярних промені так, щоб вони: 1) перетиналися; 2) не мали спільних точок.

1197. На рисунку 130 $AB \perp CD$, $\angle MOC + \angle BOK = 130^\circ$, $\angle COK = 42^\circ$. Обчисліть градусну міру: 1) кута MOK ; 2) кута MOD .

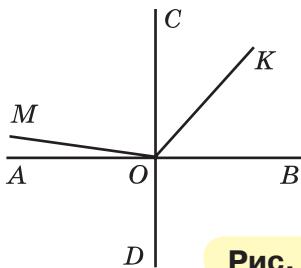


Рис. 130

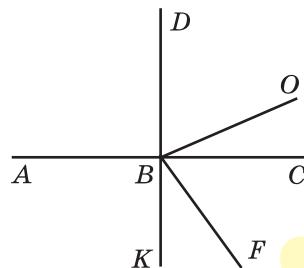


Рис. 131

1198. На рисунку 131 $AC \perp DK$, $OB \perp BF$, $\angle DBO = 54^\circ$. Обчисліть градусну міру кута ABF .

1199. Як побудувати перпендикулярні прямі, користуючись шаблоном кута, який дорівнює:

- 1) 15° ;
- 2) 18° ?

1200. Користуючись косинцем і шаблоном кута 17° , побудуйте кут, градусна міра якого дорівнює:

- 1) 5° ;
- 2) 12° .

1201. Користуючись косинцем і шаблоном кута 20° , побудуйте кут, градусна міра якого дорівнює 10° .

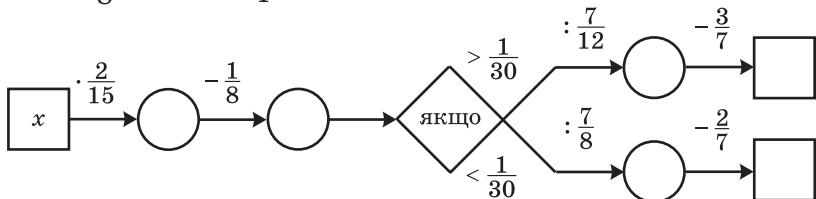


Вправи для повторення

1202. Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 8, кількість десятків у 3 рази менша від кількості одиниць. Знайдіть це число.

1203. Заповніть пропуски в ланцюжку обчислень при:

1) $x = 1\frac{1}{8}$; 2) $x = 1\frac{1}{4}$.



1204. Чи є правильним твердження, що $|a| + a = 2a$ при будь-якому значенні a ?



Учимося застосовувати математику

1205. За тиждень в офісі витрачають 1400 аркушів паперу. Яку найменшу кількість пачок паперу потрібно купити, щоб забезпечити роботу офісу протягом 6 тижнів, якщо в одній пачці міститься 500 аркушів?

1206. Максим відвідує заняття із самбо по понеділках, четвергах і суботах, а його друг Антон — уроки музики по вівторках, середах і п'ятницях. Заповніть таблицю з розкладом занять Максима й Антона, якщо відомо, що 11 і 15 січня в Антона уроки музики.

Дата	10 січня	11 січня	12 січня	13 січня	14 січня	15 січня	16 січня	17 січня
Максим								
Антон		+					+	



Задача від Мудрої Сови

1207. На шахівницю пролили фарбу. Чи може кількість заплямованих фарбою клітинок бути на 17 меншою від кількості клітинок, що залишилися чистими?

42. Паралельні прямі

Розглянемо на площині пряму a і точку M , яка не належить цій прямій (рис. 132). Через точку M можна провести безліч прямих, лише одна з яких пряму a не перетинатиме (на рисунку 133 цю пряму позначено буквою b). У таких випадках говорять, що прямі a і b паралельні.

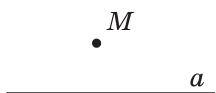


Рис. 132

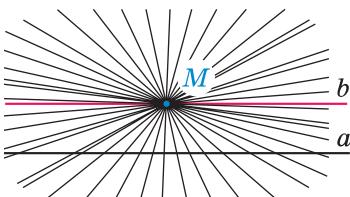


Рис. 133

Дві прямі на площині, які не перетинаються, називають паралельними.

Якщо прямі a і b паралельні, то це записують так: $a \parallel b$ (читають: «пряма a паралельна прямій b » або «прямі a і b паралельні»).

Уявлення про паралельні прямі дають лінії дорожньої розмітки, рейки на прямолінійній ділянці залізниці, слід, який залишає лижниця, рухаючись прямолінійно (рис. 134).



Рис. 134

Звернемо увагу, що й раніше вам були відомі геометричні фігури, елементи яких лежать на

паралельних прямих. Наприклад, протилежні сторони прямокутника лежать на паралельних прямих (рис. 135); на паралельних прямих лежать, наприклад, ребра A_1B_1 і C_1D_1 , AA_1 і CC_1 прямокутного паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (рис. 136).

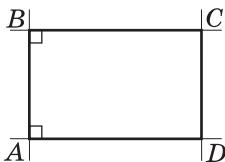


Рис. 135

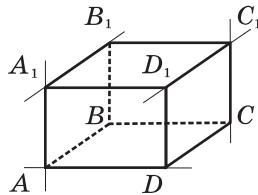


Рис. 136

Зазначимо, що прямі A_1B_1 і AD (рис. 136) та-
кож не перетинаються. Проте вони не лежать
в одній площині, тому паралельними їх не вважа-
ють, а називають **мимобіжними**.

Відрізки (промені), які лежать на паралельних прямих, називають паралельними. Так, протилежні сторони прямокутника паралельні; у прямокутному паралелепіпеді (рис. 136) паралельними є, наприклад, ребра AB і CD , BB_1 і DD_1 .

На рисунку 135 кожна з прямих BC і AD перпендикулярна до прямої AB , при цьому $BC \parallel AD$. Це не випадково, оскільки справедлива така влас-
тивість.

*Якщо дві прямі, які лежать в одній площи-
ні, перпендикулярні до третьої прямої, то вони
паралельні.*

Ця властивість дає змогу за допомогою лінійки та косинця будувати паралельні прямі. На рисунку 137 показано, як через дану точку M провести пряму, паралельну даній прямій a .

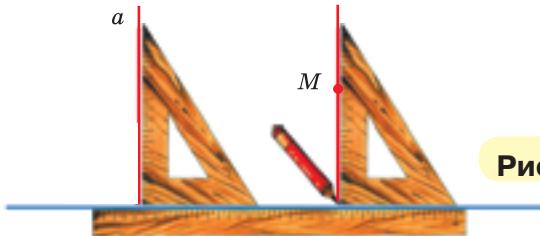


Рис. 137



1. Яким може бути взаємне розташування двох прямих на площині?
2. Які дві прямі називають паралельними?
3. Як читають запис $m \parallel n$?
4. Які відрізки називають паралельними?
5. Яким є взаємне розташування двох прямих, що лежать в одній площині та перпендикулярні до третьої?

🔊 Розв'язуємо усно

1. На координатній прямій (рис. 138) позначили числа a , b і c . Яким числом, додатним чи від'ємним, є різниця чисел: 1) a і b ; 2) a і c ; 3) b і c ; 4) a і 1 ; 5) c і -1 ?

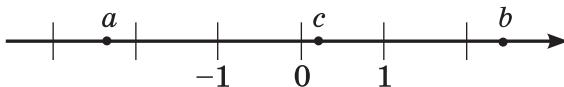


Рис. 138

2. П'ятеро братів хочуть поділити між собою 20 яблук так, щоб кожний із них отримав непарну кількість яблук. Чи зможуть вони це зробити?
3. Оксана зібрала в саду яблука і груші, причому яблук було в 4 рази більше, ніж груш. Скільки відсотків зібраних фруктів становили яблука?

Вправи

- 1208.° Перерисуйте в зошит рисунок 139. Продвійті через кожну з точок A і B пряму, паралельну прямій m .

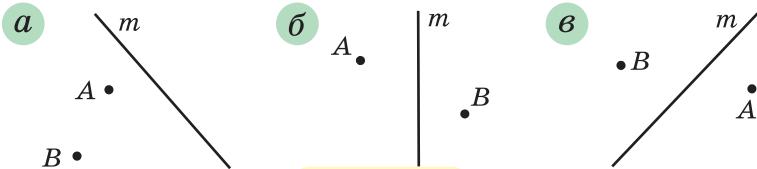


Рис. 139

1209. Визначте на око, а потім перевірте за допомогою косинця та лінійки, які з прямих, зображених на рисунку 140, паралельні.

1210. Перерисуйте в зошит рисунок 141. Проведіть через точку O пряму, паралельну прямим k і p .

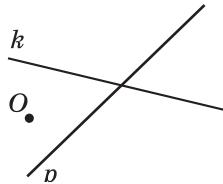
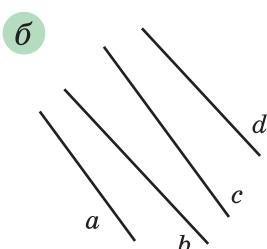
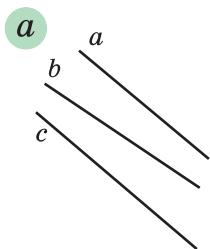


Рис. 140

Рис. 141

1211. Накресліть кут MKE , градусна міра якого дорівнює: 1) 58° ; 2) 116° ; 3) 90° . Позначте між сторонами кута точку P і проведіть через цю точку пряму, паралельну сторонам кута.

1212. Накресліть трикутник і проведіть через кожну його вершину пряму, паралельну протилежній стороні.

1213. Перерисуйте в зошит рисунок 142. Проведіть прямі BC , CE , AD , DF , BE і AF . Визначте, які з цих прямих паралельні.

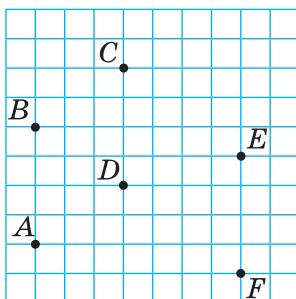


Рис. 142

 **1214.** Накресліть чотирикутник, у якого:

- 1) дві сторони паралельні, а дві інші — не паралельні;
- 2) протилежні сторони паралельні.

1215. Накресліть:

- 1) п'ятикутник, дві сторони якого паралельні;
- 2) шестикутник, у якого кожна сторона паралельна якій-небудь іншій стороні.

1216. Накресліть шестикутник, дві сторони якого лежать на одній прямій, а кожна з решти чотирьох сторін паралельна якій-небудь іншій стороні.

1217. Скільки точок перетину можуть мати три прямі на площині? Зобразіть усі випадки.



Вправи для повторення

1218. Склали однакові великі та однакові маленькі букети троянд. У 2 маленьких і 5 великих букетах було 55 троянд, а в 6 маленьких і 5 великих — 75 троянд. Скільки троянд було в кожному букеті?

1219. Після обробки деталі її маса зменшилася з 240 кг до 204 кг. На скільки відсотків зменшилася маса деталі?

1220. Вологість трави становить 80 %, а сіна — 20 %. Скільки тонн сіна отримають із 4 т трави?

1221. Знайдіть значення виразу:

$$\left(5\frac{5}{9} - 6,8\right) : \left(2\frac{13}{30} - 2\frac{1}{12}\right) \cdot 3,6.$$



Задача від Мудрої Сови

1222. Усі мешканці міста *A* завжди говорять правду, а всі мешканці міста *B* завжди брешуть. Відомо, що мешканці міста *A* бувають у місті *B*, і навпаки. Мандрівник потрапив до одного із цих міст, але не знає, до якого. Яке одне запитання він має поставити першому зустрічному, щоб з'ясувати, у якому саме місті перебуває?

43. Координатна площа

Чи можна на координатній прямій знайти точку, якщо відома її координата? Звісно, так. Наприклад, числу $-2,5$ відповідає єдина точка $A (-2,5)$ (рис. 143).

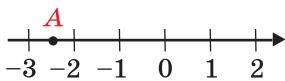


Рис. 143

Проте не будь-який об'єкт удається відшукати, маючи таку обмежену інформацію, як одне-єдине число.

Якщо, наприклад, після літніх канікул ви розлучаєтесь зі своїм новим другом і залишаєте йому тільки номер своєї квартири, то він навряд чи зможе вас відшукати. Досить часто в таких випадках кажуть, що ви залишили недостатньо координат.

Так само зрозуміло, що неможливо на географічній карті знайти пункт, якщо вказано тільки його широту. Пригадаймо, як герої книги Жуля Верна «Діти капітана Гранта» довго та із численними пригодами подорожували в пошуках капітана, бо вони знали лише те, що він перебуває на 37-й паралелі південної широти.



Координати об'єкта — це така інформація, за якою його можна знайти (визначити місцезнаходження) однозначно. Наприклад:

- номери квартири та будинку, назви вулиці та міста (а можливо, і країни) — координати, за допомогою яких ваш друг вас легко знайде;
- широта й довгота — координати об'єкта на географічній карті;
- номер ряду та номер місця — координати крісла в залі кінотеатру;

- шаховий запис $Ka1$ — координати коня на шахівниці (рис. 144).



Рис. 144

«Морський бій» — ще одна гра, у якій використовують координати.

Указати місцезнаходження точки на площині також можна за допомогою координат. Для цього проведемо дві перпендикулярні координатні прямі так,

щоб їхні початки відліку суміщалися (рис. 145). Ці прямі називають **осями координат**, точку їхнього перетину O — **початком координат**. Горизонтальну вісь називають **віссю абсцис** і позначають буквою x , вертикальну вісь називають **віссю ординат** і позначають буквою y .

Вісь абсцис ще називають віссю x , а вісь ординат — віссю y . Разом вони утворюють **прямокутну систему координат**. Площину, на якій задано прямокутну систему координат, називають **координатною площеиною**.

Координатні осі розбивають площину на чотири частини. Їх називають **координатними чвертями** і нумерують так, як показано на рисунку 146.

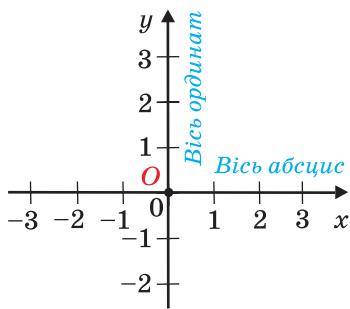


Рис. 145



Рис. 146

На координатній площині позначимо точку M (рис. 147). Пряма, що проходить через точку M перпендикулярно до осі абсцис, перетинає її в точці A , а пряма, перпендикулярна до осі ординат, перетинає цю вісь у точці B . Точка A на осі x має координату 3, а точка B на осі y — координату -2 .

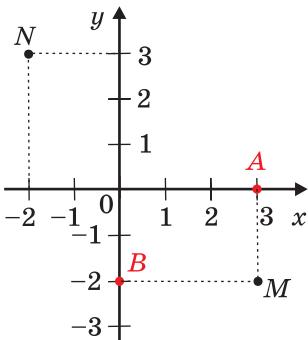


Рис. 147

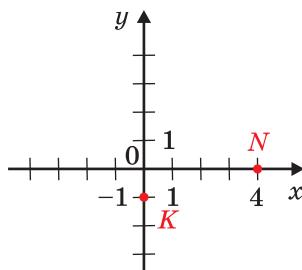


Рис. 148

Число 3 називають **абсцисою** точки M , число -2 — **ординатою** точки M . Числа 3 і -2 однозначно визначають місце точки M на координатній площині. Тому їх називають **координатами** точки M і записують: $M (3; -2)$.

Наголосимо, що, записуючи координати точки, *абсцису завжди ставлять на перше місце, а ординату — на друге*. Якщо числа 3 і -2 поміняти місцями, то отримаємо координати зовсім іншої точки — точки $N (-2; 3)$ (рис. 147).

У початку координат абсциса й ордината дорівнюють нулю. Пишуть: $O (0; 0)$.

Зауважимо, що *коли точка лежить на осі абсцис, то її ордината дорівнює нулю, а коли точка лежить на осі ординат, то нулью дорівнює її абсциса*.

Наприклад, на рисунку 148: $N (4; 0)$; $K (0; -1)$.



1. Як називають дві перпендикулярні координатні прямі, які перетинаються в початку відліку? 2. Як називають площину, на якій задано систему координат? 3. Як називають координатну пряму, яку проводять горизонтально? верти-кально? 4. Яку координату точки ставлять на перше місце, а яку — на друге? 5. Де на координатній площині знаходяться точки, абсциси яких дорівнюють нулю? 6. Де на координатній площині знаходяться точки, ординати яких дорівнюють нулю? 7. Які координати має початок коорди-нат?



Говоримо та пишемо українською правильно

У слові «вісь» у родовому, давальному та місцевому відмінках однини відбувається чергування голосних **i — o**, наприклад: *перпендикулярно до осі, належить осі, розташована на осі*. А в орудному відмінку однини — подовження звука [c]: *називають віссю*.

Під час відмінювання цього слова у множині чергування та подовження звуків не відбувається: *осі, осей, осям, осі, осями, на осях*.



Розв'язуємо усно

1. Знайдіть коефіцієнт виразу:

$$1) 8m \cdot 0,5; \quad 3) a \cdot (-18b); \quad 5) -0,7x \cdot 1\frac{3}{10}y;$$

$$2) -x \cdot (-1,2); \quad 4) -p \cdot (-4q); \quad 6) -\frac{1}{6}a \cdot (-1,2b) \cdot 5c.$$

2. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 7x + 1 = 5x - 9; \quad 2) 14a = 8a - 5,4.$$

3. Першого дня засіяли $\frac{2}{9}$ поля, а другого — у 3 рази більше. Яку частину поля залишилося засіяти?

4. Відомо, що 10 % гречаних крупів становлять білки, 2,5 % — жири й 60 % — вуглеводи. Скільки кілограмів кожного з видів цих речовин міститься в 5 кг гречаних крупів?

Вправи

1223.° Знайдіть координати точок $A, B, C, D, E, F, K, M, N$, зображених на рисунку 149.

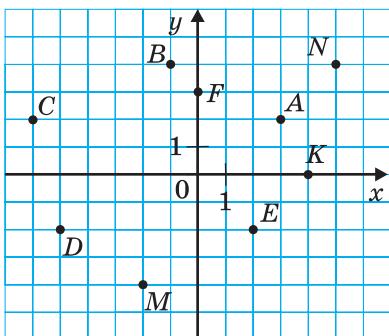


Рис. 149

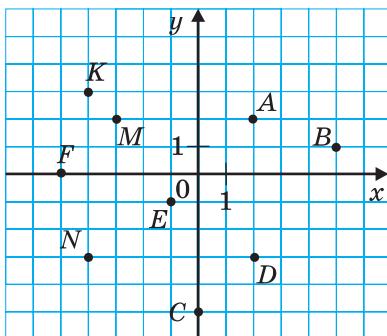


Рис. 150

1224.° Знайдіть координати точок $A, B, C, D, E, F, K, M, N$, зображеніх на рисунку 150.

■ 1225.° На координатній площині позначте точки: $A (2; 3)$, $B (4; -5)$, $C (-3; 7)$, $D (-2; 2)$, $F (-4; -2)$, $K (2; -2)$, $M (0; 2)$, $N (-3; 0)$, $P (1; -6)$.

■ 1226.° На координатній площині позначте точки: $A (5; 1)$, $B (2; -1)$, $C (-7; -1)$, $D (-5; 3)$, $E (1; 0)$, $F (0; -4)$, $S (-1; -3)$, $T (-6; 2)$, $Q (3; 2)$.

■ 1227.° Побудуйте відрізки AB і CD та знайдіть координати точки перетину цих відрізків, якщо $A (-1; -3)$, $B (3; 1)$, $C (0; 4)$, $D (3; -2)$.

■ 1228.° Побудуйте відрізки AB і CD та знайдіть координати точки перетину цих відрізків, якщо $A (-5; -2)$, $B (1; 4)$, $C (-3; 2)$, $D (2; -3)$.

■ 1229.° Накресліть на координатній площині трикутник EFK , якщо $E (3; -2)$, $F (-3; 1)$, $K (1; 5)$. Знайдіть координати точок перетину сторони EF з віссю x і сторони FK з віссю y .

 **1230.** Накресліть на координатній площині чотирикутник $PQRS$, якщо $P(-4; 2)$, $Q(-2; 4)$, $R(4; 1)$, $S(-2; -2)$. Знайдіть координати точок перетину сторони QR з віссю y і сторони PS з віссю x .

1231. Дано координати трьох вершин прямокутника $ABCD$: $A(-3; -1)$, $B(-3; 3)$ і $D(5; -1)$.

- 1) Накресліть цей прямокутник.
- 2) Знайдіть координати вершини C .
- 3) Знайдіть координати точки перетину діагоналей прямокутника.
- 4) Обчисліть площу та периметр прямокутника, вважаючи, що довжина одиничного відрізка координатних осей дорівнює 1 см.

1232. На координатній площині проведено лінію (рис. 151).

- 1) Знайдіть ординату точки, що належить цій лінії й абсциса якої дорівнює: $2; -3; -1$.
- 2) Знайдіть абсцису точки, що належить цій лінії й ордината якої дорівнює: $3; 0; -2$.

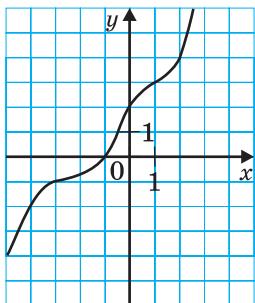


Рис. 151

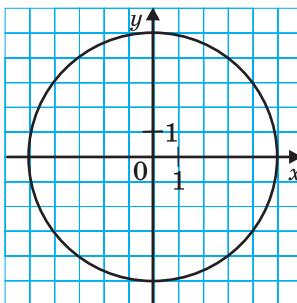


Рис. 152

1233. На координатній площині проведено коло (рис. 152).

- 1) Знайдіть ординату точки кола, абсциса якої дорівнює: $5; -4$.
- 2) Знайдіть абсцису точки кола, ордината якої дорівнює: $-5; 3; 0$.

1234. На координатній площині проведено лінію (рис. 153).

- 1) Знайдіть ординату точки, що належить цій лінії, абсциса якої дорівнює: -2 ; 3 ; 1 .
- 2) Знайдіть абсцису точки, що належить цій лінії, ордината якої дорівнює: -4 ; -3 ; 0 .

1235. Побудуйте коло із центром у точці $M (3; 2)$, яке проходить через точку $K (2; -1)$. Які з точок $A (2; 5)$, $B (0; 3)$, $C (1; -1)$, $D (3; -2)$, $E (4; -1)$, $F (5; 0)$ належать колу?

1236. Побудуйте коло із центром у точці $A (-4; 0)$, яке проходить через початок координат. Скільком одиничним відрізкам дорівнює радіус цього кола? Укажіть координати яких-небудь двох точок, одна з яких належить кругу, обмеженому цим колом, а друга розташована поза ним.

1237. Позначте на координатній площині точки $M (2; 1)$, $A (1; -2)$ і $B (-2; 1)$. Проведіть пряму AB . Через точку M проведіть пряму, паралельну прямій AB , і пряму, перпендикулярну до прямої AB .

1238. У якій чверті лежить точка $A (x ; y)$, якщо:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1) $x > 0$, $y > 0$; | 3) $x < 0$, $y < 0$; |
| 2) $x > 0$, $y < 0$; | 4) $x < 0$, $y > 0$? |

1239. Вище чи нижче від осі x розміщена точка $B (x ; y)$, якщо:

- | |
|------------------------------------|
| 1) $y > 0$, x — довільне число; |
| 2) $y < 0$, x — довільне число? |

1240. Праворуч чи ліворуч від осі y розміщена точка $C (x ; y)$, якщо:

- | |
|------------------------------------|
| 1) $x < 0$, y — довільне число; |
| 2) $x > 0$, y — довільне число? |

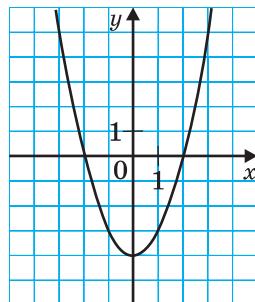


Рис. 153

1241. Із точок $A (2; 4)$, $B (1; -10)$, $C (0; -20)$, $D (-4; -50)$, $E (47; 0)$, $F (0; 7)$, $Q (-1; -1)$, $S (-9; 7)$, $P (-6; 0)$ виберіть точки, що лежать:

- 1) вище осі x ;
- 3) на осі x ;
- 2) ліворуч від осі y ;
- 4) на осі y .

1242. Накресліть на координатній площині замкнену ламану, послідовними вершинами якої є точки з координатами: $(8; 0)$, $(6; 2)$, $(0; 6)$, $(1; 4)$, $(-1; 4)$, $(-3; 3)$, $(-6; 0)$, $(-8; 0)$, $(-6; -1)$, $(-6; -2,5)$, $(-5; -1)$, $(-1; 1)$, $(0; 1)$, $(3; 0)$, $(2; -1)$, $(5; -1)$, $(6; -2)$, $(7; -2)$, $(9; -3)$, $(8; -1)$. Позначте точку $(7; -1)$.

1243. Накресліть на координатній площині дві замкнені ламані, послідовними вершинами яких є точки з координатами: $(-5; 3)$, $(-2; 1)$, $(1; 2)$, $(2; 3)$, $(6; 4)$, $(-2; 6)$ і $(-3; 3)$, $(-3; 4)$, $(-2; 5)$, $(-2; 3)$; чотири відрізки з кінцями в точках $(-6; 7)$ і $(-2; 6)$; $(2; 7)$ і $(-2; 6)$; $(5; 3)$ і $(7; 5)$; $(5; 5)$ і $(7; 3)$.

1244. Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$ такі, що:

- 1) $x = -3$, y — довільне число;
- 2) $y = -5$, x — довільне число.

1245. Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$ такі, що:

- 1) $x = 4$, y — довільне число;
- 2) $y = 2$, x — довільне число.

1246. Зобразіть на координатній площині всі точки, у яких:

- 1) абсциса їй ордината рівні;
- 2) абсциса їй ордината — протилежні числа.

1247. Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$ такі, що:

- 1) $y = 0$, $x < 3$;
- 3) $|x| \leq -1$, $y \geq 1$;
- 2) $-4 < y < 4$, $x \geq 0$;
- 4) $|x| > 2$, $y < -2$.

■ 1248. Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$ такі, що:

- 1) $x = 0$, $y \geq -3$;
- 2) $-2 \leq x \leq 3$, y — довільне число;
- 3) $|y| \leq 2$, x — довільне число;
- 4) $|x| \leq 3$, $|y| \leq 1$.



Вправи для повторення

1249. Перерисуйте в зошит рисунок 154, проведіть через кожну з точок B і M пряму, перпендикулярну до прямої AD , а через точку K — пряму, перпендикулярну до прямої CD .

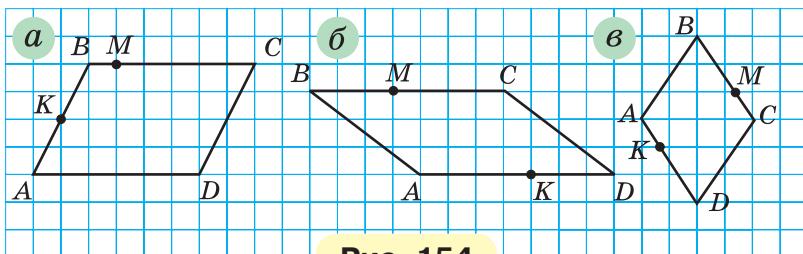


Рис. 154

1250. Свіжі яблука містять 75 % води, а сушені — 12 %. Скільки кілограмів сушених яблук вийде з 264 кг свіжих?



Учимося застосовувати математику

1251. Білочка вирішила перевірити свій запас горішків. Коли вона рахувала їх десятками, то не вистачило 2 горішків до цілого числа десятків, а коли почала рахувати дюжинами, то залишилося 8 горішків. Скільки горішків було в білочки, якщо відомо, що їх більше за 300, але менше від 350?

1252. На торговельній базі цукор-пісок розфасовано в кілограмові, трикілограмові та десятикілограмові пакети. Кілограмовий пакет коштує 30 грн, трикілограмовий — 84 грн, а десятикілограмовий — 270 грн. Потрібно придбати 45 кг цукру-піску. Знайдіть найвигідніший варіант купівлі цукру й обчисліть його вартість.

1253. Для перевезення 30 т вантажу на відстань 80 км можна скористатися послугами однієї з трьох фірм-перевізників. Вартість перевезення та вантажопідйомність автомобілівожної фірми наведено в таблиці.

Фірма-перевізник	Вартість перевезення одним автомобілем на 10 км, грн	Вантажопідйомність автомобіля, т
А	210	4
Б	240	5,5
В	360	10

Скільки гривень коштуватиме найдешевше перевезення вантажу?



Задача від Мудрої Сови

1254. В одній купці лежить 171 камінець, а в другій — 172 камінці. За один хід дозволяється брати будь-яку кількість камінців, але тільки з однієї купки. Програє той, кому не буде чого брати. Хто виграє за правильної стратегії — той, хто починає, чи інший гравець?

44. Графіки

На метеорологічній станції впродовж доби кожні три години вимірювали температуру повітря. У результаті цих вимірювань отримали таку таблицю:

Час доби, год	0	3	6	9	12	15	18	21	24
Температура, °C	-3	-4	-6	-3	1	4	0	-2	-4

У цій таблиці, наприклад, стовпчик $\boxed{6}$ показує, що о 6 год ранку температура повітря була -6°C .

Потім на координатній площині позначили 9 точок, кожна з яких відповідає одному стовпчику

таблиці. Абсциса точки відповідає часу вимірювання температури, ордината — результату цього вимірювання. Таким чином, отримали точки з координатами $(0; -3)$, $(3; -4)$, $(6; -6)$, $(9; -3)$, $(12; 1)$, $(15; 4)$, $(18; 0)$, $(21; -2)$, $(24; -4)$, зображені на рисунку 155.

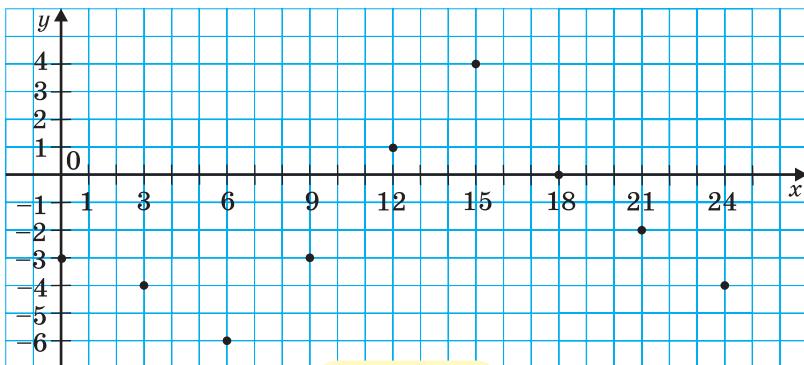


Рис. 155

Чи можна за допомогою цього рисунка визначити температуру о 7 год, о 10 год, о 17 год, о 22 год? Звісно, ні. Адже для цього вимірювання треба було б проводити, наприклад, щогодини.

Припустимо, що такі вимірювання було виконано і відповідні результати позначені на координатній площині (рис. 156).

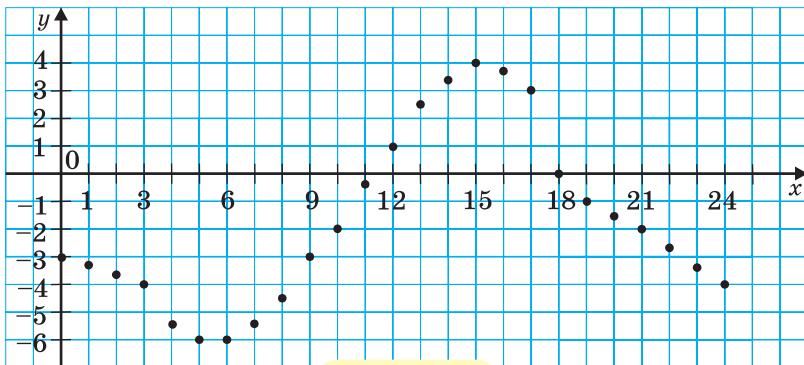


Рис. 156

Однак і цей рисунок не дає інформації про температуру, наприклад, о 12 год 30 хв або о 2 год 45 хв.

Щоб відповісти на подібні запитання, слід проводити вимірювання якомога частіше. Тоді позначеніх точок на координатній площині буде все більше і більше (рис. 157).

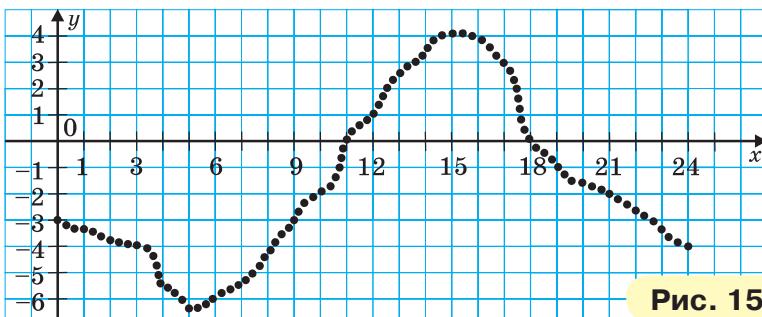


Рис. 157

Тепер зрозуміло, що якби вдалося вимірювати температуру безперервно, то всі точки утворили б безперервну лінію (рис. 158). Таку лінію називають **графіком температури**, або **графіком залежності температури повітря від часу вимірювання**.

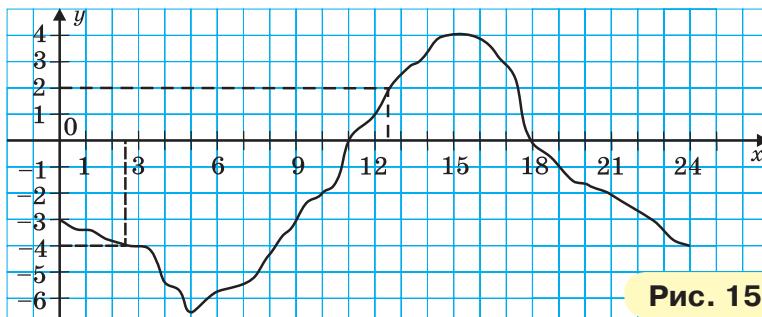


Рис. 158

Цей графік дає багато корисної інформації. За його допомогою можна не лише визначити, що о 12 год 30 хв температура була 2°C , а о 2 год 30 хв була -4°C , а й, наприклад, установити, що з 0 год до 11 год і з 18 год до 24 год температура повітря була нижчою від 0°C , з 5 год до 15 год

температура підвищувалася, а з 0 год до 5 год і з 15 год до 24 год — знижувалася.

Розглянемо формулу $y = 2x$. Ця формула показує, як значення змінної y залежать від відповідних значень змінної x : значення змінної y дорівнює відповідному значенню змінної x , помноженому на 2. Побудуємо графік цієї залежності. Для цього складемо таблицю відповідних значень змінних x і y :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

Кожний стовпчик цієї таблиці — це координати точки, яка належить графіку.

Позначимо знайдені точки на координатній площині (рис. 159).

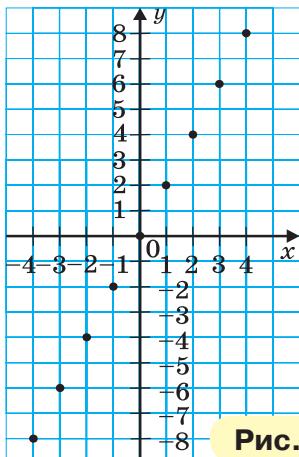


Рис. 159

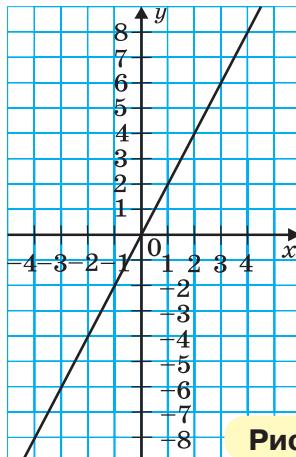


Рис. 160

Прикладши лінійку, переконаємося, що всі позначені точки лежать на одній прямій. Графіком залежності $y = 2x$ є пряма, яка проходить через початок координат (рис. 160). Цей факт ви доведете в курсі геометрії 9 класу.



Розв'язуємо усно

1. Обчисліть значення виразу:
 - 1) $(-4,2 + 10) : (-0,2)$;
 - 2) $-20,4 : 4 + 0,2$.
2. Яку цифру треба поставити замість зірочки, щоб число $792*$ ділилося націло на 6, але не ділилося націло на 10?
3. Яку цифру треба поставити замість зірочки, щоб число $18\ 45*$ ділилося націло на 9, але не ділилося націло на 6?



Вправи

1255. На рисунку 161 зображеного графік зміни температури повітря протягом доби.

- 1) Якою була температура повітря о 4 год? о 6 год?
о 10 год? о 18 год? о 22 год?
- 2) О котрій годині температура повітря була $5\ ^\circ\text{C}$?
 $-2\ ^\circ\text{C}$?
- 3) О котрій годині температура повітря була нульовою?
- 4) Якою була найнижча температура й о котрій годині?
- 5) Якою була найвища температура й о котрій годині?
- 6) Протягом якого проміжку часу температура повітря була нижчою від $0\ ^\circ\text{C}$? вищою за $0\ ^\circ\text{C}$?
- 7) Протягом якого проміжку часу температура повітря підвищувалася? знижувалася?

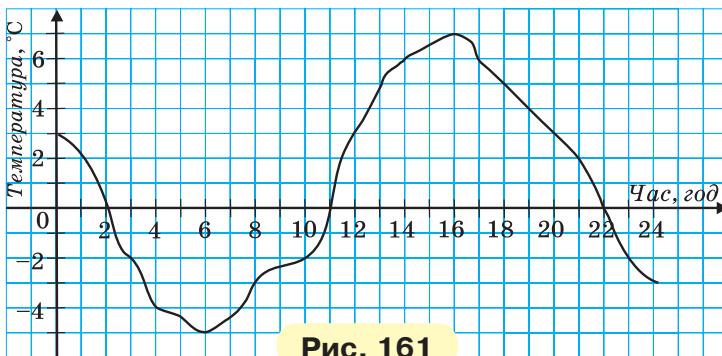


Рис. 161

1256. На рисунку 162 зображеного графік зміни температури повітря протягом доби.

- 1) Якою була температура повітря о 2 год? о 8 год? о 12 год? о 16 год? о 22 год?
- 2) О котрій годині температура повітря була $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$? $-6\text{ }^{\circ}\text{C}$? $0\text{ }^{\circ}\text{C}$?
- 3) Якою була найнижча температура й о котрій годині?
- 4) Якою була найвища температура й о котрій годині?
- 5) Протягом якого проміжку часу температура повітря була нижчою від $0\text{ }^{\circ}\text{C}$? вищою за $0\text{ }^{\circ}\text{C}$?
- 6) Протягом якого проміжку часу температура повітря підвищувалася? знижувалася?

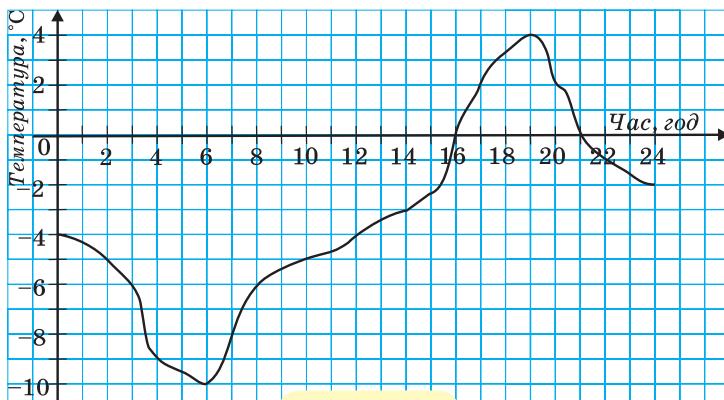


Рис. 162

1257. На рисунку 163 зображеного графік зміни температури розчину під час хімічного досліду.

- 1) Якою була початкова температура розчину?
- 2) Якою була температура розчину через 30 хв після початку досліду? через півтори години?
- 3) Якою була найвища температура розчину та через скільки хвилин після початку досліду?
- 4) Через скільки хвилин після початку досліду температура розчину була $35\text{ }^{\circ}\text{C}$?

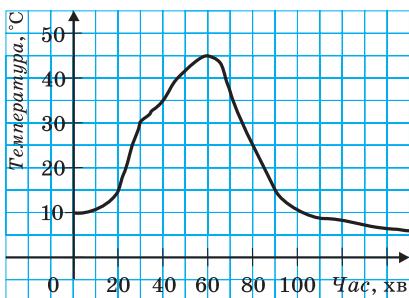


Рис. 163

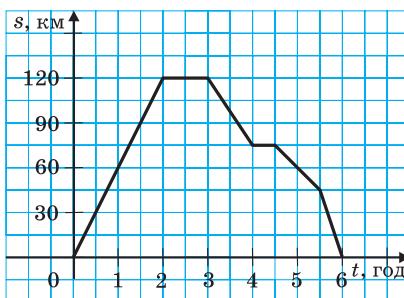


Рис. 164

1258. Мотоцикліст виїхав з дому й через деякий час повернувся назад. У дорозі він двічі зупинявся для відпочинку. На рисунку 164 зображеного графік зміни відстані мотоцикіста від дому залежно від часу (графік руху мотоцикіста).

- 1) Яку відстань проїхав мотоцикліст за першу годину руху?
- 2) На якій відстані від дому мотоцикліст зробив першу зупинку? другу зупинку?
- 3) Скільки часу тривала перша зупинка? друга зупинка?
- 4) На якій відстані від дому був мотоцикліст через 5 год після початку руху?
- 5) З якою швидкістю рухався мотоцикліст протягом останньої пів години?

1259. На рисунку 165 зображеного графік руху туристки.

- 1) На якій відстані від дому була туристка через 10 год після початку руху?
- 2) Скільки часу вона витратила на зупинку?
- 3) Через скільки годин після виходу туристка була на відстані 8 км від дому?
- 4) З якою швидкістю йшла туристка до зупинки?
- 5) З якою швидкістю йшла туристка протягом останніх двох годин?

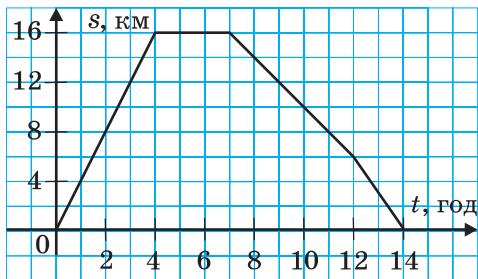


Рис. 165

1260. У таблиці наведено результати вимірювання температури повітря протягом доби через кожну годину. Побудуйте за цими даними графік зміни температури.

Час доби, год	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Температура, °C	2	3	1	0	-2	-3	-5	-4	-2
Час доби, год	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Температура, °C	0	1	4	7	8	9	7	5	4
Час доби, год	18	19	20	21	22	23	24		
Температура, °C	3	2	1	0	-2	-3	-6		

Користуючись графіком, знайдіть, протягом якого часу температура підвищувалася та протягом якого часу знижувалася.

1261. Велосипедист виїхав із дому на прогулку. Спочатку він їхав 2 год зі швидкістю 12 км/год, потім відпочив годину і повернувся додому зі швидкістю 8 км/год. Побудуйте графік руху велосипедиста.

1262. Побудуйте графік залежності змінної y від змінної x , яку задано формулою $y = -2x$.

1263. Побудуйте графік залежності змінної y від змінної x , яку задано формулою $y = 3x$.



Вправи для повторення

1264. Листоноша має 3 різних конверти і 4 різних поштових марки. Скільки в нього є варіантів вибору конверта з маркою?

1265. Василько прочитав 24 % сторінок книжки, а потім ще $\frac{7}{15}$ сторінок книжки. Після цього йому залишилося прочитати 44 сторінки. Скільки сторінок у книжці?

1266. Знайдіть значення виразу:

1) $a : b - ab$, якщо $a = -0,5$, $b = \frac{2}{3}$;

2) $\frac{b+c}{b-c}$, якщо $b = \frac{2}{7}$, $c = -\frac{4}{9}$;

3) $\frac{x^2 + y^2}{x-y}$, якщо $x = -0,3$, $y = -0,4$.



Задача від Мудрої Сови

1267. У кожну клітинку квадрата розміром 6×6 клітинок записали одне з чисел $-1, 0, 1$. Чи можуть суми чисел, які записані в кожному рядку, у кожному стовпчику і по двох великих діагоналях, бути різними?

ЗАВДАННЯ № 6 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

1. Знайдіть значення виразу $0,5ab$, якщо $a = -12$, $b = -15$.

- A) 90 B) -90 C) 180 D) -180

2. Чому дорівнює значення виразу $(4,3 - 6,7) : (-0,6)$?

- A) -4 B) 4 C) -0,4 D) 0,4

3. Спростіть вираз $-5(y-4)+2(y+5)$.

- A) $-3y+30$ B) $-3y-10$ C) $-7y+30$ D) $-7y-10$

4. Обчисліть значення виразу $(-4,3-1,2) : \left(-1\frac{7}{15}\right)$.

- A) -7,5 B) 7,5 C) $-3\frac{3}{4}$ D) $3\frac{3}{4}$

5. Із послідовності чисел $-9, -8, -6, 4, 5, 6$ вибрали два числа та знайшли їхній добуток. Якого найменшого значення може набувати цей добуток?

- A) -40 B) -54 В) -72 Г) -36

6. Чому дорівнює корінь рівняння $17x - 7 = 20x + 8$?

- A) $-\frac{1}{3}$ Б) $\frac{1}{3}$ В) -5 Г) 5

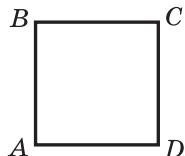
7. Значення якого з даних виразів буде найбільшим, якщо a — від'ємне число?

- A) $2 - a$ Б) $a - 2$ В) $2 : a$ Г) $a : 2$

8. У двох бочках було порівну води. Коли з першої бочки взяли 54 л, а з другої — 6 л, то в першій бочці залишилося в 4 рази менше води, ніж у другій. Скільки літрів води було спочатку в кожній бочці?

- A) 10 л Б) 74 л В) 42 л Г) 70 л

9. На рисунку зображено квадрат $ABCD$.



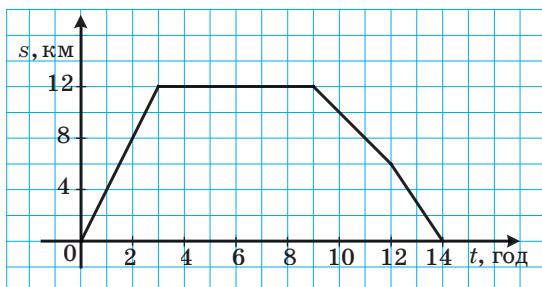
Укажіть хибне твердження.

- A) $AB \parallel CD$ Б) $AC \perp BD$
Б) $AB \perp AD$ Г) $BC \parallel CD$

10. Яка з даних точок лежить на осі абсцис?

- A) $A(4; 3)$ Б) $B(4; 0)$ В) $C(0; 3)$ Г) $D(-4; -3)$

11. На рисунку зображено графік руху туриста. З якою швидкістю йшов турист до місця відпочинку?



- A) 16 км/год Б) 6 км/год
Б) 8 км/год Г) 4 км/год

12. Розв'яжіть рівняння $8x - 3(2x - 1) = 2x + 5$.

- A) 8 Б) коренів немає
Б) 0 Г) x — будь-яке число

ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 4

Координатна пряма

Пряму, на якій вибрали початок відліку, одиничний відрізок і напрямок, називають координатною прямою.

Цілі числа

Усі натуральні числа, протилежні їм числа та число 0 називають цілими числами.

Модуль числа

Модулем числа називають відстань від початку відліку до точки, яка зображує це число на координатній прямій.

Властивості модуля

- Модуль числа набуває тільки невід'ємних значень.
- Модуль невід'ємного числа дорівнює цьому числу; модуль від'ємного числа дорівнює числу, яке протилежне даному.
- Модулі протилежних чисел рівні.

Порівняння чисел

- Більшим із двох чисел є число, розташоване на координатній прямій правіше.
- Будь-яке додатне число більше за будь-яке від'ємне число.
- Із двох від'ємних чисел меншим є те, модуль якого більший.
- Будь-яке від'ємне число менше від нуля, будь-яке додатне число більше за нуль.
- Якщо різниця $a - b$ є від'ємною, то $a < b$; якщо різниця $a - b$ є додатною, то $a > b$.

Додавання раціональних чисел

- Щоб додати два числа з різними знаками, треба:
 - 1) знайти модулі доданків;
 - 2) від більшого модуля відняти менший модуль;
 - 3) перед отриманим числом поставити знак доданка з більшим модулем.

- Щоб додати два від'ємних числа, треба:
 - 1) знайти модулі доданків;
 - 2) додати модулі доданків;
 - 3) перед отриманим числом поставити знак « $-$ ».

Властивості додавання раціональних чисел

- Сума двох протилежних чисел дорівнює нулю.
- Для будь-яких раціональних чисел a , b і c є справедливими рівності:

$$a + b = b + a \text{ — переставна властивість додавання};$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ — сполучна властивість додавання}.$$

Віднімання раціональних чисел

Щоб знайти різницю двох чисел, можна до зменшуваного додати число, протилежне від'ємнику.

Множення раціональних чисел

- Щоб помножити два числа з різними знаками, треба помножити їхні модулі та перед отриманим добутком поставити знак « $-$ ».
- Щоб помножити два від'ємних числа, треба помножити їхні модулі.

Властивості множення раціональних чисел

Для будь-яких раціональних чисел a , b і c є справедливими рівності:

$$ab = ba \text{ — переставна властивість множення};$$

$$(ab)c = a(bc) \text{ — сполучна властивість множення};$$

$$a(b + c) = ab + ac \text{ — розподільна властивість множення}.$$

Розкриття дужок

- Якщо перед дужками стоїть знак « $-$ », то при розкритті дужок треба опустити цей знак, а всі знаки, які стоять перед доданками всередині дужок, змінити на протилежні.
- Якщо перед дужками стоїть знак « $+$ », то при розкритті дужок треба опустити цей знак, а всі знаки, які стоять перед доданками всередині дужок, залишити без змін.

Зведення подібних доданків

Щоб звести подібні доданки, треба додати їхні коефіцієнти й отриманий результат помножити на спільну буквенну частину.

Ділення раціональних чисел

- Щоб знайти частку двох чисел з різними знаками, треба поділити модуль діленого на модуль дільника й перед отриманим числом поставити знак « $-$ ».
- Щоб знайти частку двох від'ємних чисел, треба поділити модуль діленого на модуль дільника.
- На нуль ділити не можна.

Властивості рівнянь

- Якщо до обох частин даного рівняння додати (або від обох частин відняти) одне й те саме число, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.
- Якщо який-небудь доданок перенести з однієї частини рівняння в другу, змінивши при цьому його знак на протилежний, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.
- Якщо обидві частини рівняння помножити (або поділити) на одне й те саме відмінне від нуля число, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.

Перпендикулярні прямі

Дві прямі, при перетині яких утворюються прямі кути, називають перпендикулярними прямими.

Паралельні прямі

Дві прямі на площині, які не перетинаються, називають паралельними.

Вправи для повторення за курс 6 класу

1268. Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(3\frac{1}{4} + 0,25 - 1\frac{5}{24} \right) : \left(2\frac{3}{4} - 4\frac{1}{2} - 0,75 \right) : \left(-4\frac{7}{12} \right);$$

$$2) -24,6 : \left(-2,35 + 0,7 : 2\frac{1}{3} \right) - 15,36;$$

$$3) \left(5\frac{5}{28} - 5\frac{1}{3} \cdot 1,25 - 1\frac{16}{21} \right) : (-1,5);$$

$$4) \left(-3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{3} \right) : \left(0,16 - \frac{62}{75} \right);$$

$$5) \frac{-2\frac{2}{11} \cdot 4,125 + 1,6 \cdot 3\frac{3}{4}}{9 - 5\frac{5}{6} \cdot 2\frac{4}{7}};$$

$$6) \frac{-2\frac{7}{24} : 1\frac{5}{6} - 1,6 \cdot (-0,3)}{-9,5 : \left(5\frac{7}{10} - 4\frac{12}{35} \right)};$$

$$7) \frac{-0,4 \cdot \left(-6,3 : 3,15 + \frac{5}{6} \cdot 0,9 \right)}{-48 - \frac{2}{7} \cdot (-91)};$$

$$8) (-13,6 + 5,1) \cdot 1\frac{3}{17} + \left(2\frac{7}{23} - 1\frac{45}{46} \right) : 1\frac{7}{23}.$$

1269. 1) Знайдіть 40 % від значення виразу

$$\left(3\frac{1}{3} + 2,5 \right) : \left(3\frac{1}{3} - 2,5 \right).$$

2) Знайдіть 54 % від значення виразу

$$\frac{3\frac{1}{3} : 10 + 0,175 : 0,35}{1,75 - 1\frac{11}{17} \cdot \frac{51}{56}}.$$

1270. 1) Знайдіть число, 28 % якого дорівнюють значенню виразу $\left(3\frac{7}{12} - 2\frac{11}{18} + 2\frac{1}{24}\right) \cdot 1\frac{5}{31}$.

2) Знайдіть число, 35 % якого дорівнюють значенню виразу $\frac{0,5 : 1\frac{2}{4} + 1\frac{2}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11}}{\left(1,5 + \frac{1}{4}\right) : 2\frac{13}{32}}$.

1271. 1) Знайдіть, скільки відсотків значення виразу $\left(8\frac{7}{12} - 5\frac{19}{36}\right) \cdot 1\frac{4}{5}$ становить від значення виразу $\left(39,375 - 5\frac{5}{8}\right) : 2\frac{5}{11}$.

2) Знайдіть, скільки відсотків значення виразу $-0,75 : \left(-1\frac{1}{4} : 3 + \frac{1}{6}\right)$ становить від значення виразу $\frac{17,5 : 3,5 + 1 : 0,5}{(12,68 - 11,18) \cdot \frac{1}{3}}$.

1272. Яке із чисел a , b , c і d найменше, якщо:

$$a = \left(5\frac{2}{3} - \left(-2\frac{1}{9}\right)\right) \cdot \left(-1\frac{7}{20}\right),$$

$$b = \left(-2\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{20}\right),$$

$$c = \left(-6\frac{5}{12} - \left(-7\frac{3}{16}\right)\right) \cdot (-4,8),$$

$$d = \left(7\frac{1}{6} + \left(-8\frac{3}{8}\right)\right) \cdot \left(-2\frac{2}{29}\right)?$$

Укажіть числа, обернені до чисел a , b , c і d , та протилежні їм.

1273. Яке із чисел $|a|$, $|b|$, $|c|$ і $|d|$ найбільше, якщо:

$$a = (-3,8 - (-4,3)) : \left(-1\frac{1}{3}\right),$$

$$b = \left(5\frac{7}{8} - 6\frac{1}{12}\right) : 1\frac{7}{18},$$

$$c = \left(-1\frac{5}{8} - (-2,15)\right) : \left(-2\frac{4}{5}\right),$$

$$d = \left(-1\frac{5}{12} - 1\frac{2}{15}\right) \cdot \left(-\frac{5}{17}\right)?$$

1274. Дано числа a і b . За якої умови:

- | | |
|------------------|------------------|
| 1) $a + b > a$; | 3) $a + b = a$; |
| 2) $a + b < a$; | 4) $a + b = 0$? |

1275. Спростіть вираз:

$$1) 0,3(1,2x - 0,5y) - 1,5(0,4x + y);$$

$$2) \frac{4}{9}\left(1\frac{1}{2}c - \frac{3}{8}\right) - \left(1\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3}c\right);$$

$$3) 1,2\left(\frac{5}{6}k + 0,4n\right) - 1,8\left(\frac{5}{9}k - 0,3n\right);$$

$$4) 6\left(\frac{1}{4}k - \frac{5}{6}\right) - 15\left(0,6 - 2\frac{1}{3}k\right).$$

1276. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

$$1) 4(2 - 3m) - (6 - m) - 2(3m + 4), \text{ якщо } m = -0,3;$$

$$2) -0,5(1 - 3n) + 4(0,2n - 0,1) - (0,1 - 0,7n),$$

якщо $n = 0,21$;

$$3) -\frac{5}{8}(5,6m - 1,6n) - 7,2\left(-\frac{4}{9}m + 1\frac{7}{18}n\right),$$

якщо $m = 10$, $n = \frac{5}{18}$;

$$4) -\frac{3}{7}\left(2,1x + 4\frac{2}{3}y\right) + 2,2\left(-\frac{3}{11}x - \frac{5}{22}y\right),$$

якщо $x = -1\frac{1}{3}$, $y = 1,2$;

$$5) \frac{7}{23} \left(3\frac{2}{7}a - 2\frac{4}{21}b \right) - \frac{9}{16} \left(5\frac{1}{3}a - \frac{8}{15}b \right),$$

якщо $a = 5,5$, $b = 2\frac{8}{11}$.

1277. Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|--|--|
| 1) $2,5x = -1;$ | 11) $7x = -3;$ |
| 2) $0,3x = 1;$ | 12) $-16x = 8;$ |
| 3) $ x - 5 = 0;$ | 13) $7x = x + 25;$ |
| 4) $ x + 3,2 = 8;$ | 14) $0,4x - 6 = 0,6x - 9;$ |
| 5) $4,1 - x = 5;$ | 15) $3x + 16 = 9 - 10x;$ |
| 6) $ 3x + 8 = 0;$ | 16) $0,6 \left(x + 1\frac{2}{3} \right) = -1,2;$ |
| 7) $9 x - 6 = 0;$ | 17) $-3,4 \left(x + 9\frac{3}{11} \right) = -68;$ |
| 8) $\frac{8}{x} = \frac{6}{5};$ | 18) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = -21;$ |
| 9) $\frac{7}{4} = \frac{x}{2};$ | 19) $\frac{2m}{3} - \frac{4m}{5} = 3;$ |
| 10) $\frac{x+3}{12} = \frac{4}{3};$ | 20) $\frac{4a}{9} - 1 = \frac{5a}{12};$ |
| 21) $3(1-x) + 5(x+2) = 1 - 4x;$ | |
| 22) $3(2-x) - (5x+4) = 0,4 - 16x;$ | |
| 23) $2(3-5p) = 4(1-p) - 1;$ | |
| 24) $0,5(2y-1) - (0,5-0,2y) + 1 = 0;$ | |
| 25) $-4(5-2m) + 3(m-4) = 6(2-m) - 5m;$ | |
| 26) $0,3(3x-1) + 0,2 = 5(0,1-0,2x) - 0,1.$ | |

1278. Замість зірочок поставте такі цифри, щоб виконувалася рівність:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) $* \cdot * * = 87;$ | 4) $* * \cdot * * = 143;$ |
| 2) $* * \cdot * = 129;$ | 5) $* * \cdot * * = 483;$ |
| 3) $* * * \cdot * = 515;$ | 6) $* * \cdot * * = 238.$ |

1279. 1) Чому дорівнює найменший спільний дільник будь-якої пари натуральних чисел?

2) Найбільший спільний дільник чисел a і b дорівнює a . Чи правильно, що число b кратне числу a ?

3) Найменше спільне кратне чисел a і b дорівнює a . Чи правильно, що число b кратне числу a ?

1280. Довжина кімнати дорівнює 725 см, а ширина — 375 см. Підлогу кімнати вирішили викласти однаковими плитками, що мають форму квадрата. Яку найбільшу довжину (у сантиметрах) може мати сторона плитки, щоб плитки не треба було різати? Скільки потрібно таких плиток?

1281. Михайлик підрахував, що кількість оцінок «12» становить $\frac{7}{18}$ усіх оцінок, отриманих ним за чверть,

а кількість оцінок «9» — $\frac{7}{12}$ усіх оцінок. Скільки всього оцінок отримав Михайлик за чверть, якщо відомо, що їх було більше за 50, але менше від 80?

1282. Василина намагалася розкласти горіхи на рівні купки, але щоразу, коли вона розкладала їх по 4, по 5 або по 6, один горіх залишався зайвим. Скільки горіхів було у Василини, якщо відомо, що їх було менше ніж 100?

1283. Розташуйте числа:

1) $-\frac{4}{9}, -\frac{5}{6}, -\frac{3}{5}, -\frac{7}{10}$ у порядку спадання;

2) $-\frac{8}{15}, -\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}, -\frac{9}{20}$ у порядку зростання.

1284. Маса глухаря дорівнює 3 кг 200 г і становить $\frac{2}{5}$ маси лебедя. Маса чайки становить $\frac{3}{32}$ маси лебедя і $\frac{3}{5}$ маси качки. Обчисліть масу кожного птаха.

1285. Робін-Бобін з'їв на обід 180 вареників із м'яском, картоплею і вишнею. Вареники з картоплею становили $\frac{7}{20}$ усіх вареників, або $\frac{9}{14}$ вареників з вишнею. Скільки вареників з вишнею з'їв Робін-Бобін?

1286. У Кози-дерези було 42 кг капусти. На сніданок вона та семеро її козенят з'їли $\frac{2}{7}$ усієї капусти, на обід — 40 % решти, а на вечерю — $\frac{5}{6}$ того, що залишилося після сніданку й обіду. Скільки кілограмів капусти залишилося після цього у Кози-дерези?

1287. Наталка виконувала домашні завдання з математики, української мови та історії. Завдання з математики вона робила $1\frac{1}{3}$ год, що становило $\frac{8}{15}$ усього часу, витраченого нею на виконання завдань. Завдання з української мови Наталка виконувала на $\frac{7}{15}$ год довше, ніж з історії. Скільки часу вона виконувала завдання з української мови?

1288. Козак Іван Сірошапка три дні їхав верхи із села Вишневе у Запорозьку Січ. Першого дня він проїхав $\frac{7}{19}$ шляху, другого — 55 % шляху, що залишився, а третього — решту 108 км. Яку відстань подолав Іван за три дні?

1289. Перша мотоциклістка проїжджає відстань між двома містами за 5 год, а друга — за час, в 1,4 раза більший, ніж перша. Хто з них проїде більшу відстань: перша за 3 год чи друга за 4 год?

1290. Порадьте Алісі в Країні Див, як їй відрізати пів метра від мотузки завдовжки $\frac{2}{3}$ м, бо лінійку вона забула вдома.

1291. Фермерка заготовила сіно, якого може вистачити корові на 60 днів, а коневі — на 40 днів. За скільки днів корова і кінь разом з'їдять цей запас сіна?

1292. До басейну підведені три труби. Через першу трубу басейн наповнюється водою за 1 год, через другу — за 2 год, а через третю — за 3 год. За скільки хвилин наповниться басейн, якщо відкрити одночасно всі три труби?

1293. Ява Рень може скопати город за 12 год, а Павлуша Завгородній — за час, у 1,5 раза менший. За який час Ява та Павлуша скопають разом $\frac{5}{8}$ городу?

1294. Через одну трубу басейн можна наповнити водою за 7 год, а через другу спорожнити за 8 год. За скільки годин наповниться басейн, якщо одночасно відкрити обидві трубы?

1295. Перший робітник може розвантажити автомобіль з борошном за 6 год, а другий — за 4 год. Перший робітник пропрацював 2 год, а потім йому на допомогу прийшов другий. За скільки годин було розвантажено автомобіль?

1296. Гава та Лисиця можуть з'їсти разом казан ковбаси за 8 хв. За скільки хвилин може з'їсти її Лисиця, якщо Гава може це зробити за 18 хв?

1297. Із двох міст одночасно назустріч один одному виїхали два велосипедисти й зустрілися через $3\frac{1}{5}$ год після виїзду. Один з них проїжджає відстань між містами за $5\frac{1}{3}$ год. За який час долає цю відстань другий велосипедист?

1298. Якщо одночасно відкрити дві труби різної пропускої здатності, то басейн буде наповнено водою за 6 год. Якщо відкрити обидві трубы лише на 2 год, а потім залишити відкритою тільки одну з них, то решта басейну наповниться за 10 год. За скільки годин можна наповнити басейн через кожну трубу?

1299. Через першу трубу басейн можна наповнити водою за 12 год, а через другу — за 24 год. Після кількох годин наповнення басейну через обидві трубы першу трубу закрили. Решту об'єму басейну наповнювали 9 год через другу трубу. Скільки всього годин була відкрита друга труба?

1300. Довжина деталі на кресленні, виконаному в масштабі 1 : 30, дорівнює 2,5 см. Якою буде довжина цієї деталі на кресленні, масштаб якого 1 : 50?

1301. Щоб виміряти відстань між будинками A і B (рис. 166), орієнтувалися на дерево C , відстань від якого до будинку B дорівнює 300 м. За допомогою теодоліта¹ виміряли кути ABC і ACB , що дорівнюють відповідно 60° і 75° . Побудуйте зображення трикутника ABC у масштабі 1 : 6000. Виміряйте довжину зображення відрізка AB та обчисліть відстань між будинками A і B .

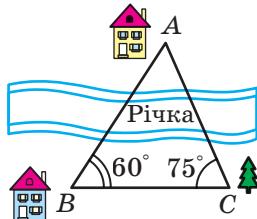


Рис. 166

1302. Запишіть у вигляді звичайного дробу:

- | | | | |
|----------|---------------------|----------------------|------------------------|
| 1) 4 %; | 3) 12 %; | 5) $\frac{5}{7}$ %; | 7) $5\frac{2}{9}$ %; |
| 2) 50 %; | 4) $\frac{1}{3}$ %; | 6) $2\frac{3}{8}$ %; | 8) $104\frac{1}{3}$ %. |

¹ Теодоліт — прилад для вимірювання кутів під час землемірних робіт.

1303. Зменшуване на 20 % більше за від'ємник. Скільки відсотків зменшуваного становить різниця?

1304. Кавові зерна в процесі підсмажування втрачають 12 % своєї маси. Скільки кілограмів свіжих зерен треба взяти, щоб отримати 6,6 кг смажених?

1305. Під час сушіння хліба на сухарі його маса зменшується на 35 %. Скільки кілограмів сухарів можна отримати зі 120 кг свіжого хліба?

1306. Містер Скрудж вклав у розвиток економіки Тридесятого царства 640 млн долларів, а через рік отримав 928 млн долларів прибутку. Скільки відсотків становив прибуток містера Скруджа?

1307. Яке із двох чисел більше, якщо:

- 1) 5 % першого числа дорівнюють 20, а 8 % другого — 24;
- 2) 16 % першого числа дорівнюють 64, а 20 % другого — 80;
- 3) 26 % першого числа дорівнюють 130, а 9 % другого числа дорівнюють 45 % першого?

1308. Зібрали 15 кг білих грибів. У відходи пішло 30 % маси грибів при підготовці їх до сушіння, а решта грибів втратила 76 % своєї маси під час сушіння. Скільки кілограмів сушених грибів отримали?

1309. На скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо кожну його сторону збільшити на 10 %?

1310. Сторони прямокутника дорівнюють 20 см і 10 см. Одну сторону збільшили на 20 %, а сусідню зменшили на 20 %. Збільшилася чи зменшилася площа прямокутника та на скільки відсотків? Чи має значення, яку сторону збільшили, а яку — зменшили? Відповідь обґрунтуйте, розв'язавши задачу в загальному вигляді.

1311. Одна сторона прямокутника на 30 % більша за сторону квадрата, а сусідня на 30 % менша від сторони цього квадрата. Знайдіть відсоткове відношення площі прямокутника до площі квадрата.

1312. Периметр прямокутника дорівнює 76 см. Знайдіть площу прямокутника, якщо його сторони пропорційні числам 15 і 4.

1313. Знайдіть значення x і y , при яких кожна з рівностей $\frac{x}{12} = \frac{3}{4}$ і $\frac{8}{3} = \frac{y}{x}$ є правильною.

1314. 1) Поділіть число 96 на три частини x , y і z так, щоб $x:y = 3:4$, а $y:z = 4:9$.

2) Поділіть число 185 на три частини x , y і z так, щоб $x:y = 3:2$, а $y:z = 2\frac{1}{2}:3$.

1315. Магазин продав за три дні партію яблук, причому першого дня було продано $\frac{9}{20}$ маси яблук,

а другого — 60 % решти. Скільки кілограмів яблук було продано за три дні, якщо за другий день продали 660 кг?

1316. Відстань між двома містами проїхали за 3 год. За першу годину проїхали 0,3 усього шляху, за другу — $\frac{16}{35}$ решти, а за третю — на 10,5 км більше,

ніж за другу. Знайдіть відстань між містами.

1317. Накресліть:

- 1) гострокутний трикутник;
- 2) тупокутний трикутник;
- 3) прямокутний трикутник.

Позначте всередині трикутника точку A та проведіть через неї прямі:

- а) перпендикулярні до сторін трикутника;
- б) паралельні сторонам трикутника.

1318. Накресліть квадрат $ABCD$ зі стороною 1 см і проведіть його діагоналі AC і BD . Через точки B і D проведіть прямі, перпендикулярні до прямої BD , а через A і C — прямі, паралельні прямій BD . Знайдіть точки перетину проведених прямих. Визначте вид многокутника, вершинами якого є ці точки, та знайдіть його площину.

1319. Перерисуйте в зошит рисунок 167, проведіть через точки B , M і K прямі, перпендикулярні до прямої AD .

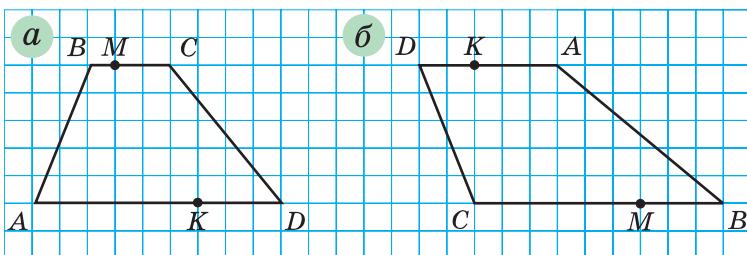


Рис. 167

1320. Накресліть на координатній площині відрізки AB і CD такі, що $A(1; -2)$, $B(4; 4)$, $C(5; -1)$, $D(-1; 1)$. Знайдіть координати точок перетину відрізків AB і CD .

1321. Побудуйте коло із центром у початку координат, що проходить через точку $(-3; 4)$. Знайдіть координати точок перетину цього кола з осями координат та обчисліть довжину кола в одиничних відрізках координатних осей.

1322. На координатній площині позначте точки $E(-2; -6)$ і $F(4; 3)$. Проведіть пряму EF і знайдіть:

- 1) координати точок перетину прямої EF з осями координат;
- 2) ординату точки, що належить прямій EF , абсциса якої дорівнює 1;

3) абсцису точки, що належить прямій EF , ордината якої дорівнює 6.

1323. Накресліть на координатній площині замкнену ламану, послідовними вершинами якої є точки з координатами: $(-10; 6)$, $(-9,5; 8)$, $(-8; 10)$, $(-7; 10)$, $(-6; 9)$, $(-6; 7)$, $(-7; 3)$, $(-7; 1)$, $(-6; 2)$, $(-4; 3)$, $(5; 3)$, $(3; 1)$, $(7; 3)$, $(7; 2)$, $(6; 1)$, $(7; 1)$, $(5; -1)$, $(7; -1)$, $(10; 0)$, $(8; -3)$, $(4; -4)$, $(0; -4)$, $(-4; -3)$, $(-9; -4)$, $(-10; -3)$, $(-10; 0)$, $(-7; 7)$, $(-7; 8)$, $(-8; 7)$, $(-9; 7)$. Позначте точку $(-8,5; 8,5)$.

1324. Накресліть на координатній площині замкнену ламану з вершинами в точках: $(8; 9)$, $(6; 8)$, $(2; 8)$, $(0; 9)$, $(-4; 6)$, $(-3; 2)$, $(0; 0)$, $(1; 2)$, $(2; 1)$, $(3; 1)$, $(5; -1)$, $(4; -2)$, $(2; -2)$, $(2; -3)$, $(5; -3)$, $(6; -2)$, $(6; 2)$, $(7; 0)$, $(10; 3)$, $(10; 7)$; ламану з вершинами в точках: $(-4; 6)$, $(-8; 5)$, $(-11; 3)$, $(-12; 0)$, $(-14; -2)$, $(-11; -1)$, $(-10; -4)$, $(-11; -8)$, $(-8; -8)$, $(-8; -7)$, $(-7; -7)$, $(-8; -3)$, $(-3; -3)$, $(-3; -9)$, $(0; -9)$, $(0; -4)$, $(1; -4)$, $(1; -5)$, $(0; -7)$, $(2; -9)$, $(4; -5)$, $(4; -3)$. Позначте точки $(2; 5)$ і $(6; 5)$.

1325. Одна зі сторін трикутника становить 0,6 другої, а третя сторона в 1,2 раза більша за другу. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 21 дм.

1326. Розгорнутий кут поділили на три кути так, що градусна міра одного з утворених кутів становить 85 % градусної міри третього кута, а градусна міра другого — 40 % градусної міри третього. Знайдіть градусні міри цих кутів і виконайте рисунок.

1327. Пряний кут поділили на три кути так, що перший кут більший за другий на 14° , а третій менший від другого на 20° . Обчисліть градусні міри цих кутів і зробіть рисунок.

1328. У Сонячному місті протягом року похмурих днів було на 23 дні більше, ніж днів з дощем або сніgom, і на 262 дні менше, ніж сонячних. Скільки було сонячних днів протягом цього року, якщо відомо, що він не був високосним?

1329. У шестикутнику п'ять сторін мають рівні довжини, а шоста відрізняється від них на 1,2 см. Знайдіть сторони шестикутника, якщо його периметр дорівнює 37,2 см. Скільки розв'язків має задача?

1330. Довжина прямокутника становить 130 % ширини. Обчисліть площу прямокутника, якщо його периметр дорівнює 36,8 см.

1331. Земельні угіддя агрофірми мають площу 1220 га. Площа поля на 25 % більша за площу саду, а площа лугу на 80 га менша від площини саду. Знайдіть, яку площу окремо займають поле, сад і луг.

1332. За два дні посадили 56 кущів троянд, причому другого дня посадили в $1\frac{2}{3}$ раза більше, ніж першого. Знайдіть, скільки кущів посадили першого дня і скільки — другого.

1333. За три дні продали 130 кг апельсинів. Другого дня продали $\frac{4}{9}$ того, що продали першого, а третього — стільки, скільки за перші два дні разом. Скільки кілограмів апельсинів продали першого дня?

1334. Туристка подолала маршрут завдовжки 110 км за три дні. Другого дня вона пройшла на 5 км менше, ніж першого, а третього дня — $\frac{3}{7}$ відстані, пройденої за перші два дні. Знайдіть, скільки кілометрів проходила туристка щодня.

1335. Із двох станцій, відстань між якими дорівнює 360 км, одночасно вирушили назустріч один одному два поїзди. Швидкість одного з них на 10 км/год менша від швидкості другого. Знайдіть швидкість кожного поїзда, якщо вони зустрілися через 2,4 год після початку руху.

1336. Два автомобілі їдуть назустріч один одному. Швидкість першого дорівнює 75 км/год, що становить $\frac{5}{6}$ швидкості другого. Другий автомобіль виїхав на 1,6 год пізніше, ніж перший. Через скільки годин після виїзду другого автомобіля вони зустрінуться, якщо початкова відстань між ними становила 615 км?

1337. Вантажівка проїхала ґрунтовою дорогою на 210 км більше, ніж асфальтованою, причому довжина асфальтованої дороги становила $\frac{2}{9}$ довжини ґрунтової. Час руху вантажівки асфальтованою дорогою становив 20 % часу руху ґрунтовою. Знайдіть швидкість руху вантажівкиожною з доріг, якщо всього вона була в дорозі 7,2 год.

1338. Від села до станції Оксана може доїхати на велосипеді за 3 год, а дійти пішки — за 7 год. Її швидкість пішки на 8 км/год менша, ніж швидкість на велосипеді. З якою швидкістю їздить Оксана на велосипеді? Яка відстань від села до станції?

1339. З одного міста в протилежних напрямках вирушили два пішоходи. Перший пішохід вийшов на 2,5 год раніше від другого та йшов зі швидкістю 8 км/год. Швидкість другого становила 75 % швидкості першого. Через скільки годин після початку руху другого пішохода відстань між ними стала 41 км?

1340. З міста виїхав автомобіль зі швидкістю 48 км/год. Через півтори години в тому самому напрямку виїхав другий автомобіль, швидкість якого в $1\frac{3}{8}$ раза більша за швидкість першого. На якій відстані від міста другий автомобіль наздожене перший?

1341. Швидкість легкового автомобіля на 34 км/год більша за швидкість вантажного, тому вже за 3 год легковий автомобіль проїхав на 10 км більше, ніж вантажний за 5 год. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.

1342. З пункту *A* до пункту *B*, відстань між якими 26 км, вийшов пішохід зі швидкістю 4 км/год. Через 12 хв з пункту *B* до пункту *A* назустріч йому виїхав велосипедист зі швидкістю 10 км/год. Через скільки годин після виїзду велосипедиста вони зустрілися? Яку відстань до зустрічі подолав кожен з них?

1343. Теплохід проходить відстань між двома пристанями й повертається назад (без зупинки) за 4,5 год. Швидкість теплохода в стоячій воді становить 18 км/год, а швидкість течії річки — 2 км/год. Знайдіть відстань між пристанями.

1344. У три магазини завезли 680 кг апельсинів. Маса апельсинів, завезених у перший магазин, відноситься до маси апельсинів, завезених у другий, як 3 : 5, а в третій завезли на 12 % більше, ніж у другий. Скільки кілограмів апельсинів завезли в кожний магазин?

1345. Марічка та Софійка мали розв'язати за літо однакову кількість задач. Проте 28 серпня виявилося, що вони разом розв'язали 285 задач, причому Марічка перевиконала завдання на 8 %, а Софійка ще не розв'язала 18 % задач. Скільки задач мала розв'язати кожна дівчинка?

1346. На змаганнях стрільців із лука кожний учасник робив 20 пострілів. За кожний влучний постріл нараховували 15 очок, а за кожний промах знімали 7 очок. Робіну Гуду в око потрапила порошинка, тому він набрав лише 234 очки. Скільки разів Робін Гуд влучив у ціль?

1347. Оля і Толя задумали одне й те саме число. Потім Оля помножила своє число на 4, а Толя до свого числа додав 4. Далі Оля до отриманого результату додала число 3, а Толя свій результат помножив на 3. Після цього вони знову отримали рівні числа. Яке число задумали діти?

1348. Булочка з повидлом коштує 2 грн 40 коп. і ще $\frac{1}{3}$ її ціни. Скільки коштує булочка?

1349. Яке одне й те саме число треба додати до чисельника та знаменника дробу $\frac{18}{23}$, щоб отримати $\frac{5}{6}$?

1350. Марина задумала два числа, одне з яких на 28 більше за друге. Які числа задумала Марина, якщо 60 % меншого числа становлять 25 % більшого?

1351. Івасик-Телесик пас на лузі гусей і кіз, у яких разом було 45 голів і 130 ніг. Скільки гусей і скільки кіз пас Івасик-Телесик?

1352. Бригада кроликів виростила врожай капусти, але не змогла його поділити порівну. Якби кожен кролик узяв по 6 качанів капусти, то 5 качанів залишилося би зайвими. А по 7 качанів вони взяти не могли, бо для цього їм не вистачало 5 качанів. Скільки кроликів було в бригаді? Скільки качанів капусти вони виростили?

1353. Пан Богдан поклав у банк 20 000 грн на два види вкладу, причому по одному виду вкладу йому

нараховували 6 % річних, а по другому — 9 %. Через рік чоловік отримав 1440 грн прибутку. Знайдіть, яку суму поклав пан Богдан на кожний вид вкладу.

1354. У першому бідоні було в 4 рази більше молока, ніж у другому. Коли з першого бідона перелили в другий 20 л молока, то виявилося, що кількість молока в другому бідоні становить $\frac{7}{8}$ того, що залишилося в першому. Скільки літрів молока було в кожному бідоні спочатку?

1355. Фермер привіз на базар бідон молока й за першу годину продав $\frac{5}{9}$ молока. Якби він продав ще 20 л, то було б продано $\frac{5}{6}$ усього молока. Скільки літрів молока було в бідоні?

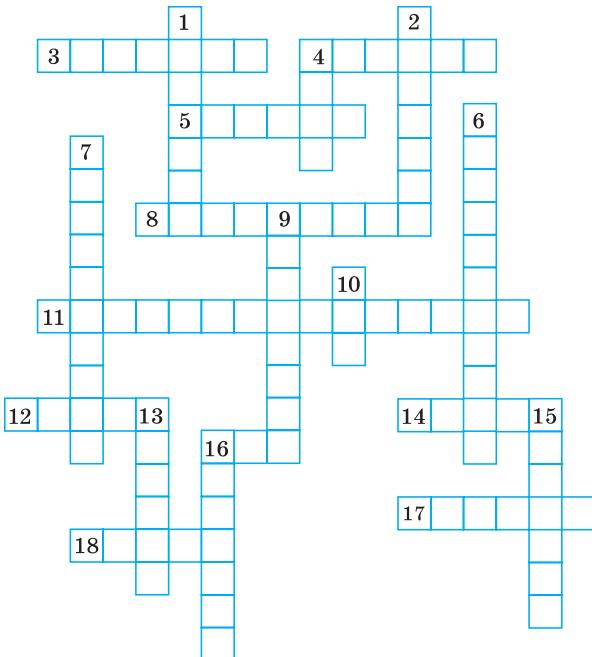
1356. На полиці стояли книжки. Спочатку взяли на 2 книжки менше від третини всіх книжок, а потім половину книжок, що залишилися. Після цього на полиці стало 9 книжок. Скільки книжок було на полиці спочатку?

1357. Дві велосипедистки вирушили одночасно з двох міст назустріч одна одній. Коли вони зустрілися, то виявилося, що перша проїхала $\frac{4}{9}$ усього шляху і ще 12 км, а друга — половину того, що проїхала перша. Знайдіть відстань між містами.

1358. Дванадцять хлопчиків обмінялися своїми адресами. Скільки адрес було роздано?

1359. У шаховому турнірі брали участь 12 гравців. Турнір проходив за круговою системою, тобто кожний учасник турніру грав з іншими по одному разу. Скільки всього шахових партій було зіграно?

1360. Розгадайте кросворд:



По горизонтали: 3. Добуток кількох рівних множників. 4. Розв'язок рівняння. 5. Відстань від точки координатної прямої до початку відліку. 8. Рівність двох відношень. 11. Прямі, при перетині яких утворюються прямі кути. 12. Символ, яким позначають від'ємні числа. 14. Точка, рівновіддалена від усіх точок кола. 16. Найменше просте число. 17. Число, яке ділиться націло на дане. 18. Величина.

По вертикалі: 1. Відрізок, що сполучає дві точки кола та проходить через його центр. 2. Математична дія. 4. Геометрична фігура. 6. Пряма, на якій позначено початок відліку, одиничний відрізок і напрямок. 7. Прямі, які лежать в одній площині і не мають спільних точок. 9. Одна з координат точки на площині. 10. Третій степінь числа. 13. Частина круга. 15. Результат дії віднімання. 16. Компонент дії додавання.

Дружимо з комп'ютером

Продовжимо виконувати деякі вправи цього підручника за допомогою комп'ютера. Такі вправи в тексті підручника помічено значком «». Тут указано номери таких вправ і завдання до них.

п. 23. Навчіться зображати в графічному редакторі коло заданого радіуса, його центр, діаметр, хорду. Чим відрізняється діаметр від будь-якої іншої хорди? Чим відрізняється зображення кола від круга? Знайдіть у графічному редакторі інструмент, за допомогою якого ви реалізуєте цю відмінність.

701, 703, 708. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора.

п. 24. Навчіться виконувати обчислення, пов'язані з формулами довжини кола та площі круга, за допомогою калькулятора. Як ви задаватимете число π ?

744, 745. Використайте калькулятор для обчислень під час розв'язування цих задач.

п. 25. Як за допомогою графічного редактора, яким ви користуєтесь, зобразити циліндр, конус, кулю? Чи є в цьому редакторі набір готових зображень геометричних фігур?

п. 26. 1) Навчіться будувати діаграми за допомогою комп'ютерної програми. Для цього існують спеціальні засоби, наприклад, можна вставити діаграму у *Word* або побудувати її на основі таблиці, заповненої в *Excel*. Опануйте різні способи оформлення діаграм.

2) Зверніться до п. 22 «Поділ числа у заданому відношенні». Проілюструйте які-небудь задачі із цього пункту за допомогою діаграм. Використайте стовпчасті та кругові діаграми. Який вид діаграм виявився наочнішим?

3) Проаналізуйте результати останньої контрольної роботи з математики у вашому класі. Відобразіть їх у вигляді діаграми.

781–785. Виконайте ці завдання за допомогою комп’ютера.

п. 27. 1) Навчіться вводити в калькулятор від’ємні числа.

2) Складіть у табличному редакторі таблицю, яка містить додатні числа, від’ємні числа, нуль. Побудуйте за цією таблицею стовпчасту діаграму.

812, 813, 815, 816. Виконайте які-небудь із цих завдань за допомогою графічного редактора. Як приклад зображення координатної прямої можна використати рисунки 88, 89. Збережіть файл із зображенням координатної прямої для його використання в наступних завданнях.

819, 820. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора. Спочатку визначте координату потрібної точки та зобразіть її, а потім за допомогою засобів графічного редактора переконайтесь, що справді даний відрізок цією точкою ділиться навпіл.

822, 823. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора.

п. 29. Припустимо, що є зображення координатної прямої, на якій позначено початок відліку та деяке число. Інформації про те, яке це число, і про

величину одиничного відрізка немає. Як побудувати зображення числа, протилежного даному?

853. Проілюструйте цю задачу за допомогою зображення координатної прямої.

871. Виконайте це завдання за допомогою графічного редактора.

877, 878. Виконайте яке-небудь із цих завдань за допомогою графічного редактора.

896. Перенесіть інформацію із цієї таблиці в табличний редактор або створіть цю таблицю в редакторі *Word*. Знайдіть інструмент, за допомогою якого можна відсортувати таблицю автоматично. Чи збігаються результати сортування з таблицею, яку ви отримали, не використовуючи комп'ютер?

п. **32.** Навчітесь додавати раціональні числа за допомогою калькулятора. Зверніть увагу на те, як при цьому вводяться від'ємні числа.

935. Виконайте це завдання за допомогою табличного редактора. Зробіть так, щоб значення виразу $a + b$ обчислювалось автоматично.

954, 955. Перевірте свій результат за допомогою калькулятора, виконуючи дії в тому порядку, у якому їх записано в прикладі. Наскільки полегшив роботу вибір зручного порядку обчислень?

969. Використайте калькулятор для розв'язування цієї задачі.

п. **34.** Навчітесь віднімати раціональні числа за допомогою калькулятора.

979. Створіть діаграму, яка ілюструє цю задачу. Знайдіть в інтернеті цікаву інформацію, за допомогою якої можна розширити цю задачу.

982. Знайдіть в інтернеті інформацію про температури плавлення деяких речовин, складіть таблицю та побудуйте відповідну діаграму. Складіть нову задачу, користуючись цими даними. Яка речовина плавиться при температурі 0°C ?

п. 35. Навчіться множити раціональні числа за допомогою калькулятора.

1093. Розв'яжіть цю задачу за допомогою калькулятора. Як найпростіше це зробити?

п. 38. 1) Навчіться ділити раціональні числа за допомогою калькулятора.

2) Спробуйте за допомогою калькулятора поділити яке-небудь число на 0. Який результат видасть калькулятор?

1099. Виконайте це завдання за допомогою табличного редактора. Зробіть так, щоб частка $a : b$ обчислювалась автоматично. Спробуйте задати в таблиці величину b , що дорівнює нулю. Як відреагує на це табличний редактор?

п. 41. Навчіться будувати в графічному редакторі зображення перпендикулярних прямих.

1184, 1189. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора.

п. 42. Навчіться будувати в графічному редакторі зображення паралельних прямих.

1208, 1212, 1214. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора.

п. 43. Зобразіть у графічному редакторі координатну площину. Збережіть цей файл для використання в наступних завданнях.

1237. Виконайте це завдання за допомогою графічного редактора.

1242, 1243. Виконайте які-небудь із цих завдань за допомогою графічного редактора.

1244–1248. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора. Який інструмент графічного редактора ви використаєте, щоб зобразити смугу або півплощину?

п. 44. Для побудови графіків за допомогою комп’ютера можна використати ті самі засоби, що й для побудови діаграм. Навчіться використовувати ці засоби. Опануйте різні способи оформлення графіків.

1260. Виконайте це завдання за допомогою комп’ютера.

Відповіді та вказівки до вправ

719. Вказівка. 1) Досить вирізати два рівні круги із центрами в точках O і M (рис. 168), а потім поміняти їх місцями; 2) досить вирізати круг, діаметр якого OM (рис. 169), а потім повернути його на 180° навколо центра A .

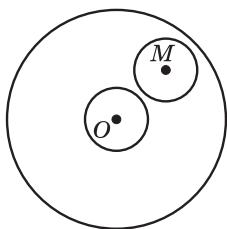


Рис. 168

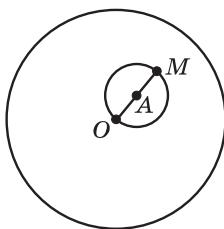


Рис. 169

720. Рис. 170. 723. 12,8. 743. Коли придає одну велику піцу.

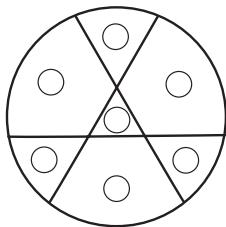


Рис. 170

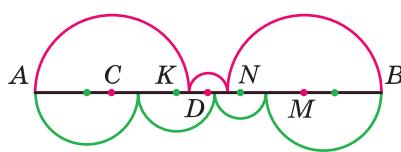


Рис. 171

744. 44,1 км/год. **745.** 58,8 км/год. **746.** 3,14 см.

747. 32π см \approx 100,48 см. **748.** $50\pi - 100 \approx 57$ (см^2).

749. Вказівка. Знайдемо суму довжин червоних півкіл (рис. 171) $l = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot AC + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot KD + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot NM =$

$= \frac{1}{2}\pi(2AC + 2KD + 2NM) = \frac{1}{2}\pi \cdot AB$. Аналогічно можна показати, що сума довжин зелених півкіл

також дорівнює $\frac{1}{2}\pi \cdot AB$. **750.** *Вказівка.* Сума

площ усіх зафарбованих і незафарбованих «серпіків» дорівнює сумі площ двох кругів, діаметри яких 3 см і 4 см, а сума площ незафарбованих «серпіків» і прямокутника дорівнює площі круга, діаметр якого 5 см. Покажіть, що ці суми рівні.

751. *Вказівка.* Спільна частина квадратів містить круг, радіус якого дорівнює $\frac{1}{2}$ см (рис. 172).

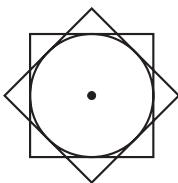


Рис. 172

754. 1) $\frac{3}{4}$; 2) $1\frac{2}{7}$. **755.** 36 грн. **764.** 10 см і 32 см.

765. Hi. **766.** 80π см². *Вказівка.* Одна зі сторін прямокутника є висотою циліндра, а друга — радіусом його основи. Тоді $rh = 40$ см². **787.** 28 000 студентів. **788.** Hi. *Вказівка.* Кожне з утворених трицифрових чисел ділиться націло на 3, отже, їхній добуток має бути кратним 9.

802. 535 дерев. **803.** $2\frac{11}{18}$. **828.** Точка *B*. **829.** *C*(-7). **830.** *M*(4)

або *M*(-4). **832.** 680. **833.** У 6 разів. **852.** *a*, якщо *a* — додатне число; *-a*, якщо *a* — від'ємне число.

854. Не існує, оскільки між протилежними числами завжди розташована непарна кількість цілих чисел. **855.** 8 год. **856.** 500 кг. **885.** 36 км.

886. $\frac{13}{15}$. **914.** 1) Точка *D*; 2) точка *A*; 3) точка *B*.

- 915.** 1) Точка C ; 2) точка B ; 3) точка D . **916.** 1) -5 ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 2) -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 .
917. 1) $-a < b$; 2) $-a > b$. **918.** 1) $-4,2^{**} > -4,6^{**}$; 2) $-0,628 < -0,627^{**}$; 3) $0 > -*, **$. **919.** 1) $-98^* > > -1^{***}$; 2) $-*, *** > -**, **$; 3) $-98, ** < -* 4, **$.
923. 1) Якщо $a > 0$, то $a > -a$; якщо $a < 0$, то $a < -a$; якщо $a = 0$, то $a = -a$; 2) $|a| \geq a$; 3) $|a| \geq -a$.

- 924.** 1) 0 ; 2) 4 ; 3) -4 ; 4) -1 . **926.** 215 см. **927.** $\frac{5}{6}$.

- 944.** Рівність виконується, якщо a і b — числа одного знака. **946.** 24 цукерки. **949.** 4-й під'їзд, 12-й поверх. **950.** 33 коробки. **963.** 1) 27 ; 2) -30 .
969. 1) 4200 грн; 2) 4410 грн. **970.** 6. **995.** 1) -10 ; -6 ; 6 ; 10 ; 2) -5 ; 5 . **996.** 1) 0 ; -12 ; 12 ; 2) коренів не має. **997.** 1) Найменше значення дорівнює $-8,5$ при $x = 0$, найбільшого не існує; 2) найбільше значення дорівнює $-5,2$ при $x = 0$, найменшого не існує. **998.** 1) Найменше значення дорівнює $3,9$ при $x = 0$, найбільшого не існує; 2) найбільше значення дорівнює $7,6$ при $x = 0$, найменшого не існує.

- 999.** 125 %. **1000.** 87,5 %. **1001.** 6. **1013.** 4) $1\frac{7}{9}$.

- 1014.** 4) $\frac{1}{180}$. **1019.** 1) 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 2) 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 3) 1 ; 2 ; 3 . **1020.** 1) -1 ; -2 ; -3 ; 2) -1 ; -2 ; -3 ; -4 ; -5 ; 3) -1 ; -2 ; -3 ; -4 ; -5 ; -6 ; -7 ; -8 . **1023.** 1) 21 ; $-12,4$; 2) 0 ; $-9,4$; $6,5$.
1024. 1) -1 ; 2 ; 2) $-1,2$; -5 ; 10 . **1025.** 1) -8 при $x = 0$; 2) 7 при $x = 0$. **1026.** 1) 4 при $x = 0$; 2) 10

- при $x = 0$. **1029.** На $\frac{3}{4}$ год. **1030.** 9 шкарпеток.

- 1045.** 1. **1049.** 75° або 165° . **1078.** 1) -2 ; 2) $-2,8$; 3) 22 . **1079.** 1) $9,6$; 2) 2 . **1086.** 1) -28 ; 2) $-2,4$;

- 3) -1 ; 4) -178 ; 5) 48 . **1087.** 1) $3,4$; 2) $0,1$;
 3) $1,6$. **1093.** 342 грн. **1094.** 1,5 км або 7,5 км.
1107. 2) $4\frac{1}{2}$. **1108.** 2) $-\frac{1}{18}$. **1110.** 3) $-\frac{6}{7}$; 4) 4 .
1112. 2) $-44,45$. **1113.** 2) -14 . **1114.** 1) $1\frac{17}{18}$; 2) $1\frac{1}{8}$.
1115. 1) $-2\frac{1}{4}$; 2) $-1\frac{1}{3}$. **1118.** 0,6 км/хв. **1119.** 3.
1120. 3 кг. **1121.** 39 років. **1132.** 1) 2 ; 2) $3,2$;
 3) -24 . **1133.** 1) -3 ; 2) -4 ; 3) $1\frac{1}{5}$. **1134.** 1) -3 ; 2) 1 .
1135. 1) 0 ; 2) $1,25$. **1136.** 1) $0,4$; 2) -1 . **1137.** 1) $-9,5$;
 2) -2 . **1138.** 1) $-0,3$; 2) 8 ; 3) 24 ; 4) $3,4$. **1139.** 1) $0,4$;
 2) 5 ; 3) $1,8$; 4) 11 . **1140.** 1) $0,5$; 2) $-3,5$. **1141.** 1) -7 ;
 2) $-3,25$. **1142.** 1) Немає коренів; 2) x — будь-яке
 число. **1143.** 1) x — будь-яке число; 2) немає ко-
 ренів. **1144.** 1) 0 ; 2) 2 . **1145.** 1) -14 ; -7 ; -2 ; -1 ;
 1; 2; 7; 14; 2) -10 ; -4 ; -2 ; -1 ; 0; 1; 3; 4; 5; 6; 8;
 14. **1146.** 1) 1 ; 2) 4 ; 5; 10; 20; 2) -4 ; -5 ; -6 ; -9 ;
 -12 ; -21 . **1147.** 1600 %. **1148.** 20 %. **1149.** 18 цу-
 керок. **1150.** Ділене дорівнює 53, дільник — 9.
1157. 70 см, 14 см, 82 см. **1158.** 12 см, 84 см,
 78 см. **1159.** 14,4 грн, 8 грн. **1160.** 30 грн,
 50 грн. **1161.** 14 кг, 6 кг. **1162.** 30 грн, 70 грн.
1163. 4,2 км/год, 9,8 км/год. **1164.** 300 дітей.
1165. 60 грибів, 12 грибів. **1166.** 12 горіхів, 96 горіхів.
1167. 120 000 грн. **1168.** 59 л. **1169.** 65 грн,
 13 грн. **1170.** 240 кг, 60 кг. **1171.** 6 год, 4 год.
1172. 2,5 год, 1 год. **1173.** Через 13 хв. **1174.** Че-
 рез 5 днів. **1175.** 240 л, 480 л. **1176.** 20 кг, 80 кг.
1177. Непарним числом. **1178.** У числі 93 закрес-
 лили цифру 9, або у числі 62 — цифру 6, або
 у числі 31 — цифру 3. **1179.** 1) $-129,7$; 2) $-\frac{2}{9}$.

1197. 1) 124° ; 2) 98° . **1198.** 126° . **1199.** Вказівка.

1) $90^\circ = 15^\circ \cdot 6$. **1200.** Вказівка. 1) $5^\circ = 90 - 17^\circ \cdot 5$.

1201. Вказівка. $10^\circ = 90^\circ - 4 \cdot 20^\circ$. **1202.** 26. **1205.** 17

пачок паперу. **1218.** 5 троянд, 9 троянд. **1220.** 1 т.

1221. $-12,8$. **1247.** 3) Рис. 173; 4) рис. 174. **1248.**

3) Рис. 175; 4) рис. 176. **1250.** 75 кг.

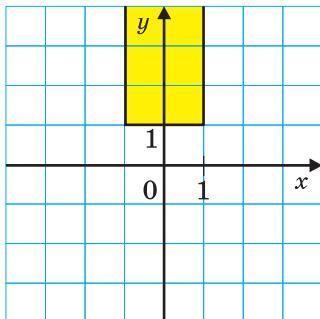


Рис. 173

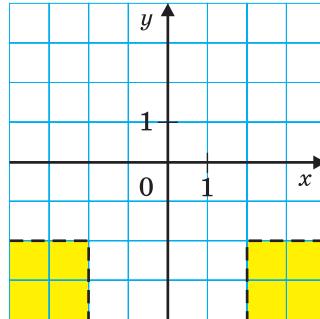


Рис. 174

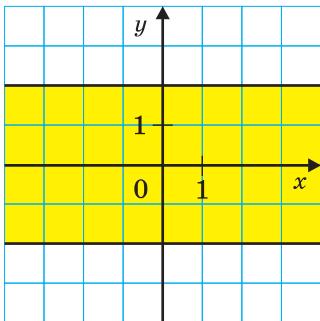


Рис. 175

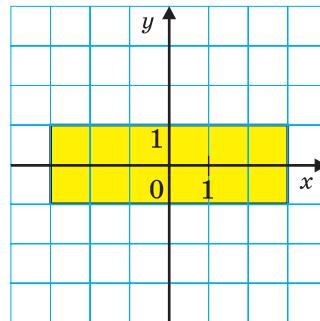


Рис. 176

1251. 308 горіхів. **1252.** 4 пакети по 10 кг, 1 пакет

масою 3 кг, 2 пакети по 1 кг; 1224 грн. **1264.** 12 ва-

ріантів. **1265.** 150 сторінок. **1266.** 1) $-\frac{5}{12}$; 2) $-\frac{5}{23}$;

3) 2,5. 1268. 1) $\frac{1}{5}$; 2) $-3,36$; 3) $2\frac{1}{6}$; 4) $2,75$; 5) $0,5$;

6) $0,11$; 7) $-\frac{1}{44}$; 8) $-9\frac{3}{4}$. 1269. 1) $2,8$; 2) $1,8$.

1270. 1) $12,5$; 2) 4 . 1271. 1) 40% ; 2) $21\frac{3}{7} \%$.

1275. 2) $2c - 2$; 3) $1,02n$; 4) $36,5k - 14$. 1276. 3) $-5,5$;
4) -1 ; 5) -12 . 1277. 18) -36 ; 19) $-22,5$; 20) 36 ;

21) -2 ; 22) $-0,2$; 23) $0,5$; 24) 0 ; 25) 2 ; 26) $\frac{5}{19}$.

1278. 1) $3 \cdot 29 = 87$; 2) $43 \cdot 3 = 129$; 3) $103 \cdot 5 = 515$;
4) $11 \cdot 13 = 143$; 5) $21 \cdot 23 = 483$; 6) $14 \cdot 17 = 238$.

1280. 25 см, 435 плиток. 1281. 72 оцінки.

1282. 61 горіх. 1285. 98 вареників. 1286. 3 кг.

1287. 49 хв. 1288. 380 км. 1290. Скласти мотузку
вчетверо і відрізати четверту частину. *Вказівка*.

$\frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} - \left(\frac{2}{3} : 4 \right)$. 1291. 24 дні. 1292. За $32\frac{8}{11}$ хв.

1293. За 3 год. 1294. За 56 год. 1295. За $3\frac{3}{5}$ год.

1296. За $14\frac{2}{5}$ хв. 1297. За 8 год. 1298. За 15 год,

10 год. *Вказівка*. За 2 год через дві труби запо-
вниться $\frac{1}{3}$ басейну, отже, за 10 год через одну

з труб заповниться $\frac{2}{3}$ басейну. 1299. 14 год.

1300. 1,5 см. 1308. 2,52 кг. 1309. На 21% .

1310. Зменшилася на 4% . 1311. Площа прямокут-
ника становить 91% площині квадрата. 1312. 240 см^2 .

1313. $x = 9$, $y = 24$. 1314. 1) 18; 24; 54; 2) 75; 50; 60.

1315. 2000 кг. 1316. 175 км. 1326. 68° ; 32° ; 80° .

- 1327.** 46° ; 32° ; 12° . **1328.** 304 дні. **1330.** $83,2 \text{ см}^2$.
1331. 500 га, 400 га, 320 га. **1332.** 21 кущ, 35 кущів. **1333.** 45 кг. **1334.** 41 км, 36 км, 33 км.
1335. 70 км/год, 80 км/год. **1336.** Через 3 год.
1337. Асфальтованою дорогою — 50 км/год, ґрунтовою — 45 км/год. **1338.** 14 км/год; 42 км.
1339. Через 1,5 год. **1340.** 264 км. **1341.** 80 км/год, 46 км/год. **1342.** Через 1,8 год; 18 км, 8 км.
1343. 40 км. **1344.** 150 кг, 250 кг, 280 кг.
1345. 150 задач. **1346.** 17 разів. **1348.** 3 грн 60 коп.
1349. 7. **1350.** 20; 48. **1351.** 25 гусей, 20 кіз.
1352. 10 кроликів, 65 качанів капусти. **1353.** 12 000 грн під 6 % і 8 000 грн під 9 %. **1354.** 60 л, 15 л. **1355.** 72 л.
1356. 24 книжки. **1357.** 54 км. **1358.** 132 адреси.
1359. 66 партій.

Відповіді до завдань
«Перевірте себе» в тестовій формі

Номер завдання	Номер задачі											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	Б	Г	А	В	А	В	Г	В	В	Б	Б	В
5	Г	А	Г	В	Б	В	Г	Б	В	Б	А	Б
6	А	Б	А	Г	Б	В	А	Г	Г	Б	Г	В

Предметний покажчик

Абсциса точки 154

Вісь абсцис 153

— ординат 153

Графік 163

Діаграма кругова 28

— стовпчаста 27

Діаметр кола 5

Довжина кола 14

Коефіцієнт 108

Конус 22

Координатна площа 153

Координатна пряма 50

Круг 5

Куля 23

Ордината точки 154

Паралельні прямі 147

Перпендикулярні прямі 140

Площа круга 15

Подібні доданки 113

Радіус кола 4

Сектор круга 6

Сфера 23

Хорда 4

Центр кола 3

Циліндр 21

Числа від'ємні 45

— додатні 45

— протилежні 56

— раціональні 57

— цілі 57

Число π 14

ЗМІСТ

§ 3. Відношення і пропорції (продовження)

23. Коло і круг.....	3
24. Довжина кола. Площа круга	13
25. Циліндр. Конус. Куля.....	20
26. Діаграми	27
Завдання № 4 «Перевірте себе» в тестовій формі	39
Головне в параграфі 3	41

§ 4. Раціональні числа і дії з ними

27. Додатні і від'ємні числа.....	43
28. Координатна пряма	49
29. Цілі числа. Раціональні числа	56
• «Нерозумні» числа.....	61
30. Модуль числа.....	64
31. Порівняння чисел	69
32. Додавання раціональних чисел	77
33. Властивості додавання раціональних чисел... 34. Віднімання раціональних чисел.....	85 89
Завдання № 5 «Перевірте себе» в тестовій формі	96
35. Множення раціональних чисел	97
• Ніщо і ще менше	105
36. Переставна та сполучна властивості множення раціональних чисел. Коефіцієнт	107
37. Розподільна властивість множення	112
38. Ділення раціональних чисел.....	121
39. Розв'язування рівнянь.....	127
40. Розв'язування задач за допомогою рівнянь ...	133

41. Перпендикулярні прямі	140
42. Паралельні прямі	147
43. Координатна площаина	152
44. Графіки.....	161
<i>Завдання № 6 «Перевірте себе» в тестовій формі</i>	169
Головне в параграфі 4	171
Вправи для повторення за курс 6 класу	174
<i>Дружимо з комп'ютером</i>	192
<i>Відповіді та вказівки до вправ</i>	197
<i>Відповіді до завдань «Перевірте себе» в тестовій формі</i>	204
<i>Предметний покажчик</i>	205

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
ЯКІР Михайло Семенович

МАТЕМАТИКА

підручник для 6 класу

закладів загальної середньої освіти

(у 2-х частинах)

Частина 2

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України*

**Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено**

Підручник відповідає Державним санітарним нормам і правилам
«Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»

*У підручнику з навчальною метою використано фотоматеріали,
розміщені у вільному доступі в мережі «Інтернет».*

Відповідальна за випуск *Т. Г. Левченко*
Редакторка *Т. Є. Цента*
Обкладинка *Н. О. Мінєєва*
Технічна редакторка *О. В. Гулькевич*
Комп'ютерне верстання,
художнє оформлення *С. І. Северин*
Коректорка *А. Ю. Венза*

Формат 60×90/16. Ум. друк. арк. 13,00. Обл.-вид. арк. 11,97.
Тираж 103113 прим. Зам. № 002

ТОВ ТО «Гімназія»,
вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052
Тел.: (057) 719-17-26, (057) 719-46-80, факс: (057) 758-83-93
E-mail: contact@gymnasia.com.ua, www.gymnasia.com.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 644 від 25.10.2001

Надруковано в друкарні ПП «Модем»,
вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052. Тел. (057) 758-15-80
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ХК № 91 від 25.12.2003

Карта України



**Масштаб 1:10 000 000
(в 1 см 100 км)**

Скорочені позначення метричних одиниць

Префікс	Позначення	Множник
мікро-	мк	0,000001
мілі-	м	0,001
санти-	с	0,01
деки-	д	0,1
кіло-	к	1000
мега-	М	1 000 000

1 см =	10	мм
1 дм =	10	см
1 м =	100	дм
1 см² =	100	мм²
1 дм² =	100	см²
1 м² =	1000	дм²
1 а =	1000	м²
1 га =	1000	а
1 км² =	1000	га
1 см³ =	1000	мм³
1 дм³ =	1000	см³
1 м³ =	1000	дм³

Латинський алфавіт

Друковані літери	Рукописні літери	Назви літер
A	а	а
B	б	бе
C	с	це
D	д	де
E	е	е
F	ф	еф
G	г	ге
H	х	аш
I	і	і
J	ж	йот
K	к	ка
L	л	ель
M	м	ем
N	н	ен
O	о	о
P	п	пе
Q	қ	ку
R	р	ер
S	с	ес
T	т	те
U	у	у
V	в	ве
W	в	дубль-ве
X	х	ікс
Y	ї	ігрек
Z	з	зет