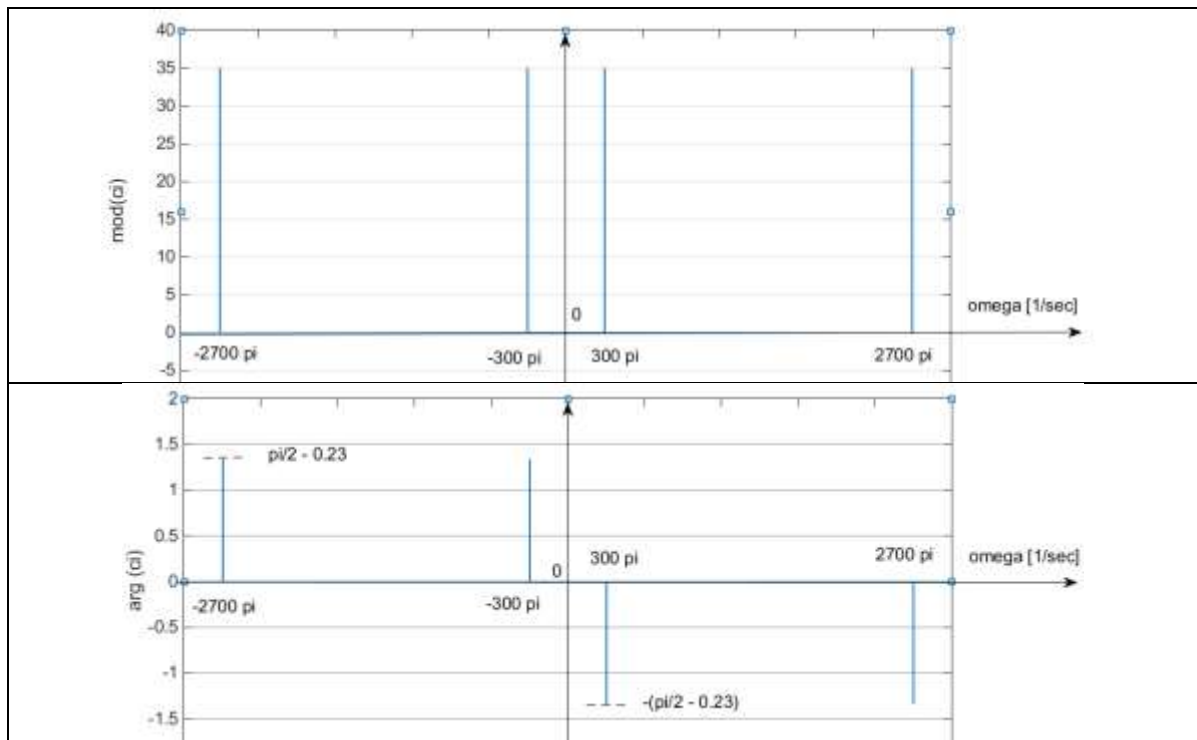


Nume și prenume	Nr. matricol	$S_1 = \text{suma cifrelor numărului matricol}$ $S_4 = \text{suma cifrelor pare din numărul matricol}$	$a = S_1 \bmod 7$ $b = S_4 \bmod 3$	Data completării formularului
Popescu-Barbu Floricel	123456	$S_1=21$ $S_4=12$	$a = 0$ $b = 0$	31.10.2021

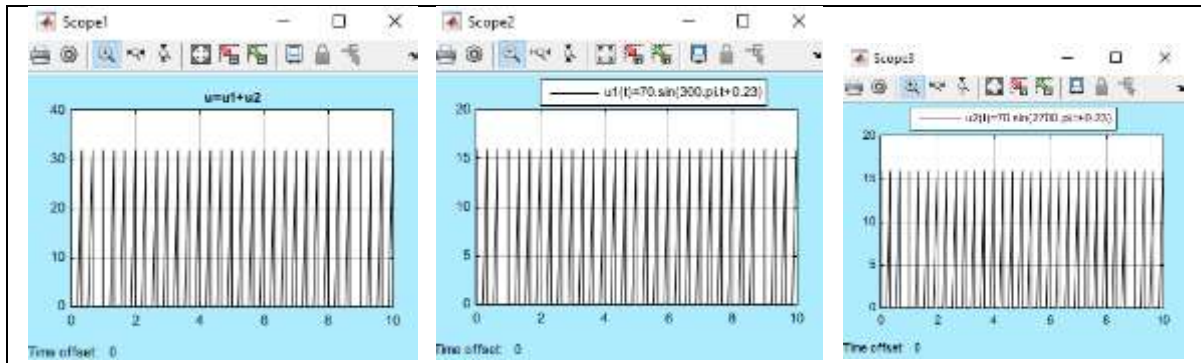
TEMA DE CASĂ NR. 5

(Tema de casă se depune pe CV în săptămâna consecutivă celei în care s-a efectuat lucrarea de laborator. Formularul completat se depune în format pdf.)

1.1. Reprezentați spectrele de amplitudine și fază ale semnalului $u(t)=70 \cdot \sin(300\pi t+0.23)+70 \cdot \sin(2700\pi t+0.23)$.



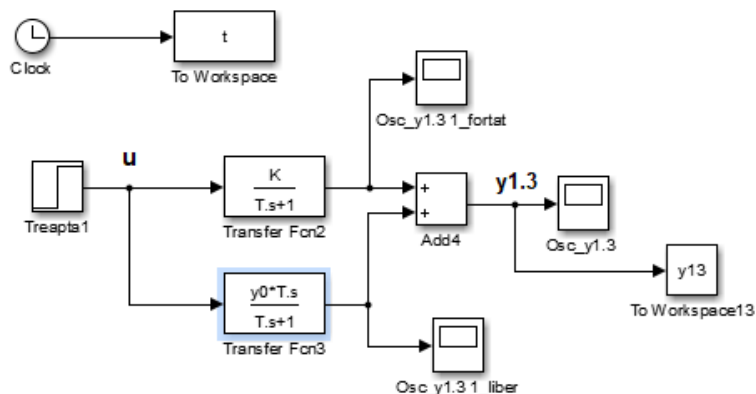
1.2. Reprezentați grafic, prin adaptarea modelului Simulink dat în lucrare, semnalele care rezultă prin eșantionarea componentelor semnalului $u(t)$ și a lui $u(t)$ cu frecvența $f_s = 2^a \cdot 3 \cdot 5^b$. Explicați rezultatul. $f_s = 2^0 \cdot 3 \cdot 5^0 = 3 \text{ s}^{-1}$



Frecvențele $f_1 = 150$ Hz și $f_2 = 1350$ Hz ale componentelor $u_1(t)$ și $u_2(t)$ ale semnalului $u(t)$ sunt frecvențe alias în raport cu frecvența de eșantionare $f_s = 3$ Hz întrucât $f_2 - f_1 = 1200$ Hz = $400 f_s$. Totodată, fazele inițiale ale celor două semnale sunt egale (0.23 rad). Ca urmare $u_1(t)$ și $u_2(t)$ sunt semnale alias. Eșantionare confirmă acest lucru prin faptul că, $u_1(t)$ și $u_2(t)$ având aceeași amplitudine, eșantioanele sunt identice, respectiv prin faptul că amplitudinea eșantioanelor extrase din $u(t)$ este egală cu dublul amplitudinii eșantioanelor oricăreia dintre componente.

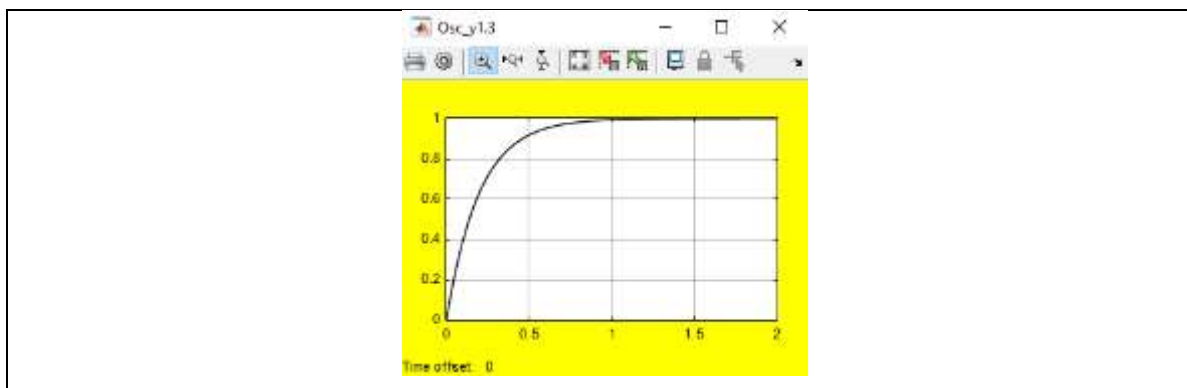
- 1.3. Construiți un model Simulink care să permită calculul lui $y(t)$ potrivit formulei (13). Reprezentați pe aceeași figură pe $y(t)$ și componentele sale (răspunsul forțat și răspunsul liber). Se consideră $T = (a+1)/5$ secunde, $K = b+1$, $y(0) = a - b$.

Modelul are în vedere că transformata Laplace a semnalului treaptă unitară (semnalul precizat în lucrarea de laborator) este $1/s$. Pentru generarea răspunsului liber se recurge la următorul artificiu: expresia operațională a răspunsului liber se înmulțește cu $1/s$ și cu s (la numărătorul blocului Transfer Fcn3 apare $y(0) \cdot T \cdot s$), factorul $1/s$ fiind generat de intrarea $u(s)$.

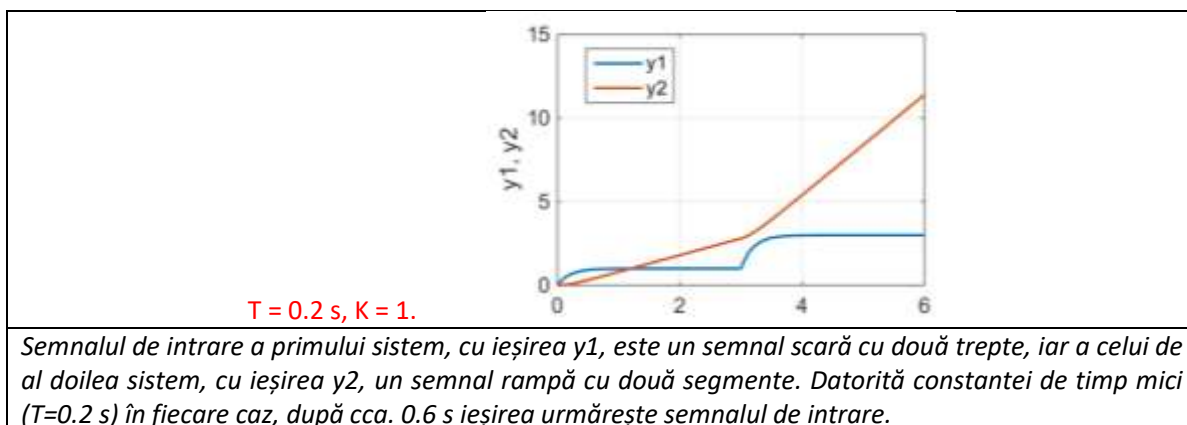


Observație: modelul este identificabil în fișierul A03_L5_2.slx.

- Întrucât $y(0) = 0$, răspunsul $y(t)$ coincide cu componenta de răspuns forțat. Componenta de regim liber este nulă. În aceste condiții cel trei figuri se reduc la una singură.
- Potrivit lucrării de laborator semnalul de intrare este o treaptă unitară. În cazul de față $K = 1$. Deci, în final $y(t)$ tinde spre valoarea 1.
- Constanta de timp fiind de 0.2 s, s-a adoptat un interval de integrare de 2 secunde, suficient pentru stabilizarea răspunsului.



- 1.4. Pentru modelul Simulink din secțiunea 3 a lucrării se consideră la intrare, în locul semnalului treaptă unitară din figură, semnalul $u(t) = \sigma(t) + 2 \cdot \sigma(t-3)$. Condițiile inițiale se consideră nule, $y(0) = 0$. Reprezentați pe aceeași figură, pentru intervalul de timp $[0, 6]$ secunde semnalele $y_1(t)$ și $y_2(t)$. Comentați rezultatul. Se consideră $T = (a+1)/5$ secunde, $K = b+1$.



2. Să se demonstreze că răspunsul indicial al ET-PT₁ ($T \cdot \dot{y}(t) + y(t) = K \cdot u(t)$, $T > 0$, $K > 0$) dat de relația $y_{\sigma}(t) = K \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}})$ are proprietatea $\frac{y_{\sigma}(t+T) - y_{\sigma}(t)}{y_{\sigma}(\infty) - y_{\sigma}(t)} = 1 - e^{-1}$. Să se calculeze $\frac{y_{\sigma}(t+k \cdot T) - y_{\sigma}(t)}{y_{\sigma}(\infty) - y_{\sigma}(t)}$, $k \in \mathbb{N}$ și să se interpreteze rezultatul. S-a notat $y_{\sigma}(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y_{\sigma}(t)$.

Demonstrarea relației $\frac{y_{\sigma}(t+T) - y_{\sigma}(t)}{y_{\sigma}(\infty) - y_{\sigma}(t)} = 1 - e^{-1}$:

$$\frac{y_{\sigma}(t+T) - y_{\sigma}(t)}{y_{\sigma}(\infty) - y_{\sigma}(t)} = \frac{K \cdot (1 - e^{-\frac{t+T}{T}}) - K \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}})}{K - K \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}})} = \frac{e^{-\frac{t}{T}} - e^{-\frac{t+T}{T}}}{e^{-\frac{t}{T}}} = 1 - e^{-1}$$

$$\frac{y_{\sigma}(t+k \cdot T) - y_{\sigma}(t)}{y_{\sigma}(\infty) - y_{\sigma}(t)} = 1 - e^{-k}$$

Interpretare: Diferența dintre valorile lui $y(t)$ măsurate la un ecart de timp constant raportată la diferența dintre valoarea staționară a lui $y(t)$ și valoarea inițială este o constantă. Constanta are o valoare cu atât mai mare cu cât ecartul de timp este mai mare.