

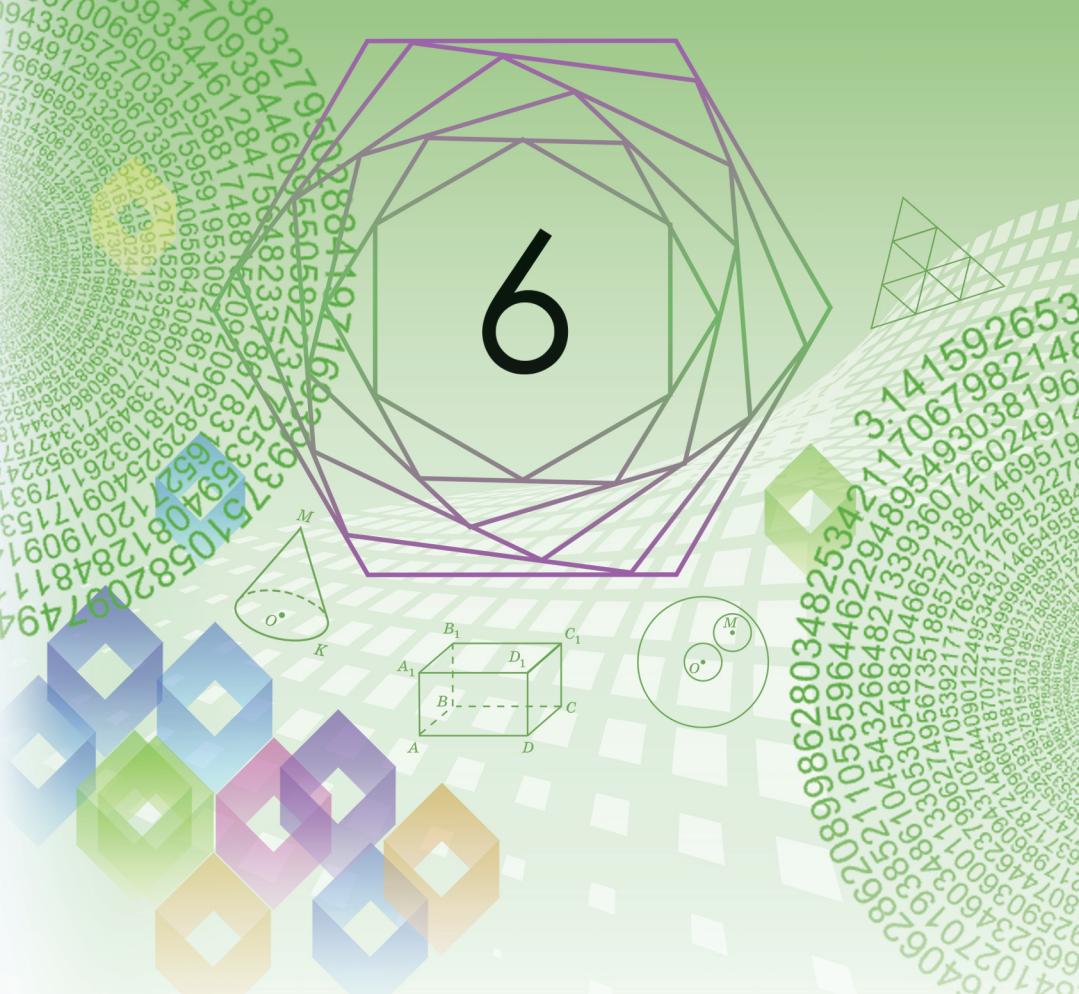
Аркадий
Мерзляк

Віталій
Полонський

Михайло
Якір

МАТЕМАТИКА

ЧАСТИНА 1





Таблиця простих чисел (до 997)

2	79	191	311	439	577	709	857
3	83	193	313	443	587	719	859
5	89	197	317	449	593	727	863
7	97	199	331	457	599	733	877
11	101	211	337	461	601	739	881
13	103	223	347	463	607	743	883
17	107	227	349	467	613	751	887
19	109	229	353	479	617	757	907
23	113	233	359	487	619	761	911
29	127	239	367	491	631	769	919
31	131	241	373	499	641	773	929
37	137	251	379	503	643	787	937
41	139	257	383	509	647	797	941
43	149	263	389	521	653	809	947
47	151	269	397	523	659	811	953
53	157	271	401	541	661	821	967
59	163	277	409	547	673	823	971
61	167	281	419	557	677	827	977
67	173	283	421	563	683	829	983
71	179	293	431	569	691	839	991
73	181	307	433	571	701	853	997



Аркадій Мерзляк
Віталій Полонський
Михайло Якір

МАТЕМАТИКА

підручник для 6 класу
закладів загальної середньої освіти
(у 2-х частинах)

ЧАСТИНА 1

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України*

Харків
«Гімназія»
2023

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ МОН України від 08.03.2023 № 254)*

**Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено**

Умовні позначення:

- завдання, що відповідають початковому ѹ середньому рівню навчальних досягнень;
- завдання, що відповідають достатньому рівню навчальних досягнень;
- завдання, що відповідають високому рівню навчальних досягнень;
- * задачі для математичних гуртків і факультативів;
-  завдання, які можна виконувати за допомогою комп’ютера.

Мерзляк А. Г.

М52 Математика : підруч. для 6 кл. закладів заг. серед. освіти (у 2-х ч.) : Ч. 1 / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2023. — 208 с. : іл.

ISBN 978-966-474-372-0

ISBN 978-966-474-373-7 (Ч. 1)

Підручник розроблений за модельною навчальною програмою «Математика. 5–6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори: А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, М. П. Пихтар, Б. В. Рубльов, В. В. Семенов, М. С. Якір). Його завдання можуть слугувати моделями реальних ситуацій. Їх розв’язування, окрім вивчення й закріплення математичних знань і вмінь, сприяє розвитку ключових компетентностей, формуванню критичного мислення. У підручнику також подано додаткову інформацію з історії застосування математичних знань, вимови та написання правильною українською «математичною» мовою.

УДК 373.167.1:51

ISBN 978-966-474-372-0
ISBN 978-966-474-373-7 (Ч. 1)

© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський,
М. С. Якір, 2023
© ТОВ ТО «Гімназія», оригінал-макет,
художнє оформлення, 2023

Від авторів

ЛЮБІ ДІТИ!

Цього навчального року ви продовжите знайомство з чарівною наукою — математикою. Вона відкриватиме вам нові знання та розвиватиме ваші вміння й здібності. Саме математичні навички, логічне мислення та винахідливість супроводжуватимуть вас до успіху в будь-якій професії.

Текст підручника поділено на два розділи, які складаються з параграфів, а параграфи — з пунктів. Кожен із 38 пунктів починається з викладу теоретичного матеріалу. У ньому жирним шрифтом надруковано математичні терміни. **Жирним курсивом** і **курсивом** виділено правила та найважливіші математичні твердження.

Зазвичай виклад теоретичного матеріалу завершується прикладами розв'язування задач. Це один із можливих зразків оформлення розв'язання.

До кожного пункту дібрано завдання для самостійного розв'язування після засвоєння теоретичного матеріалу. Серед них є як прості й середні за складністю вправи, так і важкі задачі, особливо ті, що позначено зірочкою (*) .

У рубриці «Говоримо та пишемо українською правильно» наведено приклади правильної математичної мови.

Кожний пункт завершує особлива задача — «Задача від Мудрої Сови». Для її розв'язання потрібно виявити винахідливість і кмітливість.

Рубрика «Коли зроблено уроки» розповідає про важливі математичні об'єкти — числа й фігури, про історію їх виникнення. Сподіваємося, що це зацікавить вас так само, як завдання підручника.

Дерзайте! Бажаємо успіху!

ШАНОВНІ КОЛЕГИ ТА КОЛЕЖАНКИ!

Ми дуже сподіваємося, що цей підручник стане надійним помічником у вашій нелегкій і шляхетній праці.

Дидактичний матеріал подано в таких рубриках:



Розв'язуємо усно



Вправи



Вправи для повторення



Готуємося до вивчення нової теми



Учимося застосовувати математику



Задача від Мудрої Сови

Усі задачі рубрики «Вправи» диференційовано за рівнями складності. Більшість задач згруповано за парами аналогічних. **Блакитним** кольором позначено номери задач кожної пари, що рекомендуються для домашньої роботи, **пурпуровим** — номери задач, які можна розв'язувати усно.

До рубрики «Учимося застосовувати математику» дібрано задачі, які можуть слугувати математичними моделями реальних ситуацій. Їх розв'язування сприяє розвитку компетентностей, яких вимагає сьогодення: соціальної та громадянської свідомості, у галузі природничих наук, техніки, технологій, культури, комп'ютерної та фінансової грамотності, інноваційності, ощадливого ставлення до природних ресурсів, орієнтації на здоровий спосіб життя.

Завдання «Домашньої практичної роботи» — це прості дослідження із сюжетами з навколошнього середовища. Вони готовіть до виконання більш складних проектів.

Завдання з позначкою «Знайдіть помилку» містять хибні розв'язання деяких задач. Їхня мета — сформувати навички критичного мислення, знаходження власних і чужих помилок.

Бажаємо творчого натхнення та терпіння!

§ 1. ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Опанувавши матеріал цього параграфа, ви дізнаєтесь, як, не виконуючи ділення, визначити, чи ділиться дане натуральне число націло на 2, 3, 5, 9, 10.

Ознайомитеся із простими та складеними числами, навчитеся розкладати натуральні числа на прості множники.

Ви дізнаєтесь, що називають найбільшим спільним дільником і найменшим спільним кратним кількох натуральних чисел.



1. Дільники та кратні

Остача при діленні числа 30 на число 5 дорівнює 0, оскільки $30 = 5 \cdot 6$. Нагадаємо, що в такому разі говорять: число 30 ділиться націло на число 5. Число 5 називають дільником числа 30, а число 30 — кратним числа 5.

Натуральне число a ділиться націло на натуральне число b , якщо знайдеться натуральне число c таке, що є правильною рівністю $a = b \cdot c$.

Якщо натуральне число a ділиться націло на натуральне число b , то число a називають кратним числа b , число b — дільником числа a .

Числа 1, 2, 3, 6, 10, 15, 30 також є дільниками числа 30, а число 30 є кратним кожного із цих чисел.

Зауважимо, що число 30 не ділиться націло, наприклад, на число 7. Тому число 7 не є дільником числа 30, а число 30 не кратне числу 7.

Як краще говорити: «Число a ділиться націло на число b », «Число b є дільником числа a », «Число a кратне числу b », «Число a є кратним числа b »? Байдуже, будь-який вибір буде правильним.

А чи є правильним твердження: якщо кожне із чисел a і b не ділиться націло на число k , то й сума $a + b$ не ділиться націло на число k ?

Розглянемо приклад.

Легко записати всі дільники числа 6. Це числа 1, 2, 3 і 6. А чи можна перелічiti всі числа, кратні числу 6? Числа $6 \cdot 1$, $6 \cdot 2$, $6 \cdot 3$, $6 \cdot 4$, $6 \cdot 5$ і т. д. кратні числу 6. Отримуємо, що чисел, кратних числу 6, — безліч. Тому перелічiti їх усі неможливо.

Отже, наведене твердження є неправильним. Приклад, за допомогою якого ми його спростували, називають **контрприкладом**.

Узагалі, *для будь-якого натурального числа a кожне із чисел $a \cdot 1$, $a \cdot 2$, $a \cdot 3$, $a \cdot 4$, ... є кратним числа a .*

Найменшим дільником будь-якого натурального числа a є число 1, а найбільшим — саме число a .

Серед чисел, кратних числу a , найбільшого немає, а найменше є — це саме число a .

Кожне із чисел 21 і 36 ділиться націло на число 3, і їхня сума, число 57, також ділиться націло на число 3.

Узагалі, *якщо кожне із чисел a і b ділиться націло на число k , то і сума $a + b$ також ділиться націло на число k .*

Кожне із чисел 4 і 8 не ділиться націло на число 3, а їхня сума, число 12, ділиться націло на число 3.

Кожне із чисел 9 і 7 не ділиться націло на число 5, і їхня сума, число 16, не ділиться націло на число 5.

Таким чином, якщо *ні* число a , *ні* число b не ділиться націло на число k , то сума $a+b$ може ділитися, а може й не ділитися націло на число k .

Число 35 ділиться націло на число 7, а число 17 на число 7 націло не ділиться. Сума $35+17$ націло на число 7 також не ділиться.

Узагалі, якщо число a ділиться націло на число k і число b не ділиться націло на число k , то сума $a+b$ не ділиться націло на число k .



1. У якому разі говорять, що: 1) число b є дільником числа a ; 2) число b є кратним числа a ? 2. Яке число є дільником будь-якого натурального числа? 3. Скільки існує кратних даного натурального числа a ?



Розв'язуємо усно

1. Обчисліть:

- | | | |
|------------------|---------------------|---------------|
| 1) $0,6 - 0,4;$ | 3) $0,6 \cdot 4;$ | 5) $6 : 4;$ |
| 2) $0,6 - 0,04;$ | 4) $0,6 \cdot 0,4;$ | 6) $0,6 : 4.$ |

2. Чому дорівнює частка при діленні 54 на 9?

3. Чому дорівнює дільник, якщо ділене дорівнює 98, а частка — 7?

4. Чому дорівнює ділене, якщо дільник дорівнює 24, а частка — 4?

5. При діленні двоцифрових чисел у частці отримали 9, а в остачі — 8. Чому дорівнює ділене?



Вправи

1.° Чи є правильним твердження:

- 1) число 6 є дільником числа 24;
- 2) число 6 кратне числу 24;

- 3) число 5 є дільником числа 51;
- 4) число 9 є дільником числа 99;
- 5) число 18 є кратним числа 3;
- 6) число 28 кратне числу 8?

2. Які із чисел 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 30 є:

- 1) дільниками 24;
- 2) кратними 6;
- 3) дільниками 20 і 24;
- 4) дільниками 24 і кратними 4?

3. Чому дорівнює: 1) найбільший дільник числа 19 735; 2) його найменший дільник; 3) його найменше кратне?

4. Запишіть усі дільники числа:

- 1) 18;
- 2) 8;
- 3) 13;
- 4) 56.

5. Запишіть усі дільники числа:

- 1) 30;
- 2) 12;
- 3) 23;
- 4) 72.

6. Чи можна поділити порівну 28 зошитів між:

- 1) 4 дітьми;
- 3) 7 дітьми;
- 2) 6 дітьми;
- 4) 8 дітьми?

7. Чи можна розкласти порівну 48 тістечок на:

- 1) 3 тарілки;
- 2) 6 тарілок;
- 3) 9 тарілок?

8. Запишіть п'ять чисел, які кратні числу:

- 1) 7;
- 2) 30;
- 3) 100;
- 4) 34.

9. Запишіть чотири числа, які кратні числу:

- 1) 16;
- 2) 12;
- 3) 150;
- 4) 47.

10. Із чисел 28, 36, 48, 64, 92, 100, 108, 110 вишишіть такі, що:

- 1) є кратними 4;
- 2) не є кратними 6.

11. Відомо, що сума натуральних чисел a і b ділиться націло на 5. Чи можна стверджувати, що:

- 1) кожне із чисел a і b ділиться націло на 5;
- 2) одне із чисел ділиться націло на 5, а друге — ні?

Відповідь проілюструйте прикладами.

12.° Відомо, що жодне із чисел a і b не ділиться націло на 11. Чи є правильним твердження, що їхня сума також не ділиться націло на 11?

13.• Запишіть усі числа, які є дільниками кожного із чисел:

- 1) 15 і 20; 2) 7 і 21; 3) 24 і 36; 4) 20 і 21.

14.• Запишіть усі числа, які є дільниками кожного із чисел:

- 1) 12 і 18; 2) 60 і 90; 3) 22 і 35; 4) 9 і 27.

15.• Запишіть яке-небудь число, що є кратним кожного із чисел:

- 1) 3 і 4; 2) 6 і 12; 3) 4 і 6.

16.• Запишіть яке-небудь число, що є кратним кожного із чисел:

- 1) 5 і 9; 2) 8 і 32; 3) 8 і 12.

17.• Запишіть:

- 1) усі двоцифрові числа, кратні 19;
2) усі трицифрові числа, кратні 105.

18.• Запишіть усі двоцифрові числа, кратні 23.

19.• Запишіть усі значення x , кратні числу 4, при яких є правильною нерівність $18 < x < 36$.

20.• Запишіть усі значення x , кратні числу 6, при яких є правильною нерівність $25 < x < 60$.

21.• Запишіть усі значення x , які є дільниками числа 80 і при яких є правильною нерівність $7 < x < 40$.

22.• Запишіть усі значення x , які є дільниками числа 98 і при яких є правильною нерівність $14 < x < 50$.

23.• Знайдіть число, кратне числам 9 і 11 та більше за 100. Скільки існує таких чисел?

24.• Знайдіть число, кратне числам 9 і 12 та менше від 100. Скільки існує таких чисел?

25.° Чи є правильним твердження:

- 1) якщо число a кратне 6, то воно кратне 3;
2) якщо число a кратне 3, то воно кратне 6;

- 3) якщо число a кратне числам 3 і 4, то воно кратне 12;
4) якщо число a кратне числам 4 і 6, то воно кратне 24?

Відповідь проілюструйте прикладами.

26.* При діленні числа a на 7 отримали остачу 4. Яку умову має задовольняти число b , щоб сума $a + b$ була кратною 7?

27.* При діленні числа a на 9 отримали остачу 5. Яку умову має задовольняти число b , щоб різниця $a - b$ була кратною 9?

28.* При яких натуральних значеннях n значення виразу $15n$ кратне числу: 1) 3; 2) 5; 3) 10; 4) 11?

29.* При яких натуральних значеннях n значення виразу:

- 1) $3n + 2$ кратне числу 2;
- 2) $4n + 3$ кратне числу 3?

30.* Доведіть, що двоцифрове число, яке записано двома однаковими цифрами, кратне 11.

31.* Доведіть, що трицифрове число, яке записано трьома однаковими цифрами, кратне 37.

32.* До одноцифрового числа дописали одну цифру, у результаті чого воно збільшилося в 41 раз. Яку цифру й до якого числа дописали?

33.* У двоцифровому числі закреслили одну цифру, у результаті чого воно зменшилося в 17 разів. Яку цифру та в якому числі закреслили?



Вправи для повторення

34. Спростіть вираз і обчисліть його значення:

- 1) $0,2a \cdot 50b$, якщо $a = 4$, $b = 3,6$;
- 2) $0,4x \cdot 25y$, якщо $x = 2,4$, $y = 3$.

35. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 2,48x + 3,52x = 1,26; \quad 2) 4,63x + 3,37x = 1,92.$$

36. До їdalyni привезли 146 кг овочів: 6 ящиків помідорів і 8 ящиків огірків. Скільки кілограмів огірків у кожному ящику, якщо помідорів у кожному ящику було 7,8 кг, а маси огірків у кожному ящику однакові?

Готуємося до вивчення нової теми

37. Виконайте ділення з остачею:

- 1) $429 : 2$; 3) $768 : 10$; 5) $134 : 5$;
2) $5001 : 2$; 4) $9123 : 10$; 6) $2867 : 5$.

38. Виразіть ділене через неповну частку, дільник і остачу у вигляді рівності $a = bq + r$, де a — ділене, b — дільник, q — неповна частка, r — остача:

- 1) $83 : 7$; 2) $171 : 17$.



Задача від Мудрої Сови

39. Складіть із шести сірників чотири рівносторонніх трикутники зі стороною, яка дорівнює довжині одного сірника.

2. Ознаки подільності на 10, на 5 і на 2

Остання цифра кожного із чисел 90, 210, 1400 дорівнює нулю. Усі ці числа діляться націло на 10. Справді, кожне з них можна подати у вигляді добутку двох натуральних чисел, одне з яких дорівнює 10.

Маємо: $90 = 9 \cdot 10$, $210 = 21 \cdot 10$, $1400 = 140 \cdot 10$.

Остання цифра числа 187 не дорівнює нулю. Це число не ділиться націло на 10. Дійсно, можна записати: $187 = 180 + 7$. Число 187 ми подали у вигляді суми двох доданків, один з яких ділиться націло на 10, а другий — не ділиться. Із правила, сформульованого в попередньому пункті, випливає, що така сума не ділиться націло на 10.

Наведені приклади ілюструють, як за записом натурального числа можна визначити, ділиться воно націло на 10 чи ні.

Якщо запис натурального числа закінчується цифрою 0, то це число ділиться націло на 10.

Якщо запис натурального числа закінчується будь-якою цифрою, яка відмінна від 0, то це число не ділиться націло на 10.

Ці два твердження називають **ознакою подільності** на 10.

Знайдемо неповну частку та остаточу при діленні деяких натуральних чисел на 10.

Маємо: $173 = 170 + 3 = 10 \cdot 17 + 3$; $4258 = 4250 + 8 = 10 \cdot 425 + 8$; $20\ 005 = 10 \cdot 2000 + 5$.

Ці приклади ілюструють таке: *якщо натуральне число поділити на 10, то остаточа дорівнюватиме числу, яке записано останньою цифрою цього числа.*

За допомогою останньої цифри числа встановлюють і деякі інші ознаки подільності.

Числа 2, 14, 26, 58 діляться націло на 2. Натуральні числа, які націло діляться на 2, називають **парними**.

Натуральні числа, які не діляться націло на 2, називають **непарними**. Наприклад, числа 3, 5, 17, 349, 10 001 — непарні.

Цифри 0, 2, 4, 6, 8 називають **парними**, а цифри 1, 3, 5, 7, 9 — **непарними**.

А як, не виконуючи ділення, установити парність числа? І тут допомагає ознака подільності.

Якщо запис натурального числа закінчується парною цифрою, то це число ділиться націло на 2.

Якщо запис натурального числа закінчується непарною цифрою, то це число не ділиться націло на 2.

Зазначимо, що всі непарні числа при діленні на 2 дають в остачі 1. Наприклад, $53 = 2 \cdot 26 + 1$, $121 = 2 \cdot 60 + 1$.

Зауважимо, що коли парне число помножити на 5, то отримаємо число, остання цифра якого дорівнює 0. Наприклад, $2 \cdot 5 = 10$, $16 \cdot 5 = 80$, $28 \cdot 5 = 140$. Якщо ж непарне число помножити на 5, то остання цифра отриманого добутку дорівнюватиме 5. Наприклад, $3 \cdot 5 = 15$, $17 \cdot 5 = 85$, $29 \cdot 5 = 145$.

Отже, останньою цифрою числа $n \cdot 5$, де n — будь-яке натуральне число, є 0 або 5. Також є правильним твердження: якщо натуральне число закінчується цифрою 0 або цифрою 5, то його можна подати у вигляді добутку двох натуральних чисел, одне з яких дорівнює 5, тобто подати у вигляді $n \cdot 5$, де n — деяке натуральне число. Наприклад, $15 = 3 \cdot 5$, $120 = 24 \cdot 5$.

Тепер зрозуміло, як серед натуральних чисел розпізнавати такі, що є кратними 5.

Якщо запис натурального числа закінчується цифрою 0 або цифрою 5, то це число ділиться націло на 5.

Якщо запис натурального числа закінчується будь-якою цифрою, відмінною від цифр 0 і 5, то це число не ділиться націло на 5.

Наприклад, числа 15, 35, 70, 3580, 11 445 діляться націло на 5, а числа 17, 24, 5553, 172 802 націло на 5 не діляться.



1. Якою цифрою має закінчуватися запис натурального числа, щоб воно ділилося націло на 10?
2. Які числа називають парними? непарними?
3. Які цифри називають парними? непарними?
4. Як за записом натурального числа встановити, кратне воно 2 чи ні?
5. Як за записом натурального числа встановити, ділиться воно націло на 5 чи ні?



Говоримо та пишемо українською правильно

Читаючи математичні вирази, числівники після слів «цифра» і «число» завжди говоримо в називному відмінку: «закінчується цифрою 0» — *закінчується цифрою нуль*, «додати 5 до числа 10» — *додати п'ять до числа десять*, «кратне числу 7» — *кратне числу сім*.

Якщо числівники використовуємо без слів «цифра» і «число», то називаємо їх у формах відповідних відмінків: «дорівнює 5» — *дорівнює п'яти*, «якщо число закінчується 0» — *якщо число закінчується нулем*, «число 14 не кратне 9» — *число чотирнадцять не кратне дев'яти*.



Розв'язуємо усно

- Чи є правильним твердження:
 - число 17 є дільником 34;
 - число 5 є дільником числа 35;
 - число 45 є кратним числа 10;
 - число 17 кратне числу 2?
- Назвіть чотири натуральні числа, для яких дільником є число: 1) 2; 2) 7.
- Назвіть чотири натуральні числа, кратних числу: 1) 5; 2) 11.
- Назвіть у порядку зростання всі дільники числа: 1) 6; 2) 14; 3) 40; 4) 9; 5) 7.



Вправи

- 40.** Заповніть таблицю (поставте знак «+» у разі ствердної відповіді або знак «-» у протилежному разі):

Число	24	53	60	78	79	96	142	241	495	7207
Парне число										

- 41.** Купили кілька наборів фломастерів, по 5 штук у кожному. Чи могли купити:

- 30 фломастерів;
- 24 фломастери;
- 45 фломастерів?

42.° Які із чисел 68, 395, 760, 943, 1270, 2625, 9042, 7121, 1734:

- 1) не діляться націло на 2;
- 2) кратні 10;
- 3) діляться націло на 5, але не діляться націло на 10?

43.° Із чисел 34, 467, 435, 860, 648, 5465, 8216, 2405, 1020, 246 370 випишіть такі, що діляться націло: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

44.° Назвіть:

- 1) два парних числа, які не кратні 5;
- 2) два парних числа, які кратні 5;
- 3) два непарних числа, які не кратні 5;
- 4) два непарних числа, які кратні 5.

45.• Чи є правильним твердження:

- 1) сума двох парних чисел є парним числом;
- 2) сума двох непарних чисел є непарним числом;
- 3) сума парного та непарного чисел є непарним числом;
- 4) якщо сума двох чисел є парним числом, то її доданки — парні числа;
- 5) добуток двох парних чисел є парним числом;
- 6) добуток двох непарних чисел є непарним числом;
- 7) добуток парного та непарного чисел є непарним числом?

46.• Число c дорівнює добутку натуральних чисел a і b . Заповніть таблицю.

Число a	Число b	Число c
парне	непарне	
парне	парне	
непарне	непарне	
непарне		парне
	непарне	непарне

47. Запишіть усі непарні значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $273 < x < 290$; 2) $2725 < x < 2737$.

48. Запишіть усі парні значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $134 < x < 160$; 2) $489 < x < 502$.

49. Знайдіть усі значення x , кратні числу 5, при яких є правильною нерівність:

1) $38 < x < 75$; 2) $3720 < x < 3754$.

50. Знайдіть усі значення x , кратні числу 10, при яких є правильною нерівність:

1) $279 < x < 320$; 2) $1465 < x < 1510$.

51. Запишіть усі чотирицифрові числа, кратні числу 5, для запису яких використовують цифри 0, 3, 5, 7 (цифри повторювати не можна).

52. Знайдіть усі цифри, які можна дописати право-руч до числа 793, щоб отримати число, кратне: 1) 2; 2) 5; 3) 10. (Можна дописувати тільки одну цифру.)

53. Запишіть найбільше:

- 1) чотирицифрове число, кратне 2;
- 2) п'ятицифрове число, кратне 5;
- 3) шестицифрове число, кратне 10.

Цифри в записі числа повторювати не можна.

54. 1) Запишіть шість перших натуральних чисел, що є кратними 100. Зверніть увагу на дві останні цифри цих чисел. Сформулюйте ознаку подільності на 100.

2) Запишіть вісім перших натуральних чисел, що є кратними 25. Зверніть увагу на дві останні цифри цих чисел. Сформулюйте ознаку подільності на 25.

55. Знайдіть найбільше двоцифрове число x , при якому значення виразу $x - 32$ ділиться націло на 5.

56. Знайдіть найменше трицифрове число y , при якому значення виразу $327 + y$ є числом, кратним 10.

57. Чи може число, у записі якого всі цифри дорівнюють 1, ділитися націло на число, у записі якого всі цифри дорівнюють 2?

58. Чи може число, у записі якого всі цифри дорівнюють 2, ділитися націло на число, у записі якого всі цифри дорівнюють: 1) 1; 2) 5?

59. 1) Сума двох натуральних чисел є непарним числом. Парним чи непарним числом є їхній добуток?

2) Сума двох натуральних чисел є парним числом. Чи обов'язково їхній добуток є парним числом?

60. Парною чи непарною буде сума 7 натуральних чисел, якщо: 1) 4 доданки парні, а решта — непарні; 2) 4 доданки непарні, а решта — парні?

61. Сума 9 натуральних чисел дорівнює 1000. Чи можна стверджувати, що їхній добуток — парне число? Відповідь поясніть.

62. Чи можна розкласти 50 яблук на 5 купок, у кожній з яких буде непарна кількість яблук? Відповідь поясніть.

63. Чи існує прямокутник, довжини сторін якого виражені натуральними числами в сантиметрах, причому одна з них на 1 см довша за іншу, і площа якого дорівнює $12\ 345\ \text{см}^2$?

64. Відомо, що n — натуральне число. Чи є парним числом значення виразу:

1) $2n$;

3) $n(n+1)$;

2) $2n+1$;

4) $(2n-1)(2n+3)$?

65. Чи є правильним твердження, що з будь-яких трьох натуральних чисел завжди знайдуться два таких, сума яких ділиться націло на 2?

66. Скількома нулями закінчується запис числа, яке дорівнює добутку:

1) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 15 \cdot 16$; 2) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 25 \cdot 26$?

67.* Чи можна у виразі $1 + 2 + 3 + \dots + 8 + 9$ замінити деякі знаки «+» на знаки «-» так, щоб значення отриманого числового виразу дорівнювало 18?



Вправи для повторення

68. В Україні є 25 природних та біосферних заповідників. Скільки є заповідників кожного виду, якщо біосферних у 4 рази менше, ніж природних?

69. Скільки в Україні ботанічних садів і скільки дендрологічних парків, якщо всього їх 89, причому дендрологічних парків на 33 більше, ніж ботанічних садів?



Національний
дендрологічний
парк «Софіївка»
(м. Умань)

70. Виконайте дії:

- 1) $(69 \cdot 0,63 - 10,098 : 5,4 - 20,54) : 0,324$;
- 2) $0,98 \cdot 3,8 - 0,132 : 5,5 - 2,45$.



Задача від Мудрої Сови

71. У клітинках таблиці розміром 3×3 клітинки стоять нулі. Дозволяється вибрати будь-який квадрат розміром 2×2 клітинки та збільшити числа в усіх його клітинках на одиницю. Чи можна після кількох таких операцій отримати таблицю, зображену на рисунку 1?

4	6	5
7	18	9
6	10	7

Рис. 1

3. Ознаки подільності на 9 і на 3

Виконавши ділення, можна переконатися, що кожне із чисел 108, 4869, 98 802 ділиться націло на 9. А чи існує інший, швидший спосіб переконатися в цьому?

Інакше кажучи, чи існує ознака подільності на 9? Так, вона існує.

Зазначимо, що сума цифр кожного із цих трьох чисел кратна 9. А ось, наприклад, ні самі числа 124, 533, 7253, ні суми їхніх цифр, які відповідно дорівнюють 7, 11, 17, не кратні 9. І це не випадково.

Якщо сума цифр натурального числа ділиться націло на 9, то й саме число ділиться націло на 9.

Якщо сума цифр натурального числа не ділиться націло на 9, то й саме число не ділиться націло на 9.

Аналогічно можна визначити, чи ділиться число націло на 3.

Якщо сума цифр натурального числа ділиться націло на 3, то й саме число ділиться націло на 3.

Якщо сума цифр натурального числа не ділиться націло на 3, то й саме число не ділиться націло на 3.

Наприклад, число 7854 ділиться націло на 3, оскільки сума його цифр, що дорівнює 24, ділиться націло на 3. Число 3749 не ділиться націло на 3, оскільки сума його цифр, що дорівнює 23, не ділиться націло на 3.



1. Як установити, чи ділиться число націло на 9?
2. Як установити, чи ділиться число націло на 3?



Говоримо та пишемо українською правильно

Вимовляючи «11» і «14», пам'ятаємо, що в числівниках другого десятка наголос завжди падає на склад *на*: *одинáдцять*, *дванáдцять*, *тринáдцять*, *чотирнáдцять*, *п'ятнáдцять* тощо.



Розв'язуємо усно

- Буквою *n* позначили деяке парне число. Парним чи непарним є число: 1) $n + 1$; 2) $n + 2$?
- Якою цифрою закінчується добуток:
1) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$; 2) $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13$?
- Яке із чисел 2045, 4750, 7254, 6225 ділиться націло на 3, але не ділиться націло на 2?
- Скільки існує двоцифрових чисел, кратних числу: 1) 5; 2) 8?



Вправи

- 72.** ° Які із чисел 48, 53, 316, 2004, 7902 діляться націло: 1) на 3; 2) на 9?
- 73.** ° Заповніть таблицю (поставте в третьому рядку знак «+» у разі ствердної відповіді або знак «-» у протилежному разі):

Число	7263	4681	2743	6885	7227	6350
Сума цифр						
Кратне 9						

- 74.** ° Заповніть таблицю (поставте в третьому рядку знак «+» у разі ствердної відповіді або знак «-» у протилежному разі):

Число	1356	4813	9075	3272	6390	15 684
Сума цифр						
Кратне 3						

- 75.** ° Яку із цифр 1, 3, 5, 7 треба поставити замість зірочки, щоб число $42^*\cdot 5$ було кратним 3?

76. ° Яку із цифр 5, 8, 2, 1 треба поставити замість зірочки, щоб число $56^*\cdot 5$ було кратним 9?

77. ° Чи можна розставити порівну на 3 полицях:
1) 40 книжок; 2) 54 книжки; 3) 49 книжок?

78. ° Чи можна навантажити порівну на 9 автомобілів:
1) 127 ящиків; 2) 225 ящиків?

79. ° Із чисел 8937, 6585, 37 828, 44 292, 9462, 58 395, 23 646 випишіть такі, що діляться націло:
1) на 3; 2) на 9; 3) на 3 і на 2.

80. ° Із чисел 7826, 1215, 4075, 2880, 3921, 9319, 6072, 8142 випишіть такі, що діляться націло:
1) на 3; 2) на 9; 3) на 9 і на 5.

81. • Знайдіть усі значення y , кратні:

- 1) числу 3, при яких є правильною нерівність $143 < y < 162$;
- 2) числу 9, при яких є правильною нерівність $92 < y < 128$.

82. • Знайдіть усі значення m , кратні:

- 1) числу 3, при яких є правильною нерівність $324 < m < 345$;
- 2) числу 9, при яких є правильною нерівність $423 < m < 480$.

83. • Замість зірочки поставте таку цифру, щоб отримати число, кратне 3 (розгляньте всі можливі випадки):

- 1) 54 84*; 2) 3*6 393; 3) 79*8.

84. • Замість зірочки поставте таку цифру, щоб отримати число, кратне 9 (розгляньте всі можливі випадки):

- 1) 62 8*1; 2) 57* 582; 3) 7*51.

85. • Запишіть:

- 1) найменше число, для запису якого використано лише цифру 2 і яке ділиться націло на 3;

2) найменше трицифрове число, що ділиться націло на 9.

86. Яку цифру можна поставити замість зірочки в записі 627^* , щоб отримане число ділилося націло і на 3, і на 5?

87. Яку цифру можна поставити замість зірочки в записі $21\ 85^*$, щоб отримане число ділилося націло на 3, але не ділилося націло на 2?

88. Яку цифру можна поставити замість зірочки в записі 347^* , щоб отримане число ділилося націло і на 2, і на 3?

89. Запишіть найменше:

- 1) чотирицифрове число, кратне 3;
- 2) п'ятицифрове число, кратне 9;
- 3) шестицифрове число, кратне 3 і 2;
- 4) чотирицифрове число, кратне 5 і 9.

Цифри в записі числа повторювати не можна.

90. Запишіть найбільше чотирицифрове число, яке ділиться націло:

- | | |
|-----------------|------------------|
| 1) на 2 і на 3; | 3) на 3 і на 10; |
| 2) на 3 і на 5; | 4) на 2 і на 9. |

91. Яке найменше число треба додати до даного, щоб отримати число, кратне 9:

- | | |
|------------|--------------------|
| 1) 1275; | 4) 987 652; |
| 2) 3333; | 5) 10 203 040; |
| 3) 25 718; | 6) 19 191 919 191? |

92. Запишіть, використовуючи по одному разу кожну з цифр 0, 1, 4, 7, найбільше і найменше чотирицифрові числа, кратні 15.

93. До числа 15 допишіть ліворуч і праворуч по одній цифрі так, щоб число, яке утвориться, було кратним 15. Скільки розв'язків має задача?

94. До числа 34 допишіть ліворуч і праворуч по одній цифрі так, щоб число, яке утвориться, було кратним 45. Скільки розв'язків має задача?

95. Замість зірочок поставте такі цифри, щоб число $*74*$ ділилося націло на 18. Знайдіть усі можливі розв'язки.

96. Замість зірочок поставте такі цифри, щоб число $3*4*$ ділилося націло на 9. Знайдіть усі можливі розв'язки.

97. Галина Петрівна придбала 3 однакових пакети кефіру, пачку масла за 46 грн 80 коп., кілька булочок по 4 грн 50 коп., 6 однакових пачок печива. Чи може вся її покупка коштувати 218 грн 30 коп.?

98. Роман і Дарина записують дев'ятнадцятицифрове число, використовуючи тільки цифри 1, 2 і 4. Першу цифру пише Роман, другу — Дарина, третю — знову Роман і т. д. по черзі. Роман хоче отримати в результаті число, кратне 3. Чи може Дарина завадити йому це зробити?



Вправи для повторення

99. Річка Рось на 38 км довша за річку Хорол. Знайдіть довжину кожної із цих річок, якщо їхня спільна довжина дорівнює 654 км.

100. За маршрутом Київ — Житомир — Вінниця виїхав автомобіль. Яка відстань між Житомиром і Вінницею, якщо вона на 6 км менша від відстані між Києвом і Житомиром, а довжина всього маршруту становить 256 км?

101. Обчисліть:

- 1) $6,29 : 0,85 + (53 - 48,184) : 5,6;$
- 2) $5,33 : 0,65 - (1,9218 - 0,8118) : 3.$



Готуємося до вивчення нової теми

102. Спростіть вираз, замінивши добуток однакових множників степенем:

- | | |
|---|---|
| 1) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7;$ | 3) $a \cdot a \cdot a \cdot a;$ |
| 2) $10 \cdot 10 \cdot 10;$ | 4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x.$ |

103. Знайдіть значення виразу:

- 1) $2^5;$
- 2) $7^2;$
- 3) $0,6^2;$
- 4) $0,5^3;$
- 5) $0^6;$
- 6) $1^{12}.$

104. Запишіть число 64 у вигляді степеня з основою: 1) 8; 2) 4; 3) 2.



Задача від Мудрої Сови

105. У чемпіонаті країни з футболу беруть участь 16 команд, кожна з яких має свій стадіон. Усі команди повинні зіграти між собою, причому в кожному турі відбуваються всі 8 ігор. Чи можна скласти розклад турів так, щоб кожна команда грала по черзі на своєму стадіоні та на стадіоні суперника?



Коли зроблено уроки

Ділиться чи не ділиться?

Ви вже знаєте ознаки подільності на 2, на 3, на 5, на 9 і на 10. Виникає природне запитання: чи існують ознаки подільності, наприклад, на 4, на 6, на 7, на 8, на 11 і т. д.? Такі ознаки існують. Розглянемо деякі з них.

Легко встановити ознаку подільності на 6. Оскільки $6 = 2 \cdot 3$, то до діленого потрібно одночасно застосувати ознаки подільності на 2 і на 3.

Аналогічно можна отримати ознаки подільності на 15 (оскільки $15 = 3 \cdot 5$), на 18 (оскільки $18 = 2 \cdot 9$), на 30 (оскільки $30 = 3 \cdot 10$), на 45 (оскільки $45 = 5 \cdot 9$) тощо.

Ознаку подільності на 4 пояснимо на таких прикладах.

1) Розглянемо число 524. Маємо: $524 = 5 \cdot 100 + 24$.

Кожний доданок суми $5 \cdot 100 + 24$ ділиться націло на 4, отже, і саме число 524 ділиться націло на 4.

2) Розглянемо число 7518.

Маємо: $7518 = 75 \cdot 100 + 18$.

Тут перший доданок суми $75 \cdot 100 + 18$ ділиться націло на 4, а другий — ні, отже, число 7518 не ділиться націло на 4.

Зауважимо, що будь-яке натуральне число m можна подати у вигляді суми

$$m = n \cdot 100 + a,$$

де n — натуральне число або 0, a — одноцифрове чи двоцифрове число або 0.

Оскільки число 100 ділиться націло на 4, то можна дійти такого висновку: *подільність даного числа на 4 залежить лише від подільності на 4 числа, записаного його двома останніми цифрами.*

Щоб з'ясувати, ділиться чи не ділиться число націло на 8, наведемо такі приклади:

число $13\,006 = 13 \cdot 1000 + 6$ не ділиться націло на 8;

число $25\,040 = 25 \cdot 1000 + 40$ ділиться націло на 8;

число $5122 = 5 \cdot 1000 + 122$ не ділиться націло на 8;

число $3624 = 3 \cdot 1000 + 624$ ділиться націло на 8.

Оскільки число 1000 ділиться націло на 8, то *подільність даного числа на 8 залежить від подільності на 8 числа, яке записане його трьома останніми цифрами.*

Записуючи число у вигляді суми певним способом, можна встановити й інші ознаки подільності.

Так, записавши число у вигляді суми розрядних доданків, можна обґрунтувати ознаки подільності на 9 і на 3.

Розглянемо, наприклад, число 486, кратне 9. Запишемо його у вигляді суми розрядних доданків:

$$486 = 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6.$$

Оскільки $100 = 99 + 1$ і $10 = 9 + 1$, то можемо записати:

$$4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6 = 4 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 6.$$

Розкриємо дужки й перегрупуємо доданки:

$$\begin{aligned} 4 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 6 &= 4 \cdot 99 + 4 + 8 \cdot 9 + 8 + 6 = \\ &= (4 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (4 + 8 + 6). \end{aligned}$$

Отже, $486 = (4 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (4 + 8 + 6)$.

У пурпуркових дужках сума $4 \cdot 99 + 8 \cdot 9$ ділиться націло на 9. У блакитних дужках записано суму цифр числа 486. Вона також ділиться націло на 9. Тоді і саме число 486 кратне 9.

Запишемо таким самим чином число 532.

Маємо:

$$\begin{aligned} 532 &= 5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2 = 5 \cdot (99 + 1) + 3 \cdot (9 + 1) + 2 = \\ &= 5 \cdot 99 + 5 + 3 \cdot 9 + 3 + 2 = \\ &= (5 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (5 + 3 + 2). \end{aligned}$$

Отже, $532 = (5 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (5 + 3 + 2)$.

Значення виразу, записаного в пурпуркових дужках, ділиться націло на 9. А сума цифр числа 532, записана в блакитних дужках, на 9 націло не ділиться. Таким чином, число 532 не кратне 9.

Зазначимо, що ознаку подільності на 9 ми змогли отримати завдяки тому, що будь-яке натуральне число n можна подати у вигляді суми за такою схемою:

$$\boxed{\text{Число}}_n = \boxed{\text{Число, яке ділиться}}_{\text{націло на } 9} + \boxed{\text{Сума цифр}}_{\text{числа } n}$$

Аналогічно можна обґрунтувати ознаку подільності на 3.

Для того щоб визначити, чи ділиться число націло на 11, роблять так: додають усі цифри числа, які стоять на непарних місцях (рахуючи справа наліво), далі додають усі цифри, які сто-

ять на парних місцях, потім обчислюють різницю знайдених сум. Якщо ця різниця ділиться націло на 11, то й саме число ділиться на 11.

Зрозуміти, звідки випливає ця ознака, допоможе такий приклад:

$$638 = 6 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8 = 6 \cdot (99 + 1) + 3 \cdot (11 - 1) + 8 = \\ = 6 \cdot 99 + 3 \cdot 11 + (6 - 3 + 8).$$

Значення виразу $6 \cdot 99 + 3 \cdot 11$ ділиться націло на 11. Отже, чи ділиться націло число 638 на 11, залежить від того, чи ділиться націло на 11 значення виразу $6 - 3 + 8$.

Оскільки $6 - 3 + 8 = 11$, то число 638 ділиться націло на 11.

Існують ознаки подільності й на інші числа (7, 13, 37 тощо). Проте вони набагато складніші, ніж описані тут. Ви можете з ними ознайомитися, відвідуючи математичний гурток або вивчаючи популярну літературу з математики.

Ознаки подільності можуть не лише бути корисними під час розв'язування задач, а й стати підґрунттям для демонстрації числових фокусів. Опишемо один із них.

Фокусник просить одного з глядачів, у якого є коробочка сірників, порахувати їх, потім витягти з коробочки кількість сірників, яка дорівнює сумі цифр отриманого числа. Не повідомляючи ніякої інформації, глядач передає фокуснику закриту коробочку. Той деякий час трясе її і, не відкриваючи, визначає кількість сірників у коробці.

Тут немає ні магії, ні чародійства. Просто фокусник добре знає



ознаку подільності на 9, з якої випливає, що *різниця числа і суми його цифр завжди ділиться націло на 9*. А отже, у коробочці може бути тільки 9, 18, 27, 36 або 45 сірників (зазвичай у коробочці більше не буває). Зважаючи на це, при певному тренуванні можна за звуком (або за масою коробочки) визначити кількість сірників.

4. Прості та складені числа

Число 1 має тільки один дільник — одиницю. Будь-яке інше натуральне число a має принаймні два дільники — одиницю та саме число a .

Справді,

$$a : 1 = a, \quad a : a = 1.$$

Число 5 має тільки два дільники — числа 1 і 5. Тільки два дільники мають також, наприклад, числа 2, 7, 11, 13. Такі числа називають **простими**.

Натуральне число називають простим, якщо воно має тільки два натуральні дільники: одиницю та саме це число.

На форзаці підручника розміщено таблицю всіх простих чисел, які менші від 1000.

Число 2 — найменше просте число. Зазначимо, що це єдине парне просте число. Справді, будь-яке інше парне число має щонайменше три дільники: число 1, число 2 та саме число.

Простих чисел безліч. Із доведенням цього факту ви можете ознайомитися на с. 35–37. Найбільшого простого числа не існує.

Числа 6, 15, 49, 1000 мають більше ніж два дільники.

Натуральне число називають складеним, якщо воно має більше ніж два натуральні дільники.

Оскільки число 1 має тільки один дільник, то воно не належить ні до простих, ні до складених чисел.

Складене число 105 можна різними способами подати у вигляді добутку його дільників.

Наприклад, $105 = 15 \cdot 7 = 35 \cdot 3 = 5 \cdot 21 = 3 \cdot 5 \cdot 7$.

Останній добуток відрізняється від інших тим, що всі його множники — прості числа. Говорять, що число 105 **розв'язано на прості множники**.

Будь-яке складене число можна подати у вигляді добутку простих чисел, тобто розкласти на прості множники.

Наприклад:

$$10 = 2 \cdot 5; \quad 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3; \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5; \quad 81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3;$$

$$200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5.$$

Зауважимо, що будь-яких два розклади числа на прості множники складаються з одних і тих самих множників і можуть відрізнятися лише порядком їхнього розміщення.

Зазвичай добуток однакових множників у розкладі числа на прості множники замінюють степенем. Наприклад:

$$18 = 2 \cdot 3^2; \quad 80 = 2^4 \cdot 5; \quad 81 = 3^4; \quad 200 = 2^3 \cdot 5^2.$$

Під час розкладання числа на прості множники зручно користуватися схемою, яку продемонструємо на прикладі розкладання числа 2940:

- 1) 2940 кратне 2, $2940 : 2 = 1470$;
- 2) 1470 кратне 2, $1470 : 2 = 735$;
- 3) 735 не кратне 2, але кратне 3, $735 : 3 = 245$;
- 4) 245 не кратне 3, але кратне 5, $245 : 5 = 49$;
- 5) 49 не кратне 5, але кратне 7, $49 : 7 = 7$;
- 6) 7 кратне 7, $7 : 7 = 1$.

Отже,

$$\begin{aligned}2940 &= 2 \cdot 1470 = 2 \cdot 2 \cdot 735 = \\&= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 245 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 49 = \\&= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2.\end{aligned}$$

Наведений нижче «числовий стовпчик» наочно демонструє, як працює запропонована схема розкладання числа на прості множники:

$$\begin{array}{r|l}2940 & 2 \\1470 & 2 \\735 & 3 \\245 & 5 \\49 & 7 \\7 & 7 \\1 &\end{array}$$



1. Яке натуральне число називають простим?
2. Яке натуральне числа називають складеним?
3. Чому число 1 не належить ні до простих, ні до складених чисел?
4. Чи існує парне просте число?
5. Назвіть найменше просте число.



Розв'язуємо усно

1. Виконайте дії:

$$\begin{array}{lll}1) 4,99 + 4,01; & 3) 6 \cdot 0,01; & 5) 6 : 0,1; \\2) 4,99 + 4,1; & 4) 0,6 \cdot 0,1; & 6) 0,6 : 0,01.\end{array}$$

2. Які із чисел 106, 165, 207, 253, 271, 282, 305, 315, 374, 389 діляться націло: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 3; 4) на 9?

3. Назвіть усі дільники числа: 1) 28; 2) 29; 3) 30; 4) 31.

4. Число 204 дорівнює добутку чисел 34 і 6. Чи є число 34 дільником числа 204? А число 6?

5. Чому дорівнює частка чисел 945 і 9? Чи є отримана частка дільником числа 945?

6. У Поліни було на 26 грн більше, ніж у Дарини. Після того як Поліна купила нову книгу, у неї стало на 12 грн менше, ніж у Дарини. Скільки коштує книга?



Вправи

106.° Серед чисел 1, 3, 6, 7, 12, 13, 21, 23, 24, 28, 29, 33, 45, 46, 47 укажіть: 1) прості; 2) складені.

107.° Використовуючи таблицю простих чисел, розташовану на форзаці, назвіть усі прості числа, які більші за 290, але менші від 340.

108.° Користуючись таблицею простих чисел, поданою на форзаці, укажіть, простим чи складеним є число: 1) 227; 2) 493; 3) 521; 4) 829; 5) 889.

109.° Користуючись таблицею простих чисел, поданою на форзаці, випишіть із чисел 203, 353, 431, 451, 569, 679, 809, 943 складені числа.

110.° Запишіть усі дільники даного числа, підкресліть ті з них, які є простими числами: 1) 21; 2) 30; 3) 48; 4) 54.

111.° Чи є складеним число: 1) 8246; 2) 11 415; 3) 528; 4) 56 270? Відповідь обґрунтуйте.

112.° Розкладіть на прості множники число:

1) 12; 2) 42; 3) 216; 4) 450; 5) 920; 6) 2280.

113.° Розкладіть на прості множники число:

1) 27; 2) 56; 3) 625; 4) 820; 5) 2772; 6) 1224.

114.° Запишіть:

1) усі прості числа, більші за 10 і менші від 25;
2) усі складені числа, більші за 35 і менші від 49.

115.° Запишіть:

1) усі прості числа, більші за 22 і менші від 38;
2) усі складені числа, більші за 60 і менші від 78.

116.° Простим чи складеним числом є добуток:

1) $13 \cdot 1$; 3) $4 \cdot 7$; 5) $43 \cdot 1$;
2) $14 \cdot 1$; 4) $11 \cdot 13$; 6) $1 \cdot 111$?

117.° Запишіть усі дільники числа, яке дорівнює добутку:

1) $2 \cdot 2 \cdot 5$; 2) $3 \cdot 5 \cdot 7$.

118. Запишіть усі дільники числа, яке дорівнює добутку:

1) $2 \cdot 5 \cdot 13$;

2) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$.

119. На тарілки, яких було менше ніж 10, розклали порівну 65 слив. Скільки було тарілок?

120. На залізничні платформи, яких було більше ніж 15, навантажили порівну 119 контейнерів. Скільки контейнерів навантажили на одну платформу?

121. Чому дорівнює частка від ділення числа a на число b , якщо:

1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$;

2) $a = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$, $b = 3 \cdot 13 \cdot 19$?

122. Чому дорівнює частка від ділення числа a на число b , якщо:

1) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, $b = 2 \cdot 5 \cdot 13$;

2) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 37$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 37$?

123. Запишіть усі двоцифрові числа, у розкладі яких на прості множники один із множників дорівнює: 1) 7; 2) 17; 3) 23.

124. Запишіть усі двоцифрові числа, розклад яких на прості множники складається: 1) із двох однакових множників; 2) із трьох однакових множників.

125. Задумали просте число. Відомо, що наступне за ним натуральне число теж просте. Яке число задумали?

126. Чи може сума двох простих чисел бути простим числом? У разі ствердної відповіді наведіть приклад.

127. Чи може бути простим числом:

1) добуток двох різних чисел;

2) значення площи квадрата, довжину сторони якого виражено натуральним числом?

Відповідь обґрунтуйте.

128. Чи може сума двох складених чисел бути простим числом? У разі ствердної відповіді наведіть приклад.

129. Чи існує прямокутник, довжини сторін якого виражено натуральними числами, а периметр — простим числом (довжини сторін і периметр прямокутника виражені в тих самих одиницях виміру)? Відповідь обґрунтуйте.

130. Чи може добуток ста різних простих чисел ділитися націло: 1) на 3; 2) на 9?

131. Чи існують три послідовних натуральні числа: 1) кожне з яких є простим; 2) жодне з яких не є складеним? Відповідь обґрунтуйте.

132. При якому натуральному значенні n буде простим числом значення виразу:

- 1) $2n$; 2) n^2 ; 3) $n(n+1)$?



Вправи для повторення

133. Квадрат зі стороною 1,6 см і прямокутник, ширина якого 0,8 см, мають рівні площини. Знайдіть довжину прямокутника.

134. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $4x + 5x + 4,7 = 16,4$; 3) $(35,8 - x) : 2,1 = 1,3$;
2) $0,7x - 0,4x + 46 = 211$; 4) $0,9(283 - x) = 17,01$.

135. Запишіть 5 чисел, що є кратними: 1) числа 8; 2) числа 18; 3) числа n .



Учимося застосовувати математику

136. Відкриття першої школи на Русі відбулося, як записано в «Повісті минулих літ», у Києві за часів князя Володимира Святославовича 988 р. Першу в Україні гімназію було відкрито в Новгороді-Сіверському 1804 р. Через скільки років після відкриття першої школи це відбулося? На скільки років ваша школа «молодша» від першої школи?

137. У школі працюють два нічних охоронці: Іван Іванович і Петро Петрович. Вони працюють по черзі з вечора до ранку наступного дня. Іван Іванович заступив на чергування 1 вересня, Петро Петрович — 2 вересня. Хто з них заступить на чергування 18 вересня? 29 вересня? 1 жовтня? 30 жовтня? 31 жовтня? По яких числах — парних чи непарних — чергуватиме Іван Іванович у листопаді? Хто з них чергуватиме в ніч на Новий рік?

138. Олеся та Микола живуть у селі Грушеве, а навчаються в різних університетах міста Києва. До Центрального залізничного вокзалу Києва вони їдуть електропотягом. В університеті, де вчиться Олеся, заняття починаються о 8:30, а на шлях від залізничного вокзалу до університету вона витрачає 35 хв. В університеті, де вчиться Микола, заняття починаються о 9:00, а на шлях від вокзалу до університету він витрачає 40 хв.

У таблиці наведено фрагмент розкладу руху електропотягів.

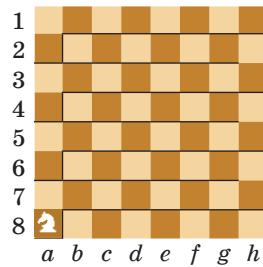
Відправлення від станції Грушеве	Прибуття на вокзал у Київ
6:27	7:23
6:39	8:00
6:45	8:08
7:15	8:23

О котрій годині найпізніше може виїхати Олеся, а о котрій — Микола, щоб не запізнатися на заняття?



Задача від Мудрої Сови

139. Шаховий кінь починає свій маршрут у лівому нижньому куті шахівниці, а закінчує його в правому верхньому куті. Чи може кінь при цьому побувати на всіх полях шахівниці по одному разу?





Чи такі вже прості ці прості числа?

Коли із чимось можна впоратися легко, без проблем, ми кажемо «проста задача», «проста справа», «простий маршрут» тощо. Вам може здатися, що коли йдеться про прості числа, то жодних ускладнень не передбачається. Проте це зовсім не так.

Прості числа поставили перед математиками чимало питань, на багато які з них відповіді досі не знайдено. Деякі проблеми, пов'язані з простими числами, розглянуто в цьому оповіданні.

З першої тисячі натуральних чисел 168 є простими (див. форзац). Є прості числа й у другій, третій, четвертій тисячах. Може скластися враження, що серед будь-яких 1000 натуральних чисел, які йдуть поспіль, трапляються прості. Але цей висновок помилковий.

Запишемо у стовпчик 1000 числових виразів:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 2;$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 3;$$

...

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 1000;$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 1001.$$

Значеннями цих виразів є послідовні натуральні числа. Кожне із цих чисел є складеним. Справді, перше число ділиться націло на 2, друге — на 3, дев'ятсот дев'яносто дев'яте — на 1000, тисячне — на 1001.

Подібно до цього можна сконструювати, наприклад, мільйон, мільярд, трильйон і т. д. складених чисел, які йдуть поспіль.

Тоді можна припустити, що в натуральному ряді, починаючи з якогось місця, узагалі неможливо натрапити на просте число. Однак і це неправильно. Досліджуючи таблиці простих чисел, французький математик Жозеф Луї Франсуа Берtran (1822–1900) стверджував, що при $n > 2$ між числами n і $2n - 2$ міститься щонайменше одне просте число, але не зміг цього довести.

Ще давньогрецький учений Евклід у своїй знаменитій книзі «Начала» довів, що існує безліч простих чисел. Він міркував приблизно так. Нехай простих чисел є скінченна кількість, наприклад стільки, скільки їх у першій тисячі. Перемножимо їх і до добутку додамо число 1. Отримаємо число $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 997 + 1$. Число n більше за будь-яке з простих чисел першої тисячі. Отже, воно складене, а тому має ділитися націло на деяке просте число k . Водночас добуток $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 997$ також ділиться націло на k . Тоді при діленні числа n на k отримаємо в остачі 1, а це суперечить тому, що число n ділиться націло на k .



Як ви бачите, доведення непросте. Установити, наприклад, що існує безліч непарних (парних) чи-

сел, значно легше. Якщо у вираз $2n - 1$ по черзі замість n підставляти всі натуральні числа, то отримаємо нескінченну послідовність, яка складається з непарних чисел: 1, 3, 5, 7,

Отже, вираз $2n - 1$ породжує всі непарні числа. А чи існує вираз, при підстановці в який замість букви будь-якого натурального числа отримаємо просте число?

Звісно, існує! Ось, наприклад, $\frac{6n}{2n}$. При будь-

якому натуральному n цей вираз буде «видавати» просте число 3.

Зрозуміло, що така «формула» простих чисел нас не задовольняє. Хотілося б мати вираз, який дав би змогу отримувати всі прості числа одне за одним. На жаль, математики досі такого зручного виразу не знайшли.

У світі простих чисел є багато й інших нерозв'язаних задач. Наприклад, у таблиці простих чисел (див. форзац) червоним кольором виділено прості числа, які відрізняються на 2. Це, зокрема, 3 і 5, 5 і 7, 419 і 421. Прості числа, які утворюють такі пари, називають близнюками. Скінченою чи нескінченою є кількість пар близнюків, поки що невідомо.

Залишається загадкою, скільки існує простих чисел, усі цифри яких — одиниці. Наприклад, числа 11, 11 111, 11 111 111 111 111 111 є простими.

Скінченою чи нескінченою є множина¹ простих чисел, у записі яких не міститься жодного нуля, ще й досі не знає ніхто.

¹ Докладніше з поняттям множини ви ознайомитеся в оповіданні «Нерозумні» числа».

5. Найбільший спільний дільник

Число 28 має такі дільники: **1, 2, 4, 7, 14, 28**. Дільниками числа 42 є числа **1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42**. Пурпуревим кольором виділено числа **1, 2, 7, 14**, які є **спільними дільниками** чисел 28 і 42. Серед спільніх дільників число **14** є найбільшим.

Найбільше націло, на яке ділиться націло кожне з двох даних натуральних чисел, називають найбільшим спільним дільником цих чисел.

Найбільший спільний дільник чисел a і b позначають так: НСД ($a; b$).

Отже, можна записати: НСД (28; 42) = 14.

Неважко встановити, наприклад, що НСД (7; 12) = 1, НСД (10; 25) = 5, НСД (18; 24) = 6.

Найбільший спільний дільник багатоцифрових чисел зручно знаходити, попередньо розкладавши їх на прості множники.

Знайдемо НСД (455; 770).

Розкладемо числа 455 і 770 на прості множники:

$$\begin{array}{r} 455 \Big| 5 \\ 91 \Big| 7 \\ 13 \Big| 13 \\ 1 \end{array} \quad 455 = 5 \cdot 7 \cdot 13$$
$$\begin{array}{r} 770 \Big| 2 \\ 385 \Big| 5 \\ 77 \Big| 7 \\ 11 \Big| 11 \\ 1 \end{array} \quad 770 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$$

Пурпуревим кольором виділено всі спільні прості дільники цих чисел: 5 і 7. Найбільше число, на яке діляться націло і 455, і 770, дорівнює $5 \cdot 7$, тобто НСД (455; 770) = $5 \cdot 7 = 35$.

Розглянемо ще один приклад: знайдемо НСД (180; 840). Розкладавши числа 180 і 840 на прості множники, отримаємо:

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Як бачимо, у розкладах даних чисел деякі прості множники повторюються. Число 2 у розкладі числа 180 трапляється двічі, а в розкладі числа 840 — тричі. При цьому число 4, яке дорівнює $2 \cdot 2$, є спільним дільником даних чисел, а число 8, яке дорівнює $2 \cdot 2 \cdot 2$, не є дільником числа 180. Так само видно, що число 3 — спільний дільник даних чисел, а число 9, яке дорівнює $3 \cdot 3$, не є дільником числа 840. Ще розглядувані числа мають спільний дільник — число 5.

Отже, числа 180 і 840 діляться націло на кожне із чисел 4, 3, 5. Вони також діляться націло й на їхній добуток $4 \cdot 3 \cdot 5$. Таким чином, НСД (180; 840) = $4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Якщо розклади чисел 180 і 840 на прості множники записати у вигляді добутку степенів:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1; \quad 840 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1,$$

то НСД зручно знаходити за таким правилом.

1) *Визначити степені, основи яких є спільними простими дільниками даних чисел* (у розглядуваному прикладі це основи 2, 3, 5).

2) *Ізожної пари степенів з однаковими основами вибрати степінь з меншим показником* (у розглядуваному прикладі це 2^2 , 3^1 , 5^1).

3) *Перемножити вибрані степені.*

Отриманий добуток є шуканим найбільшим спільним дільником (у розглядуваному прикладі НСД (180; 840) = $2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$).

Розглянемо ще один приклад.

Знайдемо НСД (585; 616).

Маємо: $585 = 3^2 \cdot 5 \cdot 13$; $616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11$.

Бачимо, що числа 585 і 616 не мають спільних простих дільників. Їхній найбільший спільний дільник дорівнює 1, тобто НСД (585; 616) = 1.

Якщо найбільший спільний дільник двох натуральних чисел дорівнює 1, то їх називають взаємно простими.

Числа 585 і 616 — взаємно прості.

Зазначимо, що будь-які два простих числа є взаємно простими. Наприклад, НСД (17; 43) = 1, НСД (101; 919) = 1.

Приклад 1. Знайдіть НСД (250; 3000).

Розв'язання. У цьому випадку немає потреби розкладати дані числа на прості множники. Число 250 — дільник числа 3000. Тому НСД (250; 3000) = 250.

Відповідь: 250. ◀

Узагалі, якщо число a — дільник числа b , то НСД ($a; b$) = a .

Дійсно, число b ділиться націло на a і число a ділиться націло на a . Тоді, число a — спільний дільник чисел a і b . Спільний дільник не може бути більшим за a . Отже, НСД ($a; b$) = a . Наприклад, НСД (3; 39) = 3, НСД (48; 16) = 16.

Зауважимо, що можна знаходити найбільший спільний дільник будь-якої кількості натуральних чисел, зокрема трьох.

Приклад 2. Знайдіть НСД (132; 180; 144).

Розв'язання. Розкладемо дані числа на прості множники:

132	2	180	2	144	2
66	2	90	2	72	2
33	3	45	3	36	2
11	11	15	3	18	2
1		5	5	9	3
		1		3	3
				1	

$$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11; \quad 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5; \quad 144 = 2^4 \cdot 3^2.$$

Отже, НСД (132; 180; 144) = $2^2 \cdot 3 = 12$.

Відповідь: 12. ◀



1. Яке число називають найбільшим спільним дільником двох чисел?
2. Як можна знайти НСД двох натуральних чисел, використовуючи їхній розклад на прості множники?
3. Які числа називають взаємно простими?
4. Чому дорівнює НСД двох чисел, одне з яких кратне другому?



Розв'язуємо усно

1. Скільки існує простих чисел, останньою цифрою яких є 5?
2. Чи може просте число ділитися націло на 3? на 9?
3. Які однакові цифри треба поставити замість зірочок, щоб була правильною рівність $2, * + 4, * = 7, 6$?
4. Чи є наведений розклад на множники розкладом на прості множники:
 - 1) $120 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$;
 - 2) $567 = 7 \cdot 9^2$;
 - 3) $180 = 3 \cdot 6 \cdot 10$?
5. Скільки всього дільників має число a , якщо $a = 3 \cdot 5 \cdot 19$?



Вправи

140.° Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 12 і 18;
- 2) 24 і 30;
- 3) 6 і 36;
- 4) 48 і 64;
- 5) 35 і 18;
- 6) 14, 21 і 28.

141.° Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 16 і 24;
- 2) 15 і 60;
- 3) 10 і 15;
- 4) 45 і 56;
- 5) 21 і 49;
- 6) 12, 18 і 24.

142.° Знайдіть найбільший спільний дільник чисел a і b :

- 1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$;
- 2) $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^3 \cdot 11^2 \cdot 19$, $b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 11^2 \cdot 19^3$.

■ 143.° Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 72 і 120; 3) 924 і 396;
2) 792 і 1188; 4) 116 і 111.

■ 144.° Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 42 і 105; 2) 588 і 252; 3) 680 і 612.

145.° Чи є взаємно простими числа:

- 1) 10 і 15; 2) 8 і 12; 3) 14 і 15; 4) 6 і 11?

146.° Серед наведених пар чисел виберіть пари взаємно простих чисел:

- 1) 14 і 21; 3) 42 і 55; 5) 28 і 39;
2) 54 і 65; 4) 14 і 70; 6) 63 і 42.

Для пар чисел, які не є взаємно простими, укажіть їхній найбільший спільний дільник.

147.° Із 96 пачок печива та 64 пачок вафель збирають однакові набори. Яку найбільшу кількість таких наборів можна створити? Скільки пачок печива і скільки пачок вафель буде в кожному наборі?

148.° Треба розподілити 92 тлумачних і 138 орфографічних словників української мови між якомога більшою кількістю шкільних бібліотек так, щоб доожної бібліотеки потрапив одинаковий комплект словників. Яку найбільшу кількість комплектів можна створити? Скільки словників кожного виду буде в одному комплекті?

149.° Складіть усі пари взаємно простих чисел із чисел 12, 14, 33, 25.

150.° Складіть усі пари взаємно простих чисел із чисел 15, 16, 21, 77.

151.° Запишіть усі правильні дроби зі знаменником 15, у яких чисельник і знаменник — взаємно прості числа.

152. Запишіть усі неправильні дроби з чисельником 16, у яких чисельник і знаменник — взаємно прості числа.

153. Доведіть, що:

- 1) числа 364 і 495 — взаємно прості;
- 2) числа 380 і 399 не є взаємно простими.

154. Доведіть, що:

- 1) числа 945 і 572 — взаємно прості;
- 2) числа 1095 і 738 не є взаємно простими.

155. Використовуючи цифри 2, 3, 4, запишіть усі можливі двоцифрові числа (цифри в кожному двоцифровому числі мають бути різними). З утворених чисел випишіть пари взаємно простих чисел.

156. Напишіть три такі пари складених чисел, щоб у кожній парі числа були взаємно простими.

157. Між учнями та ученицями 6 класу поділили порівну 155 зошитів і 62 ручки. Скільки в цьому класі дітей?

158. Для новорічних подарунків придбали 96 шоколадок, 72 апельсини та 84 банани. Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна з них скласти, якщо треба використати всі продукти? Скільки окремо шоколадок, апельсинів і бананів буде в кожному подарунку?



159. Зі 156 жовтих, 234 білих і 390 червоних троянд складали букети. Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти, якщо треба використати всі квіти?



Вправи для повторення

160. Використовуючи цифри 2, 5 і 9 (цифри повторювати не можна), запишіть трицифрове число: 1) кратне 2; 2) кратне 5. Чи можна за допомогою цих цифр записати число, кратне 3?

161. Яку цифру можна поставити замість зірочки в записі 1^*8 , щоб отримане число ділилося націло на 18?

162. Запишіть число 19 у вигляді суми трьох простих чисел.

163. Якщо до деякого двоцифрового числа праворуч додати нуль, то дане число збільшиться на 432. Знайдіть це число.

164. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:

$$\begin{array}{ccccccc} 1) & 38 & \xrightarrow{\cdot a} & 1,9 & \xrightarrow{+ b} & 2,24 & \xrightarrow{: c} 56; \\ 2) & a & \xrightarrow{+ 2,5} & 4 & \xrightarrow{\cdot x} & 1,6 & \xrightarrow{: y} 32. \end{array}$$



Задача від Мудрої Сови

165. Футбольний м'яч щільно обтягнутий сіткою. Із кожного вузла сітки виходить 3 мотузки. Чи може в цій сітці бути 999 вузлів?

6. Найменше спільне кратне

Число 24 кратне кожному із чисел 6 і 4. У цьому разі кажуть, що число 24 є **спільним кратним** чисел 4 і 6.

Запишемо числа, кратні 4. Маємо: 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, 40,

Запишемо числа, кратні 6. Маємо: 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42,

Пурпуровим кольором виділено спільні кратні чисел 4 і 6.

Найменше натуральне число, яке ділиться націло на кожне з двох даних натуральних чи-

сел, називають найменшим спільним кратним цих чисел.

Найменше спільне кратне чисел a і b позна-
чають так: НСК ($a; b$). Отже, можна записати:
НСК (4; 6) = 12.

Неважко встановити, що НСК (2; 3) = 6,
НСК (10; 15) = 30, НСК (12; 24) = 24.

Для пошуку НСК двох чисел, наприклад 18 і 30, можна скористатися такою схемою: будемо послідовно виписувати числа, кратні 30, доти, доки не отримаємо число, кратне 18. Маємо: 30; 60; **90**. Число 90 є найменшим спільним кратним чисел 18 і 30.

Проте частіше для пошуку НСК використову-
ють інший спосіб.

Розглянемо розклади на прості множники чи-
сел 18, 30 і числа 90, яке є їхнім найменшим
спільним кратним.

Маємо:

$$18 = \textcolor{red}{2} \cdot \textcolor{blue}{3} \cdot \textcolor{blue}{3} = 2 \cdot 3^2;$$

$$30 = \textcolor{red}{2} \cdot \textcolor{blue}{3} \cdot \textcolor{red}{5};$$

$$90 = \textcolor{red}{2} \cdot \textcolor{blue}{3} \cdot \textcolor{blue}{3} \cdot \textcolor{red}{5} = 2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

Як бачимо, число 90, що є найменшим спіль-
ним кратним чисел 18 і 30, містить усі множники
з розкладу числа 18 (їх виділено пурпуровим ко-
льором) і множник 5 з розкладу числа 30, якого
немає в розкладі числа 18 (його позначено bla-
kitnim kольором).

Розглянемо ще один приклад.

Знайдемо НСК (84; 90). Маємо:

$$84 = \textcolor{red}{2} \cdot \textcolor{red}{2} \cdot \textcolor{blue}{3} \cdot \textcolor{red}{7};$$

$$90 = \textcolor{red}{2} \cdot \textcolor{blue}{3} \cdot \textcolor{blue}{3} \cdot \textcolor{red}{5}.$$

Тоді НСК (84; 90) = $\textcolor{red}{2} \cdot \textcolor{red}{2} \cdot \textcolor{blue}{3} \cdot \textcolor{red}{7} \cdot \textcolor{blue}{3} \cdot \textcolor{red}{5} = 1260$.

Якщо розклади чисел 84 і 90 на прості множники записати у вигляді добутку степенів:

$$84 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1;$$

$$90 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1,$$

то НСК зручно знаходити за таким правилом.

1) Вибрати степені, основи яких трапляються лише в одному з розкладів даних чисел на прості множники (у розглядуваному прикладі це 7^1 і 5^1).

2) Із кожної пари степенів з одинаковими основами вибрати степінь з більшим показником (у розглядуваному прикладі це 2^2 і 3^2).

3) Перемножити вибрані степені.

Отриманий добуток є шуканим найменшим спільним кратним (у розглядуваному прикладі НСК $(84; 90) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1$).

Приклад 1. Знайдіть НСК $(250; 3000)$.

Розв'язання. У цьому випадку немає потреби розкладати дані числа на прості множники. Число 250 — дільник числа 3000. Тому НСК $(250; 3000) = 3000$.

Відповідь: 3000. ◀

Узагалі, якщо число a — дільник числа b , то НСК $(a; b) = b$.

Дійсно, число b ділиться націло на a і число b ділиться націло на b . Тоді число b — спільне кратне чисел a і b . Спільне кратне не може бути меншим від b . Отже, НСК $(a; b) = b$.

Приклад 2. Знайдіть найменше спільне кратне чисел 8 і 15.

Розв'язання. Маємо: $8 = 2^3$, $15 = 3 \cdot 5$, НСК $(8; 15) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 8 \cdot 15 = 120$.

Відповідь: 120. ◀

Числа 8 і 15 — взаємно прості. Знайти їхнє найменше спільне кратне можна було, скориставшись таким правилом: *найменше спільне кратне взаємно простих чисел дорівнює їхньому добутку*.

Зауважимо, що можна знаходити найменше спільне кратне будь-якої кількості натуральних чисел, зокрема трьох.

Приклад 3. Знайдіть НСК (18; 24; 30).

Розв'язання. Подамо дані числа у вигляді добутку степенів простих чисел:

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^1 \cdot 3^2;$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^1;$$

$$30 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1.$$

Тоді НСК (18; 24; 30) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360$.

Відповідь: 360. ◀



1. Яке число називають найменшим спільним кратним двох чисел?
2. Як можна знайти НСК двох натуральних чисел, використовуючи їхній розклад на прості множники?
3. Чому дорівнює НСК двох чисел, одне з яких є дільником другого?
4. Чому дорівнює НСК взаємно простих чисел?



Розв'язуємо усно

1. Назвіть яке-небудь трицифрове число, що:
 - 1) ділиться націло на 3, але не ділиться на 9;
 - 2) ділиться націло на 9 і на 2;
 - 3) ділиться націло на 9 і на 5;
 - 4) ділиться націло на 3 і на 4;
 - 5) ділиться націло на 9, а при діленні на 10 дає остачу 7.
2. Назвіть три спільні кратні чисел:
 - 1) 2 і 3;
 - 2) 4 і 6;
 - 3) 5 і 10.
3. У парку посадили каштани й дуби, причому на кожний каштан припадало три дуби. Скільки всього дерев посадили в парку, якщо дубів посадили 24?

Вправи

166.° Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

- 1) 8 і 12; 3) 6 і 12; 5) 12 і 16;
2) 6 і 9; 4) 10 і 21; 6) 6, 8 і 12.

167.° Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

- 1) 6 і 10; 3) 14 і 28; 5) 32 і 48;
2) 9 і 12; 4) 8 і 9; 6) 8, 9 і 15.

168.° Знайдіть найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел a і b :

- 1) $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$, $b = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$;
2) $a = 2^4 \cdot 3 \cdot 11$, $b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 13$.

169.° Знайдіть найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел a і b :

- 1) $a = 3 \cdot 5^2$, $b = 3 \cdot 5 \cdot 7$;
2) $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4$, $b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

170.° Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

- 1) 56 і 70; 3) 320 і 720;
2) 78 і 792; 4) 252 і 840.

171.° Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

- 1) 42 і 63; 3) 675 і 945;
2) 120 і 324; 4) 924 і 396.

172.° Знайдіть найменше спільне кратне знаменників дробів:

- 1) $\frac{11}{12}$ і $\frac{4}{15}$; 2) $\frac{97}{100}$ і $\frac{1}{125}$.

173.° Знайдіть найменше спільне кратне знаменників дробів:

- 1) $\frac{8}{9}$ і $\frac{7}{6}$; 2) $\frac{11}{20}$ і $\frac{24}{25}$.

174.° Знайдіть найменше спільне кратне перших п'яти: 1) натуральних чисел; 2) непарних чисел; 3) простих чисел.

175.• Знайдіть найменше спільне кратне: 1) перших п'яти парних чисел; 2) перших чотирьох складених чисел.

176.• Під час першої екскурсії групу туристів і туристок розсадили в мікроавтобуси по 16 осіб, а під час другої — по 24 особи. Яка найменша кількість туристів і туристок могла бути в групі?

177.• З одного місця в одному напрямку по велотреку стартували дві велосипедистки. Одна з них робить коло за 1 хв, а друга — за 45 с. Через яку найменшу кількість хвилин після початку руху велосипедистки знову зустрінуться в місці старту? Скільки кіл по велотреку при цьому проїде кожна з них?

178.• Дмитро та Петро виrushili в похід з одного пункту в одному напрямку. Петро робив зупинку для відпочинку через кожні 2400 м, а Дмитро — через кожні 2800 м. На якій найменшій відстані від пункту відправлення їхні зупинки збігатимуться?

179.• У ящику менше ніж 80 мандаринів. Відомо, що їх можна поділити порівну між двома, трьома або п'ятьма дітьми, але не можна поділити порівну між чотирма дітьми. Скільки мандаринів є в ящику?

180.• Софія ходить до басейну один раз на 3 дні, Юлія — раз на 4 дні, Поліна — раз на 5 днів. Вони зустрілися в басейні у вівторок. Через скільки днів і в який день тижня вони зустрінуться наступного разу?

181.• Готуючи новорічні подарунки, персонал магазину побачив, що наявні цукерки, можна розкласти порівну по 15 штук або по 20 штук в один подарунок. Скільки було цукерок, якщо відомо, що їх було більше за 600 і менше від 700?



Вправи для повторення

182. Якщо до числа a додати 2, то отримане число буде кратним 5. Чому дорівнює остатча від ділення числа a на 5?

183. Білий лелека пролетів 48 км зі швидкістю 40 км/год. Скільки змахів крилами зробив при цьому лелека, якщо щосекунди він робить 2 змахи?



Готуємося до вивчення нової теми

184. У коробці лежать 14 куль, з яких 5 — синього кольору. Яку частину всіх куль становлять сині?

185. Укажіть, які з дробів $\frac{12}{17}$, $\frac{12}{7}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{15}{13}$, $\frac{374}{10}$, $\frac{53}{8}$, $\frac{53}{54}$, $\frac{72}{71}$: 1) правильні; 2) неправильні. Неправильні дроби перетворіть у мішані числа.

186. Накресліть координатний промінь, узявши за одиничний відрізок, довжина якого у 18 разів більша за сторону клітинки зошита. Позначте на промені точки, що відповідають числам: $\frac{1}{18}, \frac{3}{18}, \frac{6}{18}, \frac{7}{18}, \frac{9}{18}, \frac{12}{18}, \frac{15}{18}, \frac{16}{18}, \frac{3}{9}, \frac{8}{9}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$. Які із цих чисел зображують на промені однією і тією самою точкою? Запишіть відповідні рівності.



Задача від Мудрої Сови

187. На диво-дереві садівник виростив 85 бананів і 70 апельсинів. Щодня він зриває два плоди, і одразу на дереві виростає один новий. Якщо садівник зриває два однакових фрукти, то виростає апельсин, а якщо два різних — то банан. Яким виявиться останній фрукт на цьому дереві?

ЗАВДАННЯ № 1 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

1. У якій парі чисел перше число є дільником другого?
A) 4 і 14 B) 7 і 42 C) 6 і 46 D) 8 і 94
2. Скільки дільників має число 19?
A) жодного B) один C) два D) три
3. Скільки серед чисел 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37 є простих чисел?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5
4. Укажіть найменше спільне кратне чисел 12 і 18.
A) 18 B) 24 C) 36 D) 72
5. Чому дорівнює НСД (36; 42)?
A) 4 B) 6 C) 12 D) 18
6. Яке з даних чисел ділиться націло на 3, але не ділиться націло ні на 2, ні на 5?
A) 3540 B) 2607 C) 7335 D) 6228
7. Яке найменше натуральне число треба додати до числа 832, щоб отримана сума була кратною одночасно числам 3 і 5?
A) 3 B) 5 C) 8 D) 9
8. Яку цифру треба поставити замість зірочки, щоб число $18\ 45^*$ ділилося націло на 9, але не ділилося націло на 6?
A) 0 B) 3 C) 6 D) 9
9. Укажіть пару взаємно простих чисел.
A) 49 і 39 B) 18 і 14 C) 26 і 65 D) 22 і 99
10. Знайдіть найменше спільне кратне чисел $a = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3$, $b = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$ і $c = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$.
A) 27 000 B) 9000 C) 2700 D) 90 000
11. У ящику лежить деяка кількість яблук. Виявилося, що їх можна розкласти в 5 однакових рядів, або у 8 однакових рядів, або у 12 однакових рядів. Яка найменша кількість яблук може бути в ящику?
A) 480 B) 240 C) 120 D) 60

12. Для новорічних подарунків придбали 192 цукерки, 144 мандарини та 168 яблук. Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна з них скласти, якщо треба використати всі продукти?

- А) 16 Б) 24 В) 28 Г) 32

ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 1

Дільники та кратні

- Натуральне число a ділиться націло на натуральне число b , якщо знайдеться натуральне число c таке, що є правильною рівністю $a = b \cdot c$.
- Якщо натуральне число a ділиться націло на натуральне число b , то число a називають кратним числа b , число b — дільником числа a .

Ознака подільності на 10

- Якщо запис натурального числа закінчується цифрою 0, то це число ділиться націло на 10.
- Якщо запис натурального числа закінчується будь-якою цифрою, яка відмінна від 0, то це число не ділиться націло на 10.

Ознака подільності на 2

- Якщо запис натурального числа закінчується парною цифрою, то це число ділиться націло на 2.
- Якщо запис натурального числа закінчується непарною цифрою, то це число не ділиться націло на 2.

Ознака подільності на 5

- Якщо запис натурального числа закінчується цифрою 0 або цифрою 5, то це число ділиться націло на 5.
- Якщо запис натурального числа закінчується будь-якою цифрою, відмінною від цифр 0 і 5, то це число не ділиться націло на 5.

Ознака подільності на 9

- Якщо сума цифр натурального числа ділиться націло на 9, то й саме число ділиться націло на 9.
- Якщо сума цифр натурального числа не ділиться націло на 9, то й саме число не ділиться націло на 9.

Ознака подільності на 3

- Якщо сума цифр натурального числа ділиться націло на 3, то й саме число ділиться націло на 3.
- Якщо сума цифр натурального числа не ділиться націло на 3, то й саме число не ділиться націло на 3.

Просте число

Натуральне число називають простим, якщо воно має тільки два натуральні дільники: одиницю та саме це число.

Складене число

Натуральне число називають складеним, якщо воно має більше ніж два натуральні дільники.

Розкладання на прості множники

Будь-яке складене число можна подати у вигляді добутку простих чисел, тобто розкласти на прості множники.

Найбільший спільний дільник

Найбільше натуральне число, на яке ділиться націло кожне з даних натуральних чисел, називають найбільшим спільним дільником цих чисел.

Знаходження найбільшого спільного дільника

- 1) Визначити степені, основи яких є спільними простими дільниками даних чисел.
- 2) Із кожної пари степенів з однаковими основами вибрати степінь з меншим показником.
- 3) Перемножити вибрані степені.

Отриманий добуток є шуканим найбільшим спільним дільником.

Взаємно прості числа

Якщо найбільший спільний дільник двох натуральних чисел дорівнює 1, то їх називають взаємно простими.

Найменше спільне кратне

Найменше натуральне число, яке ділиться націло на кожне з даних натуральних чисел, називають найменшим спільним кратним цих чисел.

Знаходження найменшого спільного кратного

- 1) Вибрати степені, основи яких трапляються лише в одному з розкладів даних чисел на прості множники.
- 2) Із кожної пари степенів з одинаковими основами вибрати степінь з більшим показником.
- 3) Перемножити вибрані степені.

Отриманий добуток є шуканим найменшим спільним кратним.

Найменше спільне кратне двох взаємно простих чисел

Найменше спільне кратне двох взаємно простих чисел дорівнює їхньому добутку.

§ 2. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

Вивчивши матеріал цього параграфа, ви розширите та поглибите свої знання про звичайні дроби.

Ви навчитеся: порівнювати дроби з різними знаменниками; виконувати арифметичні дії зі звичайними дробами; розв'язувати задачі на знаходження дробу від числа та числа за його дробом; перетворювати звичайні дроби в десяткові; знаходити десяткове наближення звичайного дробу.

Ви дізнаєтесь, що називають нескінченним періодичним десятковим дробом.



7. Основна властивість дробу

До Петрика в гості прийшли двоє друзів. Мама спекла для них торт і поділила його на три рівні частини (рис. 2), розраховуючи, що

кожний хлопчик з'їсть $\frac{1}{3}$ торта.

Але хлопцям здалося, що порції



Рис. 2

надто великі, і вони розрізали кожну порцію на дві рівні частини, поділивши таким чином увесь торт на 6 рівних частин (рис. 3).



Рис. 3

Однак торт був таким смачним, що хлопчики врешті-решт з'їли по два шматочки. Таким чином, кожний із них з'їв $\frac{2}{6}$ торта.

Виявляється, що $\frac{1}{3}$ торта дорівнює $\frac{2}{6}$ торта, тобто дроби $\frac{1}{3}$ і $\frac{2}{6}$ виражають одну й ту саму величину. Тому ці дроби називають рівними й записують: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Якби хлопчики поділили свої порції на три рівні частини, то кожний із них з'їв би $\frac{3}{9}$ торта (рис. 4). Про дроби $\frac{1}{3}$ і $\frac{3}{9}$ також можна сказати, що вони рівні: $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$.

Тепер зрозуміло, що ділення порції торта на чотири, п'ять, шість і т. д. рівних частин приводить відповідно до рівностей $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$, $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$, $\frac{1}{3} = \frac{6}{18}$ тощо.



Рис. 4

Отже, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \dots$.

Цей ланцюжок рівностей можна записати інакше:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \dots$$

Записані рівності показують, що, помноживши чисельник і знаменник дробу $\frac{1}{3}$ на одне й те саме натуральне число, ми отримаємо дріб, який дорівнює $\frac{1}{3}$.

Цей приклад ілюструє таку властивість: якщо чисельник і знаменник даного дробу помножити на одне й те саме натуральне число, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.

У буквенному вигляді маємо:

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}}$$

Якщо останню рівність записати так: $\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}$,

то можна дійти такого висновку: якщо чисельник і знаменник даного дробу поділити на їхній спільний дільник, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.

Ці два твердження виражають основну властивість дробу.

Приклад. Користуючись основною властивістю дробу, знайдіть значення a , при якому є правильною рівність $\frac{a}{8} = \frac{3}{4}$.

Розв'язання. Помножимо на 2 чисельник і знаменник дробу $\frac{3}{4}$. Тоді отримаємо $\frac{a}{8} = \frac{6}{8}$, звідси $a = 6$.

Відповідь: 6. ◀



Сформулюйте основну властивість дробу.



Говоримо та пишемо українською правильно

Коли чисельник — 1, а знаменник — будь-яке число, то чисельник читаємо «одна», а знаменник як відповідний числівник жіночого роду однини, наприклад: $\frac{1}{2}$ — *одна друга*, $\frac{1}{3}$ — *одна третя*, $\frac{1}{4}$ — *одна четверта* і т. ін. Відмінюємо їх як звичайні числівники: *ділити на одну двадцять*.

Коли чисельник — 2, 3, 4, 5 і т. д., а знаменник — 2 і більше, то чисельник читаємо «дві», «три», «четири», «п'ять» і т. д. у називному відмінку однини, а знаменник — «других», «третіх», «четвертих», «п'ятих» і т. д. у родовому відмінку множини, наприклад: $\frac{5}{2}$ — *п'ять других*, $\frac{2}{3}$ — *две третіх*, $\frac{3}{4}$ — *три четвертих*, $\frac{3}{5}$ — *три п'ятих*, $\frac{2}{7}$ — *две сьомих*, $\frac{13}{28}$ — *тринацятість двадцять восьмих*.

Рівності, що містять дробові числа, читаємо так само, як і рівності з натуральними числами: ліву частину у називному відмінку, а праву — у давальному, наприклад: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ — *одна четверта дорівнює двом восьмим*, $\frac{3}{9} = \frac{6}{18}$ — *три дев'ятах дорівнюють шести вісімнадцятим*.



Розв'язуємо усно

- Прочитайте дроби $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{12}{12}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{3}$ і назвіть у кожному з них чисельник і знаменник.
- У шкільному саду ростуть 14 яблунь і 13 вишень. Яку частину всіх дерев становлять: 1) яблуні; 2) вишні?
- Коли згоріла половина свічки та ще 5 см, то висота свічки стала 5 см. Якою була висота свічки спочатку?



Вправи

188.° Помножте на 4 чисельник і знаменник кожного з дробів $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{10}{19}$. Запишіть відповідні рівності.

189.° Поділіть на 3 чисельник і знаменник кожного з дробів $\frac{3}{9}$, $\frac{12}{33}$, $\frac{30}{45}$, $\frac{15}{36}$, $\frac{99}{240}$. Запишіть відповідні рівності.

190.° Укажіть пропущене значення чисельника або знаменника, при якому даний запис буде правильним:

$$1) \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = \frac{1}{18} = \frac{7}{\square}; \quad 4) \frac{13}{7} = \frac{26}{\square} = \frac{\square}{70} = \frac{104}{\square};$$

$$2) \frac{2}{5} = \frac{6}{\square} = \frac{28}{25} = \frac{28}{\square}; \quad 5) \frac{180}{120} = \frac{\square}{12} = \frac{10}{3};$$

$$3) \frac{6}{11} = \frac{30}{\square} = \frac{36}{22} = \frac{36}{\square}; \quad 6) \frac{30}{48} = \frac{\square}{8} = \frac{10}{8} = \frac{15}{\square}.$$

191.° Поясніть, чому є правильною рівність:

$$1) \frac{1}{6} = \frac{7}{42}; \quad 3) \frac{3}{4} = \frac{33}{44};$$

$$2) \frac{100}{240} = \frac{5}{12}; \quad 4) \frac{6}{54} = \frac{1}{9}.$$

192.° Запишіть три дроби, що дорівнюють:

$$1) \frac{1}{7}; \quad 2) \frac{2}{5}; \quad 3) \frac{7}{11}; \quad 4) \frac{3}{12}.$$

193.° Які з даних рівностей хибні:

$$1) \frac{3}{8} = \frac{9}{24}; \quad 2) \frac{4}{5} = \frac{16}{25}; \quad 3) \frac{72}{90} = \frac{8}{9}; \quad 4) \frac{42}{49} = \frac{6}{7}?$$

194.° Кожний із даних дробів замініть рівним йому дробом, знаменник якого дорівнює 42:

$$1) \frac{1}{6}; \quad 2) \frac{3}{7}; \quad 3) \frac{5}{14}; \quad 4) \frac{2}{3}; \quad 5) \frac{16}{21}; \quad 6) \frac{1}{2}.$$

195.° Кожний із даних дробів замініть рівним йому дробом, знаменник якого дорівнює 72:

1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{5}{4}$; 3) $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{8}{9}$; 5) $\frac{17}{36}$; 6) $\frac{11}{8}$.

196. Користуючись основною властивістю дробу, знайдіть значення a , при якому є правильною рівність:

1) $\frac{a}{6} = \frac{9}{54}$; 2) $\frac{7}{a} = \frac{49}{28}$; 3) $\frac{27}{45} = \frac{3}{a}$; 4) $\frac{a}{32} = \frac{5}{8}$.

197. Користуючись основною властивістю дробу, знайдіть значення a , при якому є правильною рівність:

1) $\frac{a}{5} = \frac{6}{15}$; 2) $\frac{1}{12} = \frac{4}{a}$; 3) $\frac{56}{70} = \frac{8}{a}$; 4) $\frac{a}{60} = \frac{6}{5}$.

198. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x+3}{65} = \frac{4}{13}$; 2) $\frac{7}{x+4} = \frac{21}{60}$; 3) $\frac{5x-8}{5} = \frac{18}{45}$.

199. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x-2}{36} = \frac{5}{12}$; 2) $\frac{x-5}{23} = \frac{36}{92}$; 3) $\frac{4}{3x-11} = \frac{36}{63}$.



Вправи для повторення

200. Число ділиться націло на 2, на 5 і на 9. Яким ще числам кратне це число?

201. У середньому серце людини робить 75 ударів за хвилину. Скільки ударів робить серце протягом доби? Скільки літрів крові серце перекачує за 1 хв, якщо воно перекачує за добу 8640 л крові?

202. Накресліть гострий кут ABC . Проведіть промінь BD так, щоб кут ABD був прямим, а кут CBD : 1) тупим; 2) гострим.

203. Від пристані відійшов теплохід зі швидкістю 18 км/год. Через 3 год від цієї пристані в тому самому напрямку відійшов другий теплохід, який наздогнав перший через 9 год після свого виходу. Знайдіть швидкість другого теплохода.

204. Із Рівного до Кривого Рогу виїхав автомобіль зі швидкістю 60 км/год. Через 3 год з Кривого Рогу назустріч йому виїхав другий автомобіль. Вони зустрілися через 7 год після виїзду першого. Знайдіть швидкість другого автомобіля, якщо відстань між Рівним і Кривим Рогом дорівнює 700 км.



Задача від Мудрої Сови

205. На полі для гри в «Морський бій» розміром 10×10 клітинок поставили корабель прямокутної форми розміром 1×3 клітинки. Чи можна, зробивши 33 постріли, гарантовано в нього влучити?

8. Скорочення дробів

Ви знаєте, що, поділивши чисельник і знаменник дробу $\frac{2}{6}$ на 2, отримаємо рівний йому дріб, тобто $\frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$. У таких випадках кажуть, що дріб $\frac{2}{6}$ **скоротили** на 2.

Наприклад, рівність $\frac{35}{14} = \frac{5}{2}$ означає, що дріб $\frac{35}{14}$ скротили на 7.

*Ділення чисельника та знаменника дробу на їхній спільний дільник, відмінний від 1, називають **скороченням дробу**.*

Дріб $\frac{12}{25}$ скротити не можна, оскільки його чисельник і знаменник не мають спільних дільників, відмінних від 1, тобто є взаємно простими числами. У таких випадках кажуть, що $\frac{12}{25}$ — **нескоротний дріб**.

Дріб, чисельник і знаменник якого — взаємно прості числа, називають нескоротним.

Якщо дріб $\frac{60}{90}$ скоротити на 2, то отримаємо дріб $\frac{30}{45}$, тобто $\frac{60}{90} = \frac{30}{45}$. У свою чергу, дріб $\frac{30}{45}$ можна скоротити на 3. Маємо: $\frac{30}{45} = \frac{10}{15}$. Далі, скоротивши дріб $\frac{10}{15}$ на 5, отримаємо дріб $\frac{2}{3}$, який уже є нескоротним.

Проте, якщо дріб $\frac{60}{90}$ скоротити на $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$, то нескоротний дріб $\frac{2}{3}$ отримаємо відразу: $\frac{60}{90} = \frac{60 : 30}{90 : 30} = \frac{2}{3}$.

Нам удалося одразу отримати нескоротний дріб, оскільки $30 = \text{НСД}(60; 90)$.

Якщо скоротити дріб на найбільший спільний дільник чисельника та знаменника, то отримаємо нескоротний дріб.

Приклад. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7}; \quad 2) \frac{19 \cdot 11 + 19 \cdot 5}{38 \cdot 20 - 38 \cdot 8}.$$

$$1) \text{ Маємо: } \frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7} = \frac{\cancel{14}^2 \cdot \cancel{9}^3}{\cancel{15}^5 \cdot \cancel{7}^1} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}.$$

2) Скориставшись розподільною властивістю множення, отримаємо:

$$\frac{19 \cdot 11 + 19 \cdot 5}{38 \cdot 20 - 38 \cdot 8} = \frac{19 \cdot (11 + 5)}{38 \cdot (20 - 8)} = \frac{\cancel{19}^1 \cdot \cancel{16}^4}{\cancel{38}^2 \cdot \cancel{12}^3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}. \quad \blacktriangleleft$$



- 1.** Що називають скороченням дробу? **2.** Який дріб називають нескоротним? **3.** На яке число треба скротити дріб, щоб отримати нескоротний дріб?

听课 Rозв'язуємо усно

- 1.** Поясніть, чому є правильною рівність:

$$1) \frac{2}{7} = \frac{6}{21}; \quad 2) \frac{30}{36} = \frac{5}{6}.$$

- 2.** Скільки дванадцятих частин: 1) в $\frac{1}{4}$; 2) в $\frac{1}{3}$; 3) у $\frac{3}{4}$;

$$4) \text{у } \frac{5}{6}; \quad 5) \text{у } \frac{3}{2}?$$

- 3.** Скільки сотих частин: 1) в $\frac{1}{10}$; 2) у $\frac{3}{20}$; 3) у $\frac{7}{25}$;

$$4) \text{у } \frac{23}{50}; \quad 5) \text{у } \frac{124}{200}?$$

- 4.** Яку частину року становить: 1) 1 місяць; 2) 2 місяці; 3) 6 місяців?

- 5.** Скільки грамів становить:

$$1) \frac{1}{2} \text{ кг}; \quad 2) \frac{1}{4} \text{ кг}; \quad 3) \frac{1}{8} \text{ кг}; \quad 4) \frac{2}{5} \text{ кг}?$$



Вправи

- 206.**° Скоротіть дріб:

1) $\frac{5}{15}$;	3) $\frac{14}{35}$;	5) $\frac{10}{60}$;
2) $\frac{6}{20}$;	4) $\frac{21}{39}$;	6) $\frac{28}{84}$.

- 207.**° Скоротіть дріб:

1) $\frac{3}{12}$;	3) $\frac{6}{54}$;	5) $\frac{26}{65}$;
2) $\frac{4}{12}$;	4) $\frac{25}{70}$;	6) $\frac{12}{60}$.

- 208.**° Які з дробів $\frac{11}{12}, \frac{7}{42}, \frac{9}{111}, \frac{5}{42}, \frac{12}{68}, \frac{13}{36}$ є нескоротними?

209. Знайдіть серед дробів $\frac{15}{25}$, $\frac{24}{99}$, $\frac{28}{45}$, $\frac{26}{51}$, $\frac{16}{42}$, $\frac{22}{69}$ нескоротні.

210. Запишіть десятковий дріб у вигляді звичайного дробу та результат, якщо можливо, скоротіть:
1) 0,4; 3) 0,12; 5) 0,59;
2) 0,5; 4) 0,84; 6) 0,128.

211. Дріб спочатку скоротили на 2, потім на 3, потім на 7. На яке число можна було скоротити цей дріб одразу?

212. Знайдіть серед даних дробів рівні між собою та запишіть відповідні рівності:

1) $\frac{44}{56}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{11}{14}$, $\frac{16}{32}$; 2) $\frac{5}{4}$, $\frac{81}{99}$, $\frac{27}{33}$, $\frac{20}{16}$, $\frac{35}{28}$.

213. Знайдіть серед дробів $\frac{24}{27}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{6}{60}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{40}{45}$ рівні між собою та запишіть відповідні рівності.

214. Яку частину години становлять:

- 1) 4 хв; 2) 10 хв; 3) 36 хв; 4) 54 хв; 5) 72 хв?

215. Яку частину доби становлять:

- 1) 3 год; 2) 8 год; 3) 12 год; 4) 16 год; 5) 21 год?

216. Яку частину розгорнутого кута становить кут, градусна міра якого дорівнює:

- 1) 4° ; 2) 12° ; 3) 27° ; 4) 126° ; 5) 153° ?

217. Яку частину прямого кута становить кут, градусна міра якого дорівнює:

- 1) 2° ; 2) 15° ; 3) 36° ; 4) 75° ; 5) 54° ?

218. Виконайте дії та скоротіть результат:

1) $\frac{7}{12} + \frac{3}{12}$; 3) $4\frac{17}{45} + 3\frac{13}{45}$;
2) $\frac{32}{39} - \frac{6}{39}$; 4) $9\frac{59}{63} - 5\frac{24}{63}$.

219. Виконайте дії та скротіть результат:

$$1) \frac{16}{63} + \frac{12}{63};$$

$$3) 8\frac{34}{81} + 2\frac{38}{81};$$

$$2) \frac{53}{85} - \frac{19}{85};$$

$$4) 3\frac{49}{56} - 3\frac{17}{56}.$$

220. Запишіть усі правильні нескротні дроби зі знаменником 18.

221. Запишіть усі неправильні нескротні дроби із чисельником 20.

222. Скротіть:

$$1) \frac{4 \cdot 5}{25 \cdot 6};$$

$$6) \frac{3 \cdot 16 - 8 \cdot 3}{27};$$

$$2) \frac{8 \cdot 13}{39 \cdot 2};$$

$$7) \frac{9 \cdot 13 + 9 \cdot 2}{54 \cdot 13};$$

$$3) \frac{3 \cdot 38}{19 \cdot 27};$$

$$8) \frac{27 \cdot 15 - 7 \cdot 27}{9 \cdot 15 - 9 \cdot 11};$$

$$4) \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7};$$

$$9) \frac{24 \cdot 2 + 6 \cdot 24}{60 \cdot 7 - 5 \cdot 60}.$$

$$5) \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12};$$

223. Скротіть:

$$1) \frac{12 \cdot 21}{35 \cdot 15}; \quad 3) \frac{25 \cdot 17 \cdot 44}{51 \cdot 8 \cdot 75}; \quad 5) \frac{17 \cdot 48}{17 \cdot 16 - 9 \cdot 16};$$

$$2) \frac{72 \cdot 11}{33 \cdot 30}; \quad 4) \frac{8 \cdot 3 + 8 \cdot 23}{3 \cdot 16}; \quad 6) \frac{14 \cdot 5 - 14 \cdot 3}{21 \cdot 9 + 21 \cdot 3}.$$

224. Дріб $\frac{x}{6}$ скротили на 2 й отримали дріб $\frac{2}{y}$.

Знайдіть значення x і y .

225. Після скрочення дробу $\frac{21}{a}$ на 3 отримали

дріб $\frac{b}{4}$. Знайдіть значення a і b .



Вправи для повторення

226. Запишіть, використовуючи кожну цифру від 0 до 9 тільки один раз:

- 1) найменше число, кратне 2;
- 2) найбільше число, кратне 18.

227. До якого числа треба додати 5,7, щоб добуток отриманої суми та числа 3,6 дорівнював 120,6?

228. Від якого числа треба відняти 3,8, щоб добуток отриманої різниці та числа 5,5 дорівнював 34,1?

Готуємося до вивчення нової теми

229. Розташуйте в порядку зростання дроби: $\frac{9}{19}$, $\frac{1}{19}$, $\frac{16}{19}$,

$$\frac{5}{19}, \frac{14}{19}, \frac{10}{19}.$$

230. Порівняйте:

1) $\frac{10}{21}$ і $\frac{8}{21}$;	3) $\frac{4}{7}$ і 1;	5) 1 і $\frac{11}{15}$;	7) 2 і $\frac{5}{3}$;
2) $\frac{8}{19}$ і $\frac{8}{9}$;	4) $\frac{7}{4}$ і 1;	6) $\frac{11}{15}$ і $\frac{15}{11}$;	8) 2 і $\frac{7}{3}$.



Задача від Мудрої Сови

231. Зі старовинної книги випала частина сторінок, які йдуть поспіль. Перша сторінка, що випала, має номер 251, а номер останньої записано тими самими цифрами в іншому порядку. Який номер останньої сторінки, що випала?

9. Зведення дробів до спільного знаменника.

Порівняння дробів

У 5 класі ви навчилися порівнювати дроби з однаковими знаменниками. А як порівнювати дроби з різними знаменниками?

Якщо навчитися замінити такі дроби на рівні їм, але з однаковими знаменниками, то розв'язування нової задачі зведеться до розв'язування вже знайомої задачі.

Дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ мають різні знаменники. Проте за допомогою основної властивості дробу їх можна звести до спільного знаменника. Маємо:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}; \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}.$$

Дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ ми звели до спільного знаменника

12. Для цього чисельник і знаменник першого дробу помножили на число 3, яке називають **додатковим множником**. Чисельник і знаменник другого дробу помножили на додатковий множник 2.

Ці дроби можна звести й до інших спільних знаменників, наприклад:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{18}{24} \text{ (додатковий множник 6);}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24} \text{ (додатковий множник 4).}$$

Дроби зведено до спільного знаменника 24.

$$\text{Далі: } \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{27}{36}, \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 6} = \frac{30}{36}.$$

Тут спільним знаменником є число 36.

Зазначимо, що знайдені спільні знаменники 12, 24, 36 є спільними кратними чисел 4 і 6 — знаменників дробів $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$.

Спільний знаменник двох дробів — це спільне кратне їхніх знаменників.

Під час зведення дробів до спільного знаменника зручніше зводити їх до **найменшого спільного знаменника**, який дорівнює найменшому спільному кратному знаменників цих дробів.

Щоб звести дроби до найменшого спільного знаменника, треба:

1) знайти найменший спільний знаменник даних дробів;

2) знайти додаткові множники для кожного з дробів, поділивши спільний знаменник на знаменники даних дробів;

3) помножити чисельник і знаменник кожного дробу на його додатковий множник.

Порівняємо дроби $\frac{7}{8}$ і $\frac{11}{12}$. Для цього зведемо їх

до найменшого спільного знаменника, який дорівнює 24. Помножимо чисельник і знаменник

дробу $\frac{7}{8}$ на додатковий множник 3, а дробу $\frac{11}{12}$ —

на додатковий множник 2. Додатковий множник зазвичай пишуть над чисельником праворуч (рис. 5) або ліворуч від нього.

$$\begin{array}{rcl} \frac{7}{8} & \xrightarrow{\text{3}} & \frac{21}{24}, \\ \frac{11}{12} & \xrightarrow{\text{2}} & \frac{22}{24}. \end{array}$$

Рис. 5

Оскільки $\frac{21}{24} < \frac{22}{24}$, то $\frac{7}{8} < \frac{11}{12}$.

Щоб порівняти два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило порівняння дробів з одинаковими знаменниками.

Приклад. Укажіть три числа, кожне з яких більше за $\frac{1}{7}$, але менше від $\frac{1}{5}$. Чи можна знайти 100 таких чисел?

Розв'язання. Зведемо дані дроби до найменшого спільного знаменника: $\frac{1}{7} = \frac{5}{35}$, $\frac{1}{5} = \frac{7}{35}$. Оскільки

$\frac{5}{35} < \frac{6}{35} < \frac{7}{35}$, то $\frac{6}{35}$ — одне із шуканих чисел.

Зведемо дані дроби до іншого спільного знаменника: $\frac{1}{7} = \frac{10}{70}$, $\frac{1}{5} = \frac{14}{70}$. Оскільки $\frac{10}{70} < \frac{11}{70} < \frac{14}{70}$ і $\frac{10}{70} < \frac{13}{70} < \frac{14}{70}$, то $\frac{11}{70}$ і $\frac{13}{70}$ — ще два шуканих числа.

Якщо зведемо дані дроби до знаменників 105, 140, 175, 210 і т. д., то зможемо знайти будь-яку кількість чисел, кожне з яких більше за $\frac{1}{7}$, але

менше від $\frac{1}{5}$. ◀



1. Чому дорівнює найменший спільний знаменник двох дробів?
2. Як звести дроби до найменшого спільного знаменника?
3. Як порівняти два дроби з різними знаменниками?



Говоримо та пишемо українською правильно

Нерівності, що містять дробові числа, читаємо так само, як і нерівності з натуральними числами: ліву частину — у називному відмінку, а праву — у родовому відмінку, наприклад: $\frac{7}{8} < \frac{11}{12}$ — сім восьмих менше від одинадцяти дванадцятих.

Подвійну нерівність читаємо, починаючи із середнього числа, — у називному відмінку, а ліву та праву частини — у родовому відмінку, наприклад: $\frac{4}{24} < \frac{5}{24} < \frac{6}{24}$ — п'ять двадцять четвертіх більше за чотири двадцять четвертіх, але менше від шести двадцять четвертіх.



Розв'язуємо усно

1. Марічка витрачає на шлях від дому до школи 24 хв. Яку частину шляху вона проходить: за 6 хв; за 12 хв; за 9 хв; за 16 хв?
2. Скоротіть дроби: $\frac{16}{20}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{9}{15}$, $\frac{25}{15}$.
3. Назвіть які-небудь три дроби, кожний з яких дорівнює $\frac{1}{7}$.
4. Серед даних рівностей укажіть хибні:
 - 1) $\frac{42}{63} = \frac{2}{3}$;
 - 2) $\frac{15}{55} = \frac{3}{10}$;
 - 3) $\frac{7}{8} = \frac{56}{72}$;
 - 4) $\frac{12}{23} = \frac{36}{69}$.

Вправи

232.° Назвіть найменший спільний знаменник дробів:

- 1) $\frac{1}{6}$ і $\frac{5}{12}$;
- 2) $\frac{1}{4}$ і $\frac{3}{7}$;
- 3) $\frac{1}{20}$ і $\frac{1}{30}$;
- 4) $\frac{1}{8}$ і $\frac{1}{9}$.

233.° Зведіть дроби:

- 1) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{10}$ до знаменника 20;
- 2) $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{8}{9}$ до знаменника 36;
- 3) $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{25}$, $\frac{63}{50}$ до знаменника 100.

234.° Зведіть дріб:

- 1) $\frac{7}{9}$ до знаменника 27;
- 2) $\frac{3}{5}$ до знаменника 40;
- 3) $\frac{4}{13}$ до знаменника 78;
- 4) $\frac{12}{17}$ до знаменника 102;

5) $\frac{4}{23}$ до знаменника 69;

6) $\frac{5}{24}$ до знаменника 144.

235.° Серед дробів $\frac{5}{6}, \frac{5}{8}, \frac{3}{10}, \frac{7}{16}, \frac{9}{24}, \frac{11}{18}, \frac{8}{28}, \frac{10}{12}, \frac{10}{3}, \frac{5}{4}, \frac{13}{36}, \frac{1}{14}$ знайдіть такі, що можна звести до знаменника 48. Знайдені дроби зведіть до вказаного знаменника.

236.° Зведіть до найменшого спільного знаменника дроби:

1) $\frac{4}{9} \text{ i } \frac{7}{12};$

3) $\frac{3}{8} \text{ i } \frac{4}{15};$

2) $\frac{5}{6} \text{ i } \frac{7}{18};$

4) $\frac{3}{10}, \frac{3}{8} \text{ i } \frac{3}{4}.$

237.° Зведіть до найменшого спільного знаменника дроби:

1) $\frac{3}{8} \text{ i } \frac{5}{12};$

3) $\frac{4}{13} \text{ i } \frac{3}{4};$

2) $\frac{2}{15} \text{ i } \frac{3}{10};$

4) $\frac{1}{9}, \frac{1}{4} \text{ i } \frac{1}{6}.$

238.° Порівняйте дроби:

1) $\frac{5}{7} \text{ i } \frac{7}{9}; \quad 3) \frac{2}{9} \text{ i } \frac{1}{6}; \quad 5) \frac{8}{38} \text{ i } \frac{4}{19}; \quad 7) \frac{8}{25} \text{ i } \frac{7}{20};$

2) $\frac{11}{20} \text{ i } \frac{17}{30}; \quad 4) \frac{5}{6} \text{ i } \frac{3}{4}; \quad 6) \frac{7}{9} \text{ i } \frac{8}{11}; \quad 8) \frac{5}{12} \text{ i } \frac{4}{9}.$

239.° Порівняйте дроби:

1) $\frac{5}{6} \text{ i } \frac{7}{11}; \quad 3) \frac{3}{8} \text{ i } \frac{1}{6}; \quad 5) \frac{3}{7} \text{ i } \frac{9}{21}; \quad 7) \frac{7}{12} \text{ i } \frac{11}{18};$

2) $\frac{6}{13} \text{ i } \frac{3}{8}; \quad 4) \frac{5}{8} \text{ i } \frac{7}{10}; \quad 6) \frac{3}{5} \text{ i } \frac{5}{8}; \quad 8) \frac{10}{21} \text{ i } \frac{9}{14}.$

240. Укажіть який-небудь дріб, який менший від $\frac{1}{2}$ і має знаменник: 1) 6; 2) 10; 3) 22.

241. Укажіть який-небудь дріб, який більший за $\frac{1}{6}$ і має знаменник: 1) 12; 2) 30; 3) 66.

242. Розташуйте в порядку зростання числа:

$$1) \frac{7}{12}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}; \quad 2) \frac{3}{4}, \frac{8}{15}, \frac{5}{12}, \frac{9}{20}.$$

243. (*Домашня практична робота*) Розташуйте числа в порядку спадання: $\frac{28}{45}$ К, $\frac{5}{9}$ У, $\frac{7}{10}$ І, $\frac{13}{18}$ Б,

$\frac{8}{15}$ Р, $\frac{19}{30}$ О, $\frac{2}{3}$ Л. Букви, що відповідають даним числам, утворять прізвище видатної української художниці, майстрині народного декоративного живопису. Знайдіть в інтернеті відомості про життя і творчість цієї художниці.

244. Відстань між двома містами легковий автомобіль долає за 4 год, а вантажний — за 7 год. Який автомобіль проїде більшу відстань: легковий за 3 год чи вантажний за 5 год?



245. Теплохід проходить відстань між двома пристанями за 9 год, а катер — за 6 год. Порівняйте відстань, яку пройде теплохід за 7 год, з відстанню, яку пройде катер за 5 год.

246. Які з дробів $\frac{3}{7}, \frac{11}{28}, \frac{1}{2}, \frac{13}{42}, \frac{23}{70}$ більші за дріб $\frac{5}{14}$?

247. Які з дробів $\frac{43}{112}$, $\frac{9}{28}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{4}$ менші від дробу $\frac{19}{56}$?

248. Знайдіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

$$1) \frac{8}{19} < \frac{x}{19} < 1; \quad 2) \frac{1}{3} < \frac{x}{18} < \frac{5}{6}.$$

249. Знайдіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

$$1) \frac{12}{23} < \frac{x}{23} < 1; \quad 2) \frac{4}{9} < \frac{x}{36} < \frac{11}{12}.$$

250. Які з дробів $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{11}{24}$ можна підставити замість x , щоби була правильною нерівність $\frac{11}{48} < x < \frac{29}{48}$?

251. Які з дробів $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{15}{28}$, $\frac{11}{14}$ можна підставити замість x , щоби була правильною нерівність $\frac{19}{56} < x < \frac{37}{56}$?

252. Знайдіть усі дроби зі знаменником 48, більші за $\frac{1}{4}$, але менші від $\frac{1}{3}$.

253. Укажіть два числа, кожне з яких:

1) більше за $\frac{3}{7}$, але менше від $\frac{4}{7}$;

2) більше за $\frac{1}{5}$, але менше від $\frac{1}{4}$;

3) більше за $\frac{1}{7}$, але менше від $\frac{1}{6}$;

4) більше за $\frac{98}{99}$, але менше від 1.

254. Укажіть три числа, кожне з яких:

1) більше за $\frac{3}{5}$, але менше від $\frac{4}{5}$;

2) більше за $\frac{1}{3}$, але менше від $\frac{1}{2}$.

255. Порівняйте дроби $\frac{171}{181}$ і $\frac{171}{181} \frac{171}{181}$.

256. Знайдіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $\frac{x}{17} < \frac{8}{51}$; 3) $\frac{x}{5} < \frac{3}{15}$;

2) $\frac{x}{65} < \frac{1}{13}$; 4) $\frac{1}{16} < \frac{x}{8}$.



Вправи для повторення

257. Запишіть усі правильні дроби зі знаменником 12. Скоротіть із них такі, що не є нескоротними.

258. Сума двох чисел дорівнює 374. Останньою цифрою одного з цих чисел є нуль. Якщо його відкинути, то отримаємо друге число. Знайдіть ці числа.



Учимося застосовувати математику

259. Льодяник коштує 16 грн. У Галинки є 20 монет по 10 грн. Яку найбільшу кількість льодяників може купити Галинка, щоб продавцеві не треба було давати їй здачі?

260. У місті Сонячне одна поїздка на будь-якому міському транспорті коштує 7 грн. Можна платити окремо за кожну поїздку, а можна купити єдиний проїзний квиток вартістю 640 грн. Петро порахував, що він користується міським транспортом у середньому 3 рази на день. У які місяці йому вигідно купувати проїзний квиток?



Готуємося до вивчення нової теми

261. Обчисліть:

$$1) \frac{5}{11} + \frac{3}{11};$$

$$4) 2\frac{4}{13} + 5\frac{2}{13};$$

$$7) 6 - 3\frac{7}{11};$$

$$2) \frac{7}{15} - \frac{4}{15};$$

$$5) 4\frac{11}{18} - 1\frac{5}{18};$$

$$8) 7\frac{2}{9} - 2\frac{5}{9}.$$

$$3) 6 + \frac{5}{13};$$

$$6) 1 - \frac{9}{16};$$

262. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{5}{16} + x = \frac{11}{16};$$

$$2) \left(\frac{17}{28} - x \right) - \frac{11}{28} = \frac{3}{28}.$$



Задача від Мудрої Сови

263. Із чашки з молоком одну ложку молока переливають у чашку з кавою та ретельно розмішують. Після цього одну ложку суміші переливають у чашку з молоком. Чого тепер більше: кави в чашці з молоком чи молока в чашці з кавою?

10. Додавання і віднімання дробів

У 5 класі ви навчилися додавати і віднімати дроби з однаковими знаменниками:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}, \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

А як, наприклад, додати дроби $\frac{3}{8}$ і $\frac{1}{6}$? Адже ці

дроби мають різні знаменники. Однак під час додавання (віднімання) дробів різні знаменники для вас уже не перешкода.

Щоб додати (відняти) два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило додавання (віднімання) дробів з однаковими знаменниками.

Знайдемо суму $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$. Найменший спільний знаменник дробів $\frac{3}{8}$ і $\frac{1}{6}$ дорівнює 24. Кожний із даних дробів замінимо на рівний йому зі знаменником 24. Цією заміною ми зведемо додавання дробів з різними знаменниками до додавання дробів з одинаковими знаменниками. Маємо:

$$\frac{3^3}{8} + \frac{1^4}{6} = \frac{9}{24} + \frac{4}{24} = \frac{9+4}{24} = \frac{13}{24}.$$

Знайдемо різницю $\frac{7}{16} - \frac{5}{12}$. Найменший спільний знаменник цих дробів дорівнює 48. Тоді:

$$\frac{7^3}{16} - \frac{5^4}{12} = \frac{21}{48} - \frac{20}{48} = \frac{21-20}{48} = \frac{1}{48}.$$

Приклад 1. Виконайте дії: 1) $4\frac{5}{12} + 2\frac{3}{4}$; 2) $5\frac{1}{6} - 2\frac{4}{9}$.

Розв'язання. 1) Нагадаємо правило, яке ви вивчили в курсі математики 5 класу: щоб додати два мішаних числа, треба окремо додати їхні цілі та дробові частини.

$$\begin{aligned} 4\frac{5}{12} + 2\frac{3}{4} &= 4 + \frac{5}{12} + 2 + \frac{3}{4} = (4+2) + \left(\frac{5}{12} + \frac{3}{4}\right) = \\ &= 6 + \left(\frac{5}{12} + \frac{9}{12}\right) = 6 + \frac{14}{12} = 6 + \frac{7}{6} = 6 + 1\frac{1}{6} = 7\frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Зверніть увагу: якщо в результаті додавання (віднімання) дробів отримаємо скоротний дріб, то треба виконати скорочення.

$$2) 5\frac{1}{6} - 2\frac{4}{9} = 5\frac{3}{18} - 2\frac{8}{18}.$$

Бачимо, що дробова частина зменшуваного менша від дробової частини від'ємника. Для того щоб

виконати віднімання, треба спочатку «підготувати» зменшуване до віднімання, а потім шукати різницю.

Запишемо: $5\frac{3}{18} - 2\frac{8}{18} = 4\frac{21}{18} - 2\frac{8}{18} = 2\frac{13}{18}$.

Відповідь: 1) $7\frac{1}{6}$; 2) $2\frac{13}{18}$. ◀

Приклад 2. Перший маляр може пофарбувати стіну за 6 год, а другий — за 8 год. Яку частину стіни вони пофарбують за 1 год, працюючи разом?

Розв'язання. Перший маляр за 1 год фарбує $\frac{1}{6}$ стіни, а другий — $\frac{1}{8}$ стіни. Тоді разом за 1 год

вони пофарбують: $\frac{1^4}{6} + \frac{1^3}{8} = \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{7}{24}$ (стіни).

Відповідь: $\frac{7}{24}$ стіни. ◀



Сформулюйте правило додавання (віднімання) дробів з різними знаменниками.



Говоримо та пишемо українською правильно

Читаючи мішані числа, між цілим числом і дробовим потрібно використовувати **сполучник і**, наприклад, $3\frac{4}{10}$ читаємо «3 цілих і чотири десятих».

Якщо мішаний числівник включає в себе $\frac{1}{2}$ (половина),

$\frac{1}{3}$ (третина) або $\frac{1}{4}$ (чверть), то після цілого числа вживаємо **прийменник з (із)**, наприклад, $3\frac{1}{2}$ — «три з половиною», $2\frac{1}{3}$ — «два із третиною», $5\frac{1}{4}$ — «п'ять із чвертю».



Розв'язуємо усно

1. Скільки хвилин становлять:

$$1) \frac{1}{5} \text{ год}; \quad 2) \frac{2}{3} \text{ год}; \quad 3) \frac{3}{4} \text{ год}; \quad 4) \frac{3}{6} \text{ год?}$$

2. На прямокутній ділянці землі, сторони якої дорівнюють 50 м і 40 м, планують розбити розарій прямокутної форми зі сторонами 20 м і 15 м. Яку частину площі всієї ділянки займе розарій?

3. Маса 1 л гасу становить $\frac{4}{5}$ кг, а 1 л бензину — $\frac{7}{10}$ кг.

Маса літра якого палива, гасу чи бензину, більша і на скільки кілограмів?

Вправи

264. [◦] Обчисліть:

1) $\frac{3}{7} + \frac{4}{9};$	5) $\frac{17}{18} - \frac{11}{12};$	9) $\frac{7}{9} - \frac{4}{15};$
2) $\frac{8}{9} - \frac{7}{8};$	6) $\frac{7}{16} + \frac{1}{6};$	10) $\frac{9}{14} - \frac{3}{7} + \frac{15}{28};$
3) $\frac{13}{15} - \frac{2}{3};$	7) $\frac{2}{9} + \frac{5}{6};$	11) $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8};$
4) $\frac{20}{21} + \frac{3}{7};$	8) $\frac{10}{21} + \frac{9}{14};$	12) $\frac{13}{18} - \frac{29}{45} + \frac{8}{15}.$

265. [◦] Обчисліть:

1) $\frac{1}{4} + \frac{3}{5};$	4) $\frac{14}{15} - \frac{7}{10};$	7) $\frac{11}{24} - \frac{3}{16};$
2) $\frac{9}{11} - \frac{2}{5};$	5) $\frac{3}{8} + \frac{1}{6};$	8) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4};$
3) $\frac{13}{16} - \frac{9}{32};$	6) $\frac{9}{25} - \frac{7}{20};$	9) $\frac{2}{5} + \frac{4}{15} - \frac{5}{9}.$

266. [◦] Знайдіть значення виразу, попередньо скроптивши дроби:

1) $\frac{25}{80} + \frac{45}{60};$	2) $\frac{20}{45} + \frac{26}{54};$
-------------------------------------	-------------------------------------

$$3) \frac{36}{300} + \frac{12}{40} - \frac{350}{1000};$$

$$4) \frac{14}{24} - \frac{39}{90} + \frac{15}{100};$$

$$5) \frac{42}{120} + \frac{20}{32} - \frac{28}{160};$$

$$6) \frac{45}{72} - \frac{33}{144} - \frac{20}{64}.$$

267.° У першому глечику було $\frac{3}{10}$ л сметани, а в другому — $\frac{4}{15}$ л. У якому глечику було більше сметани та на скільки літрів?

268.° Оксана впіймала рибу завдовжки $\frac{8}{25}$ м, а Семен — $\frac{13}{40}$ м.

Хто з них упіймав довшу рибу та на скільки метрів?

269.° Попелюшка $\frac{11}{20}$ год при-

бирала кімнати, що на $\frac{4}{15}$ год

більше за час, який вона витратила на миття посуду. Скільки всього часу Попелюшка витратила на прибирання та миття посуду?

270.° На сніданок ведмедик Паддінгтон з'їв $\frac{2}{9}$ гор-

щика джему, що на $\frac{2}{15}$ горщика менше, ніж він з'їв

на обід. Яку частину горщика джему Паддінгтон з'їв на сніданок і на обід разом?

271.° Знайдіть суму:

$$1) 4\frac{5}{9} + 7\frac{1}{6}; \quad 2) 6\frac{11}{12} + 8\frac{13}{18}; \quad 3) 2\frac{3}{16} + 1\frac{7}{24} + 3\frac{1}{12}.$$

272.° Знайдіть суму:

$$1) 5\frac{7}{8} + 6\frac{3}{10}; \quad 2) 6\frac{3}{8} + 2\frac{5}{9}; \quad 3) 1\frac{8}{21} + 4\frac{3}{14} + 2\frac{2}{7}.$$



273. ° Обчисліть значення виразу:

$$1) \ 8\frac{9}{14} - 3\frac{3}{7}; \quad 2) \ 7\frac{5}{12} - 3\frac{7}{24}; \quad 3) \ 12\frac{11}{12} - 5\frac{13}{18}.$$

274. ° Виконайте віднімання:

$$\begin{array}{ll} 1) \ 3\frac{1}{12} - \frac{1}{6}; & 3) \ 7\frac{10}{51} - 4\frac{21}{34}; \\ 2) \ 8\frac{7}{30} - 2\frac{9}{20}; & 4) \ 5\frac{1}{4} - 1\frac{3}{8}. \end{array}$$

275. ° Виконайте віднімання:

$$\begin{array}{ll} 1) \ 4\frac{3}{16} - \frac{5}{8}; & 3) \ 10\frac{11}{24} - 8\frac{19}{36}; \\ 2) \ 6\frac{4}{9} - 3\frac{6}{7}; & 4) \ 9\frac{1}{6} - 5\frac{3}{4}. \end{array}$$

276. ° Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) \ x + 7\frac{4}{15} = 9\frac{7}{10}; & 3) \ x - 3\frac{8}{9} = 5\frac{1}{12}. \\ 2) \ 8\frac{9}{14} - x = 4\frac{3}{7}; & \end{array}$$

277. ° Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) \ 6\frac{3}{11} + x = 10\frac{6}{7}; & 3) \ x - 5\frac{17}{60} = 7\frac{9}{20}. \\ 2) \ 9\frac{5}{36} - x = 2\frac{4}{9}; & \end{array}$$

278. ° Перетворіть десяткові дроби у звичайні та обчисліть:

$$\begin{array}{ll} 1) \ 0,8 - \frac{5}{7}; & 3) \ 7\frac{7}{8} - 3,18; \\ 2) \ 0,36 + \frac{8}{15}; & 4) \ 4,75 - 2\frac{3}{16}. \end{array}$$

279. ° Перетворіть десяткові дроби у звичайні та обчисліть:

$$1) \ 0,5 + \frac{1}{3}; \quad 2) \ \frac{2}{3} - 0,25;$$

$$3) 0,125 + \frac{5}{12};$$

$$4) 3,25 - 2\frac{9}{14}.$$

280.° Власна швидкість теплохода становить $20\frac{2}{7}$ км/год, а швидкість течії річки дорівнює $2\frac{11}{14}$ км/год. Знайдіть швидкість теплохода за течією річки та його швидкість проти течії.

281.° Швидкість катера за течією річки становить $27\frac{1}{3}$ км/год, а швидкість течії дорівнює $1\frac{4}{9}$ км/год.

Знайдіть власну швидкість катера та швидкість катера проти течії річки.

■ 282.° (*Домашня практична робота*) Розшифруйте прізвище відомого українського математика, який жив на межі XIX і XX ст. Номер прикладу відповідає місцю, на якому стоїть буква у слові.

$$1) \frac{2}{9} + \frac{5}{6}; \quad 5) 1\frac{1}{7} + 2\frac{3}{28};$$

$$2) 1 - \frac{5}{17}; \quad 6) 5\frac{1}{6} - 4\frac{1}{4};$$

$$3) 6 - 1\frac{4}{9}; \quad 7) \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{2}{3}.$$

$$4) 2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2};$$



Відповідь	$\frac{5}{6}$	$1\frac{1}{18}$	$4\frac{5}{9}$	$3\frac{1}{4}$	1	$\frac{11}{12}$	$\frac{12}{17}$
Буква	О	В	Р	Н	Й	И	О

Знайдіть в інтернеті відомості про життя та наукову діяльність цього математика. До речі, якщо ви станете фахівцями в галузі комп'ютерної графіки, то обов'язково ознайомитеся з працями цього вченого.

283. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

$$1) \frac{5}{18} + \frac{4}{81} + \frac{7}{18} + \frac{5}{81};$$

$$3) \frac{7}{16} + \frac{11}{42} + \frac{9}{16} + \frac{17}{42};$$

$$2) \frac{9}{40} + \frac{13}{50} + \frac{12}{50} + \frac{11}{40};$$

$$4) 1\frac{17}{24} + 3\frac{1}{36} + 5\frac{4}{24} + 2\frac{8}{36}.$$

284. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \left(x + \frac{5}{12} \right) - \frac{9}{20} = \frac{11}{15}; \quad 2) 4\frac{3}{4} - \left(x - 2\frac{5}{8} \right) = 3\frac{5}{6}.$$

285. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \left(x - \frac{8}{9} \right) + \frac{3}{8} = \frac{19}{36}; \quad 2) 3\frac{5}{36} - \left(1\frac{4}{9} - x \right) = 1\frac{17}{18}.$$

286. Виконайте дії:

$$1) 17\frac{2}{3} - 6\frac{1}{36} + 4\frac{3}{8};$$

$$2) 10\frac{9}{16} - \left(3\frac{11}{12} + 4\frac{4}{9} \right).$$

287. Виконайте дії:

$$1) 5\frac{5}{9} + 3\frac{1}{6} - 6\frac{4}{27};$$

$$2) 12\frac{13}{48} - \left(9\frac{17}{32} - 4\frac{5}{24} \right).$$

288. У трьох ящиках було $36\frac{9}{16}$ кг груш. У першому та другому ящиках було $28\frac{7}{8}$ кг груш, а в пер-

шому та третьому — $24\frac{3}{4}$ кг. Скільки кілограмів груш було в кожному ящику?

289. На комп'ютері опрацьовували три задачі впродовж 30 хв. На першу та другу задачі було витрачено $24\frac{14}{15}$ хв, а на другу та третю — $18\frac{19}{45}$ хв.

Скільки часу було витрачено на опрацювання кожної задачі?

290. Оксана витратила $\frac{1}{2}$ своїх грошей на придбання книги «Цікава математика», $\frac{1}{4}$ — на книгу «Цікава фізика», $\frac{1}{12}$ — на олівці, а решту — на цукерки. Яку частину своїх грошей Оксана витратила на цукерки?

291. Золотъко, Срібняк, Платинюк і Діамантов знайшли скарб. Золотъку дісталася $\frac{1}{6}$ скарбу, Срібняку — $\frac{2}{9}$, Платинюку — $\frac{5}{18}$, а решта — Діамантову. Яку частину скарбу отримав Діамантов?

292. Івасик-Телесик може зорати поле за 6 год, а Котигорошко — за 4 год. Яку частину поля вони можуть зорати, працюючи разом, за 1 год? за 2 год?

293. Перша малярка може пофарбувати паркан за 15 год, друга — за 12 год, а третя — за 10 год. Яку частину паркану вони пофарбують разом за 1 год? за 2 год? за 4 год?

294. Марічка може з'їсти кавун за 12 хв, а Наталка — за 16 хв. Яка частина кавуна залишиться через 1 хв, якщо дівчатка почнуть їсти його одночасно?

295. Басейн можна наповнити водою за 6 год через одну трубу і спорожнити за 10 год через другу. Басейн був порожнім, коли Ольга Забудько відкрила крани одночасно на обох трубах. Яка частина басейну залишиться незаповненою водою через 1 год після того, як Ольга відкрила крани?

296. Петро Ледащенко може пофарбувати стіну за 24 год, а Іван Працелюб — за 8 год. Яка частина стіни залишиться непофарбованою після 1 год спільної роботи Ледащенка та Працелюба?

297. Олена та Марія можуть разом набрати на комп'ютері деякий текст за 6 год. Яку частину тексту набере Олена за 1 год, якщо Марія може набрати весь текст за 9 год?

298. Через дві труби басейн можна наповнити водою за 3 год. Яку частину басейну можна наповнити за 1 год через одну з цих труб, якщо через другу трубу його можна наповнити за 5 год?

299. Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислень:

$$\begin{array}{ll} 1) \left(9\frac{3}{7} + 2\frac{9}{16} \right) - 5\frac{3}{7}; & 3) 10\frac{5}{14} - \left(3\frac{5}{14} + 2\frac{9}{34} \right); \\ 2) \left(4\frac{5}{8} + 1\frac{6}{11} \right) - \frac{6}{11}; & 4) 7\frac{1}{7} - \left(2\frac{6}{13} + 3\frac{1}{7} \right). \end{array}$$

300. Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислень:

$$\begin{array}{l} 1) \left(12\frac{19}{24} + 5\frac{19}{28} \right) - 3\frac{19}{24}; \\ 2) 6\frac{4}{9} - \left(1\frac{7}{24} + 4\frac{4}{9} \right). \end{array}$$

301. Порівняйте дроби без зведення їх до спільного знаменника:

$$1) \frac{61}{62} \text{ i } \frac{62}{63}; \quad 2) \frac{1003}{1007} \text{ i } \frac{103}{107}.$$



302.* Яке натуральне число є коренем рівняння:

$$1) \ a + \frac{1}{a} = 7\frac{1}{7}; \quad 2) \ b - \frac{1}{b} = 14\frac{14}{15}?$$

303.* При яких найменших натуральніх значеннях a і b є правильною рівність:

$$1) \ \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{a}{2} - \frac{b}{3}; \quad 2) \ \frac{4}{3 \cdot 5} = \frac{a}{3} - \frac{b}{5}?$$

304.* Збільшиться чи зменшиться значення дробу та на скільки, якщо його чисельник збільшити на знаменник?

305.* Обчисліть значення виразу

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20}.$$

306.* Обчисліть значення виразу

$$\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2}{29 \cdot 31}.$$

307.* Доведіть, що $\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{18} > \frac{1}{2}$.

308.* Доведіть, що $\frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{39} + \frac{1}{40} > \frac{1}{4}$.



Вправи для повторення

309. Укажіть п'ять чисел, кожне з яких має лише три різних дільники. Чи можна стверджувати, що таких чисел безліч?

310. Не виконуючи обчислень, установіть, простим чи складеним числом є значення виразу $11 + 22^2 + 33^3$.

311. Відстань між двома пристанями по річці дорівнює 36,6 км. Від пристані, яка розташована вище за течією, відплив пліт. Через 0,8 год після початку руху плота назустріч йому від другої пристані виrushив катер, власна швидкість якого дорівнює 25 км/год. Через скільки годин після початку руху плота вони зустрінуться, якщо швидкість течії річки становить 2 км/год?



Готуємося до вивчення нової теми

312. Яку частину площі прямокутника $ABCD$ становить площа зафарбованого прямокутника (рис. 6)?

313. Знайдіть добуток дробів $\frac{3}{5}$ і $\frac{3}{4}$, попередньо перетворивши їх у десяткові. Результат запишіть у вигляді звичайного дробу.

314. Спростіть вираз:

$$1) 12 \cdot 3a; \quad 2) 0,6a \cdot 7b; \quad 3) 0,8m \cdot 0,5n \cdot 4p.$$

315. Розкрийте дужки:

$$1) 2(x + 7); \quad 2) 7(5 - a); \quad 3) (c - 0,4) \cdot 1,2.$$

316. Спростіть вираз:

$$1) 2,7c - c; \quad 2) 3x + 17x - 5x; \quad 3) 5,6a + 0,4a - 2.$$

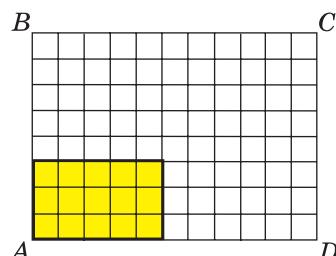


Рис. 6



Задача від Мудрої Сови

317. Сергій і Сашко грають у таку гру: по черзі беруть камінці з купи, у якій лежить 100 камінців. За один хід кожному дозволяється взяти або 1 камінець, або 3. Хто з них візьме останній камінець, якщо гру починає Сергій?

ЗАВДАННЯ № 2 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

1. Укажіть хибну рівність.

$$A) \frac{3}{8} = \frac{9}{24} \quad B) \frac{72}{90} = \frac{8}{9} \quad B) \frac{42}{49} = \frac{6}{7} \quad G) \frac{4}{5} = \frac{16}{20}$$

2. У класі 16 учнів та учениць відвідують математичний гурток, а решта 12 дітей — літературний гурток. Яка частина учнів та учениць класу відвідує математичний гурток?

$$A) \frac{4}{7} \quad B) \frac{4}{3} \quad B) \frac{3}{4} \quad G) \frac{3}{7}$$

3. Яка частина години пройшла з 13 год 50 хв до 14 год 30 хв?

$$A) \frac{1}{3} \quad B) \frac{1}{2} \quad B) \frac{2}{3} \quad G) \frac{3}{4}$$

4. Знайдіть значення a , при якому є правильною рівність

$$\frac{42}{60} = \frac{7}{a}.$$

- А) 6 Б) 12 В) 10 Г) 8

5. Скільки можна скласти нерівних між собою правильних дробів, чисельниками й знаменниками яких є числа 2, 4, 5, 6, 8, 9?

- А) 12 Б) 13 В) 14 Г) 15

6. Укажіть хибну нерівність.

А) $\frac{2}{3} > \frac{5}{6}$ Б) $\frac{7}{12} > \frac{5}{9}$ В) $\frac{5}{8} > \frac{4}{7}$ Г) $\frac{9}{16} > \frac{13}{24}$

7. Знайдіть усі натуральні значення x , при яких виконується нерівність $\frac{x}{9} < \frac{19}{36}$.

- А) 1, 2 Б) 1, 2, 3, 4
Б) 1, 2, 3 Г) 1, 2, 3, 4, 5

8. Скільки існує дробів зі знаменником 24, які більші за $\frac{3}{8}$, але менші від $\frac{2}{3}$?

- А) 1 Б) 2 В) 4 Г) 6

9. Знайдіть значення виразу $\frac{7}{15} + \frac{4}{9} - \frac{3}{10}$.

А) $\frac{28}{45}$ Б) $\frac{11}{18}$ В) $\frac{1}{2}$ Г) $\frac{29}{90}$

10. Обчисліть різницю $5\frac{7}{9} - 3\frac{5}{6}$.

А) $2\frac{1}{3}$ Б) $1\frac{1}{18}$ В) $1\frac{17}{18}$ Г) $2\frac{1}{18}$

11. Розв'яжіть рівняння $\frac{13}{21} - \left(x - 2\frac{5}{7} \right) = \frac{3}{14}$.

А) $3\frac{23}{42}$ Б) $3\frac{1}{14}$ В) $2\frac{13}{42}$ Г) $3\frac{5}{42}$

12. У кошику лежали яблука та груші. З'їли половину всіх яблук і третину всіх груш. Яке з тверджень є правильним?

- А) залишилася половина фруктів
Б) залишилася третина фруктів
В) залишилося більше половини фруктів
Г) залишилося менше половини фруктів

11. Множення дробів

На рисунку 7 зображеного квадрат $ABCD$, сторона якого дорівнює $\frac{2}{9}$ дм. Чому дорівнює периметр P цього квадрата?

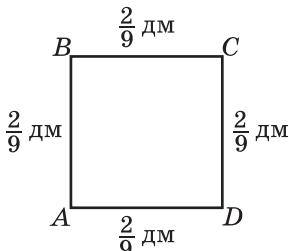


Рис. 7

Оскільки периметр квадрата дорівнює сумі довжин усіх його сторін, то:

$$P = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{8}{9} \text{ (дм)}.$$

Проте ви знаєте, що за допомогою добутку суму рівних доданків можна записати коротше:

$$\underbrace{\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9}}_{4 \text{ доданки}} = \frac{2}{9} \cdot 4.$$

Отже, $\frac{2}{9} \cdot 4 = \frac{8}{9}$.

Цей приклад ілюструє таке правило.

Щоб помножити дріб на натуральне число, треба його чисельник помножити на це число, а знаменник залишити без зміни.

У буквенному вигляді це правило записують так:

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}$$

Для $n = 0$ домовилися вважати, що

$$\frac{a}{b} \cdot 0 = 0$$

Так само домовилися, що

$$0 \cdot \frac{a}{b} = 0$$

Дріб $\frac{8}{9}$ у 4 рази більший за дріб $\frac{2}{9}$. Дійсно, $\frac{8}{9} = \frac{2}{9} \cdot 4$. Дріб $\frac{15}{4}$ у 3 рази більший за дріб $\frac{5}{4}$. Дійсно, $\frac{15}{4} = \frac{5}{4} \cdot 3$.

Узагалі, дріб $\frac{an}{b}$ у n разів більший за дріб $\frac{a}{b}$.

Маємо: $an : b = \frac{an}{b} = \frac{a}{b} \cdot n = (a : b) \cdot n$.

Ці рівності ілюструють такий факт.

Якщо ділене збільшили в n разів, то і частка збільшиться в n разів.

А як помножити дріб на дріб? Знайдемо, наприклад, добуток $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$.

На рисунку 8 зображено квадрат $ABCD$ зі стороною 1 м і прямокутник $AMKN$, сторони якого дорівнюють $\frac{4}{7}$ м та $\frac{2}{3}$ м. Площа цього прямокутника дорівнює $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3} (\text{м}^2)$.

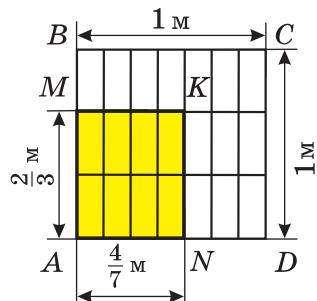


Рис. 8

Водночас із рисунка видно, що площа прямокутника $AMKN$ становить $\frac{8}{21}$ площині квадрата, тобто дорівнює $\frac{8}{21} \text{ м}^2$. Отже, $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{21}$.

Цей приклад ілюструє таке правило.

Добутком двох дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник — добутку знаменників даних дробів.

У буквенному вигляді це правило записують так:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Для дробів, як і для натуральних чисел, виконуються властивості множення:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b} —$$

переставна властивість множення,

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} \right) —$$

сполучна властивість множення,

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} + \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} —$$

розподільна властивість множення

відносно додавання,

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} - \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} —$$

розподільна властивість множення

відносно віднімання

Приклад 1. Виконайте дії: 1) $\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{28}$; 2) $1\frac{3}{11} \cdot 1\frac{9}{35}$.

Розв'язання. 1) Маємо: $\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{28} = \frac{4 \cdot 15}{9 \cdot 28}$.

Не поспішатимемо обчислювати добутки, записані в чисельнику та знаменнику, оскільки зручніше спочатку виконати скорочення:

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{28} = \frac{\cancel{4}^1 \cdot \cancel{15}^5}{\cancel{9}^3 \cdot \cancel{28}^7} = \frac{5}{21}$$

2) Щоб помножити два мішаних числа, треба спочатку записати їх у вигляді неправильних

дробів, а потім скористатися правилом множення дробів:

$$1\frac{3}{11} \cdot 1\frac{9}{35} = \frac{14}{11} \cdot \frac{44}{35} = \frac{\cancel{14}^2 \cdot \cancel{44}^4}{\cancel{1}_1 \cdot \cancel{35}_5} = \frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}. \blacktriangleleft$$

Приклад 2. Знайдіть значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

$$1) \left(3 - \frac{5}{6} + \frac{7}{9}\right) \cdot 18; \quad 2) 2\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{16} + 1\frac{8}{11} \cdot \frac{7}{16}.$$

Розв'язання. 1) Маємо:

$$\begin{aligned} \left(3 - \frac{5}{6} + \frac{7}{9}\right) \cdot 18 &= 3 \cdot 18 - \frac{5}{6} \cdot 18 + \frac{7}{9} \cdot 18 = \\ &= 54 - 5 \cdot 3 + 7 \cdot 2 = 54 - 15 + 14 = 53. \end{aligned}$$

2) Із розподільної властивості множення випливає, що $\frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} + \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} = \frac{p}{q} \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right)$. Тоді:

$$\begin{aligned} 2\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{16} + 1\frac{8}{11} \cdot \frac{7}{16} &= \frac{7}{16} \cdot \left(2\frac{3}{11} + 1\frac{8}{11} \right) = \\ &= \frac{7}{16} \cdot 3\frac{11}{11} = \frac{7}{16} \cdot 4 = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}. \blacktriangleleft \end{aligned}$$



- Сформулюйте правило множення дробу на натуральне число.
- Який дріб є добутком двох дробів?
- Чому дорівнює добуток дробу і числа 0?
- Які властивості множення виконуються при множенні дробів?

听课

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{5 \cdot 2}{15}; \quad 2) \frac{6 \cdot 7}{7 \cdot 8}; \quad 3) \frac{4 \cdot 9}{27 \cdot 2}; \quad 4) \frac{10 \cdot 18}{36 \cdot 25}.$$

2. Назвіть неправильний дріб, якому дорівнює мішане число:

$$1) 1\frac{1}{2}; \quad 2) 4\frac{3}{4}; \quad 3) 7\frac{5}{6}; \quad 4) 2\frac{1}{17}.$$

3. Знайдіть цілу частину числа:

1) $\frac{35}{8}$; 2) $\frac{13}{9}$; 3) $\frac{23}{6}$; 4) $\frac{69}{13}$.

4. Назвіть дроби зі знаменником 12, які більші за $\frac{1}{6}$ і менші від $\frac{1}{2}$.

Вправи

318. Виконайте множення:

1) $\frac{2}{13} \cdot 5$; 3) $\frac{8}{9} \cdot 2$; 5) $7 \cdot \frac{3}{40}$; 7) $\frac{7}{12} \cdot 24$;
2) $\frac{4}{17} \cdot 3$; 4) $\frac{4}{49} \cdot 7$; 6) $6 \cdot \frac{15}{18}$; 8) $45 \cdot \frac{8}{15}$.

319. Виконайте множення:

1) $\frac{9}{35} \cdot 8$; 2) $\frac{7}{24} \cdot 16$; 3) $42 \cdot \frac{4}{7}$; 4) $\frac{6}{19} \cdot 57$.

320. Знайдіть добуток:

1) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5}$; 3) $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$; 5) $\frac{22}{25} \cdot \frac{10}{77}$; 7) $\frac{6}{35} \cdot \frac{14}{15}$;
2) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$; 4) $\frac{15}{16} \cdot \frac{48}{55}$; 6) $\frac{13}{24} \cdot \frac{16}{39}$; 8) $\frac{36}{85} \cdot \frac{34}{39}$.

321. Знайдіть добуток:

1) $\frac{6}{11} \cdot \frac{4}{7}$; 3) $\frac{8}{9} \cdot \frac{27}{32}$; 5) $\frac{34}{86} \cdot \frac{43}{51}$; 7) $\frac{63}{64} \cdot \frac{48}{91}$;
2) $\frac{7}{20} \cdot \frac{10}{21}$; 4) $\frac{23}{28} \cdot \frac{49}{46}$; 6) $\frac{7}{18} \cdot \frac{90}{77}$; 8) $\frac{19}{100} \cdot \frac{5}{38}$.

322. Виконайте множення:

1) $9\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{22}$; 5) $2\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{27}$;
2) $6\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{17}$; 6) $2\frac{8}{11} \cdot 5\frac{2}{15}$;
3) $2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{5}$; 7) $\frac{7}{9} \cdot 1\frac{1}{14} \cdot 5\frac{2}{5}$;
4) $19\frac{1}{2} \cdot 1\frac{5}{9}$; 8) $2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{24} \cdot 5\frac{2}{5}$.

323.° (Домашня практична робота) Розшифруйте прізвище видатного українського вченого, фундатора української школи біохімії. Номер прикладу відповідає місцю, на якому стоїть буква у слові.

- $$\begin{array}{ll} 1) \frac{13}{30} \cdot \frac{18}{65}; & 5) \frac{5}{42} \cdot \frac{7}{25}; \\ 2) \frac{5}{24} \cdot \frac{9}{20}; & 6) \frac{3}{25} \cdot \frac{5}{36}; \\ 3) \frac{4}{9} \cdot 6; & 7) 1\frac{6}{11} \cdot 1\frac{21}{34}. \\ 4) \frac{27}{35} \cdot \frac{14}{45}; & 8) 2\frac{7}{8} \cdot 2\frac{2}{23}. \end{array}$$



Відповідь	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{3}{32}$	6	$2\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{2}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{3}{25}$
Буква	Д	А	А	Н	Л	I	Л	П

Знайдіть в інтернеті відомості про життя та наукову діяльність цього вченого.

324.° Знайдіть добуток:

- $$1) 0,4 \cdot \frac{5}{9}; \quad 2) \frac{8}{27} \cdot 0,75; \quad 3) 1,5 \cdot \frac{1}{6}; \quad 4) 2\frac{1}{7} \cdot 2,8.$$

325.° Виконайте множення:

- $$1) 0,8 \cdot \frac{7}{12}; \quad 2) 1\frac{2}{3} \cdot 0,6; \quad 3) 1,25 \cdot \frac{32}{45}; \quad 4) 4,5 \cdot 3\frac{1}{3}.$$

326.° Знайдіть значення виразу:

- $$\begin{array}{ll} 1) \left(\frac{11}{18} - \frac{4}{9} \right) \cdot \frac{3}{16}; & 4) 1\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} + 1\frac{3}{8}; \\ 2) \frac{11}{18} - \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{16}; & 5) 1\frac{3}{25} \cdot 2\frac{1}{7} - 2\frac{1}{9} \cdot \frac{27}{190}; \\ 3) 1\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{3}{4} + 1\frac{3}{8} \right); & 6) \left(8 - 2\frac{1}{7} \cdot 3\frac{1}{9} \right) \cdot \frac{27}{44}. \end{array}$$

327.° Знайдіть значення виразу:

$$1) \ 15\frac{4}{9} - 4\frac{4}{9} \cdot 3\frac{3}{8}; \quad 3) \left(5\frac{1}{16} - 1\frac{1}{8}\right)\left(\frac{5}{6} + \frac{3}{14}\right);$$

$$2) \ \frac{81}{88} \cdot \left(6 - 1\frac{13}{15} \cdot 1\frac{19}{21}\right); \quad 4) \ 5\frac{1}{16} - 1\frac{1}{8} \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{14}\right).$$

328.° Яку відстань пройде поїзд за $\frac{5}{6}$ год, якщо його швидкість становить 66 км/год?

329.° Яку відстань проїде автомобіль зі швидкістю 72 км/год за $2\frac{1}{4}$ год?

330.° Скільки коштує $3\frac{3}{5}$ кг яблук, якщо вартість

1 кг яблук становить $12\frac{1}{2}$ грн?

331.° Скільки коштує $6\frac{1}{4}$ кг цукерок, якщо 1 кг цих цукерок коштує $70\frac{2}{5}$ грн?

332. Виконайте множення:

$$1) \ \frac{11}{15} \cdot \frac{21}{22} \cdot \frac{9}{28} \cdot \frac{8}{9}; \quad 2) \ 2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{5} \cdot \frac{8}{35}.$$

333. Виконайте множення:

$$1) \ \frac{5}{16} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{9}; \quad 2) \ 18\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{11} \cdot 1\frac{4}{5} \cdot 15.$$

334. Знайдіть значення степеня:

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^4; \quad 2) \left(\frac{2}{5}\right)^3; \quad 3) \left(1\frac{1}{3}\right)^4; \quad 4) \left(2\frac{2}{3}\right)^2.$$

335. Знайдіть значення степеня:

$$1) \left(\frac{1}{3}\right)^5; \quad 2) \left(\frac{3}{7}\right)^3; \quad 3) \left(1\frac{2}{5}\right)^2; \quad 4) \left(3\frac{1}{4}\right)^2.$$

336. Знайдіть значення виразу:

$$1) \ 1\frac{3}{22} \cdot 2\frac{14}{15} - \left(1\frac{5}{8} + 2\frac{1}{8} \cdot \frac{11}{17} \right) \cdot \frac{3}{7};$$

$$2) \ 6\frac{2}{5} \cdot 1\frac{9}{16} - \left(2\frac{1}{4} \right)^2.$$

337. Знайдіть значення виразу:

$$1) \ 4\frac{2}{3} \cdot 6 - 1\frac{23}{42} \cdot 3\frac{1}{13} + 2\frac{1}{8} \cdot 1\frac{29}{51};$$

$$2) \ \left(\frac{5}{12} + \frac{13}{20} \right)^2 \cdot 1\frac{13}{32}.$$

338. Знайдіть значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

$$1) \ 15 \cdot \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right); \quad 3) \ \frac{7}{9} \cdot \left(\frac{6}{7} - \frac{9}{14} \right);$$

$$2) \ 48 \cdot \left(\frac{19}{24} - \frac{7}{12} + \frac{3}{8} \right); \quad 4) \ \left(\frac{15}{16} - \frac{5}{12} + 2\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{4}{5}.$$

339. Знайдіть значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

$$1) \ 18 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9} \right); \quad 3) \ \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9} \right) \cdot 18;$$

$$2) \ \left(2 - \frac{3}{4} - \frac{4}{5} \right) \cdot 20; \quad 4) \ \left(\frac{5}{6} + \frac{5}{9} \right) \cdot \frac{18}{25}.$$

340. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

$$1) \ 3\frac{5}{14} \cdot \frac{7}{9} - 2\frac{3}{14} \cdot \frac{7}{9};$$

$$2) \ 7\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{8} + 7\frac{1}{5} \cdot 1\frac{5}{8};$$

$$3) \ \frac{3}{4} \cdot 1\frac{3}{5} + 1\frac{3}{5} \cdot 1\frac{3}{8} - 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{5};$$

$$4) \ 3\frac{9}{14} \cdot 0,3 - 0,3 \cdot 1\frac{10}{21} + 0,3 \cdot 1\frac{1}{6}.$$

341. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

$$1) \ 4\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot 3\frac{5}{9};$$

$$2) \ 2\frac{11}{15} \cdot 1\frac{1}{19} - 1\frac{1}{19} \cdot \frac{3}{10} - 1\frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{19}.$$

342. Спростіть вираз:

$$1) \ \frac{7}{27}m \cdot \frac{9}{28}n; \quad 2) \ 20x \cdot \frac{11}{35}y; \quad 3) \ 3\frac{4}{15}x \cdot 1\frac{17}{28}y \cdot \frac{4}{7}z.$$

343. Спростіть вираз:

$$1) \ \frac{5}{8}a \cdot \frac{4}{15}b; \quad 2) \ 6\frac{3}{4}x \cdot 1\frac{11}{45}y; \quad 3) \ \frac{13}{24}d \cdot 32c.$$

344. Спростіть вираз:

$$1) \ \frac{2}{3}a + \frac{5}{8}a + \frac{1}{6}a; \quad 3) \ \frac{2}{5}x + \frac{4}{7}x - \frac{5}{14}x;$$

$$2) \ \frac{4}{5}b - \frac{2}{3}b + \frac{4}{15}b; \quad 4) \ \frac{7}{12}y - \frac{3}{16}y + \frac{5}{24}y.$$

345. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

$$1) \ \frac{3}{8}x + \frac{4}{9}x - \frac{5}{12}x, \text{ якщо } x = 3\frac{3}{29};$$

$$2) \ 3\frac{3}{5}y - 2\frac{1}{3}y - \frac{1}{15}y, \text{ якщо } y = 10.$$

346. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

$$1) \ \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a - \frac{1}{4}a, \text{ якщо } a = 1\frac{5}{7};$$

$$2) \ \frac{4}{7}b + \frac{5}{21}b - \frac{2}{3}b, \text{ якщо } b = 2\frac{1}{3}.$$

347. Розкрийте дужки:

$$1) \ 6 \cdot \left(\frac{2}{3}a + \frac{5}{12}b \right); \quad 3) \ 12 \cdot \left(\frac{3}{4}x + \frac{13}{18}y - \frac{1}{24}z \right);$$

$$2) \ \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{9}{11}m - \frac{6}{7}n \right); \quad 4) \ 1\frac{1}{7} \cdot \left(7p + \frac{21}{24}q - 1\frac{3}{4} \right).$$

348. Розкрийте дужки:

1) $\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{12}{17}b - \frac{18}{23}c \right);$

2) $8 \cdot \left(\frac{1}{4}p - \frac{5}{24}q + \frac{7}{12}t \right).$

349. Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює $8\frac{1}{3}$ см, що на $\frac{5}{6}$ см більше за його ширину та в $3\frac{3}{5}$ раза менше від його висоти. Обчисліть об'єм прямокутного паралелепіпеда.

350. Одна зі сторін прямокутника дорівнює $3\frac{1}{5}$ м, а сусідня — в $1\frac{1}{4}$ раза більша за неї. Обчисліть площину прямокутника.

351. Турист ішов пішки $5\frac{1}{3}$ год зі швидкістю $4\frac{1}{8}$ км/год і їхав велосипедом $1\frac{7}{15}$ год зі швидкістю $12\frac{1}{2}$ км/год. Яка відстань більша: та, яку турист пройшов пішки, чи та, яку він проїхав велосипедом, і на скільки кілометрів?

352. Мавпочка Абу купила $4\frac{3}{5}$ кг апельсинів за ціною $7\frac{1}{2}$ драхми за кілограм і $5\frac{1}{4}$ кг бананів за ціною $3\frac{1}{5}$ драхми за кілограм. За які фрукти — апельсини чи банани — Мавпочка Абу заплатила більше та на скільки драхм?

353.• Андрій на велосипеді їхав зі швидкістю $8\frac{3}{4}$ км/год, а Богдана — зі швидкістю, в $1\frac{1}{7}$ раза більшою. Якою була відстань між ними спочатку, якщо Богдана наздогнала Андрія через $3\frac{4}{5}$ год після того, як вони одночасно почали рухатися?

354.• Із двох міст одночасно назустріч одне одному вирушили велосипедистка і мотоцикліст. Велосипедистка їхала зі швидкістю $10\frac{4}{5}$ км/год, а мотоцикліст — зі швидкістю, в $5\frac{5}{12}$ раза більшою. Яка відстань між містами, якщо велосипедистка і мотоцикліст зустрілися через $3\frac{1}{3}$ год після початку руху?

355.• Човен плив $\frac{3}{5}$ год проти течії річки та $1\frac{1}{2}$ год за течією. Який шлях подолав човен за весь час руху, якщо власна швидкість човна становить 18 км/год, а швидкість течії — $1\frac{1}{3}$ км/год?

356.• Теплохід ішов 3 год проти течії та $1\frac{3}{5}$ год за течією річки. На скільки кілометрів менше пройшов теплохід за течією, ніж проти течії, якщо швидкість течії становить $2\frac{1}{4}$ км/год, а власна швидкість теплохода — $22\frac{1}{3}$ км/год?

357.• Перша швачка може виконати деяке замовлення за 4 год, а друга — за 6 год. Яку частину

замовлення вони виконають за $\frac{3}{4}$ год, працюючи разом? Чи вистачить їм 3 год, щоб, працюючи разом, виконати замовлення?

358. Перший робітник може виконати виробниче завдання за 5 год, а другий — за 15 год. Яку частину завдання вони виконають, якщо працюватимуть разом $1\frac{1}{4}$ год? Чи встигнуть вони, працюючи разом, виконати завдання за 3 год?

359. Не виконуючи множення, порівняйте:

$$1) 200 \cdot \frac{6}{13} \text{ і } 200; \quad 2) \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{4} \text{ і } \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{8}; \quad 3) \frac{13}{20} \text{ і } \frac{13}{20} \cdot \frac{7}{8}.$$

Висловіть гіпотезу: що відбудеться з числом (збільшиться, зменшиться чи не зміниться), якщо його помножити: 1) на правильний дріб; 2) на неправильний дріб. Обговоріть на уроці, чи правильна ваша гіпотеза.

360. Не виконуючи множення, порівняйте:

$$1) 1000 \text{ і } 1000 \cdot \frac{2}{3}; \quad 2) \frac{7}{12} \text{ і } \frac{7}{12} \cdot \frac{9}{8}.$$



Вправи для повторення

361. Ірина переклала з одного ящика в другий $2\frac{1}{3}$ кг яблук, після чого в кожному ящику стало по 20 кг. Скільки кілограмів яблук було в кожному ящику спочатку?

362. Запишіть усі правильні дроби з чисельником 3, які більші за $\frac{3}{7}$.

363. Фермерка вирішила посадити кущі смородини. Вона могла посадити їх або в 4 ряди, або у 6 рядів. Скільки кущів смородини вона вирішила посадити, якщо відомо, що їх було більше за 85, але менше від 100?

364. З одного аеродрому в одному напрямку з інтервалом 0,4 год вилетіли два літаки. Перший літак летів зі швидкістю 640 км/год, а другий — зі швидкістю 720 км/год. Через скільки годин після свого вильоту другий літак буде попереду першого на відстані 24 км?

365. Скільки рівносторонніх трикутників зображені на рисунку 9?

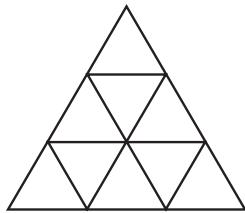


Рис. 9

Готуємося до вивчення нової теми

366. Запишіть у вигляді десяткового дробу:

- 1) 7 %; 2) 26 %; 3) 60 %; 4) 180 %.

367. Запишіть у відсотках:

- 1) 0,12; 2) 0,05; 3) 0,324; 4) 4; 5) 1,12; 6) $1\frac{1}{25}$.



Задача від Мудрої Сови

368. На дощці записано три двоцифрових числа. Перша зліва цифра одного з них — 5, другого — 6, третього — 7. Учитель попросив трьох учнів додати будь-які два із цих чисел. Перший учень отримав у сумі число 147, другий і третій — різні трицифрові числа, перші зліва дві цифри яких 1 і 2. Які числа записано на дощці?

12. Знаходження дробу від числа

У саду ростуть 36 дерев. Із них $\frac{7}{9}$ становлять вишні. Скільки вишень росте в саду?

У 5 класі ми розв'язували цю задачу за такою схемою:

1) знайдемо, скільки дерев становить $\frac{1}{9}$ всіх дерев:

$$36 : 9 = 4 \text{ (дерева);}$$

2) знайдемо, скільки дерев становлять $\frac{7}{9}$ усіх дерев:

$$4 \cdot 7 = 28 \text{ (дерев)}.$$

Отже, у саду ростуть 28 вишень.

У таких випадках кажуть, що ми знайшли $\frac{7}{9}$ від числа 36, а подібні задачі називають задачами на знаходження дробу від числа.

Проте знайдену відповідь (28 дерев) можна отримати іншим способом. Для цього достатньо помножити число 36 на дріб $\frac{7}{9}$:

$$36 \cdot \frac{7}{9} = \frac{\cancel{36}^4 \cdot 7}{\cancel{9}^1} = 4 \cdot 7 = 28.$$

Розглянутий приклад ілюструє таке правило: *щоб знайти дріб від числа, можна число помножити на цей дріб.*

Приклад 1. Полуниці містять 6 % цукру. Скільки кілограмів цукру міститься в 15 кг полуниць?

Розв'язання. Запишемо 6 % у вигляді десяткового дробу: $6 \% = 0,06$. Тоді:

$15 \cdot 0,06 = 0,9$ (кг) — цукру міститься в 15 кг полуниць.

Відповідь: 0,9 кг. ◀

Цей приклад ілюструє таке правило: *щоб знайти відсотки від числа, можна подати відсотки у вигляді дробу й помножити число на цей дріб.*

Приклад 2. У магазин привезли 480 кг шоколадних цукерок і карамельок, причому маса карамельок становила 60 % від маси шоколадних

цукерок. Скільки кілограмів шоколадних цукерок привезли в магазин?

Розв'язання. Нехай шоколадних цукерок було x кг, тоді, ураховуючи, що $60\% = 0,6$, карамельок було $0,6x$ кг. Оскільки всього шоколадних цукерок і карамельок було 480 кг, то отримуємо рівняння:

$$x + 0,6x = 480.$$

Розв'яжемо його. Маємо: $1,6x = 480$;

$$x = 480 : 1,6;$$

$$x = 300.$$

Отже, шоколадних цукерок було 300 кг.

Відповідь: 300 кг. ◀



1. Як знайти дріб від числа? 2. Як знайти відсотки від числа?

听课 活动

1. Коренем якого з даних рівнянь є число $3\frac{1}{2}$:

1) $7x = 1$; 2) $\frac{7}{2}x = 1$; 3) $\frac{2}{7}x = 1$; 4) $2x = 1$?

2. Обчисліть, використовуючи розподільну властивість множення:

1) $\left(\frac{3}{7} + \frac{5}{14}\right) \cdot 14$; 2) $\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{6}\right) \cdot 24$; 3) $\left(\frac{4}{15} - \frac{1}{30}\right) \cdot 30$.

3. Троє друзів зловили 5 кг риби та поділили її між собою порівну. Яку частину вилову отримав кожний із друзів? Скільки кілограмів риби дісталося кожному?

Прави

- 369.** Знайдіть:

1) $\frac{3}{5}$ від числа 60; 3) $\frac{5}{6}$ від числа $\frac{3}{20}$;

2) 0,16 від числа 20; 4) $\frac{3}{8}$ від числа $2\frac{2}{3}$.

370.° Знайдіть:

- 1) 14 % від числа 60;
- 2) 40 % від числа 32;
- 3) 8 % від числа $\frac{3}{16}$;
- 4) 180 % від числа $3\frac{1}{3}$.

371.° Скільки градусів містить кут, який становить:

- 1) $\frac{2}{15}$ прямого кута;
- 2) $\frac{13}{20}$ розгорнутого кута?

372.° Скільки градусів містить кут, який становить:

- 1) $\frac{23}{18}$ прямого кута;
- 2) $\frac{11}{12}$ розгорнутого кута?

373.° Оксанка зібрала 91 гриб, із них $\frac{5}{13}$ становили білі. Скільки білих грибів зібрала Оксанка?

374.° Мишко спік 45 пиріжків, із них $\frac{4}{9}$ становили пиріжки з вишнями. Скільки пиріжків із вишнями спік Мишко?

375.° Мідь становить $\frac{4}{7}$ маси сплаву. Скільки кілограмів міді міститься у 280 кг такого сплаву?

376.° Сіль становить $\frac{5}{9}$ маси розчину. Скільки кілограмів солі міститься у 18 кг такого розчину?

377.° Магазин продав 480 кг огірків і помідорів, причому маса огірків становила 85 % маси цих овочів. Скільки кілограмів огірків продали?

378. ° Загін козаків із 720 чоловік вирушив у похід на човнах-чайках. У кожен човен сіло 12,5 % загону. Скільки козаків було в кожному човні? На скількох човнах-чайках козаки вирушили в похід?



379. ° Агрофірма має 140 га землі, 16 % якої займає яблуневий сад. Знайдіть площину саду.

380. ° Продали m порцій морозива, $\frac{5}{8}$ яких становило ескімо. Складіть вираз для визначення кількості порцій ескімо та обчисліть його значення при $m = 120$.

381. ° У саду ростуть a кущів троянд, $\frac{3}{14}$ яких становлять рожеві. Складіть вираз для визначення кількості кущів рожевих троянд та обчисліть його значення при $a = 210$.

382. ° У будинок відпочинку привезли 1440 кг яблук і груш. Яблука становили $\frac{7}{12}$ маси привезених фруктів. Скільки кілограмів груш привезли в будинок відпочинку?

383. ° Побудували 192 котеджі, із них $\frac{7}{16}$ — двоповерхові, а решта — триповерхові. Скільки триповерхових котеджів побудували?

384. Підручники становлять $\frac{1}{3}$ всіх книжок шкільної бібліотеки, а підручники з математики — $\frac{6}{25}$

усіх підручників. Яку частину всіх книжок, що є в бібліотеці, становлять підручники з математики?

385. Каштани становлять $\frac{5}{18}$ усіх дерев, що ростуть у парку, а дуби — $\frac{9}{10}$ кількості каштанів. Яку частину всіх дерев у парку становлять дуби?

386. Залізний Лісоруб нарубав $9\frac{3}{8}$ м³ дров. Першого дня він нарубав $\frac{2}{5}$ усього об'єму дров, а другого — $\frac{4}{9}$ решти. Скільки кубометрів дров нарубав Залізний Лісоруб другого дня?

387. За три тижні продали 324 коробки цукерок. За перший тиждень продали $\frac{5}{18}$ цієї кількості, за другий — $\frac{15}{26}$ решти. Скільки коробок цукерок продали за третій тиждень?

388. Том Соєр пофарбував паркан прямокутної форми, довжина якого дорівнює $9\frac{1}{3}$ фута¹, а висота становить $\frac{5}{14}$ довжини. Скільки фунтів² фарби використав Том, якщо на 1 квадратний фут він витрачав $4\frac{1}{2}$ фунта фарби?

¹ 1 фут = 30,48 см.

² 1 фунт ≈ 454 г.

389. Для банку замовили новий сейф, що має форму прямокутного паралелепіпеда. Довжина сейфа дорівнює 3 м, ширина становить $\frac{13}{50}$ довжини, а висота — $\frac{15}{26}$ ширини. Скільки злитків золота, що мають форму куба з ребром 6 см, можна покласти у цей сейф?

390. До їdalальні привезли 405 кг овочів: капусту, моркву та картоплю. Морква становила 32 % від маси капусти, картопля — 138 % від маси капусти. Скільки кілограмів капусти привезли до їdalальні?

391. Галина, Марина та Олена виграли разом у лотерею 1800 грн. Виграш Марини становив 64 % виграшу Галини, а виграш Олени — 76 % виграшу Галини. Скільки гривень становив виграш кожної дівчини?

392. З поля площею $14\frac{2}{7}$ га зібрали врожай цукрових буряків по 280 ц з гектара. На цукровий завод відвезли $\frac{9}{16}$ урожаю. Скільки центнерів цукру виробив завод із цих буряків, якщо вихід цукру становить $\frac{1}{6}$ маси перероблених буряків?

393. З поля площею $11\frac{1}{4}$ га зібрали врожай насіння соняшнику по $21\frac{1}{3}$ ц з гектара. На олію переробили $\frac{33}{40}$ зібраної маси насіння. Скільки центнерів олії отримали, якщо її вихід становить $\frac{1}{3}$ маси переробленого насіння?

394. Козак Данило наварив кулешу. Сам з'їв $\frac{1}{4}$

казана, козаку Чубу дав $\frac{1}{3}$ залишку, козаку Біло-

вусу — $\frac{1}{2}$ нового залишку, а козаку Ворону — ре-

шту. Після обіду козаки ніяк не могли з'ясувати, кому з них дісталося більше кулешу. Допоможіть їм розібратися.

395. Від шнура завдовжки 10 м спочатку відрізали $\frac{1}{5}$ його довжини, потім — $\frac{1}{25}$ початкової довжини,

а потім — $\frac{1}{19}$ того, що залишилося. Скільки метрів

шнура залишилося після цих трьох операцій?

396. Доведіть, що $a\%$ від числа b дорівнюють $b\%$ від числа a .

397.* Контрольну роботу з математики писали менше ніж 50 учнів та учениць. Оцінку «12» отримали $\frac{1}{7}$ дітей, які писали роботу, оцінку «9» — $\frac{1}{3}$ дітей,

оцінку «6» — $\frac{1}{2}$ дітей. Решта дітей, на жаль, отри-
мали оцінку, нижчу від 6 балів. Скільки учнів та
учениць отримали оцінку, нижчу від 6 балів?

398.* У саду ростуть груші та яблуні, разом 100 дерев. Скільки яблунь росте в саду, якщо 20 % їхньої кількості дорівнюють 60 % кількості груш?

399.* Кількість відсутніх у класі учнів та учениць становила $\frac{1}{6}$ кількості присутніх. Після того як

один учень вийшов із класу, кількість відсутніх склала $\frac{1}{5}$ кількості присутніх. Скільки учнів та учениць навчається в класі?



Вправи для повторення

400. Порівняйте:

$$1) \frac{26}{63} \text{ і } \frac{17}{56}; \quad 2) \frac{31}{42} \text{ і } \frac{19}{24}; \quad 3) \frac{2003}{2004} \text{ і } \frac{2004}{2005}.$$

401. Знайдіть значення виразу

$$4\frac{4}{9} \cdot 1\frac{1}{32} \cdot 1\frac{1}{5} - \left(2\frac{11}{14} - 2\frac{2}{35} \right) \cdot 4\frac{2}{3}.$$

402. Що більше та на скільки: різниця чисел $1\frac{1}{9}$ і $\frac{3}{8}$ чи їхній добуток?



Задача від Мудрої Сови

403. Черепаха повзе по площині зі сталою швидкістю, змінюючи напрямок руху на 90° через кожні 15 хв. Доведіть, що повернувшись в точку «старту» вона зможе тільки через цілу кількість годин після початку руху.

13. Взаємно обернені числа.

Ділення дробів

Якщо дріб $\frac{4}{9}$ «перевернути», тобто поміняти місцями чисельник і знаменник, то отримаємо дріб $\frac{9}{4}$.

Знайдемо добуток цих дробів: $\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{4 \cdot 9}{9 \cdot 4} = 1$.

Два числа, добуток яких дорівнює 1, називають взаємно оберненими.

Отже, числа $\frac{4}{9}$ і $\frac{9}{4}$ — взаємно обернені.

Також кажуть, що число $\frac{9}{4}$ є **оберненим** до числа $\frac{4}{9}$, а число $\frac{4}{9}$ — оберненим до числа $\frac{9}{4}$.

Оскільки $2,5 \cdot 0,4 = 1$, то числа $2,5$ і $0,4$ є взаємно оберненими.

Оскільки $\frac{3}{17} \cdot 5\frac{2}{3} = \frac{3}{17} \cdot \frac{17}{3} = 1$, то числа $\frac{3}{17}$ і $5\frac{2}{3}$

є взаємно оберненими.

Числом, оберненим до 1, є саме число 1.

Для числа 0 оберненого числа не існує.

Числом, оберненим до числа $\frac{a}{b}$, є число $\frac{b}{a}$. Дійсно, $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba} = 1$.

Оскільки будь-яке натуральне число n можна подати у вигляді дробу $\frac{n}{1}$, то можна зробити такий висновок: якщо n — натуральне число, то оберненим до нього є число $\frac{1}{n}$.

Приклад 1. Знайдіть число, обернене до числа:

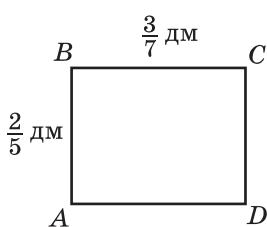
$$1) 7\frac{2}{9}; \quad 2) 1,4.$$

Розв'язання. 1) Запишемо число $7\frac{2}{9}$ у вигляді неправильного дробу: $7\frac{2}{9} = \frac{65}{9}$. Отже, оберненим до числа $7\frac{2}{9}$ є число $\frac{9}{65}$.

2) Маємо: $1,4 = 1\frac{4}{10} = 1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$. Тоді шукане число $\frac{5}{7}$.

Відповідь: 1) $\frac{9}{65}$; 2) $\frac{5}{7}$. ◀

Знайдемо площину S прямокутника (рис. 10), сторони якого дорівнюють $\frac{2}{5}$ дм і $\frac{3}{7}$ дм:



$$S = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35} \text{ (дм}^2\text{)}.$$

А як знайти одну зі сторін прямокутника, якщо сусідня сторона дорівнює $\frac{2}{5}$ дм, а площа

Рис. 10 прямокутника — $\frac{6}{35}$ дм²? Зрозуміло, що треба виконати ділення: $\frac{6}{35} : \frac{2}{5}$.

Проте ми знаємо, що «невідома» сторона дорівнює $\frac{3}{7}$ дм. Отже,

$$\frac{6}{35} : \frac{2}{5} = \frac{3}{7}.$$

Зауважимо, що частку $\frac{3}{7}$ можна отримати в результаті множення діленого $\frac{6}{35}$ на дріб, обернений до дільника $\frac{2}{5}$, тобто на дріб $\frac{5}{2}$. Справді,

$$\frac{6}{35} : \frac{2}{5} = \frac{\cancel{6}^3 \cdot \cancel{5}^1}{\cancel{7}^1 \cdot \cancel{2}^1} = \frac{3}{7}.$$

$$\text{Маємо: } \frac{6}{35} : \frac{2}{5} = \frac{6}{35} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3}{7}.$$

Узагалі, ділення дробів можна звести до множення дробів, користуючись таким правилом:

щоб поділити один дріб на інший, треба ділене помножити на число, обернене до дільника.

У буквенному вигляді це правило записують так:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Звернемо увагу, що

$$1 : \frac{a}{b} = \frac{b}{a}; \quad 0 : \frac{a}{b} = 0.$$

На нуль ділити не можна.

Приклад 2. Виконайте ділення:

$$1) \ 10 : \frac{6}{7}; \quad 2) \ 1\frac{7}{8} : 1\frac{9}{16}.$$

Розв'язання. 1) Записавши ділене у вигляді дробу зі знаменником 1 і застосувавши правило ділення дробів, отримаємо:

$$10 : \frac{6}{7} = \frac{10}{1} : \frac{6}{7} = \frac{10}{1} \cdot \frac{7}{6} = \frac{\cancel{10}^5 \cdot 7}{1 \cdot \cancel{6}^3} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}.$$

2) Перетворимо мішані числа в неправильні дроби, а потім виконаємо ділення за правилом ділення дробів:

$$1\frac{7}{8} : 1\frac{9}{16} = \frac{15}{8} : \frac{25}{16} = \frac{\cancel{15}^3}{\cancel{8}^1} \cdot \frac{\cancel{25}^5}{\cancel{16}^2} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}. \quad \blacktriangleleft$$

Приклад 3. Велосипедист проїжджає відстань між селами Сонячне та Щасливе за 2 год, а пішохід проходить цю відстань за 6 год. Велосипедист і пішохід одночасно вирушили із цих сіл назустріч один одному. Через скільки годин після початку руху вони зустрінуться?

Розв'язання. Відстань між селами візьмемо за одиницю. За 1 год велосипедист проїжджає $\frac{1}{2}$ цієї відстані, а пішохід проходить $\frac{1}{6}$ відстані.

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (відстані) — долають велосипедист і пішохід за 1 год разом;

2) $1 : \frac{2}{3} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$ (год) — час, за який велосипедист і пішохід подолають усю відстань. Отже, вони зустрінуться через 1,5 год.

Відповідь: 1,5 год. ◀



1. Які числа називають взаємно оберненими?
2. Чи існує число, обернене саме до себе?
3. Чи для будь-якого числа існує обернене до нього число?
4. Яке число є оберненим до числа $\frac{a}{b}$?
5. Яке число є оберненим до натурального числа n ?
6. Сформулюйте правило ділення дробів.



Розв'язуємо усно

1. Яке із чисел $0,7; 1\frac{1}{7}; 7; \frac{1}{7}$ є коренем рівняння $7x = 1$?

2. Назвіть усі дроби з чисельником 1, які більші за $\frac{1}{10}$.

3. Скільки кілограмів містить:

1) $\frac{1}{4}$ т; 2) $\frac{1}{5}$ т; 3) $\frac{3}{10}$ т; 4) $\frac{2}{5}$ ц; 5) $\frac{3}{25}$ ц; 6) $\frac{7}{20}$ ц?

4. За п'ять днів відремонтували $\frac{5}{6}$ шляху. Яку частину шляху ремонтували за 1 день? За скільки днів відремонтують увесь шлях? (Продуктивність праці в усі дні однаакова.)

Вправи

404. ° Чи є взаємно оберненими числа:

1) $3\frac{1}{6}$ і $\frac{6}{19}$; 3) $0,4$ і $0,25$; 5) $1,4$ і $\frac{6}{7}$;

2) $0,4$ і $2\frac{1}{2}$; 4) $1,2$ і $\frac{5}{6}$; 6) $1\frac{3}{7}$ і $0,7$?

405.° Укажіть число, обернене до числа:

1) $\frac{3}{5}$; 2) 12; 3) $3\frac{2}{9}$; 4) 0,16; 5) $\frac{1}{17}$; 6) 2,3.

406.° Укажіть число, обернене до числа:

1) $\frac{7}{11}$; 2) 6; 3) $2\frac{2}{5}$; 4) 0,23; 5) $\frac{1}{9}$; 6) 3,6.

407. Виконайте ділення:

1) $\frac{3}{7} : \frac{5}{6}$; 3) $\frac{7}{16} : \frac{42}{43}$; 5) $\frac{9}{25} : \frac{27}{50}$; 7) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$;
2) $\frac{3}{14} : \frac{2}{21}$; 4) $\frac{3}{4} : \frac{21}{40}$; 6) $\frac{45}{56} : \frac{63}{64}$; 8) $\frac{65}{98} : \frac{26}{49}$.

408. Виконайте ділення:

1) $\frac{11}{15} : \frac{3}{8}$; 3) $\frac{12}{55} : \frac{48}{77}$; 5) $\frac{27}{50} : \frac{9}{25}$; 7) $\frac{5}{8} : \frac{5}{32}$;
2) $\frac{6}{35} : \frac{18}{25}$; 4) $\frac{21}{40} : \frac{3}{4}$; 6) $\frac{63}{64} : \frac{45}{56}$; 8) $\frac{14}{55} : \frac{1}{5}$.

409. Знайдіть частку:

1) $10 : \frac{5}{6}$; 3) $\frac{3}{4} : 2$; 5) $1 : \frac{7}{8}$; 7) $1\frac{7}{8} : 2\frac{11}{32}$;
2) $12 : \frac{15}{16}$; 4) $\frac{10}{11} : 10$; 6) $7\frac{3}{5} : \frac{19}{25}$; 8) $5\frac{1}{3} : 1\frac{5}{9}$.

410. Знайдіть частку:

1) $16 : \frac{4}{11}$; 3) $1\frac{5}{9} : 1\frac{8}{27}$;
2) $\frac{9}{16} : 6$; 4) $2\frac{4}{7} : 1\frac{1}{35}$.

411. Знайдіть значення виразу:

1) $3\frac{3}{4} : \frac{3}{8} : 1\frac{3}{7}$; 4) $1\frac{7}{9} \cdot \left(\frac{15}{32} : 1\frac{19}{36} \right)$;
2) $3\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{8} : 1\frac{3}{7} \right)$; 5) $2\frac{1}{4} : 1\frac{4}{11} - \frac{3}{8} : \frac{7}{8}$;
3) $1\frac{7}{9} \cdot \frac{15}{32} : 1\frac{19}{36}$; 6) $\left(3\frac{1}{6} - 5\frac{1}{6} : 4\frac{2}{15} \right) \cdot \frac{3}{92}$.

412.° Знайдіть значення виразу:

$$\begin{array}{ll} 1) \ 12 : 3\frac{3}{8} - 1\frac{1}{4} : \frac{15}{32}; & 3) \left(1\frac{1}{35} : \frac{4}{5} - 1\frac{8}{35} \right) \cdot 3\frac{1}{3}; \\ 2) \ 1\frac{31}{35} : \left(2 - \frac{8}{9} : 1\frac{19}{45} \right); & 4) \left(7 - 1\frac{5}{9} : \frac{7}{24} \right) : \frac{20}{27}. \end{array}$$

413.° Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{lll} 1) \ \frac{2}{7}x = \frac{9}{14}; & 3) \ 3x = \frac{2}{9}; & 5) \ \frac{18}{49} : x = \frac{6}{35}; \\ 2) \ \frac{3}{8}x = 6; & 4) \ x : \frac{6}{11} = \frac{3}{7}; & 6) \ \frac{3}{8}x = 2,4. \end{array}$$

414.° Розв'яжіть рівняння:

$$1) \ \frac{25}{27}x = \frac{5}{18}; \quad 2) \ 4x = \frac{5}{7}; \quad 3) \ 4\frac{4}{9} : x = \frac{5}{27}.$$

415.° Знайдіть швидкість поїзда, якщо за $\frac{8}{15}$ год він проїхав $34\frac{2}{3}$ км.

416.° За який час автобус проїде 63 км, якщо його швидкість становить $50\frac{2}{5}$ км/год?

417.° Скільки коштує 1 кг цукерок, якщо за $2\frac{1}{5}$ кг заплатили 220 грн?

418.° Яка маса 1 дм³ сплаву, якщо маса $5\frac{1}{3}$ дм³ цього сплаву дорівнює $3\frac{5}{9}$ кг?

419. Чи є правильним твердження:

- 1) для будь-якого правильного дробу обернене число є неправильним дробом;
- 2) для будь-якого неправильного дробу обернене число є правильним дробом?

420.° Обчисліть найзручнішим способом:

$$1) \ \frac{12}{19} \cdot \left(1\frac{7}{12} \cdot 4\frac{13}{21} \right); \quad 2) \ \left(3\frac{2}{7} \cdot 25,8 \right) \cdot \frac{7}{23}.$$

421. Обчисліть найзручнішим способом:

$$1) \left(6\frac{8}{11} \cdot \frac{4}{5} \right) \cdot 1\frac{1}{4}; \quad 2) 2\frac{5}{6} \cdot \left(17,8 \cdot \frac{6}{17} \right).$$

422. Знайдіть число, обернене до:

$$1) \text{суми чисел } \frac{7}{18} \text{ і } \frac{7}{12};$$
$$2) \text{ добутку чисел } \frac{22}{35} \text{ і } \frac{21}{44}.$$

423. Знайдіть число, обернене до:

$$1) \text{різниці чисел } 8\frac{3}{4} \text{ і } 7\frac{5}{6};$$
$$2) \text{ добутку чисел } 1\frac{1}{15} \text{ і } \frac{5}{16}.$$

424. Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(2\frac{13}{48} + 2\frac{5}{12} \right) : 3\frac{3}{4} - 9\frac{3}{4} : 12;$$
$$2) \left(8 : 2\frac{10}{19} - 1\frac{13}{15} \cdot 1\frac{6}{49} \right) : \left(3\frac{1}{12} - 1\frac{25}{36} \right).$$

425. Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(2\frac{5}{9} - 1\frac{20}{21} \right) : 1\frac{8}{49} + 1\frac{8}{9} : 6;$$
$$2) \left(1\frac{17}{18} \cdot 1\frac{13}{14} - 2\frac{5}{8} : 1\frac{19}{20} \right) : \left(2\frac{25}{78} - 1\frac{1}{26} \right).$$

426. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{20}x = 1\frac{14}{15}; \quad 3) 2\frac{1}{3} : x - 1\frac{1}{6} = 1\frac{5}{9};$$
$$2) \frac{3}{8}x + \frac{7}{12}x - \frac{5}{6}x = \frac{9}{32}; \quad 4) 2\frac{1}{3} : \left(x - 1\frac{1}{6} \right) = 1\frac{5}{9}.$$

427. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 2\frac{2}{11}x - \frac{5}{16} = 1\frac{3}{4}; \quad 3) 4\frac{1}{2} : x + 1\frac{3}{4} = 3\frac{19}{28};$$
$$2) \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x = 1\frac{19}{75}; \quad 4) 3\frac{2}{3} : \left(x - 2\frac{4}{15} \right) = 3\frac{5}{13}.$$

428. У двох цистернах 120 т нафти. Скільки тонн нафти в кожній цистерні, якщо в одній із них в $1\frac{2}{9}$ раза більше нафти, ніж у другій?

429. У двох контейнерах 90 кг яблук. Скільки кілограмів яблук у кожному контейнері, якщо в одному з них у $2\frac{1}{3}$ раза менше яблук, ніж у другому?

430. Автомобіль їде зі швидкістю 80 км/год. Скільки кілометрів він проїжджає за 1 хв? Виразіть швидкість автомобіля в метрах за хвилину.

431. Пішохід іде зі швидкістю 5 км/год. Виразіть його швидкість у метрах за хвилину та в метрах за секунду.

432. Із села до місця риболовлі Іван Петрович проплив на плоті $10\frac{4}{5}$ км, а повертаєсь на човні, який рухався зі швидкістю $4\frac{1}{20}$ км/год, витративши на зворотний шлях на $1\frac{5}{6}$ год менше. Знайдіть швидкість течії річки.

433. Теплохід проходить $40\frac{1}{2}$ км за течією річки за $1\frac{1}{2}$ год. На скільки більше часу витратить теплохід на зворотний шлях, якщо швидкість течії дірівнює $3\frac{3}{8}$ км/год?

434. Потрібно розфасувати $32\frac{1}{2}$ кг цукру в пакети по $\frac{3}{4}$ кг кожний. Скільки вийде повних пакетів?

435. Для зв'язування одного стосу книг потрібно $1\frac{1}{3}$ м мотузки. Для зв'язування скількох таких стосів вистачить 18 м мотузки?

436. Яка найменша кількість банок місткістю 0,3 кг потрібна, щоб розлити в них 5 кг варення?

437. Яка найменша кількість цеберок місткістю $6\frac{2}{3}$ л потрібна, щоб розлити в них 70 л молока?

438. Майстер Іван Іванович може відремонтувати кабінет математики за 24 год, а майстер Петро Петрович — за 48 год. За скільки годин, працюючи разом, вони відремонтують цей кабінет?

439. Кіт Том з'їдає смажену індичку за 20 хв, а мишеня Джеррі — за 30 хв. За скільки хвилин Том і Джеррі з'їдять індичку разом?

440. Перша робітниця може виконати завдання за 30 год, а другій для цього потрібно в $1\frac{1}{2}$ раза більше часу, ніж першій. За скільки годин вони виконують це завдання, працюючи разом? Яку частину завдання при цьому виконає кожна з них?

441. Перший тракторист може зорати поле за 12 днів, другому для цього потрібно в $1\frac{1}{5}$ раза менше часу, ніж першому, а третьому — в $1\frac{1}{2}$ раза більше, ніж другому. За скільки днів вони разом можуть зорати поле? Яку частину поля при цьому зоре кожен із них?

442. Через першу трубу басейн можна наповнити водою за 10 год. Наповнення басейну через другу трубу потребує в $1\frac{1}{4}$ раза менше часу. За який час наповниться басейн, якщо відкрити одночасно обидві труби? Яку частину басейну наповнить при цьому кожна труба?

443. 1) Перше число становить $\frac{1}{2}$ другого. У скільки разів друге число більше за перше?

2) Перше число становить $\frac{3}{2}$ другого. Яку частину першого числа становить друге?

444. Два робітники, працюючи разом, можуть виконати певну роботу за 6 год. Один з них, працюючи самостійно, може виконати цю роботу за 15 год. За скільки годин її може виконати самостійно другий робітник?

445. Пасажирський поїзд проходить відстань між двома містами за 36 год. Якщо одночасно із цих міст вийдуть назустріч один одному пасажирський і товарний поїзди, то вони зустрінуться через 20 год після початку руху. За який час товарний поїзд може подолати відстань між містами?

446. Через першу трубу басейн можна наповнити водою за 3 год, а через другу — за 6 год. Спочатку 2 год була відкрита перша труба, потім її закрили й відкрили другу трубу. За скільки годин було наповнено басейн?

447. Перша бригада може виконати замовлення за 9 днів, а друга — за 12 днів. Спочатку три дні працювала перша бригада, а потім її замінила друга. За скільки днів було виконано замовлення?

448.* Знайдіть найменше натуральне число, при діленні якого на $\frac{4}{5}$ і на $\frac{6}{7}$ у результаті отримаємо натуральні числа.

449.* Котра зараз година, якщо до кінця доби залишилося $\frac{4}{5}$ того часу, що вже минув від початку доби?

450.* Знайдіть найменше натуральне число, при діленні якого на $\frac{6}{11}$, на $\frac{8}{17}$ і на $\frac{12}{19}$ у результаті отримаємо натуральні числа.

451.* Човен пропливає певну відстань озером за 6 год, а за течією річки таку саму відстань — за 5 год. За скільки годин таку саму відстань цією річкою пропливе пліт?

452.* Деяку відстань за течією річки катер проходить за 3 год, а пліт — за 15 год. За скільки годин цей катер проходить таку саму відстань проти течії річки?

453.* Теплохід проходить певну відстань за течією річки за 2 год, а проти течії — за 3 год. За скільки годин ту саму відстань цією річкою пропливе пліт?



Вправи для повторення

454. За перший день туристи пройшли $\frac{5}{12}$ наміченого шляху, за другий — 30 % шляху, а за третій — решту шляху. Яку частину шляху пройшли туристи за третій день?

455. Кут ABC — прямий, промінь BM проведено так, що $\angle MBC = 120^\circ$, промінь BK — бісектриса кута ABC . Обчисліть градусну міру кута MBK . Скільки розв'язків має задача?



Учимося застосовувати математику

456. Сім'я Петренків складається з п'яти осіб: батька, матері, двох дітей шкільного віку та бабусі-пенсіонерки. Щомісячний бюджет сім'ї формується із заробітної плати батька в розмірі 12 300 грн, заробітної плати матері (13 100 грн) та пенсії бабусі (6150 грн). Скільки гривень у місяць припадає на кожного з п'яти членів сім'ї?

457. Для кафе потрібно придбати 20 нових стільців в одного з трьох постачальників. Ціни стільців та умови доставки покупки наведено в таблиці.

Постачальник	Ціна одного стільця, грн	Вартість доставки, грн	Додаткові умови
A	1200	2250	Відсутні
B	1100	2500	Доставка безкоштовна, якщо сума замовлення перевищує 30 000 грн
C	1400	2000	Доставка безкоштовна, якщо сума замовлення перевищує 25 000 грн

Скільки гривень треба заплатити за найдешевший варіант покупки з доставкою?



Задача від Мудрої Сови

458. В один ряд розміщено 1000 фішок. Будь-які дві фішки, розміщені через одну, дозволяється поміняти місцями. Чи можна переставити фішки у зворотному порядку?

14. Знаходження числа за заданим значенням його дробу

Розглянемо таку задачу. У саду ростуть 28 вишень, що становить $\frac{7}{9}$ кількості всіх дерев, які ростуть у саду. Скільки всього дерев росте в саду?

У 5 класі ми розв'язували цю задачу за такою схемою:

1) знайдемо, скільки дерев становить $\frac{1}{9}$ кількості всіх дерев:

$$28 : 7 = 4 \text{ (дерева);}$$

2) знайдемо, скільки всього дерев росте в саду:
 $4 \cdot 9 = 36$ (дерев).

У цій задачі, знаючи, що 28 дерев становлять $\frac{7}{9}$ кількості всіх дерев, ми знайшли загальну кількість дерев у саду. Подібні задачі називають **задачами на знаходження числа за заданим значенням його дробу**.

Зауважимо, що знайдену відповідь (36 дерев) можна отримати в інший спосіб. Для цього число 28 можна поділити на дріб $\frac{7}{9}$:

$$28 : \frac{7}{9} = \frac{28 \cdot 9}{7} = 4 \cdot 9 = 36.$$

Цей приклад ілюструє таке правило.

Щоб знайти число за заданим значенням його дробу, можна дане значення поділити на цей дріб.

Приклад. У діжку налили 84 л води. Яким є об'єм цієї діжки, якщо виявилося, що заповнено 70 % її об'єму?

Розв'язання. Запишемо 70 % у вигляді десяткового дробу: $70 \% = 0,7$. Отже, 84 л становлять 0,7 об'єму всієї діжки. Тоді об'єм діжки дорівнює $84 : 0,7 = 120$ (л).

Відповідь: 120 л. ◀

Цей приклад ілюструє таке правило.

Щоб знайти число за його відсотками, можна подати відсотки у вигляді дробу й поділити значення відсотків на цей дріб.



1. Як знайти число за значенням його дробу? 2. Як знайти число за його відсотками?



Розв'язуємо усно

- За який час працівник виконає всю роботу, якщо за 1 год він виконав: 1) $\frac{1}{5}$ роботи; 2) $\frac{3}{8}$ роботи?
- Цукерки розклали в коробки по $\frac{1}{8}$ кг у кожну. Скільки вийшло коробок, якщо цукерок було $5\frac{1}{4}$ кг?
- Софія пофарбуvalа в суботу $\frac{1}{4}$ паркана. У неділю до неї приєдналися дві подруги, і вони із Софією дофарбували решту паркана, поділивши її порівну між собою. Яку частину паркана пофарбуvalа кожна подруга Софії в неділю?

Вправи

- 459.**° Знайдіть число, якщо: 1) $\frac{1}{3}$; 2) 0,4; 3) $\frac{4}{9}$; 4) $\frac{24}{25}$ його дорівнює 48.

- 460.**° Знайдіть число, якщо: 1) $\frac{1}{2}$; 2) 0,2; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{7}{8}$ його дорівнює 56.

- 461.**° Знайдіть число:

1) $\frac{3}{4}$ якого дорівнюють 12;

2) $\frac{7}{9}$ якого дорівнюють 63;

3) 0,9 якого дорівнюють 81.

462.° Знайдіть число:

- 1) $\frac{8}{15}$ якого дорівнюють 40;
- 2) $\frac{15}{8}$ якого дорівнюють 120.

463.° Знайдіть число, якщо:

- 1) 24 % його дорівнюють 48;
- 2) 75 % його дорівнюють $\frac{1}{4}$;
- 3) 108 % його дорівнюють 86,4.

464.° Знайдіть число, якщо:

- 1) 13 % його дорівнюють 52;
- 2) 80 % його дорівнюють $\frac{3}{5}$.

465.° У залі для глядачів Міжнародного центру культури і мистецтв (м. Київ) 1960 місць, що становить $\frac{49}{92}$ кількості місць для глядачів у Національному палаці «Україна». Скільки місць для глядачів є в палаці «Україна»?



**Національний палац
«Україна»**



**Міжнародний центр
культури і мистецтв
(м. Київ)**

466.° Даринка прочитала 144 сторінки, що становило $\frac{3}{5}$ сторінок книги. Скільки сторінок було в книзі?

467.° Команда шестикласників виграла змагання з футболу. Її кращий бомбардир забив 16 голів, що становило $\frac{4}{15}$ усіх голів, забитих цією командою.

Скільки всього голів забила команда?

468.° Чому дорівнює відстань між двома містами, якщо 36 км становлять 15 % цієї відстані?

469.° На придбання книжок для шкільної бібліотеки виділили певну суму грошей, 8 % якої витратили на придбання словників. Яку суму виділили на придбання книжок, якщо на словники витратили 280 грн?

470.° На сніданок Вінні-Пух з'їв $\frac{6}{17}$ меду, який містився у барильці, а на обід — решту 22 кг. Скільки кілограмів меду було в барильці?

471.° Першого дня продали $\frac{13}{21}$ усіх груш, а другого — решту 128 кг. Скільки кілограмів груш продали за два дні?

472. У 1746 році в Єлисаветграді¹ при фортеці було відкрито казенну школу, де вивчали Закон Божий, німецьку та французьку мови, арифметику, училися малювати, співати, танцювати. Школу відвідувало 60 дівчат, що становило $\frac{3}{4}$ кількості хлопчиків. Скільки всього учнів та учениць було в цій школі?



¹ Сьогодні це місто Кропивницький.

473. Одна зі сторін прямокутника дорівнює $2\frac{5}{8}$ дм,

що становить $\frac{7}{6}$ довжини сусідньої сторони. Знайдіть периметр і площину прямокутника.

474. Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 45 см, ширина становить $\frac{4}{9}$ довжини і $\frac{12}{7}$ висоти. Обчисліть об'єм прямокутного паралелепіпеда.

475. Учні та учениці посадили біля школи дерева. Фруктові дерева становлять $\frac{11}{15}$ посаджених дерев.

Вишні становлять $\frac{4}{11}$ фруктових дерев. Скільки всього дерев посадили, якщо вишень посадили 12?

476. На птахофермі вирощують курчат, качок та індичок. Качки становлять 0,42 усіх птахів, а кількість індичок — $\frac{9}{28}$ кількості качок. Скільки всього птахів на фермі, якщо індичок — 54?

477. У дитячий санаторій привезли апельсини, мандарини та яблука. Апельсини становили $\frac{7}{18}$ маси всіх фруктів, мандарини — $\frac{5}{12}$, а яблука — решту

28 кг. Скільки кілограмів фруктів привезли в санаторій?

478. У школі є три шостих класи. У 6-А і 6-Б класах навчаються відповідно $\frac{7}{20}$ і $\frac{5}{16}$ усіх шестикласників і шестикласниць, а в 6-В класі — 27 дітей. Скільки всього шестикласників і шестикласниць у цій школі?

479. Уляна, Ольга та Іванна збиралі яблука. Іванна зібрала 23 % маси яблук, Уляна — 39 %, а Ольга — решту 190 кг. Скільки кілограмів яблук вони зібрали разом?

480. Скільки кілограмів овочів привезли в магазин, якщо огірки становили 27 % маси овочів, картопля — 42 %, а капуста — решту 496 кг?

481. Готуючись до олімпіади з математики, Максим у суботу та неділю розв'язував задачі. У суботу він розв'язав $\frac{7}{18}$ усіх задач, а в неділю — $\frac{2}{9}$ усіх задач і решту 14 задач. Скільки всього задач розв'язав Максим за два дні?

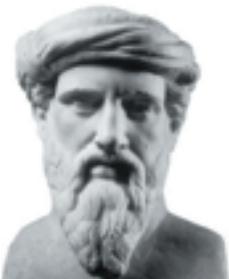
482. Готуючись до олімпіади з англійської мови, Галина перекладала текст. За один день вона перекладала $\frac{5}{12}$ сторінок тексту і ще 10 сторінок, після чого їй залишилося перекласти $\frac{3}{8}$ сторінок тексту.

Скільки сторінок містив текст для перекладу?

483. Розповідають, що на запитання, скільки учнів навчається в його школі, видатний давньогрецький учений Піфагор відповів: «Половина вивчає математику, чверть — музику, сьома частина проводить час у мовчазних роздумах, крім того, є ще три жінки». Скільки учнів було в школі Піфагора?

484. Олена витратила $\frac{13}{28}$ своїх грошей на купівлю підручників, а на купівлю цукерок — $\frac{11}{18}$ решти.

Після цього в неї залишилося



Піфагор
(біля 580 –
біля 500 до н. е.)

35 гривень. Скільки гривень було в Олени спочатку?

485. Троє мишенят знайшли головку сиру. Одне мишеня з'їло $\frac{7}{12}$ головки, друге — $\frac{7}{15}$ залишку, а третє — решту $1\frac{2}{3}$ кг сиру. Якою була маса головки сиру?



486. За перший день у магазині продали $\frac{5}{9}$ завезеної тканини, за другий — 35 % залишку, а за третій — решту 52 м. Скільки метрів тканини завезли в магазин?

487. За перший місяць відремонтували 55 % дороги, за другий — $\frac{3}{8}$ залишку, а за третій — решту 45 км. Скільки кілометрів дороги відремонтували за три місяці?

488. Альпіністи й альпіністки за перший день подолали $\frac{1}{3}$ висоти гори, за другий — $\frac{1}{3}$ висоти, що залишилася, за третій — знову $\frac{1}{3}$ висоти, що залишилася, а за четвертий день вони подолали решту 800 м і досягли вершини. Знайдіть висоту цієї гори.



Вправи для повторення

489. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{2}{7} : \left(\frac{5}{6} - \frac{9}{14} \right); \quad 2) 2\frac{6}{7} : \frac{5}{6} - \frac{9}{14}.$$

490. Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{2}{3}x = 1; & 3) 4x = \frac{1}{4}; \\ 2) 5x = \frac{1}{6}; & 4) 7x = 20. \end{array}$$

491. Знайдіть координату точки A (рис. 11).

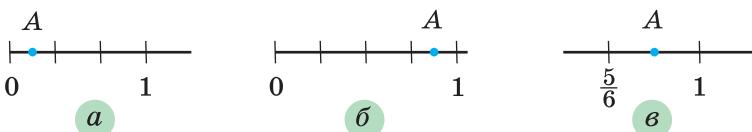


Рис. 11

492. Замість зірочок поставте такі цифри, щоб трицифрове число $*8*$ ділилося націло на 9. Знайдіть усі можливі розв'язки.

Готуємося до вивчення нової теми

493. Із чисел 20, 45, 50, 125, 64, 505 виберіть такі, розклади яких на прості множники містять лише числа 2 і 5.

494. Чи можна нескоротний дріб зі знаменником 3 звести до дробу зі знаменником 10? 100? 1000? Відповідь обґрунтуйте.



Задача від Мудрої Сови

495. Після того як шматок мила, який має форму прямокутного паралелепіпеда, використали для прання 7 разів, його довжина, ширина та висота зменшилися вдвічі. Скільки ще разів можна використати для прання шматок мила, що залишився?

15. Перетворення звичайних дробів у десяткові

Нагадаємо, що для звичайних дробів зі знаменниками 10, 100, 1000 і т. д. знайдено «одноповерхову» форму запису — десяткові дроби. Наприклад, $\frac{7}{10} = 0,7$; $\frac{23}{100} = 0,23$; $\frac{19}{1000} = 0,019$.

Будь-який десятковий дріб легко перетворити у звичайний дріб, наприклад:

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}; \quad 2,75 = 2\frac{75}{100} = 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}.$$

За допомогою основної властивості дробу нескладно, наприклад, дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{23}{50}$ перетворити в десяткові:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0,5;$$
$$\frac{23}{50} = \frac{23 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{46}{100} = 0,46.$$

Щоб нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ перетворити в десятковий, треба звести його до одного зі знаменників 10, 100, 1000 і т. д.

Який же із цих знаменників вибрати? Зазначимо, що при зведенні нескоротного дробу до нового знаменника «старий» знаменник є дільником нового. Тому знаменник дробу $\frac{a}{b}$ має бути дільником одного із чисел 10, 100, 1000 і т. д.

Наприклад, перетворимо дріб $\frac{3}{40}$ у десятковий.

Числа 10 і 100 не діляться націло на 40, тому вони не підходять для знаменника. А ось число 1000 ділиться націло на 40 ($1000 : 40 = 25$).

Звідси

$$\frac{3}{40} = \frac{75}{1000} = 0,075.$$

Проте не кожний нескоротний звичайний дріб можна записати у вигляді десяткового.

Розглянемо, наприклад, дріб $\frac{5}{9}$. Жодне із чисел 10, 100, 1000 і т. д. націло на 9 не ділиться. Отже, дріб $\frac{5}{9}$ перетворити в десятковий не вдасться.

А як розпізнавати нескоротні дроби, які можна подати у вигляді десяткових?

Зауважимо, що кожне із чисел 10, 100, 1000 і т. д. має тільки два простих дільники: 2 і 5. Дійсно, $10 = 2 \cdot 5$, $100 = 2^2 \cdot 5^2$, $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ і т. д. Тому можна зробити такий висновок.

Нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ можна перетворити в десятковий лише тоді, коли розклад знаменника b на прості множники не містить чисел, відмінних від 2 і 5.

Нагадаємо, що звичайні дроби можна перетворювати в десяткові і в інший спосіб. Перетворимо, наприклад, дріб $\frac{3}{16}$ у десятковий. Маємо:

$\frac{3}{16} = 3 : 16$. Тепер виконаємо ділення куточком:

$$\begin{array}{r} 3,0 \\ \hline 16 | 0,1875 \\ -16 \\ \hline 140 \\ -140 \\ \hline 128 \\ -120 \\ \hline 12 \\ -80 \\ \hline 80 \\ -80 \\ \hline 0 \end{array}$$

Отже, $\frac{3}{16} = 0,1875$.

Щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, можна його чисельник поділити на знаменник.



1. У якому випадку нескоротний дріб можна перетворити в десятковий?
2. Як перетворити звичайний дріб у десятковий?



Розв'язуємо усно

1. Відповідю до яких наведених задач є число $\frac{3}{4}$?
 - 1) Скільки коштує одне тістечко, якщо за 3 таких тістечка Піноккіо заплатив 4 сольдо?
 - 2) Дріт завдовжки 3 м розрізали на 4 рівні частини. Яка довжина однієї частини?
 - 3) Майстер виклав кахляною плиткою 4 м^2 стіни за 3 год. Скільки квадратних метрів він викладає плиткою за 1 год?
 - 4) Розв'яжіть рівняння $4x = 3$.
2. Виконайте ділення:
 - 1) $2 : 5$;
 - 2) $1 : 2$;
 - 3) $3 : 4$;
 - 4) $8 : 5$.
3. Тракторист зорав $\frac{2}{3}$ поля за $\frac{4}{5}$ год. За який час він зорав усе поле, працюючи з тією самою продуктивністю?



Вправи

496.° Чи можна даний звичайний дріб перетворити в десятковий:

- 1) $\frac{4}{5}$;
- 2) $\frac{2}{3}$;
- 3) $\frac{7}{8}$;
- 4) $\frac{13}{400}$;
- 5) $\frac{9}{125}$;
- 6) $\frac{18}{150}$?

497.° Які з даних звичайних дробів можна перетворити в десяткові:

- 1) $\frac{11}{16}$;
- 2) $\frac{17}{200}$;
- 3) $\frac{5}{12}$;
- 4) $\frac{14}{625}$;
- 5) $\frac{23}{600}$;
- 6) $\frac{84}{140}$?

498.° Перетворіть у десятковий дріб:

1) $\frac{13}{20}$; 2) $\frac{3}{25}$; 3) $\frac{9}{40}$; 4) $\frac{7}{16}$; 5) $\frac{97}{80}$; 6) $\frac{42}{15}$.

499.° Перетворіть у десятковий дріб:

1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{32}{125}$; 3) $\frac{159}{200}$; 4) $\frac{1}{25}$; 5) $\frac{53}{50}$; 6) $\frac{56}{175}$.

500.° Перетворіть звичайні дроби в десяткові та обчисліть:

1) $0,29 + \frac{6}{25}$; 3) $8,22 - 4\frac{7}{50}$;
2) $4\frac{5}{8} - 3,94$; 4) $15,63 + 1\frac{9}{16}$.

501.° Перетворіть звичайні дроби в десяткові та обчисліть:

1) $\frac{6}{25} - 0,238$; 3) $0,35 + 1\frac{7}{8}$;
2) $\frac{237}{250} + 0,052$; 4) $9\frac{329}{500} - 8,658$.



Вправи для повторення

502. Заповніть ланцюжок обчислень:

$$\boxed{\frac{24}{25}} : \frac{2}{5} \rightarrow \bigcirc \rightarrow \bigcirc : 6 \rightarrow \bigcirc - \frac{1}{3} \rightarrow \bigcirc : \frac{1}{5} \rightarrow \bigcirc + \frac{1}{6} \rightarrow \boxed{\quad}$$

503. Одна сторона трикутника дорівнює 32 см, друга становить 45 % першої, а третя — $\frac{11}{16}$ першої. Обчисліть периметр трикутника.



Задача від Мудрої Сови

504. Кожну грань куба пофарбовано в білий або чорний колір. Доведіть, що знайдуться дві грані зі спільним ребром, які пофарбовано в один колір.

16. Нескінченні періодичні десяткові дроби

Як ви вже знаєте, дріб $\frac{5}{11}$ перетворити в десятковий не можна, тобто якщо 5 поділити на 11, то десятковий дріб не отримаємо. Цікаво, а якщо все ж таки спробувати поділити:

$$\begin{array}{r} 5,0 \quad | \quad 1\ 1 \\ \underline{-4\ 4} \quad | \quad 0,4\ 5\ 4\ 5\dots \\ \underline{\quad 6\ 0} \\ \underline{\quad 5\ 5} \\ \underline{\quad 5\ 0} \\ \underline{-4\ 4} \\ \underline{\quad 6\ 0} \\ \underline{\quad 5\ 5} \\ 5 \end{array}$$

Бачимо, що це ділення можна продовжувати нескінченно. Частка має вигляд $0,454545\dots$. У цьому записі крапки означають, що цифри 4 і 5, які стоять поряд, *періодично* повторюються безліч разів.

Число $0,454545\dots$ називають **некінченим періодичним десятковим дробом, або періодичним дробом**.

Отриманий періодичний дріб прийнято записувати так: $0,(45)$ і читати: «нуль цілих і сорок п'ять у періоді». Групу цифр (45) називають **періодом** дробу $0,(45)$.

Можна записати: $\frac{5}{11} = 0,454545\dots = 0,(45)$.

Зауважимо, що до цього прикладу ми розглядали тільки ті десяткові дроби, у записі яких після коми стоїть скінчена кількість цифр. Тому їх називають **скінченими десятковими дробами**.

Коли говорять, що дріб $\frac{5}{11}$ перетворити в десятковий неможливо, то мають на увазі, що цей дріб неможливо записати у вигляді скінченного десяткового дробу.

Тепер можна дійти такого висновку:

при діленні натурального числа на натуральне число можна отримати один із трьох результатів: натуральне число, скінчений десятковий дріб або нескінчений періодичний десятковий дріб.

Приклад 1. Перетворіть дріб $\frac{7}{12}$ у періодичний дріб.

Розв'язання. Виконаємо ділення числа 7 на число 12:

$$\begin{array}{r} 7,0 \\ \hline -\frac{6}{0} \quad \left| \begin{array}{l} 12 \\ 0,58333\dots \end{array} \right. \\ -\frac{1}{0} \quad 0 \\ -\frac{9}{6} \\ -\frac{4}{0} \\ -\frac{3}{6} \\ -\frac{4}{0} \\ -\frac{3}{6} \\ \hline 4 \end{array}$$

Отже, $\frac{7}{12} = 0,58333\dots = 0,58(3)$. (Дріб 0,58(3) читають: «нуль цілих п'ятдесят вісім сотих і три в періоді».) ◀

Приклад 2. Порівняйте $\frac{3}{11}$ і 0,273, записавши по передньо звичайний дріб $\frac{3}{11}$ у вигляді періодичного дробу.

Розв'язання. Маємо: $\frac{3}{11} = 0,272727\dots$. Порівнюючи дроби $0,272727\dots$ і $0,273$, бачимо, що в розрядах одиниць, десятих і сотих відповідні цифри однакові. Далі, у розряді тисячних у записі першого числа стоїть 2, а в записі другого — 3. Отже, $0,272727\dots < 0,273$, тобто $\frac{3}{11} < 0,273$. ◀



Що може бути результатом ділення одного натурального числа на інше?



Розв'язуємо усно

- Не виконуючи ділення, укажіть, які з дробів $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{14}{28}$, $\frac{41}{42}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{47}{80}$, $\frac{9}{75}$, $\frac{10}{75}$, $\frac{1}{200}$ можна записати у вигляді скінченного десяткового дробу.
- Виконайте дії:

1) $\frac{3}{5} + 4,6$; 3) $0,6 \cdot 1\frac{1}{2}$.

2) $4\frac{1}{4} - 2,75$;



Вправи

- 505.**° Прочитайте періодичний дріб і назвіть його період:

- | | | |
|---------------|----------------------|------------------------|
| 1) $0,(5)$; | 5) $1,(976)$; | 9) $0,567567\dots$; |
| 2) $2,4(3)$; | 6) $9,0(45)$; | 10) $0,137474\dots$; |
| 3) $0,0(2)$; | 7) $0,444\dots$; | 11) $4,101010\dots$; |
| 4) $0,(32)$; | 8) $3,424242\dots$; | 12) $2,1231212\dots$. |

- 506.**° Запишіть у вигляді нескінченного періодичного десяткового дробу частку:

- | | |
|---------------|------------------|
| 1) $1 : 9$; | 3) $47 : 12$; |
| 2) $4 : 11$; | 4) $12,4 : 27$. |

507.° Запишіть у вигляді нескінченного періодичного десяткового дробу частку:

- 1) $5 : 6$; 3) $86 : 15$;
2) $19 : 11$; 4) $6,32 : 18$.

508.° Перетворіть звичайний дріб у нескінчений періодичний десятковий дріб і вкажіть його період:

- 1) $\frac{7}{9}$; 2) $\frac{11}{30}$; 3) $\frac{13}{18}$; 4) $\frac{31}{33}$; 5) $\frac{49}{54}$.

509.° Перетворіть звичайний дріб у нескінчений періодичний десятковий дріб і вкажіть його період:

- 1) $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{11}{15}$; 3) $\frac{9}{11}$; 4) $\frac{19}{36}$; 5) $\frac{39}{44}$.

510. Порівняйте дроби, записавши попередньо звичайні дроби у вигляді скінченного десяткового дробу або нескінченного періодичного десяткового дробу:

- 1) $\frac{1}{6}$ і $0,2$; 2) $\frac{4}{7}$ і $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{22}{7}$ і $3,14$; 4) $\frac{5}{13}$ і $\frac{387}{1000}$.

511. Порівняйте дроби, записавши попередньо звичайні дроби у вигляді скінченного десяткового дробу або нескінченного періодичного десяткового дробу:

- 1) $\frac{3}{11}$ і $0,269$; 3) $\frac{11}{12}$ і $\frac{19}{20}$;
2) $\frac{7}{9}$ і $\frac{77}{100}$; 4) $\frac{47}{15}$ і $\frac{119}{36}$.



Вправи для повторення

512. Знайдіть значення виразу:

1) $\frac{5}{16} : 1,25 \cdot 0,36 : 1\frac{4}{5}$; 2) $\frac{7}{8} : \left(0,75 \cdot \frac{14}{15} : 1,2\right)$.

513. Відстань між містами A і B дорівнює 63 км. З міста A в місто B виїхав велосипедист зі швидкістю 12 км/год. Через 3 год після виїзду велосипедиста з міста A в місто B виїхав мотоцикліст, який наздогнав велосипедиста на відстані 42 км від міста A . На якій відстані від міста B буде велосипедист, коли туди приїде мотоцикліст?



Готуємося до вивчення нової теми

514. Округліть дроби:

- 1) 9,486; 12,78; 0,5498; 10,333; 1,89 до десятих;
- 2) 3,405; 4,326; 82,2048; 0,2349; 0,999 до сотих;
- 3) 0,6372; 2,2981; 6,55555; 4,6767 до тисячних.



Задача від Мудрої Сови

515. На дощці записано числа 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0. Дозволяється до будь-яких двох записаних чисел додати одне й те саме натуральне число. Чи можна, виконавши таку операцію кілька разів, досягти того, щоб усі записи числа були рівними?

17. Десяткове наближення звичайного дробу

Ви вмієте округляти десяткові дроби. Наприклад:

$0,2415 \approx 0,2$ (округлення до десятих);

$0,2415 \approx 0,24$ (округлення до сотих);

$0,2415 \approx 0,242$ (округлення до тисячних).

Округляти можна й нескінченні періодичні десяткові дроби, «відробуючи» в певному місці «нескінчений хвіст». Наприклад:

$0,(6) = 0,6\overline{66\dots} \approx 0,7$ (округлення до десятих);

$1,3(4) = 1,34\overline{44\dots} \approx 1,34$ (округлення до сотих);

$2,(17) = 2,171\overline{71\dots} \approx 2,172$ (округлення до тисячних).

Перетворимо звичайний дріб $\frac{26}{45}$ у періодичний:

$\frac{26}{45} = 0,5777\dots$. Округлимо отриманий періодичний дріб до сотих: $0,5777\dots \approx 0,58$. Отримане число 0,58 називають **десятковим наближенням** до сотих дробу $\frac{26}{45}$ і записують $\frac{26}{45} \approx 0,58$.

Зрозуміло, що можна знайти й інші десяткові наближення даного звичайного дробу:

$$\frac{26}{45} \approx 0,6 \text{ (десятикове наближення до десятих);}$$

$$\frac{26}{45} \approx 0,578 \text{ (десятикове наближення до тисячних)}$$

і т. д.

Розглянуті приклади ілюструють таке правило.

Щоб знайти десяткове наближення звичайного дробу до потрібного розряду, треба:

1) виконати ділення чисельника на знаменник до наступного розряду;

2) отриманий скінчений десятковий дріб або нескінчений періодичний десятковий дріб округлити до потрібного розряду.



Як знайти десяткове наближення звичайного дробу до потрібного розряду?

﴿ Розв'язуємо усно

1. Прочитайте періодичний дріб і назвіть його період:

- 1) $0,(8)$; 4) $5,7(126)$; 7) $12,1646464\dots$;
2) $0,(14)$; 5) $0,1111\dots$; 8) $3,27321321321\dots$.
3) $2,(6)$; 6) $0,8424242\dots$;

2. Чому дорівнює корінь рівняння:

$$1) \frac{1}{4}x = \frac{1}{2}; \quad 2) \frac{2}{9}x = 0; \quad 3) 7y = 3; \quad 4) 6y = 4?$$

3. На одній шальці терезів лежить кавун, а на другій — третина такого самого кавуна та кілька гир загальною масою 6 кг. Терези перебувають у рівновазі. Яка маса кавуна?

Вправи

516.° Знайдіть десяткове наближення до сотих дробу:

- 1) $\frac{1}{16}$; 2) $\frac{6}{17}$; 3) $\frac{9}{40}$; 4) $2\frac{1}{3}$; 5) $5\frac{4}{11}$; 6) $1\frac{17}{200}$.

517.° Знайдіть десяткове наближення до тисячних дробу:

$$1) \frac{12}{23}; \quad 2) \frac{6}{43}; \quad 3) \frac{8}{9}; \quad 4) 5\frac{5}{16}; \quad 5) 1\frac{2}{7}.$$

518.° Знайдіть десяткове наближення частки до вказаного розряду:

- 1) $36,8 : 7$ — до десятих;
- 2) $29 : 6$ — до сотих;
- 3) $5 : 13$ — до сотих;
- 4) $2 : 3$ — до тисячних;
- 5) $26,7 : 14$ — до сотих;
- 6) $52 : 15$ — до тисячних.

519.° Знайдіть десяткове наближення частки до вказаного розряду:

- 1) $43,3 : 9$ — до десятих;
- 2) $38 : 11$ — до сотих;
- 3) $10 : 18$ — до сотих;
- 4) $5 : 9$ — до тисячних.

520.° У 7 пакетів розважили порівну 16 кг цукру. Скільки кілограмів цукру в кожному пакеті? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до сотих.

521.° Середня відстань від Сонця до найближчої до нього планети Меркурій становить 57,9 млн км, а до найвіддаленішої планети Нептун — 4504,4 млн км. У скільки разів Меркурій розташований ближче до Сонця, ніж Нептун? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до одиниць.

522.° У 9 слоїків розлили порівну 25 кг меду. Скільки кілограмів меду налили в кожний слоїк? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до десятих.

523. Знайдіть десяткове наближення до сотих кореня рівняння:

1) $9x = 5$;

3) $3x = 4$;

2) $8 : x = 125$;

4) $\frac{2}{7}x = 1\frac{1}{6}$.

524. Знайдіть десяткове наближення до сотих кореня рівняння:

1) $12x = 7$;

3) $7x = 16$;

2) $5 : x = 8$;

4) $\frac{3}{8}x = 1\frac{9}{16}$.

525. Перетворіть звичайні дроби в десяткові, округліть їх до сотих і виконайте обчислення:

1) $\frac{3}{7} + 0,69$;

2) $4\frac{7}{9} - 3\frac{5}{12} + 4,96$.

526. Перетворіть звичайні дроби в десяткові, округліть їх до сотих і виконайте обчислення:

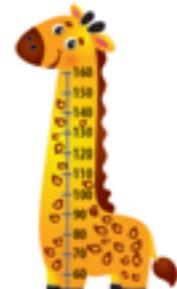
1) $\frac{6}{13} - 0,28$;

2) $12\frac{10}{19} - 4,54 - 5\frac{1}{6}$.



Вправи для повторення

527. Чотири подруги — Ганна, Дарина, Олена і Марія — виміряли свій зріст. Зріст Ганни становить 15,9 дм, Дарини — 1570 мм, Олени — 156 см, Марії — 1,58 м. Запишіть імена подруг у порядку збільшення їхнього зросту.



528. Знайдіть значення виразу

$$\left(3,6 - 1\frac{2}{3}\right) : \left(4\frac{1}{15} - 2\frac{7}{9}\right) \cdot 2,6.$$

Готуємося до вивчення нової теми

529. Збільшиться чи зменшиться частка й у скільки разів, якщо:

- 1) ділене збільшити в 4 рази;
- 2) дільник зменшити в 3 рази;
- 3) ділене збільшити в 6 разів, а дільник — у 2 рази;
- 4) ділене зменшити в 10 разів, а дільник збільшити в 5 разів?



Учимося застосовувати математику

530. За 5 хв колоду розпилили на рівні частини завдовжки 30 см. Якою була довжина колоди, якщо кожне розпилювання тривало 1 хв?

531. Шкільні спортивні змагання складалися з чотирьох естафет. У таблиці наведено результати виступів трьох кращих команд.

Команда	Час проходження естафети, хв			
	Естафета 1	Естафета 2	Естафета 3	Естафета 4
«Бліскавка»	3,8	4,0	3,2	6,4
«Буря»	3,4	4,4	2,8	5,7
«Тайфун»	4,2	5,2	3,6	5,4

За кожну естафету команді нараховували кількість очок, що дорівнює місцю, яке вона зایняла у цій естафеті. Потім обчислили суму очок кожної команди за всі естафети. Переможцем стала команда, яка набрала найменшу кількість очок. Установіть, яке місце зайняла кожна з даних команд.



Задача від Мудрої Сови

532. Від натурального числа, яке не більше ніж 100, відняли суму його цифр. Від отриманого числа знову відняли суму його цифр і так робили кілька разів. Після 11 таких віднімань уперше отримали 0. Знайдіть початкове число.

ЗАВДАННЯ № 3 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

1. Обчисліть значення виразу $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) : \frac{1}{8}$.

- А) 2 Б) $\frac{1}{4}$ В) $\frac{1}{2}$ Г) 4

2. Знайдіть значення виразу $\left(7 - 1\frac{5}{9} : \frac{7}{24}\right) \cdot 1\frac{7}{20}$.

- А) $\frac{65}{108}$ Б) $\frac{9}{4}$ В) $\frac{3}{8}$ Г) $\frac{3}{56}$

3. Розв'яжіть рівняння $\frac{5}{6}x = 30$.

- А) 25 Б) 36 В) $\frac{1}{25}$ Г) $\frac{1}{36}$

4. Розчин містить 4 % солі. Скільки грамів солі міститься в 350 г розчину?

- А) 140 г Б) 1,4 г В) 0,14 г Г) 14 г

5. У Марічки було 32 зошити в клітинку, що становило $\frac{4}{7}$ усіх зошитів. Скільки всього зошитів було у дівчинки?

- А) 42 зошити Б) 56 зошитів
Б) 48 зошитів Г) 64 зошити

6. Який із даних звичайних дробів можна подати у вигляді скінченного десяткового дробу?

- А) $\frac{2}{3}$ Б) $\frac{5}{12}$ В) $\frac{14}{15}$ Г) $\frac{17}{200}$

7. Ціна картоплі спочатку зросла на 10 %, а потім знизилася на 10 %. Як змінилася ціна картоплі порівняно з початковою?

- A) знизилася на 1 % B) не змінилася
B) зросла на 1 % Г) знизилася на 5 %

8. Сплав містить 18 % міді. Скільки кілограмів сплаву треба взяти, щоб він містив 27 кг міді?

- A) 180 кг B) 120 кг В) 150 кг Г) 90 кг

9. Один пішохід долає шлях від пункту A до пункту B за 3 год, а другий пішохід від пункту B до пункту A — за 6 год. Через скільки годин пішоходи зустрінуться, якщо виrushать одночасно назустріч один одному з пунктів A і B?

- A) 2 год B) 2,5 год В) 3 год Г) 6 год

10. Басейн можна наповнити за 3 год, а спустити з нього воду через зливний отвір — за 5 год. Скільки часу знадобиться для наповнення басейну, якщо не закривати зливний отвір?

- A) 7,5 год B) 8 год В) 10,5 год Г) 15 год

11. Петрик зловив 6 рибин і ще дві третини улову. Скільки рибин зловив Петрик?

- A) 10 рибин B) 18 рибин
B) 12 рибин Г) 24 рибini

12. У школі 50 % учнів та учениць займається в спортивних секціях, із них 30 % співає в хорі. Який відсоток учнів та учениць школи одночасно займається в спортивних секціях і співає в хорі?

- A) 15 % B) 20 % В) 25 % Г) 80 %

ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 2

Основна властивість дробу

- Якщо чисельник і знаменник даного дробу помножити на одне й те саме натуральне число, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.
- Якщо чисельник і знаменник даного дробу поділити на їхній спільний дільник, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.

Скорочення дробу

Ділення чисельника та знаменника дробу на їхній спільний дільник, відмінний від 1, називають скороченням дробу.

Нескоротний дріб

Дріб, чисельник і знаменник якого — взаємно прості числа, називають нескоротним.

Властивість скорочення дробу

Якщо скоротити дріб на найбільший спільний дільник чисельника та знаменника, то отримаємо нескоротний дріб.

Спільний знаменник двох дробів

Спільний знаменник двох дробів — це спільне кратне їхніх знаменників.

Зведення дробів до найменшого спільного знаменника

Щоб звести дроби до найменшого спільного знаменника, треба:

- 1) знайти найменший спільний знаменник даних дробів;
- 2) знайти додаткові множники для кожного з дробів, поділивши спільний знаменник на знаменники даних дробів;
- 3) помножити чисельник і знаменник кожного дробу на його додатковий множник.

Порівняння дробів

Щоб порівняти два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило порівняння дробів з однаковими знаменниками.

Додавання і віднімання дробів

Щоб додати (відняти) два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило додавання (віднімання) дробів з однаковими знаменниками.

Множення дробів

- Щоб помножити дріб на натуральне число, треба його чисельник помножити на це число, а знаменник залишити без зміни.
- Добутком двох дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник дорівнює добутку знаменників даних дробів.

Знаходження дробу від числа

Щоб знайти дріб від числа, можна число помножити на цей дріб.

Знаходження відсотків від числа

Щоб знайти відсотки від числа, можна подати відсотки у вигляді дробу й помножити число на цей дріб.

Взаємно обернені числа

Два числа, добуток яких дорівнює 1, називають взаємно оберненими.

Ділення дробів

Щоб поділити один дріб на інший, треба ділене помножити на число, обернене до дільника.

Знаходження числа за заданим значенням його дробу

Щоб знайти число за заданим значенням його дробу, можна дане значення поділити на цей дріб.

Знаходження числа за його відсотками

Щоб знайти число за його відсотками, можна подати відсотки у вигляді дробу й поділити значення відсотків на цей дріб.

Перетворення звичайного дробу в десятковий

- Щоб нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ перетворити в десятковий, треба звести його до одного зі знаменників 10, 100, 1000 і т. д.
- Нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ можна перетворити в десятковий лише тоді, коли розклад знаменника b на прості множники не містить чисел, відмінних від 2 і 5.
- Щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, можна його чисельник поділити на знаменник.

Результат ділення одного натурального числа на друге

При діленні натурального числа на натуральне число можна отримати один із трьох результатів: натуральне число, скінчений десятковий дріб або нескінчений періодичний десятковий дріб.

Знаходження десяткового наближення звичайного дробу

Щоб знайти десяткове наближення звичайного дробу до потрібного розряду, треба:

- 1) виконати ділення чисельника на знаменник до наступного розряду;
- 2) отриманий скінчений десятковий дріб або нескінчений періодичний десятковий дріб округлити до потрібного розряду.

§ 3. ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ

Опанувавши матеріал цього параграфа, ви дізнаєтесь, що називають відношенням двох чисел; яку рівність називають пропорцією; що таке відсоткове відношення двох чисел; які зв'язки між величинами називають прямою та оберненою пропорційними залежностями. Ви ознайомитеся з такими геометричними фігурами: коло, круг, циліндр, конус, сфера, куля. Навчитеся знаходити довжину кола та площину круга.



18. Відношення

В українській мові багато синонімів. Наприклад, близькими за значенням є слова
урок і заняття, думати і мислити,
учитель і педагог.

Прикладів, коли одне й те саме поняття має різні назви, чимало й у математиці:

другий степінь числа і квадрат числа,
один процент величини,
один відсоток і одна сота величини,
промінь і півпряма —

уже знайомі вам «математичні синоніми».

Ось ще один такий приклад.

Частку двох чисел a і b , відмінних від нуля, називають відношенням чисел a і b , або відношенням числа a до числа b .

Наприклад:

$16 : 4$ — відношення числа 16 до числа 4;

$3 : 7$ — відношення числа 3 до числа 7;

$\frac{2}{3} : \frac{1}{7}$ — відношення числа $\frac{2}{3}$ до числа $\frac{1}{7}$;

$0,2 : 0,11$ — відношення числа 0,2 до числа 0,11.

У відношенні числа a до числа b числа a і b називають членами відношення, число a — попереднім членом відношення, а число b — наступним.

Відношення двох натуральних чисел a і b можна записати у вигляді дробу $\frac{a}{b}$. Також домовилися використовувати риску дробу й тоді, коли a і b — дробові числа. Наприклад, відношення $0,3 : 1,2$ записують і так: $\frac{0,3}{1,2}$.

Отже, відношення чисел a і b можна записати двома способами: $\frac{a}{b}$ або $a : b$.

Найчастіше вибір способу запису визначається його компактністю. Наприклад, запис відношення

числа $\frac{5}{6}$ до числа $\frac{7}{2}$ у вигляді $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{7}{2}}$ є незручним.

Якщо a і b — натуральні числа, то, записавши їхне відношення у вигляді $\frac{a}{b}$, на підставі основної властивості дробу можна зробити такий висновок.

Відношення не зміниться, якщо його члени помножити або поділити на одне й те саме число, яке не дорівнює нулю.

Цю властивість називають **основною властивістю відношення**. Вона залишається справедливою й тоді, коли члени відношення — дробові числа.

Наприклад:

$$\frac{1,2}{2,5} = \frac{1,2 \cdot 10}{2,5 \cdot 10} = \frac{12}{25};$$
$$\frac{2}{3} : \frac{7}{9} = \left(\frac{2}{3} \cdot 9 \right) : \left(\frac{7}{9} \cdot 9 \right) = 6 : 7;$$
$$1\frac{1}{2} : 0,25 = \left(1\frac{1}{2} \cdot 4 \right) : (0,25 \cdot 4) = 6 : 1.$$

Ці приклади ілюструють таке: *відношення дробових чисел можна замінити відношенням натуральних чисел.*

Приклад 1. Знайдіть відношення 3,2 м до 16 см.

Розв'язання. Щоб знайти відношення даних величин, треба спочатку виразити їх в однакових одиницях виміру, а потім виконати ділення. Маємо: 3,2 м : 16 см = 320 см : 16 см = 20.

Відповідь: 20. ◀

Приклад 2. Замініть відношення $\frac{7}{15} : \frac{4}{9}$ відношенням натуральних чисел.

Розв'язання. Помноживши кожен із дробів $\frac{7}{15}$ і $\frac{4}{9}$ на їхній найменший спільний знаменник — число 45, отримаємо:

$$\frac{7}{15} : \frac{4}{9} = \left(\frac{7}{15} \cdot 45 \right) : \left(\frac{4}{9} \cdot 45 \right) = 21 : 20.$$

Відповідь: 21 : 20. ◀

Часто відношення використовують тоді, коли треба порівняти дві величини. На рисунку 12 зображені два відрізки: $AB = 5$ см, $CD = 2$ см. Відношення довжини відрізка AB до довжини відрізка CD дорівнює $5 : 2$ або $2,5$. Це відношення показує, що довжина відрізка AB у $2,5$ раза більша за довжину відрізка CD або що довжина відрізка AB становить $\frac{5}{2}$ довжини відрізка CD .

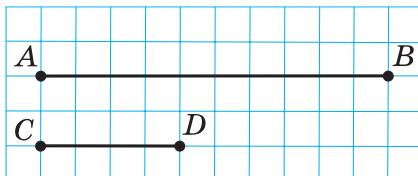


Рис. 12

Відношення довжини відрізка CD до довжини відрізка AB дорівнює $2 : 5$. Це відношення показує, що довжина відрізка CD становить $\frac{2}{5}$ довжини відрізка AB .

Відношення чисел a і b показує, у скільки разів число a більше за число b , або яку частину числа a становить від числа b .

Наведемо ще приклади використання відношень:

- *швидкість* — відношення довжини пройденого шляху до часу, за який пройдено цей шлях;
- *ціна* — відношення вартості товару до кількості одиниць його виміру (кілограмів, літрів, метрів, коробок тощо);
- *густина* — відношення маси речовини до її об'єму;
- *продуктивність праці* — відношення обсягу виконаної роботи до часу, за який було виконано цю роботу.

Складаючи плани та географічні карти, ділянки земної поверхні зображують на папері у зменшенному вигляді. Важливо, щоби при цьому отриманий рисунок давав уявлення про реальні розміри зображеного на ньому місцевості. Для цього на карті (плані) записують відношення, яке показує, у скільки разів довжина відрізка на рисунку менша від довжини відповідного відрізка на місцевості. Це відношення називають **масштабом** карти (плану).

На форзаці зображено карту України, масштаб якої дорівнює $1 : 10\,000\,000$. Це означає, що 1 см на карті відповідає 10 000 000 см на місцевості, що дорівнює 100 км. Щоб за допомогою карти визначити відстань від Києва до Харкова, треба виміряти відстань між точками, які зображують ці міста. Отриману величину (4,5 см) потрібно помножити на 10 000 000. Тоді шукана відстань буде $45\,000\,000 \text{ см} = 450 \text{ км}$.



1. Що називають відношенням двох чисел?
2. Як можна записати відношення чисел a і b ?
3. Назвіть у відношенні $m : n$ наступний і попередній члени.
4. У чому полягає основна властивість відношення?
5. Що показує відношення двох чисел?
6. Які ви знаєте величини, що є відношенням двох інших величин?
7. Поясніть, що таке масштаб.



Говоримо та пишемо українською правильно

Одиниці вимірювання маси після числа 1 говоримо в називному відмінку однини: *1 грам, 1 кілогрám, 1 цéнтнер*; після чисел 2, 3, 4 — у називному відмінку множини: *2 грами, 3 кілогráми, 4 цéнтнери*; після числа 5 і більше — у родовому відмінку множини: *5 грамів, 378 кілогráмів, 39 цéнтнерів*.



Розв'язуємо усно

1. Чому дорівнює частка чисел:

1) 54 і 6;

3) $\frac{3}{14}$ і $\frac{2}{7}$;

5) 8 і 11;

2) 0,4 і 5;

4) 6 і 9;

6) 3 і $\frac{1}{3}$?

2. У скільки разів:

1) 24 більше за 3;

2) 0,2 менше від 1,8?

3. Яку частину:

1) число 7 становить від числа 21;

2) число 0,3 становить від числа 6?

4. Замініть дріб $\frac{3}{5}$ дробом, що йому дорівнює:

1) зі знаменником 10; 25; 45;

2) із чисельником 6; 15; 36.



Вправи

533.° Використовуючи слово «відношення», прочитайте вирази:

1) 9 : 4; 2) $\frac{3}{7}$; 3) 1 : 10; 4) $\frac{1}{5}$.

534.° Знайдіть відношення:

1) 18 до 6; 3) 0,6 до 3;

2) 7 до 14; 4) 1 до 0,1.

535.° Назвіть три пари чисел, відношення яких дорівнює:

1) 2; 2) 9; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{6}{7}$.

536.° На клумбі ростуть білі та червоні троянди, причому червоних троянд у 3 рази більше, ніж білих. Чому дорівнює відношення кількості червоних троянд до загальної кількості троянд, які ростуть на клумбі?

537.° Запишіть за допомогою знака ділення «:» відношення чисел:

1) 7 і 3; 2) 4 і 28; 3) 2,1 і 3,4; 4) $2\frac{1}{3}$ і $7\frac{3}{5}$.

538.° Запишіть за допомогою риски дробу відношення чисел:

1) 13 і 50; 2) 5 і 2; 3) 8 і 4,6; 4) $\frac{7}{9}$ і $\frac{2}{3}$.

539.° Знайдіть відношення:

1) 1,8 : 5,4;	7) 12 м : 1,8 км;
2) 2,4 : 0,08;	8) 24 кг : 480 г;
3) 3,5 : 49;	9) 360 г : 5,4 кг;
4) 9,6 : 0,16;	10) 14,4 дм : 160 см;
5) 3 дм : 5 см;	11) 1 год : 24 хв;
6) 8 м : 1 км;	12) 78 см ² : 2,6 дм ² .

540.° Знайдіть відношення:

1) 45 до 5;	4) 4,8 до 0,12;
2) 4 до 24;	5) 1,8 м до 30 см;
3) $2\frac{1}{7}$ до $1\frac{11}{14}$;	6) 1 кг до 125 г.

541.° У спортивних змаганнях взяли участь 72 дитини, серед яких було 18 дівчат. У скільки разів усіх учасників змагань було більше, ніж дівчат? Яку частину всіх учасників становили дівчата?

542.° У сплаві, маса якого дорівнює 250 кг, міститься 20 кг міді. У скільки разів маса сплаву більша за масу міді, яку він містить? Яку частину сплаву становить мідь?

543.° Чи рівні відношення:

1) 16 : 4 і 0,8 : 0,2;	3) $0,3 : 0,06$ і $1\frac{1}{7} : \frac{4}{21}$;
2) $\frac{34}{85}$ і $\frac{27}{45}$;	4) $\frac{4,2}{0,7}$ і $\frac{9}{1,5}$?

544.° Знайдіть:

- 1) густину олова, якщо маса $0,6 \text{ м}^3$ олова дорівнює $4,38 \text{ т}$;
- 2) масу куба з ребром 2 см, виготовленого зі свинцю, якщо густина свинцю дорівнює $11\ 340 \text{ кг}/\text{м}^3$.

545.° Маси $0,2 \text{ м}^3$ деревини липи, $0,5 \text{ м}^3$ ялинки, $1,2 \text{ м}^3$ сосни, $0,8 \text{ м}^3$ берези, $0,6 \text{ м}^3$ модрини дорівнюють відповідно 106 кг , 225 кг , 624 кг , 520 кг , 396 кг . Складіть таблицю із двох стовпчиків, у лівому з яких наведено назви даних порід деревини в порядку спадання їхньої густини, а в правому — густина відповідного виду деревини.

546.° Збільшено чи зменшено розміри предмета на плані порівняно з реальними, якщо його зображене в масштабі:

- 1) $1 : 10$;
- 2) $100 : 1$;
- 3) $1 : 50$;
- 4) $5 : 1$?

547.° У скільки разів відстань на карті менша від відстані на місцевості, якщо масштаб карти $1 : 200\ 000$?

548.° У скільки разів відстань на місцевості більша за відстань на карті, якщо масштаб карти $1 : 40\ 000$?

549.° Відстань між Ужгородом і Житомиром на карті, масштаб якої $1 : 5\ 000\ 000$, дорівнює $12,8 \text{ см}$. Обчисліть відстань між Ужгородом і Житомиром на місцевості.

550.° Відстань між містами Париж і Тулуса на карті, масштаб якої $1 : 9\ 000\ 000$, дорівнює $6,7 \text{ см}$. Обчисліть відстань між цими містами на місцевості.

551.° Відстань між містами Яблуневе та Грушеве дорівнює 240 км . Якою буде відстань між цими містами на карті з масштабом $1 : 600\ 000$?

552.° Відстань між містами Райдужне та Променісте дорівнює 320 км. Якою буде відстань між цими містами на карті з масштабом 1 : 4 000 000?

553.° Відстань між двома містами на місцевості дорівнює 435 км, а на карті — 14,5 см. Знайдіть масштаб карти.

554.° Відстань між двома містами на місцевості дорівнює 120 км, а на карті — 7,5 см. Знайдіть масштаб карти.

555.° Користуючись картою України, зображену на форзаці, знайдіть відстань між містами: 1) Київ і Одеса; 2) Київ і Чернівці.

556.° Користуючись картою України, зображену на форзаці, знайдіть відстань між містами: 1) Полтава й Херсон; 2) Запоріжжя та Чернігів.

557.° Замініть дане відношення відношенням натуральних чисел:

$$1) 1:\frac{3}{8}; \quad 2) \frac{5}{12}:\frac{17}{18}; \quad 3) \frac{3}{4}:\frac{5}{18}; \quad 4) 1\frac{2}{3}:1\frac{1}{3}.$$

558.° Замініть відношення дробових чисел відношенням натуральних чисел:

$$1) \frac{4}{9}:\frac{11}{9}; \quad 2) 0,8:0,03; \quad 3) 2\frac{5}{8}:3\frac{1}{6}; \quad 4) 3\frac{1}{2}:3,6.$$

559.° Збільшиться чи зменшиться відношення та в скільки разів, якщо:

- 1) попередній член збільшити в 4 рази;
- 2) наступний член збільшити в 2,4 раза;
- 3) попередній і наступний члени збільшити в 10 разів;
- 4) наступний член збільшити в 7 разів, а попередній зменшити в 3 рази;
- 5) попередній член зменшити в 9 разів, а наступний — в 4,5 раза?

560. Збільшиться чи зменшиться відношення та в скільки разів, якщо:

- 1) попередній член зменшити в 5 разів;
- 2) наступний член зменшити в 6 разів;
- 3) попередній член збільшити в 9 разів, а наступний зменшити у 2 рази;
- 4) наступний і попередній члени збільшити відповідно в 4 і 12 разів?

561. Мікросхема має форму прямокутника зі сторонами 2 мм і 3 мм. Зобразіть у зошиті цю деталь у масштабі 20 : 1.

562. На плані, масштаб якого дорівнює 1 : 15 000, довжина прямокутної ділянки дорівнює 12 см, а ширина — 8 см. Скільки тонн насіння потрібно, щоб засіти цю ділянку, якщо на 1 га землі висівають 0,24 т?

563. Розміри ділянки прямокутної форми становлять 48 м і 30 м. Накресліть у зошиті план цієї ділянки в масштабі 1 : 600.

564. На рисунку 13 зображено деяку деталь і вказано реальний розмір однієї з її сторін. Визначте, у якому масштабі виконано зображення деталі, якщо довжина сторони клітинки дорівнює 5 мм.

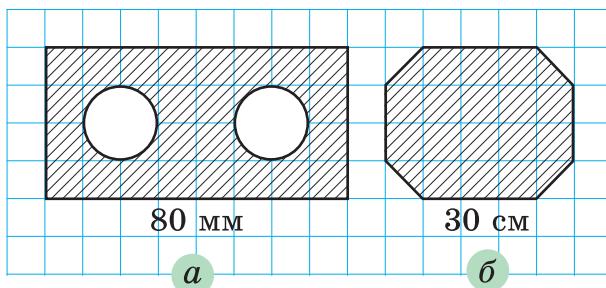


Рис. 13

565. На рисунку 14 зображено план деякої земельної ділянки і вказано реальний розмір однієї з її сторін. Визначте, у якому масштабі виконано план ділянки, якщо довжина сторони клітинки дорівнює 5 мм.

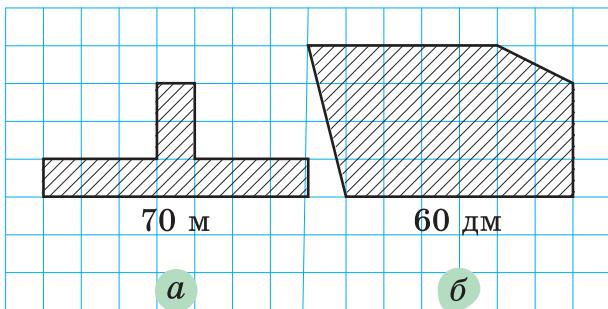


Рис. 14

566. Земельна ділянка на плані має форму прямокутника, площа якого дорівнює 12 см^2 . Скільки арів становить площа цієї ділянки, якщо план виконано в масштабі $1 : 1000$?

567. Земельну ділянку площею 5600 м^2 зображену на плані у вигляді прямокутника. Знайдіть площу цього прямокутника, якщо план виконано в масштабі $1 : 2000$.



Вправи для повторення

568. Число 414 кратне числу 18. Знайдіть:

- 1) три наступних за 414 числа, які кратні 18;
- 2) два попередніх до 414 числа, які кратні 18.

569. Петрик і Дмитрик можуть прополоти город, працюючи разом, за 2,4 год. Петрик може зробити це самостійно за 4 год. Скільки часу потрібно Дмитрику, щоб самостійно прополоти город?

570. Знайдіть значення виразу

$$\left(2,04 : \frac{1}{25} - 36,1 : \frac{19}{20} \right) \cdot \frac{5}{13} - 0,6 : 0,9.$$



Задача від Мудрої Сови

571. Вікторія купила зошит обсягом 96 аркушів і про- нумерувала всі сторінки поспіль від 1 до 192. Василина вирвала із цього зошита 35 аркушів і додала всі 70 чисел, які на них були написані. Чи могла отримана сума додівнювати 3500?

19. Пропорції

Оскільки $3,6 : 0,9 = 4$ і $1,2 : 0,3 = 4$, то справедливою є рівність $3,6 : 0,9 = 1,2 : 0,3$, яку називають пропорцією (від лат. *proprio* — «сумірність»).

Якщо відношення $a : b$ дорівнює відношенню $c : d$, то рівність $a : b = c : d$ (або рівність $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$) називають пропорцією.

Записи $a : b = c : d$ і $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ читають: «відношення a до b дорівнює відношенню c до d » або « a відноситься до b , як c відноситься до d ».

Числа a і d називають крайніми членами пропорції, а числа b і c — середніми членами пропорції.

Середні члени пропорції

$$a : b = c : d$$

Крайні члени пропорції

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Крайні члени пропорції

Середні члени пропорції

У пропорції $3,6 : 0,9 = 1,2 : 0,3$ числа $3,6$ і $0,3$ — крайні члени, числа $0,9$ і $1,2$ — середні члени.

Зауважимо, наприклад, що відношення $2 : 4$ і $3 : 9$ не рівні, тому утворити пропорцію вони не можуть.

Для пропорції $\frac{1,5}{2} = \frac{3}{4}$ розглянемо добуток крайніх членів $1,5 \cdot 4$ і добуток середніх членів $2 \cdot 3$. Ці добутки рівні. Така властивість притаманна будь-якій пропорції.

Добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.

Це означає:

$$\text{якщо } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ то } ad = bc$$

Цю властивість називають **основною властивістю пропорції**.

Правильним є і таке твердження:

якщо a, b, c і d — числа, які не дорівнюють нулю, і $ad = bc$, то відношення $\frac{a}{b}$ і $\frac{c}{d}$ рівні й можуть утворити пропорцію $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Наведена властивість дає змогу встановлювати рівність двох відношень, не знаходячи їхніх значень. Наприклад, щоб установити, чи утворюють відношення $0,25 : \frac{50}{7}$ і $1,4 : 40$ пропорцію, досить перевірити, чи рівні добутки $0,25 \cdot 40$ і $\frac{50}{7} \cdot 1,4$.

Отримуємо: $0,25 \cdot 40 = 10$; $\frac{50}{7} \cdot 1,4 = 10$. Отже, маємо пропорцію $0,25 : \frac{50}{7} = 1,4 : 40$.

Зазначимо, що з рівності $ad = bc$ також випливають інші пропорції, наприклад: $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Приклад 1. Знайдіть невідомий член пропорції $9 : x = 3 : 7$.

Розв'язання. Використовуючи основну властивість пропорції, маємо: $3 \cdot x = 9 \cdot 7$.

$$\text{Звідси } x = \frac{9 \cdot 7}{3} = 21.$$

Відповідь: 21. ◀

Приклад 2. Скільки коштують 3,2 м тканини, якщо за 4,2 м цієї тканини заплатили 315 грн?

Розв'язання. Нехай 3,2 м тканини коштують x грн. Запишемо коротко умову задачі в такому вигляді:

$$3,2 \text{ м} — x \text{ грн};$$

$$4,2 \text{ м} — 315 \text{ грн.}$$

Відношення $\frac{x}{3,2}$ і $\frac{315}{4,2}$ рівні, оскільки кожне

з них показує, скільки коштує 1 м тканини.

Тоді складемо пропорцію: $\frac{x}{3,2} = \frac{315}{4,2}$.

$$\text{Звідси } x = \frac{3,2 \cdot 315}{4,2} = 3,2 \cdot 75 = 240.$$

Відповідь: 240 грн. ◀

Приклад 3. Олово виробляють з мінералу, який називають касiterитом. Скільки тонн олова отримають із 25 т касiterиту, якщо він містить 78 % олова?

Розв'язання. Нехай отримають x т олова. Узявши масу мінералу за 100 %, запишемо коротко умову задачі:

$$25 \text{ т} — 100 \text{ \%};$$

$$x \text{ т} — 78 \text{ \%}.$$

Відношення $\frac{25}{100}$ і $\frac{x}{78}$ рівні, оскільки кожне

з них показує, скільки тонн становить 1 %.

Тоді складемо пропорцію: $\frac{25}{100} = \frac{x}{78}$.

$$\text{Звідси } x = \frac{78 \cdot 25}{100} = 19,5.$$

Відповідь: 19,5 т. ◀

Звернемо увагу, що складання пропорцій — ще один спосіб розв'язування задач на відсотки.



1. Що називають пропорцією? 2. Як у рівності $m : n = k : p$ називають числа m і p ? n і k ? 3. У чому полягає основна властивість пропорції?



Розв'язуємо усно

1. Знайдіть відношення:

- 1) $14 : 7$; 3) $0,6 : 0,5$; 5) $4 \text{ м} : 80 \text{ см}$;
2) $7 : 14$; 4) $0,5 : 0,6$; 6) $1,5 \text{ год} : 40 \text{ хв}$.

2. Чи рівні відношення:

- 1) $9 : 4,5$ і $21 : 10,5$; 2) $6 : 18$ і $8 : 24$?

3. Скільки пачок сиру отримали, якщо $8\frac{1}{2}$ кг сиру розфасували в пачки по $\frac{1}{4}$ кг?

4. Назвіть три дроби, кожний з яких дорівнює:

- 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{4}{7}$.

5. Туристка пройшла половину всього шляху й ще 3 км. Після цього їй залишилося пройти 2 км. Скільки всього кілометрів мала пройти туристка?

Вправи

572.° Прочитайте пропорцію, назвіть її крайні та середні члени:

- 1) $5 : 3 = 20 : 12$; 4) $\frac{16}{12} = \frac{68}{51}$;
2) $13 : 4 = 39 : 12$; 5) $x : 9 = 2 : 23$;
3) $\frac{18}{63} = \frac{16}{56}$; 6) $\frac{8}{y} = \frac{64}{15}$.

573.° Поясніть, чому рівність $1 : 3 = 6 : 18$ є пропорцією, назвіть її крайні та середні члени.

574.° Поясніть, чому з відношень $12 : 4$ і $20 : 5$ не можна скласти пропорцію.

575.° Чи можна скласти пропорцію з відношень:

- 1) $10 : 5$ і $34 : 17$; 3) $4 : 10$ і $15 : 6$;
2) $1 : 7$ і $9 : 63$; 4) $28 : 21$ і $36 : 30$?

576.° Запишіть у вигляді пропорції твердження:

- 1) 2 відноситься до 7, як 6 відноситься до 21;
- 2) відношення 7,2 до 0,8 дорівнює відношенню 0,09 до 0,01;
- 3) $\frac{2}{3}$ відноситься до $1\frac{1}{9}$, як $\frac{4}{21}$ відноситься до $\frac{20}{63}$.

577.° Обчисливши дані відношення, установіть, чи можна з них скласти пропорцію, і в разі ствердної відповіді запишіть цю пропорцію:

$$1) 2,8 : 0,7 \text{ і } 152 : 38; \quad 2) \frac{6}{11} : \frac{3}{22} \text{ і } \frac{12}{17} : \frac{5}{34}.$$

578.° Обчисливши дані відношення, установіть, чи можна з них скласти пропорцію, і в разі ствердної відповіді запишіть цю пропорцію:

$$1) 15 : 1,8 \text{ і } \frac{15}{16} : \frac{3}{20}; \quad 2) 5\frac{1}{4} : 3\frac{1}{16} \text{ і } 1\frac{11}{19} : \frac{35}{38}.$$

579.° Не обчислюючи даних відношень, установіть, чи можна з них скласти пропорцію, і в разі ствердної відповіді запишіть цю пропорцію:

$$1) 1,6 : 3,6 \text{ і } 0,5 : 1,125; \quad 2) 2\frac{7}{16} : \frac{5}{13} \text{ і } 1\frac{41}{50} : \frac{24}{65}.$$

580.° Не обчислюючи даних відношень, установіть, чи можна з них скласти пропорцію, і в разі ствердної відповіді запишіть цю пропорцію:

$$1) 3,8 : 2,7 \text{ і } 5,7 : 4,6; \quad 2) 3 : 1\frac{7}{8} \text{ і } \frac{2}{3} : \frac{5}{12}.$$

581.° Розв'яжіть рівняння:

1) $6 : x = 36 : 30;$	4) $4,9 : 0,35 = x : 35;$
2) $12 : 7 = 3 : x;$	5) $\frac{x}{21} = \frac{9}{14};$
3) $\frac{x}{16} = \frac{3}{8};$	6) $\frac{108}{90} = \frac{42}{b}.$

582.° Знайдіть невідомий член пропорції:

$$1) x : 5 = 21 : 15; \quad 2) \frac{12}{x} = \frac{8}{18};$$

$$3) \ 4,5 : 0,6 = x : 2,4;$$

$$4) \ \frac{3,4}{5,1} = \frac{1,4}{x}.$$

583.° Розв'яжіть за допомогою пропорції задачу.

- 1) Для виготовлення 8 однакових приладів потрібно 18 кг металу. Скільки таких приладів можна виготовити з 27 кг металу?
- 2) За 5 год турист пройшов 24 км. Яку відстань він пройде за 8 год з тією самою швидкістю?
- 3) Із 140 кг свіжих вишень отримують 21 кг сушених. Скільки кілограмів сушених вишень отримають із 160 кг свіжих? Скільки кілограмів свіжих вишень потрібно, щоб отримати 31,5 кг сушених?
- 4) Об'єм бруска, виготовленого з деревини вишні, дорівнює 800 см^3 , а його маса — 528 г. Яка маса бруска, виготовленого із цього самого матеріалу, якщо його об'єм дорівнює 1500 см^3 ?
- 5) Із 45 т залізної руди виплавляють 25 т заліза. Скільки тонн руди потрібно, щоб виплавити 10 т заліза?
- 6) Площа поля дорівнює 480 га. Пшеницею засіяли 24 % площи поля. Скільки гектарів землі засіяли пшеницею?
- 7) За першу годину автомобіль проїхав 70 км, що становило 14 % всього шляху. Скільки кілометрів становить увесь шлях?
- 8) Сплав містить 12 % цинку. Скільки кілограмів цинку міститься у 80 кг сплаву?

584.° Розв'яжіть за допомогою пропорції задачу.

- 1) На пошиття 14 однакових костюмів витратили 49 м тканини. Скільки таких костюмів можна пошити з 84 м цієї тканини?
- 2) За 7 год у басейн налилося 224 л води. За який час у нього наллеться 288 л води?

- 3) Із 150 кг картоплі отримують 27 кг крохмалю. Скільки кілограмів крохмалю отримають із 420 кг картоплі? Скільки кілограмів картоплі потрібно, щоб отримати 30,6 кг крохмалю?
- 4) У саду ростуть 320 дерев, з яких 40 % становлять яблуні. Скільки яблунь росте в саду?
- 5) Маса солі становить 24 % маси розчину. Скільки кілограмів розчину треба взяти, щоб він містив 96 кг солі?

585.° Відстань між селищами Прирічне та Приозерне на місцевості становить 288 км, а на карті — 9,6 см. Яка відстань між селищами Кленове та Калинове на цій самій карті, якщо відстань на місцевості між ними дорівнює 324 км?

586.° Відстань між селами Калинівка та Вільшанка на місцевості дорівнює 98 км, а на карті — 4,9 см. Відстань між селами Кропивня й Очеретяне на цій самій карті дорівнює 7,6 см. Яка відстань між селами Кропивня й Очеретяне на місцевості?

587.• Поміняйте місцями крайні члени пропорції:

$$1) 6 : 5 = 66 : 55; \quad 2) \frac{25}{45} = \frac{40}{72}. \quad \text{Чи є отримані рівності}$$

пропорціями? Зробіть висновок.

588.• Поміняйте місцями середні члени пропорції:

$$1) \frac{13}{78} = \frac{14}{84}; \quad 2) 24 : 16 = 27 : 18. \quad \text{Чи є отримані рівності}$$

сті пропорціями? Зробіть висновок.

589.• Використовуючи дані числа, складіть пропорцію:

$$1) 12; 7; 42; 2; \quad 2) 0,2; 1,6; 0,72; 0,09.$$

590.• Складіть усі можливі пропорції, які випливають з рівності $4 \cdot 9 = 18 \cdot 2$.

591.• Використовуючи пропорцію $2 : 14 = 5 : 35$, запишіть ще три пропорції.

592. Знайдіть відношення a до b , якщо:

1) $\frac{b}{a} = \frac{3}{7}$; 2) $\frac{16}{b} = \frac{9}{a}$.

593. Знайдіть відношення a до b , якщо:

1) $\frac{a}{39} = \frac{b}{8}$; 2) $\frac{7}{a} = \frac{6}{b}$.

594. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{3}{4} : x = 1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{3}$; 3) $\frac{2x - 1}{3} = \frac{1}{2}$;

2) $\frac{2}{x - 0,4} = \frac{1}{0,4}$; 4) $\frac{3}{4} = \frac{x - 1}{3,2}$.

595. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{24}{x + 2} = \frac{1}{5}$; 2) $\frac{y - 5}{6} = \frac{4}{3}$; 3) $\frac{2}{5} = \frac{6}{x + 3}$.

596. Цукровий буряк, який є найсолодшою коренеплідною рослиною в Україні, накопичує до 25 % цукру, тоді як цукрова тростина — лише 18 %. Скільки тонн цукрової тростини треба переробити, щоб отримати стільки ж цукру, як із 3600 т цукрових буряків?

597. Щоб зварити 4 порції манної каші, узяли 220 г манних крупів, 960 г молока та 50 г цукру. Скільки грамів кожного із цих продуктів потрібно взяти, щоб зварити 18 порцій каші?

598. Щоб отримати 120 кг мельхіору, треба сплавити 18 кг нікелю, 24 кг цинку, а решту — міді. Скільки кілограмів кожного металу треба взяти, щоб отримати 164 кг мельхіору?

599. Чи порушиться пропорція, якщо:

- 1) обидва члени одного з відношень помножити на 8;
- 2) обидва члени одного з відношень поділити на 2, а обидва члени другого відношения помножити на 5;
- 3) обидва середніх члени поділити на 3,6?

600. Чи порушиться пропорція, якщо:

- 1) обидва члени одного з відношень поділити на 4;
- 2) обидва крайніх члени помножити на 10;
- 3) один з її крайніх членів і один із середніх членів помножити на 6?

601.* Доведіть, що коли $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то:

$$1) \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}; \quad 2) \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}.$$

602.* Дев'ять кокосів коштують стільки дублонів, скільки кокосів можна купити за один дублон. Скільки дублонів коштують 15 кокосів?



Вправи для повторення

603. У скільки разів число: 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) 0,6 менше від оберненого до нього числа?

604. Із сіл Каштанівка та Калинівка одночасно назустріч один одному вийшли два хлопчики і зустрілися через 10 хв після початку руху. Потім хлопчики продовжили рух у тих самих напрямках, і один із них прийшов у Калинівку через 8 хв після зустрічі. Через скільки хвилин після свого виходу із Калинівки другий хлопчик прийде в Каштанівку?

605. Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(3\frac{1}{3} + 2,5\right) \cdot \left(4,6 - 2\frac{1}{3}\right); \quad 2) \left(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} - 6,75\right) \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^3.$$



Готуємося до вивчення нової теми

606. У саду ростуть 56 дерев, із них 14 дерев — яблуні. Яку частину дерев саду становлять яблуні?

607. У саду ростуть 56 дерев, із них 14 дерев — яблуні, а решта — груші. Яку частину від кількості груш становить кількість яблунь?



Задача від Мудрої Сови

608. На столі лежать чотири чорні палички різної довжини, причому сума їхніх довжин дорівнює 40 см, і п'ять білих паличок, сума довжин яких також дорівнює 40 см. Чи можна розрізати ті й інші палички так, щоб потім розташувати їх парами, у кожній з яких довжини паличок будуть однаковими, а кольори — різними?

20. Відсоткове відношення двох чисел

Усім нам доводилося пити чай із чашок різного розміру, при цьому цукор кожен додає за своїм смаком, добиваючись звичного відчуття солодкості незалежно від місткості посуду. Наприклад, якщо ви щоранку випиваєте 250 г чаю, у якому розчинено 3 ложки цукру, тобто 15 г, то відношення $\frac{15}{250}$, яке дорівнює $\frac{3}{50}$, і буде характеризувати ваш «цукровий смак».

Число $\frac{3}{50}$ показує, яку частину маси напою становить маса цукру. А якщо ви захочете випити 400 г чаю, то, щоб він мав звичний для вас смак, у ньому має бути розчинено $400 \cdot \frac{3}{50} = 24$ (г) цукру.

Виразимо відношення $\frac{3}{50}$ у відсотках: $\frac{3}{50} =$

$= 0,06 = 6\%$. Число 6 показує, скільки відсотків у вашому чаї становить цукор. Це число називають **відсотковим відношенням** маси цукру до маси чаю.

Відсоткове відношення двох чисел — це їхнє відношення, виражене у відсотках.

Відсоткове відношення показує, скільки відсотків одне число становить від другого.

Так, якщо в класі навчаються 12 дівчат і 20 хлопців, то відсоткове відношення кількості дівчат до кількості хлопців дорівнює $\frac{12}{20} \cdot 100 = 60\%$.

Воно показує, що кількість дівчат становить 60 % від кількості хлопців.

Число $\frac{20}{12} \cdot 100 = 166\frac{2}{3}\%$ показує, що кількість хлопців становить $166\frac{2}{3}\%$ від кількості дівчат.

Число $\frac{20}{32} \cdot 100 = 62,5\%$ показує, який відсоток становлять хлопці від кількості учнів та учениць усього класу.

Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, треба їхнє відношення помножити на 100 й до результату дописати знак відсотка.

Розв'язуючи задачі на відсоткове відношення, крім цього правила, зручно використовувати пропорції.

Приклад 1. У парку ростуть 400 дерев, із них 96 — ялинки. Скільки відсотків усіх дерев парку становлять ялинки?

Розв'язання. Нехай ялинки становлять $x\%$. Запишемо коротко умову задачі в такому вигляді:

$$400 \text{ дерев} — 100\%;$$

$$96 \text{ дерев} — x\%.$$

Відношення $\frac{400}{100}$ і $\frac{96}{x}$ рівні, оскільки кожне

з них показує, скільки дерев становить 1 %.

$$\text{Tоді } \frac{96}{x} = \frac{400}{100}; \quad x = \frac{96 \cdot 100}{400} = 24.$$

Відповідь: 24 %. ◀

Приклад 2. Ціна товару зросла із 150 грн до 240 грн. На скільки відсотків збільшилася ціна товару?

Розв'язання. Нехай нова ціна товару становить x % початкової ціни. Тоді коротко умову задачі можна записати так:

$$\begin{aligned}150 \text{ грн} &= 100\% ; \\240 \text{ грн} &= x\% .\end{aligned}$$

$$\text{Тоді } \frac{240}{x} = \frac{150}{100}; \quad x = \frac{240 \cdot 100}{150} = 160.$$

Отримуємо $160 - 100 = 60$ (%) — становить збільшення ціни товару.

Відповідь: на 60 %. ◀



1. Що таке відсоткове відношення двох чисел? 2. Що показує відсоткове відношення двох чисел? 3. Сформулюйте правило знаходження відсоткового відношення двох чисел.



Розв'язуємо усно

1. Виразіть у відсотках:
1) 0,02; 2) 0,2; 3) 2; 4) 0,002.
2. У магазині було 600 кг капусти. Продали 40 % капусти.
1) Скільки кілограмів капусти продали?
2) Скільки відсотків усієї капусти залишилося в магазині?
3. У коробці лежать 20 куль, з яких вісім куль білі, а решта — сині. Яку частину всіх куль становлять: 1) білі кулі; 2) сині кулі? Яку частину кількість білих куль становить від кількості синіх? Яку частину кількість синіх куль становить від кількості білих?
4. У Сашка та Олесі було по 12 яблук. Спочатку Сашко віддав Олесі 50 % своїх яблук, а потім Олеся віддала Сашкові 50 % яблук, що стало в неї. Скільки яблук тепер має кожна дитина?

Вправи

609. ° Скільки відсотків числа становить його:
1) половина; 2) чверть; 3) десята частина; 4) п'ята
частина?

610. ° Скільки відсотків становить:

- 1) число 4 від числа 8;
- 2) число 2 від числа 10;
- 3) число 12 від числа 48;
- 4) число 45 від числа 300;
- 5) число 64 від числа 400;
- 6) число 138 від числа 120?

611. ° Скільки відсотків число 40 становить від
числа:

- 1) 100;
- 2) 80;
- 3) 160;
- 4) 10?

612. ° 1) Віра прочитала 169 сторінок книжки, у якій
260 сторінок. Скільки відсотків сторінок книжки
прочитала Віра?

2) У Марічки було 34 грн. За 23,8 грн вона
купила подарунок матері. Який відсоток грошей
витратила Марічка на подарунок?

3) Знайдіть відсоток вмісту олова в руді, якщо
80 т цієї руди містять 6,4 т олова.

4) За канікули Петрик планував розв'язати 60 за-
дач з математики, а розв'язав 102. На скільки
відсотків виконав Петрик «план з розв'язування
задач»?

5) Визначте відсоток вмісту цукру в розчині,
якщо 250 г розчину містять 115 г цукру.

613. ° 1) Із 36 учнів та учениць класу дев'ятеро
отримали за контрольну роботу з математики оцінку
«10». Скільки відсотків учнів та учениць отримало
оцінку «10»?

2) Знайдіть відсоток вмісту солі в розчині, якщо
400 г розчину містять 34 г солі.

3) Посіяли 240 насінин, з яких зійшло 228.
Знайдіть відсоток схожості насіння.

614. На скільки відсотків змінилося значення величини при зміні:

- 1) від 3 кг до 6 кг;
- 2) від 2 м до 3 м;
- 3) від 40 коп. до 70 коп.;
- 4) від 80 м до 72 м;
- 5) від 100 грн до 115 грн;
- 6) від 60 хв до 42 хв?

615. 1) Ціна товару зросла зі 140 грн до 175 грн.
На скільки відсотків підвищилася ціна товару?

2) Ціна товару знизилася зі 175 грн до 140 грн.
На скільки відсотків знизилася ціна товару?

616. Відомо, що 380 кг руди першого виду містять 68,4 кг заліза, а 420 кг руди другого виду — 96,6 кг заліза. У якій руді, першого чи другого виду, відсотковий вміст заліза вищий?

617. Відомо, що 280 г першого розчину містять 98 г солі, а 220 г другого розчину — 88 г солі. У якому розчині, першому чи другому, відсотковий вміст солі вищий?

618. За даними Державної служби статистики, станом на 1 січня 2022 року в Україні постійно проживало 41,17 млн людей, з них 28,69 млн — жителі міст. Скільки відсотків усього населення в Україні становить міське населення? Відповідь округліть до десятих.

619. Яринка дивилася по телевізору художній фільм 114 хв. Показ фільму 8 разів переривався на трихвилинну рекламу. Скільки відсотків від часу перегляду фільму зайняла реклама? Відповідь округліть до одиниць.

620.* (Домашня практична робота) Протягом тижня зафіксуйте, скільки часу ви витрачаєте на виконання шкільного домашнього завдання зі всіх предметів разом і скільки — з математики окремо. Обчисліть, скільки відсотків середній час виконання завдання з математики становить від часу виконання всього домашнього завдання.

621.* Костюм коштував 1600 грн. Спочатку його ціну підвищили на 20 %, а потім нову ціну знизили на 10 %. Якою стала ціна костюма після цих змін? На скільки відсотків змінилася початкова ціна?

622.* Шафа коштувала 2400 грн. Спочатку її ціну знизили на 10 %, а потім нову ціну підвищили на 25 %. Якою стала ціна шафи після цих змін? На скільки відсотків змінилася початкова ціна шафи?

623.* Станом на 1 січня 2022 року в Україні нарахувалося 461 місто, що на 7 міст більше, ніж за даними перепису населення 2001 року. На скільки відсотків збільшилася кількість міст з 2001 року до 2022? Відповідь округліть до десятих.

624.* До сплаву масою 600 г, що містить 20 % міді, додали 40 г міді. Яким став відсотковий вміст міді в новому сплаві?

625.* Було 300 г шестивідсоткового розчину солі. Через деякий час 60 г води випарувалось. Яким став відсотковий вміст солі в розчині?

626.* До 620 г сорокавідсоткового розчину солі додали 180 г води. Знайдіть відсотковий вміст солі в новому розчині.

627.** Кількість кленів становить 40 % від кількості дубів, що ростуть у парку. Скільки відсотків становить кількість дубів від кількості кленів?

628.** На скільки відсотків збільшиться число, якщо його збільшити у 2,4 раза?

629. На скільки відсотків зменшиться число, якщо його зменшити у 2,5 раза?

630. Перша книжка на 50 % дорожча за другу. На скільки відсотків друга книжка дешевша від першої?

631. Число x становить 1 % від числа y . Як треба змінити число y , щоб число x становило від нього 2 %?

632. До чисел 100 і 1000 дописали праворуч цифру 1. Яке із чисел збільшилося на більшу кількість відсотків?

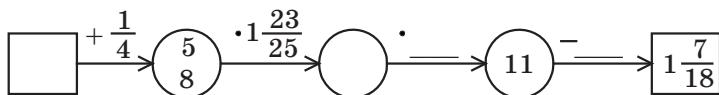
633.* До деякого числа додали 10 % цього числа, а потім відняли 10 % суми й отримали 990. Знайдіть це число.



Вправи для повторення

634. (*Знайдіть помилку*) У магазині висить рекламне оголошення: «Тепер на 50 % дешевше — 0,75 л олії продається за ціною 0,5 л». Знайдіть помилку в цьому оголошенні. На скільки відсотків дешевше насправді стали продавати олію? Відповідь округліть до десятих.

635. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:



636. Із міст Сонячне та Квіткове одночасно назустріч одне одному виrushили пішохід і велосипедистка, які зустрілися через 2 год після початку руху. Через 4 год після зустрічі пішохід прибув у місто Квіткове. Скільки часу витратила велосипедистка на шлях із Квіткового до Сонячного?



Готуємося до вивчення нової теми

637. Сторона першого квадрата дорівнює 3 см, а другого — 6 см. У скільки разів:

- 1) сторона другого квадрата більша за сторону першого;

- 2) периметр другого квадрата більший за периметр першого;
3) площа другого квадрата більша за площеу першого?

638. Обчисліть значення y за формулою $y = 0,2x$, якщо:
1) $x = 5$; 2) $x = 1,2$. Знайдіть, використовуючи дану формулу, значення x , якщо $y = 4$.



Задача від Мудрої Сови

639. З пункту A о 6 год ранку вийшов турист. Увечері він дійшов до пункту B і, переночувавши, знов-таки о 6 год ранку вирушив до пункту A . Доведіть, що на маршруті є такий пункт C , у якому турист опинився в один і той самий час як першого, так і другого дня (швидкість туриста на маршруті могла змінюватися).



Коли зроблено уроки

Як знайти «золоту середину»

Уявіть собі, що з нашого життя зникли дробові числа. Як тоді вимірювати відрізки, знаходити площину, об'єм, масу? Адже не всі величини можна виміряти, користуючись лише натуральними числами. Зараз важко в це повірити, але вчені Стародавньої Греції свідомо відмовилися від дробів.

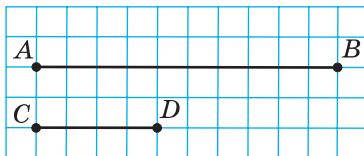


Рис. 15

Порівнюючи відрізки AB і CD (рис. 15), ви, наприклад, можете сказати, що відрізок AB у 2,5 раза більший за відрізок CD . Заборона на дроби не дає можливості порівнювати відрізки таким чином: адже число 2,5 ніби не існує. У Стародавній Греції робили так: добирали такий

відрізок MN , який ціле число разів укладався як у відрізку AB , так і у відрізку CD (рис. 16). Із цього робили висновок: довжини відрізків AB і CD відносяться як 5 до 2. При цьому відношення не вважали числом, а розглядали як самостійний об'єкт.



Рис. 16

Недоліки цього підходу очевидні. Ви, звісно, розумієте, що не для будь-яких відрізків AB і CD легко відшукати відрізок MN , який має описану вище властивість. У старших класах ви дізнаєтесь, що не для будь-якої пари відрізків існує третій відрізок, який укладається в кожному з перших двох ціле число разів. Два відрізки, для яких такого третього відрізка не існує, називають несумірними.

У 8 класі ви зможете довести, що коли $ABCD$ — квадрат (рис. 17), то відрізки AB і AC є несумірними. Відрізки на рисунку 15 є сумірними, оскільки відрізок, довжина якого дорівнює довжині сторони клітинки, укладається у відрізках AB і CD цілу кількість разів. Пропорція

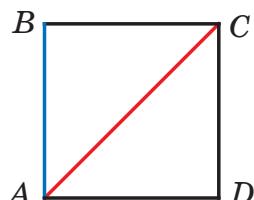


Рис. 17

$AB : CD = 5 : 2$ означає, що відрізки AB і CD сумірні. Нагадаємо, що слово «пропорція» походить від латинського *proportio*, що означає «сумірність».

Із числами можна виконувати арифметичні дії. Якщо ж відношення не вважати числами, то все одно треба навчитись якось ними оперувати. Так у Стародавній Греції виникло вчення про відношення, а отже, і про пропорції.

Цю теорію було розвинено досить глибоко. Наприклад, з пропорції $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ давньогрецькі математики вміли отримувати такі пропорції:

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}; \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}; \quad \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}; \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}.$$

Людей завжди цікавило, що є основою краси, порядку, гармонії, чому деякі предмети, створені як природою, так і людиною, привертають увагу, милують око і навіть викликають захоплення.

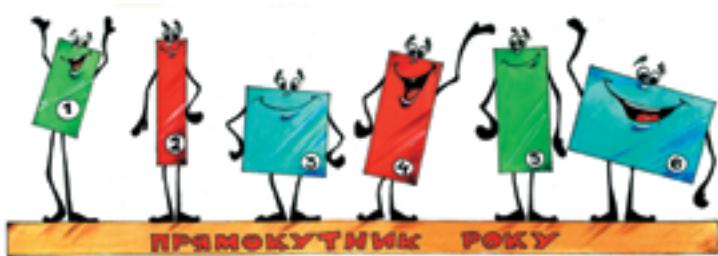


Рис. 18

Приблизно сто п'ятдесят років тому провели та-кий експеримент. Намалювали десять різних пря-моутників. Кожному опитуваному запропонували обрати серед них один найприємніший для очей. У цьому «конкурсі краси» з великим відливом «переміг» прямоутник, відношення сторін якого наближено дорівнює 0,618 (рис. 18, прямоутник

за номером 6). І це не випадково! Адже ще в давнину з цим відношенням люди пов'язували своє уявлення про красу й гармонію. Грецькі скульптори добре знали про відповідність правильних пропорцій людського тіла цьому магічному числу. І недаремно античні зодчі використовували його у своїх безсмертних творіннях. Так, відношення висоти Парфенона — храму в Афінах, побудованому в V ст. до н. е., до його довжини наближено дорівнює 0,618 (рис. 19).



Рис. 19

Геній епохи Відродження Леонардо да Вінчі вважав, що з багатьох відношень, які використовує Творець, існує одне, єдине й неповторне. Саме його він називав «золотим перерізом».

На відрізку AB (рис. 20) точку M позначено так, що має місце пропорція $\frac{AM}{AB} = \frac{MB}{AM}$, тобто довжина більшої частини відрізка відноситься до довжини всього відрізка так, як довжина меншої частини до довжини більшої. Виявляється, що кожне з відношень, які входять у цю пропорцію, приблизно дорівнює 0,618. Точка M не ділить відрізок AB на впіл, проте саме її називають «золотою серединою».



Рис. 20

21. Пряма та обернена пропорційні залежності

Периметр P квадрата зі стороною a обчислюють за формулою $P = 4a$. Наприклад, якщо $a = 2$ см, то $P = 4 \cdot 2 = 8$ (см).

Якщо змінюються довжина сторони квадрата, то змінюються і його периметр. У таких випадках говорять, що периметр і сторона квадрата є **змінними величинами**, причому величина P (периметр) **залежить** від величини a (довжина сторони). Цю залежність наочно відображенено на рисунку 21.

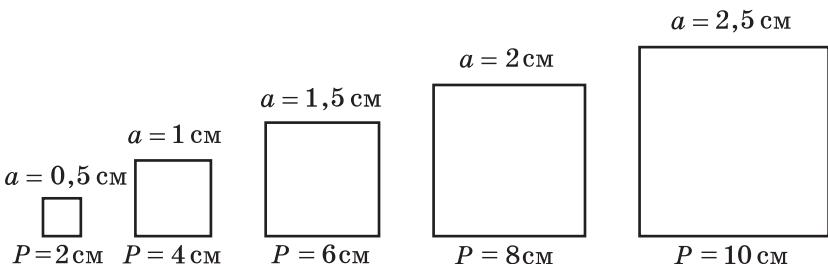


Рис. 21

Зауважимо, що коли збільшити сторону квадрата, наприклад, у 2 рази, то його периметр також збільшиться у 2 рази; зменшення сторони квадрата в 3 рази зумовить зменшення периметра в 3 рази й т. п. Зрозуміло, що збільшення (зменшення) периметра в кілька разів приводить до відповідного збільшення (зменшення) сторони квадрата.

*Дві змінні величини називають **прямо пропорційними**, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї з них у кілька разів інша збільшується (зменшується) у стільки ж разів.*

Так, величини P і a прямо пропорційні. Можна також сказати, що *величина P прямо пропорційна*

величині або залежність між величинами P і a є прямою пропорційністю.

Наведемо приклад ще однієї прямої пропорційної залежності.

Нехай турист іде зі швидкістю 5 км/год. Тоді шлях s , пройдений за час t , обчислюють за формулою $s = 5t$. Величини s і t прямо пропорційні. Цей факт підтверджує таблиця відповідних значень часу та шляху, пройденого туристом:

t — час руху туриста, год	1	1,5	2	2,2	3	3,4
s — шлях, пройдений за час t , км	5	7,5	10	11	15	17

Розглянемо відношення $5 : 1$; $7,5 : 1,5$; $10 : 2$; $11 : 2,2$; $15 : 3$; $17 : 3,4$. Кожне з них дорівнює 5, тобто

$$\frac{5}{1} = \frac{7,5}{1,5} = \frac{10}{2} = \frac{11}{2,2} = \frac{15}{3} = \frac{17}{3,4} = 5.$$

Ці рівності ілюструють властивість змінних величин, які знаходяться в прямій пропорційній залежності:

якщо дві змінні величини прямо пропорційні, то відношення відповідних значень цих величин дорівнює одному й тому самому, сталому для цих величин, числу.

У розглядуваних прикладах для величин P і a це число дорівнює 4, а для величин s і t дорівнює 5. Отже, відповідні значення величин P і a задовольняють рівність $\frac{P}{a} = 4$, для величин s і t

маємо $\frac{s}{t} = 5$.

Розглянемо приклад. Нехай шлях з одного села до іншого велосипедистка проїхала за 2 год

зі швидкістю 7 км/год, а на зворотний шлях витратила 1 год, рухаючись зі швидкістю 14 км/год. Бачимо, що збільшення швидкості у 2 рази привело до зменшення витраченого часу також у 2 рази. Очевидно, що якби велосипедистка збільшила швидкість у 1,5 раза, у 2,5 раза, у 3 рази, у 4 рази, то час руху зменшився би відповідно в 1,5 раза, у 2,5 раза, у 3 рази, у 4 рази. І навпаки, якби велосипедистка зменшила швидкість руху в кілька разів, то в стільки ж разів збільшився би час руху.

У таких випадках говорять, що *швидкість і час руху є обернено пропорційними величинами або залежність між швидкістю і часом руху є оберненою пропорційністю*.

Дві змінні називають обернено пропорційними, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї із цих величин друга зменшується (збільшується) у стільки ж разів.

Наведемо ще приклад оберненої пропорційної залежності.

Нехай сторони прямокутника дорівнюють a см і b см, а його площа — 24 см^2 . Величини a і b обернено пропорційні. Справді, якщо одну зі сторін прямокутника збільшити (зменшити) в кілька разів, то, щоб площа його не змінилася, сусідню сторону треба зменшити (збільшити) у стільки ж разів.

Сказане підтверджує така таблиця:

$a, \text{ см}$	1	2	3	4	5	6	8
$b, \text{ см}$	24	12	8	6	4,8	4	3
Площа, см^2	24	24	24	24	24	24	24

Цей приклад ілюструє властивість змінних величин, які знаходяться в оберненій пропорційній залежності.

Якщо дві змінні величини обернено пропорційні, то добуток відповідних значень цих величин дорівнює одному й тому самому для даних величин числу.

Так, у розглянутому прикладі для величин a і b маємо: $ab = 24$.

Зазначимо, що не кожна залежність між змінними величинами є прямою або оберненою пропорційністю. Наприклад, площа квадрата зі стороною 2 см дорівнює 4 см^2 , а зі стороною 6 см — 36 см^2 . Отже, при збільшенні сторони в 3 рази площа квадрата збільшилася в 9 разів. Таким чином, залежність між стороною квадрата і його площею не є ні прямою пропорційністю, ні оберненою пропорційністю.

Приклад 1. Заповніть таблицю, якщо величина y пряма пропорційна величині x :

x	0,4	0,6	
y	1,6		2

Розв'язання. Знайдемо відношення відомої пари відповідних значень величин x і y . Маємо: $\frac{y}{x} = \frac{1,6}{0,4} = 4$. Щоб заповнити другий стовпчик таблиці, помножимо 0,6 на 4, а щоб заповнити третій — поділимо 2 на 4. Таблиця набере вигляду:

x	0,4	0,6	0,5
y	1,6	2,4	2



Приклад 2. Для перевезення вантажу потрібно 20 автомобілів вантажопідйомністю 3 т. Скільки автомобілів вантажопідйомністю 5 т потрібно, щоб перевезти цей вантаж?

Розв'язання. У скільки разів збільшується вантажопідйомність одного автомобіля, у стільки ж разів може бути зменшена їхня кількість за умови, що маса вантажу, який потрібно перевезти, не змінюється. Тому вантажопідйомність одного автомобіля й кількість автомобілів є обернено пропорційними величинами.

Вантажопідйомність одного автомобіля збільшилася в $5 : 3 = \frac{5}{3}$ раза. Тоді кількість автомобілів має зменшитися в стільки ж разів, тобто в $\frac{5}{3}$ раза.

$$\text{Маємо: } 20 : \frac{5}{3} = 20 \cdot \frac{3}{5} = 12 \text{ (автомобілів).}$$

Відповідь: 12 автомобілів. ◀



1. Які дві величини називають прямо пропорційними?
2. Чим характерне відношення відповідних значень прямо пропорційних величин? 3. Які дві величини називають обернено пропорційними? 4. Чим характерний добуток відповідних значень обернено пропорційних величин?



Розв'язуємо усно

1. Знайдіть значення виразу $7\frac{1}{2} : a$ при $a = \frac{1}{2}; 3; 4,5$.
2. Яку частину числа 8 становить число 2? Скільки відсотків числа 8 становить число 2?
3. Скільки відсотків число 10 становить від числа, що є його: 1) квадратом; 2) кубом?



Вправи

640.° Укажіть, чи є залежність між наведеними величинами прямою пропорційністю, чи оберненою пропорційністю, чи не є ні прямою пропорційністю, ні оберненою пропорційністю:

- 1) довжина куска дроту і його маса;
- 2) вік людини та її зріст;
- 3) кількість робітників, продуктивність праці яких однаєва, і час спільногого виконання ними роботи заданого об'єму;
- 4) кількість робітників, продуктивність праці яких однаєва, і об'єм роботи, виконаної ними за один і той самий час;
- 5) довжина ребра куба та його об'єм;
- 6) маса однієї цукерки та кількість таких цукерок, що міститься в 1 кг;
- 7) кількість проданих кондуктором автобуса квитків і розмір зданої ним у касу виручки.

641.° Значення однієї з двох прямо пропорційних величин збільшилося у 8 разів. Як змінилося значення другої величини?

642.° Значення однієї з двох обернено пропорційних величин зменшилося в 4 рази. Як змінилося значення другої величини?

643.° За деякий час поїзд пройшов 320 км. Яку відстань пройде поїзд за той самий час, якщо його швидкість:

- 1) збільшити в 3 рази;
- 2) зменшити в 4 рази?

644.° Площа прямокутника дорівнює 60 см^2 . Якою стане його площа, якщо ширину залишити такою самою, а довжину:

- 1) збільшити в 5 разів;
- 2) зменшити у 12 разів?

645.° За кілька метрів тканини заплатили 240 грн. Скільки треба було б заплатити за таку саму тканину, якби її купили:

- 1) у 6 разів менше; 2) у 2 рази більше?

646.° Двоє робітників виготовили за деякий час 24 деталі.

- 1) Скільком робітникам треба працювати, щоб за той самий час виготовити 48 деталей?
120 деталей?
- 2) Скільки деталей виготовлять ці двоє робітників за час, у 3 рази більший? у 4 рази менший?

Дайте відповіді на поставлені запитання, вважаючи, що продуктивність праці всіх робітників однакова.

647.° У таблиці наведено відповідні значення величин x і y . Установіть, чи є ці величини прямо пропорційними.

1)

x	2	6	7	9
y	6	18	21	27

3)

x	1,2	2,4	6	9
y	1	2	5	6

2)

x	0,4	1,6	2,3	3,1
y	0,8	3,6	4,6	6,2

4)

x	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{16}$
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{8}$

648.° Значення однієї з двох обернено пропорційних величин збільшилося в 5 разів. Як змінилося значення другої величини?

649.° Значення однієї з двох обернено пропорційних величин зменшилося в 4 рази. Як змінилося значення другої величини?

650.° Автомобіль проїжджає певну відстань за 10 год. За який час він проїде цю відстань, якщо його швидкість:

- 1) збільшиться у 2 рази;
- 2) зменшиться в 1,2 раза?

651.° За певну суму грошей купили 40 м тканини. Скільки метрів тканини купили б за цю суму, якби ціна 1 м тканини:

- 1) зменшилася в 1,2 раза;
- 2) збільшилася в 1,6 раза?

652.° Довжина прямокутника дорівнює 30 см. Якою стане його довжина, якщо при незмінній площині ширину прямокутника:

- 1) збільшити в 1,5 раза;
- 2) зменшити в 3,2 раза?

653.° У таблиці наведено відповідні значення величин x і y . Установіть, чи є ці величини обернено пропорційними.

1)

x	2	3	4	6
y	6	4	3	2

2)

x	$\frac{1}{3}$	2	0,25	$\frac{4}{9}$
y	3	0,5	4	$2\frac{3}{4}$

654.° Заповніть таблицю, якщо величина y прямо пропорційна величині x :

x	0,3	8	3,2		
y			9,6	2,7	42

655.° Заповніть таблицю, якщо величина y прямо пропорційна величині x :

x	15		4		1,2
y		8	1,6	20	

656. За m кг цукерок заплатили p грн. Користуючись таблицею, визначте ціну 1 кг цукерок. Заповніть таблицю.

m , кг	3	8		1,2	
p , грн	225		300		60

Задайте формулою залежність p від m .

657. Поїзд рухається зі швидкістю 60 км/год. Заповніть таблицю, у першому рядку якої вказано час руху t , а в другому — пройдений шлях s .

t , год	2	0,5		3,2	
s , км			90		240

Задайте формулою залежність s від t .

658. Туристка пройшла 24 км. Заповніть таблицю, у першому рядку якої вказано швидкість, а у другому — час руху.

v , км/год	5		2,4	4,5	
t , год		6			$6\frac{2}{3}$

Задайте формулою залежність t від v .

659. Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює 48 см³. Заповніть таблицю, у першому рядку якої вказано площину його основи, а в другому — висоту.

S , см ²	16		9,6	240	
h , см		8			4,8

Задайте формулою залежність h від S .

660. Бригада з 15 робітників може відремонтувати школу за 46 днів. Скільки потрібно робітників, щоб відремонтувати цю школу за 30 днів, якщо продуктивність праці всіх робітників однакова?

661. Геракл заготовував для 240 коней царя Avgія кормів на 19 днів. На скільки днів вистачить цих кормів, якщо коней у царя Avgія стане 304, а всі коні споживають однакову кількість корму?



Вправи для повторення

662. Знайдіть число:

- 1) половина якого дорівнює $\frac{1}{6}$;
- 2) третина якого дорівнює $\frac{1}{2}$;
- 3) $\frac{2}{3}$ якого дорівнюють $\frac{2}{3}$;
- 4) $\frac{1}{4}$ якого дорівнює $\frac{1}{8}$.

663. Маса Землі становить 182 % маси Меркурія, а маса Сатурна — 9401 % маси Землі. Скільки відсотків маси Меркурія становить маса Сатурна?

664. Є чотири квітки: троянда, мальва, гладіолус і тюльпан. Скільки є способів скласти букет із трьох квітів?



Задача від Мудрої Сови

665. Олена задумала натуральне число й помножила його на 19. Марина закреслила останню цифру числа, яке отримала Олена, і в результаті отримала 32. Яке число задумала Олена?

22. Поділ числа в заданому відношенні

Розглянемо таку задачу.

Сплав масою 520 кг складається з міді та цинку¹. Маса міді відноситься до маси цинку як 8 : 5. Знайдіть маси міді та цинку, що містяться в цьому сплаві.

¹ Сплав міді із цинком має назву латунь. Це найпоширеніший сплав міді.

Розв'язання. Вважатимемо, що сплав складається з $8 + 5 = 13$ (частин), які мають однакові маси. Тоді маса однієї частини дорівнює $520 : 13 = 40$ (кг).

Оскільки мідь у сплаві становить 8 частин, а цинк — 5 частин, то маса міді дорівнює $8 \cdot 40 = 320$ (кг), а маса цинку дорівнює $5 \cdot 40 = 200$ (кг).

Відповідь: 320 кг, 200 кг. ◀

Із розв'язання задачі випливає, що число 520 можна подати у вигляді суми двох доданків — 320 і 200, відношення яких дорівнює $8 : 5$.

У таких випадках говорять, що число 520 поділили у відношенні $8 : 5$. Також можна сказати, що число 520 подали у вигляді суми двох доданків, пропорційних числах 8 і 5.

Цю задачу можна розв'язати і в інший спосіб.

Нехай маса однієї частини сплаву становить x кг. Тоді маси міді й цинку становлять відповідно $8x$ кг і $5x$ кг. Оскільки маса всього сплаву дорівнює 520 кг, то отримуємо рівняння: $8x + 5x = 520$.

Звідси $13x = 520$; $x = 40$. Тоді маси міді й цинку дорівнюють відповідно $8 \cdot 40 = 320$ (кг) і $5 \cdot 40 = 200$ (кг).

Розглянемо ще один приклад.

Потрібно обробити 96 деталей. Перший робітник обробляє за одну годину 9 деталей, другий — 8 деталей, а третій — 7. Як потрібно розподілити між ними роботу, щоб усі троє робітників працювали одинаковий час?

Розв'язання. Вважатимемо, що все завдання (96 деталей) складається з $9 + 8 + 7 = 24$ (частин). Кожна з частин містить однакову кількість деталей. Тоді одна частина містить $96 : 24 = 4$ (деталі).

Отже, деталі між робітниками слід розподілити так: першому робітникові дати для оброблення $9 \cdot 4 = 36$ (деталей), другому — $8 \cdot 4 = 32$ (деталі), а третьому — $7 \cdot 4 = 28$ (деталей).

Відповідь: 36 деталей, 32 деталі, 28 деталей. ◀

Розв'язуючи цю задачу, ми число 96 поділили на три доданки, пропорційні числам 9, 8 і 7. Також говорять, що число 96 поділили у відношенні $9 : 8 : 7$ (читають: «дев'ять до восьми й до семи»).

Розв'язуємо усно

1. Маса 10 см^3 заліза дорівнює 78 г. Знайдіть масу 5 см^3 заліза.
2. Із 100 кг цукрових буряків можна отримати 7 кг цукру. Скільки кілограмів буряків потрібно, щоб отримати:
 - 1) 28 кг цукру; 2) 3,5 кг цукру?
3. Замініть дане відношення відношенням натуральних чисел:
 - 1) $2 : \frac{4}{7}$; 2) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$; 3) $3\frac{1}{3} : 1\frac{1}{9}$.
4. Змішиали 6 кг води та 4 кг солі. Знайдіть відсотковий вміст солі в розчині.



Вправи

666.° Поділіть:

- 1) число 138 у відношенні $18 : 5$;
- 2) число 70 у відношенні $3 : 6 : 8 : 11$.

667.° Поділіть:

- 1) число 72 у відношенні $7 : 11$;
- 2) число 92 у відношенні $2 : 3 : 5$.

668.° Для приготування сольового розчину беруть 3 частини солі та 14 частин води. Скільки грамів солі потрібно взяти, щоб приготувати 85 г розчину?

669.° Катерина полюбляє напій, настояний на суміші чорного чаю та м'яти. Для цього вона змішує 3 частини чаю і 2 частини м'яти. Скільки грамів м'яти їй потрібно взяти, щоб приготувати 180 г суміші?

670.° Для виготовлення соку ведмежата Гаммі беруть 12 частин ягід і 17 частин води (усі частини мають однакову масу). Скільки кілограмів ягід треба взяти ведмежатам Гаммі, щоб отримати 232 кг соку?

671.° Для приготування полуничного варення Антону знадобиться 7 частин ягід і 5 частин цукру (усі частини мають однакову масу). Скільки грамів цукру потрібно взяти Антонові, щоб зварити 2 кг 400 г варення?

672.° Периметр трикутника дорівнює 48 см, а його сторони відносяться як 7 : 9 : 8. Знайдіть сторони трикутника.

673.° Сторони трикутника відносяться як 5 : 7 : 11, а сума найбільшої і найменшої сторін дорівнює 80 см. Обчисліть периметр трикутника.

674.• Накресліть розгорнутий кут ABC і проведіть промінь BD так, щоб градусні міри кутів ABD і CBD відносилися як 5 : 13.

675.• Накресліть кут MKE , градусна міра якого дорівнює 130° . Між сторонами цього кута проведіть промінь KO так, щоб градусні міри кутів MKO і EKO відносилися як 19 : 7.

676.• Площу землі фермерського господарства розділено між зерновими та овочевими культурами у відношенні 17 : 8. Скільки відсотків площи землі господарства становить площа землі, відведеній під овочеві культури?

677. У парку відпочинку для продажу заготовали деяку кількість повітряних кульок трьох кольорів — синього, рожевого та жовтого, кількості яких відносяться як $9 : 5 : 6$ відповідно. Скільки відсотків від кількості всіх кульок становлять жовті?



678. Перша операторка набирає на комп'ютері 12 сторінок за годину, а друга — 15 сторінок. Як розподілити між ними рукопис у 180 сторінок, щоб вони працювали однаковий час?

679. Троє мулярів працювали з однаковою продуктивністю й отримали за свою роботу 4000 грн. Скільки гривень має отримати кожний муляр, якщо перший з них працював 16 год, другий — 24 год, а третій — 40 год?

680. Як треба поділити 540 т сіна між трьома фермами, якщо на першій фермі 28 корів, на другій — 42 корови, а на третій — 65 корів (потрібна однакова кількість сіна дляожної корови)?

681. Знайдіть такі значення x і y , щоб числа x , y і 24 були відповідно пропорційні числам: 1) 3, 5 і 6; 2) $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{36}$ і $\frac{1}{9}$.

682. Знайдіть такі значення a і b , щоб числа a , 10 і b були відповідно пропорційні числам 2, $\frac{1}{6}$ і $\frac{3}{4}$.

683. Подайте число 219 у вигляді суми трьох доданків x , y і z так, щоб $x : y = 4 : 9$, а $y : z = 15 : 2\frac{2}{3}$.

684. Сума чотирьох чисел дорівнює 386. Знайдіть ці числа, якщо перше відноситься до другого як $2 : 5$, друге до третього — як $3 : 4$, а третє до четвертого — як $6 : 7$.



Вправи для повторення

685. Перша бригада відремонтувала 20 км дороги, а друга — 14 км. На скільки відсотків довжини дороги друга бригада відремонтувала менше, ніж перша?

686. Знайдіть значення виразу

$$\left(1\frac{1}{12} + 1\frac{1}{4}\right) \cdot 1\frac{19}{56} + 2\frac{5}{8} \cdot 1\frac{3}{7} \cdot 1\frac{1}{9}$$



Готуємося до вивчення нової теми

687. Накресліть пряму й позначте на ній довільну точку O . Знайдіть на прямій усі точки, які віддалені від точки O на 3 см.

688. Позначте на площині довільну точку O . Позначте чотири точки, які віддалені від точки O на 2 см. Скільки ще можна позначити таких точок?



Задача від Мудрої Сови

689. На дошці записано число 23. Щохвилини число стирають і записують на його місце нове число, яке дорівнює добутку цифр старого числа, збільшенному на 12. Яке число буде записано на дошці через годину?

Дружимо з комп'ютером

Загально відомо, що під час вивчення математики можна використовувати комп'ютер. Тепер і ви маєте можливість оцінити, яким надійним помічником він може бути. Адже деякі вправи цього підручника можна виконати за допомогою комп'ютера. Такі вправи в тексті підручника помічено значком «». Тут вказано номери таких вправ і завдання до них.

- 17, 18.** Під час розв'язування цих задач використайте калькулятор для обчислень.
- 40.** Виконайте цю вправу за допомогою табличного редактора.
- 68.** Знайдіть в інтернеті інформацію про інші об'єкти в Україні, привабливі для туризму, і складіть аналогічну задачу.
- 73, 74.** Виконайте ці вправи за допомогою табличного редактора.
- 99.** Знайдіть в інтернеті інформацію про довжини інших річок України. Складіть аналогічну задачу.
- п. 4.** Стародавні греки складали таблиці простих чисел, користуючись алгоритмом під назвою «Решето Ератосфена». Вони робили так: виписували n перших натуральних чисел, а потім починали викреслювати спочатку всі числа, кратні 2 (крім самого числа 2), потім усі числа, кратні 3 (крім самого числа 3), і т. д. У результаті залишалися невикресленими тільки прості числа. За допомогою табличного редактора створіть свою таблицю простих чисел, користуючись цим алгоритмом. Порівняйте отриману таблицю з таблицею простих чисел на форзаці.

Знайдіть в інтернеті інформацію про Ератосфена та про «Решето Ератосфена». З'ясуйте, звідки взялося слово «решето» в цій назві.

142. Придумайте, як використати табличний редактор, щоб спростити й зробити більш наочним знаходження найбільшого спільногого дільника кількох чисел.

143, 144. Розв'яжіть ці задачі, використовуючи спосіб, придуманий вами в задачі 140.

153, 154. Створіть у табличному або текстовому редакторі таблиці, які допоможуть довести твердження задачі.

168. Придумайте, як використати табличний редактор, щоб спростити й зробити більш наочним знаходження найменшого спільногого кратного кількох чисел.

169–171. Розв'яжіть ці задачі, використовуючи спосіб, придуманий вами в задачі 165.

186. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора. Відрізок якої довжини ви оберете для зображення одиничного відрізка?

202. Виконайте це завдання за допомогою графічного редактора. Які інструменти редактора ви використаєте, щоб зобразити прямий кут? Як переконатися, що побудований вами кут — тупий? гострий?

282. Знайдіть в інтернеті інформацію про вченого, прізвище якого ви розшифрували в цьому завданні.

п. 12. 1) Навчіться знаходити відсотки від числа за допомогою калькулятора. Виберіть кілька завдань цього пункту на знаходження відсотків від числа та виконайте їх, користуючись калькулятором.

2) Знайдіть в інтернеті які-небудь цікаві факти, що містять інформацію про деяку величину та про її відсотки. Складіть кілька задач на знаходження відсотків від числа й запропонуйте своїм товаришам розв'язати їх.

390, 391. Виконайте ці завдання, користуючись калькулятором.

п. 14. 1) Навчіться знаходити число за його відсотками за допомогою калькулятора. Виберіть кілька завдань цього пункту на знаходження числа за його відсотками і виконайте їх, користуючись калькулятором.

2) Знайдіть в інтернеті які-небудь цікаві факти, що містять інформацію про деяку величину та про її відсотки. Складіть кілька задач на знаходження числа за його відсотками та запропонуйте своїм товаришам розв'язати їх.

465. Знайдіть в інтернеті інформацію про театри України та складіть схожу задачу.

п. 15. Як перетворити звичайний дріб у десятковий за допомогою калькулятора?

п. 17. Яку технічну роботу під час знаходження десяткового наближення звичайного дробу можна виконати за допомогою калькулятора? Використайте калькулятор для виконання кількох завдань цього пункту на ваш вибір.

521. Знайдіть в інтернеті цікаву інформацію про географічні об'єкти та складіть аналогічну задачу.

п. 18. 1) Знайдіть в інтернеті карту міста, області, регіону, у яких ви живете. Користуючись цією картою, знайдіть відстань між якими-небудь знайомими вам об'єктами (це можуть бути міста, які ви відвідували, пам'ятні місця якогось одного населеного пункту тощо).

2) Нарисуйте за допомогою графічного редактора план вашої школи та прилеглої до неї території. Який масштаб ви оберете, щоб цей план вдало розмістився на екрані комп'ютера й при цьому було зручно обчислювати відстані на плані та на місцевості?

583, 584. Ці завдання містять дві задачі на обчислення кількості готової продукції, яку можна отримати з вихідної сировини. Знайдіть ці задачі та розв'яжіть їх, проводячи обчислення за допомогою калькулятора. Знайдіть в інтернеті інформацію про виробництво якоїсь іншої продукції (промислової, харчової тощо) та складіть аналогічні задачі.

597. Знайдіть в інтернеті які-небудь цікаві кулінарні рецепти й складіть аналогічні задачі.

613 (1). Проаналізуйте результати останньої контрольної роботи з математики у вашому класі та складіть аналогічну задачу. Використайте калькулятор для обчислення відсоткового відношення.

618. Виконайте обчислення за допомогою калькулятора.

623. Для яких величин вам було б цікаво отримати інформацію про їхнє збільшення / зменшення, аналогічну наведеній у цій задачі? Знайдіть потрібну інформацію в інтернеті про значення цих величин за певний період і визначте, на скільки відсотків вони збільшилися / зменшилися.

п. 20. 1) Знайдіть в інтернеті інформацію про виступи спортсменів і спортсменок України на Олімпійських іграх. Складіть таблицю, у якій про кожну Олімпіаду буде така інформація: кількість медалей, які розігрували; загальна кількість учасників та учасниць Олімпіади;

кількість спортсменів і спортсменок у команді України; кількість медалей, завойованих ними на цій Олімпіаді. Які величини, виражені у відсотках, можна додати до цієї таблиці, щоб наочніше продемонструвати результати нашої команди?

2) Знайдіть в інтернеті інформацію про Леонардо да Вінчі та про те, у яких музеях можна ознайомитися з його творчістю й науковими здобутками. Чи є на сайтах цих музеїв сторінки, присвячені генію?

п. 21. Створіть у табличному редакторі таблицю, що описує яку-небудь пряму пропорційну залежність, і таблицю, що описує обернену пропорційну залежність. Зробіть так, щоб якомога більше значень у цій таблиці обчислювались автоматично.

647. Занесіть одну з наведених таблиць у табличний редактор. Яким рядком треба доповнити таблицю, щоб отримати наочну відповідь на запитання задачі?

656. Придумайте таблицю, якою було б зручно користуватися продавцеві кондитерської крамниці, та реалізуйте приклад такої таблиці в табличному редакторі. Зробіть так, щоб якомога більша частина таблиці заповнилась автоматично.

п. 22. Знайдіть в інтернеті який-небудь кулінарний рецепт, у якому масу інгредієнтів указано з розрахунком на певну кількість порцій. Складіть у табличному редакторі таблицю, у якій указано масу потрібних інгредієнтів для приготування від 1 до 20 порцій обраної страви.

Відповіді та вказівки до вправ

- 30.** *Вказівка.* Двоцифрове число, записане двома однаковими цифрами, подамо у вигляді суми розрядних доданків. Маємо: $10a + a = 11a$.
- 31.** $100a + 10a + a = 111a = 37 \cdot 3a$. **32.** До числа 1 додали ліворуч цифру 4, або до числа 2 — ліворуч цифру 8. *Вказівка.* Число, яке отримали в результаті дописування цифри, кратне 41. Таких двоцифрових чисел лише два — 41 і 82.
- 33.** У числі 17 закреслили цифру 7, або у числі 85 — цифру 8. *Вказівка.* Розгляньте всі двоцифрові числа, кратні 17. **36.** 12,4 кг. **61.** Так. *Вказівка.* Якби всі доданки були непарними, то їхня сума також була б непарною. **62.** Ні. *Вказівка.* Сума двох непарних доданків є парним числом. Отже, сума парної кількості непарних доданків — парне число, а непарної кількості — непарне.
- 63.** Ні. *Вказівка.* Із двох послідовних натуральних чисел одне парне, а одне непарне. Отже, їхній добуток є парним числом. **64.** 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) ні. **65.** Так. *Вказівка.* Із трьох натуральних чисел два будуть або парними, або непарними.
- 66.** 1) 3; 2) 6. **67.** Ні. *Вказівка.* Переконайтесь, що значення виразу $1 + 2 + \dots + 9$ — число непарне. Якщо в цій сумі деякі знаки «+» замінити на знаки «-», то значення отриманого виразу також буде числом непарним. **70.** 1) 65; 2) 1,25. **93.** 3150; 6150; 9150; 1155; 4155; 7155. **94.** 2340; 6345. **95.** 5742; 3744; 1746; 8748; 7740. **96.** 3042; 3141; 3240; 3249; 3348; 3447; 3546; 3645; 3744; 3843; 3942. **97.** Ні, оскільки вартість покупки, вираже-

на в копійках, має бути кратною 3. **98.** Так. *Вказівка.* Числа 1, 2 і 4 не кратні 3. Отже, Дарина має грati так, щоб після кожного її ходу на дошці було число, кратне 3. Якщо після ходу Романа при діленні на 3 отримали остаточу 1, то Дарина дописує 2; якщо остаточу 2 — то 1 або 4.

99. 308 км, 346 км. **100.** 125 км. **101.** 1) 8,26; 2) 7,83. **119.** 5 тарілок. **120.** 7 контейнерів. **132.** 1) $n = 1$; 2) ні при якому значенні n ; 3) $n = 1$.

134. 1) 1,3; 2) 550; 3) 33,07; 4) 264,1. **137.** 18 вересня чергує Петро Петрович; 29 вересня — Іван Іванович; 1 жовтня — Іван Іванович; 30 жовтня — Петро Петрович; 31 жовтня — Іван Іванович. У листопаді Іван Іванович чергує по парних числах. У ніч на Новий рік — Петро Петрович.

157. 31 дитина. **158.** 12 подарунків. **159.** 78 букетів. **161.** 0 або 9. **177.** 3 хв. **178.** 16 800 м. **179.** 30 мандаринів. **180.** Через 60 днів у суботу. **181.** 660 цукерок. **182.** 3. **183.** 8640 змахів. **198.** 1) 17; 2) 16; 3) 2. **199.** 1) 17; 2) 14; 3) 6. **201.** 108 000 ударів; 6 л/хв. **203.** 24 км/год. **204.** 70 км/год. **222.** 7) $\frac{5}{26}$; 8) 6; 9) $\frac{8}{5}$. **223.** 4) $\frac{13}{3}$; 5) $\frac{51}{8}$; 6) $\frac{1}{9}$. **224.** $x = 4$, $y = 3$. **225.** $a = 12$, $b = 7$.

226. 1) 1 023 456 798; 2) 9 876 543 210. **227.** 27,8. **228.** 10. **255.** $\frac{171}{181} = \frac{171}{181} \frac{171}{181}$. *Вказівка.* $\frac{171}{181} \frac{171}{181} = \frac{171 \cdot 1001}{181 \cdot 1001}$. **256.** 1) 1; 2. *Вказівка.* $\frac{x}{17} = \frac{3x}{51}$. Тепер зрозуміло, що $3x < 8$; 2) 1; 2; 3; 4; 3) таких значень не існує; 4) x — будь-яке натуральне число.

258. 340 і 34. **259.** 10 льодянників. **290.** $\frac{1}{6}$ грошей.

- 291.** $\frac{1}{3}$ скарбу. **292.** $\frac{5}{12}$ поля; $\frac{5}{6}$ поля. **293.** $\frac{1}{4}$ паркана; $\frac{1}{2}$ паркану; увесь паркан. **294.** $\frac{41}{48}$ кавуна.
- 295.** $\frac{14}{15}$ басейну. **296.** $\frac{5}{6}$ стіни. **297.** $\frac{1}{18}$ тексту.
- 298.** $\frac{2}{15}$ басейну. **301.** 1) $\frac{61}{62} < \frac{62}{63}$. *Вказівка.*
- $$\frac{61}{62} = 1 - \frac{1}{62}, \quad \frac{62}{63} = 1 - \frac{1}{63}; \quad 2) \frac{1003}{1007} > \frac{103}{107}.$$
- 302.** 1) 7; 2) 15. **303.** 1) $a = 1$, $b = 1$; 2) $a = 2$, $b = 2$. **304.** Збільшиться на 1. **305.** $\frac{9}{20}$. *Вказівка.* $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20}$. **306.** $\frac{28}{93}$.
- 307.** Кожний доданок даної суми, крім останнього, більший за $\frac{1}{18}$. Тоді $\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{18} > \underbrace{\frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{18}}_{9 \text{ доданків}} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$. **311.** 2,2 год. **336.** 1) $2\frac{1}{21}$; 2) $4\frac{15}{16}$. **337.** 1) $26\frac{4}{7}$; 2) $1\frac{3}{5}$. **345.** 1) $\frac{29}{72}x$; 1) $1\frac{1}{4}$; 2) $1\frac{1}{5}y$; 12. **346.** 1) $\frac{7}{12}a$; 1; 2) $\frac{1}{7}b$; $\frac{1}{3}$. **349.** 1875 см³. **353.** $4\frac{3}{4}$ км. **354.** 231 км. **355.** 39 км. **356.** На $20\frac{11}{12}$ км. **357.** $\frac{5}{16}$; вистачить. **358.** $\frac{1}{3}$; не встигнуть. **363.** 96 кущів. **364.** Через 3,5 год. **365.** 13 трикутників. **386.** $2\frac{1}{2}$ м³. **387.** 99 коробок. **388.** 140 фунтів. **389.** 4550 злитків. **390.** 150 кг. **391.** 750 грн,

480 грн, 570 грн. **392.** 375 ц. **393.** 66 ц. **394.** Козаки отримали по $\frac{1}{4}$ казана кулешу. **395.** 7,2 м.

397. 1 учень. *Вказівка.* Кількість учнів та учениць кратна числам 2, 3 і 7, а отже, їх числу $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. **398.** 75 яблунь. **399.** 42 учні. *Вказівка.* Спочатку кількість відсутніх становила $\frac{1}{7}$ учнів та учениць класу. Після того як вийшов один учень, кількість відсутніх становила $\frac{1}{6}$ учнів та учениць

класу. Тоді один учень становив $\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$ учнів

та учениць класу. **401.** $2\frac{1}{10}$. **424.** 1) $\frac{7}{16}$; 2) $\frac{27}{35}$.

425. 1) $\frac{5}{6}$; 2) $1\frac{7}{8}$. **426.** 1) $1\frac{1}{3}$; 2) $2\frac{1}{4}$; 3) $\frac{6}{7}$; 4) $2\frac{2}{3}$.

427. 1) $\frac{121}{128}$; 2) $1\frac{3}{5}$; 3) $2\frac{1}{3}$; 4) $3\frac{7}{20}$. **432.** $2\frac{2}{5}$ км/год.

433. На $\frac{1}{2}$ год. **434.** 43 пакети. **435.** 13 стосів.

436. 17 банок. **437.** 11 цеберок. **438.** За 16 год.

439. За 12 хв. **440.** За 18 год, $\frac{3}{5}$ і $\frac{2}{5}$ завдання відповідно.

441. За 4 дні, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ і $\frac{4}{15}$ поля відповідно.

442. За $4\frac{4}{9}$ год, $\frac{4}{9}$ і $\frac{5}{9}$ басейну відповідно.

443. 1) У 2 рази; 2) $\frac{2}{3}$. **444.** За 10 год. **445.** За

45 год. **446.** За 4 год. **447.** За 11 днів. **448.** 12.

449. 13 год 20 хв. *Вказівка.* З умови випливає, що пройшло $\frac{5}{9}$ доби. **450.** 24. **451.** За 30 год.

452. За 5 год. **453.** За 12 год. **455.** 75° або 165° .

475. 45 дерев. **476.** 400 птахів. **477.** 144 кг.

479. 500 кг. **480.** 1600 кг. **481.** 36 задач.

482. 48 сторінок. **483.** 28 учнів. **484.** 168 грн.

485. 7,5 кг. **486.** 180 м. **487.** 160 км. **488.** 2700 м.

Вказівка. З умови випливає, що пройдені за четвертий день 800 м становлять $\frac{2}{3}$ шляху, пройдено-

ного за третій і четвертий дні разом. Отже, після другого дня залишалося пройти 1200 м, що становить $\frac{2}{3}$ шляху, пройденого за другий, третій

і четвертий дні разом. **503.** 68,4 см. **528.** 3,9. **530.**

180 см. **564.** а) 1 : 2; б) 1 : 20. **565.** а) 1 : 2000;

б) 1 : 200. **566.** 12 а. *Вказівка.* Якщо вважати, що

сторони прямокутника на плані дорівнюють a см і b см, то сторони земельної ділянки дорівнюють

$1000a$ см і $1000b$ см. **569.** 6 год. **570.** $4\frac{1}{3}$.

585. 10,8 см. **586.** 152 км. **594.** 1) $\frac{5}{6}$; 2) 1,2;

3) $1\frac{1}{4}$; 4) 3,4. **595.** 1) 118; 2) 13; 3) 12. **596.** 5000 т.

597. 990 г крупів, 4320 г молока, 225 г цукру.

598. 24,6 кг нікелю, 32,8 кг цинку, 106,6 кг міді.

601. *Вказівка.* 1) $\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$; $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$; 2) $ad = bc$;

$ad + ac = bc + ac$; $a(d + c) = c(a + b)$; $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$.

602. 5 дублонів. *Вказівка.* Якщо 9 кокосів коштують a дублонів, то за дублон можна купити a кокосів.

Тоді в пропорції $\frac{a}{9} = \frac{1}{a}$ обидві частини

виражаютъ ціну одного кокоса. **604.** 22,5 хв.

605. 1) $13\frac{2}{9}$; 2) $1\frac{7}{9}$. **618.** 69,7 %. **619.** 21 %.

621. 1728 грн, збільшилась на 8 %. **622.** 2700 грн, збільшилась на 12,5 %. **624.** 25 %. **625.** 7,5 %.

626. 31 %. **627.** 250 %. **628.** На 140 %. **629.** На 60 %.

630. На $33\frac{1}{3}\%$. **631.** Зменшити у 2 рази. **632.** Число 100. **633.** 1000. **634.** На 33,3 %. **636.** 3 год.

663. 17 109,82 %. **676.** 32 %. **677.** 30 %. **678.** 80 сторінок, 100 сторінок. **679.** 800 грн, 1200 грн, 2000 грн.

680. 112 т, 168 т, 260 т. **681.** 1) $x = 12$, $y = 20$;
2) $x = 27$, $y = 6$. **682.** $a = 120$, $b = 45$. **683.** $x = 60$,
 $y = 135$, $z = 24$. **684.** 36; 90; 120; 140.

**Відповіді до завдань
«Перевірте себе» в тестовій формі**

Номер завдання	Номер задачі											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Б	В	Б	В	Б	Б	В	Г	А	А	В	Б
2	Б	А	В	В	Б	А	В	Г	Б	В	Г	В
3	А	Б	Б	Г	В	Г	А	В	А	А	В	А

Предметний покажчик

Відношення 148

Дільник 5

Дріб нескінченний періодичний десятковий 133

— нескоротний 62

Кратне 5

Найбільший спільний дільник 38

Найменше спільне кратне 44

Обернена пропорційна залежність 180

Ознака подільності на 2 12

— — на 9 19

— — на 10 12

— — на 5 13

— — на 3 19

Період дробу 133

Пропорція 158

Пряма пропорційна залежність 178

Розклад на прості множники 29

Цифри непарні 12

— парні 12

Числа взаємно обернені 108

— взаємно прості 40

— непарні 12

— парні 12

— прості 28

— складені 28

ЗМІСТ

Від авторів.....	3
§ 1. Подільність натуральних чисел	
1. Дільники і кратні	5
2. Ознаки подільності на 10, на 5 і на 2	11
3. Ознаки подільності на 9 і на 3.....	19
• Ділиться чи не ділиться?	24
4. Прості та складені числа.....	28
• Чи такі вже прості ці прості числа?	35
5. Найбільший спільний дільник.....	38
6. Найменше спільне кратне	44
Завдання № 1 «Перевірте себе» в тестовій формі	51
Головне в параграфі 1	52
§ 2. Звичайні дроби	
7. Основна властивість дробу.....	55
8. Скорочення дробів.....	61
9. Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів	66
10. Додавання і віднімання дробів.....	75
Завдання № 2 «Перевірте себе» в тестовій формі	86
11. Множення дробів	88
12. Знаходження дробу від числа	100
13. Взаємно обернені числа. Ділення дробів	108
14. Знаходження числа за заданим значенням його дробу	120
15. Перетворення звичайних дробів у десяткові	129
16. Нескінченні періодичні десяткові дроби	133
17. Десяткове наближення звичайного дробу.....	137
Завдання № 3 «Перевірте себе» в тестовій формі ...	142
Головне в параграфі 2	144
206	

§ 3. Відношення і пропорції

18. Відношення	147
19. Пропорції	158
20. Відсоткове відношення двох чисел	167
• Як знайти «золоту середину»	174
21. Пряма та обернена пропорційні залежності	178
22. Поділ числа в заданому відношенні.....	187
 <i>Дружимо з комп'ютером</i>	193
<i>Відповіді та вказівки до вправ</i>	198
<i>Відповіді до завдань «Перевірте себе» в тестовій формі</i>	204
<i>Предметний покажчик</i>	205

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
ЯКІР Михайло Семенович

МАТЕМАТИКА підручник для 6 класу закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах) Частина 1

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України*

Видано за рахунок державних коштів.

Продаж заборонено

Підручник відповідає Державним санітарним нормам і правилам
«Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»

У підручнику з навчальною метою використано фотоматеріали,
розміщені у вільному доступі в мережі «Інтернет».

Відповідальна за випуск *Т. Г. Левченко*

Редакторка *Т. Є. Цента*

Обкладинка *Н. О. Мінєєва*

Технічна редакторка *О. В. Гулькевич*

Комп'ютерне верстання,

художнє оформлення *С. І. Северин*

Коректорка *А. Ю. Венза*

Формат 60×90/16. Ум. друк. арк. 13,00. Обл.-вид. арк. 11,64.

Тираж 103113 прим. Зам. № 001

ТОВ ТО «Гімназія»,

вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052

Тел.: (057) 719-17-26, (057) 719-46-80, факс: (057) 758-83-93

E-mail: contact@gymnasia.com.ua, www.gymnasia.com.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 644 від 25.10.2001

Надруковано в друкарні ПП «Модем»,

вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052. Тел. (057) 758-15-80

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ХК № 91 від 25.12.2003

Карта України



**Масштаб 1:10 000 000
(в 1 см 100 км)**

Скорочені позначення метричних одиниць

Префікс	Позначення	Множник
мікро-	мк	0,000001
мілі-	м	0,001
санти-	с	0,01
деки-	д	0,1
кіло-	к	1000
мега-	М	1 000 000

1 см =	10	мм
1 дм =	10	см
1 м =	100	дм
1 см² =	100	мм²
1 дм² =	100	см²
1 м² =	1000	дм²
1 а =	1000	м²
1 га =	1000	а
1 км² =	1000	га
1 см³ =	1000	мм³
1 дм³ =	1000	см³
1 м³ =	1000	дм³

Латинський алфавіт

Друковані літери	Рукописні літери	Назви літер
A	а	а
B	б	бе
C	с	це
D	д	де
E	е	є
F	ф	еф
G	г	ге
H	х	аш
I	і	і
J	ж	йот
K	к	ка
L	л	ель
M	м	ем
N	н	ен
O	о	о
P	п	пе
Q	ку	ку
R	р	ер
S	с	ес
T	т	те
U	у	у
V	в	ве
W	в	дубль-ве
X	х	ікс
Y	ї	ігрек
Z	з	зет