

Nume și prenume	Nr. matricol	$S_1 = \text{suma cifrelor numărului matricol}$ $S_2 = \text{suma cifrelor impare din numărul matricol}$	$a = S_1 \bmod 7$ $b = S_2 \bmod 3$	Data completării formularului
Popescu-Barbu Floricel	123456	$S_1=21, S_2=9$	$a=0, b=0$	16.10.2020

TEMA DE CASĂ NR. 3

(Tema de casă se depune pe CV în săptămâna consecutivă celei în care s-a efectuat lucrarea de laborator. Formularul completat se depune în format pdf.)

- 1.1. Pentru circuitul din fig. -a- de la pag. 2 din lucrarea de laborator avem $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 420 \text{ }\mu\text{F}$, $R_2 = (100+5a) \text{ k}\Omega$, $C_2 = (180+2b) \text{ }\mu\text{F}$. Să se particularizeze numeric modelul operațional (10).

$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 420 \text{ }\mu\text{F}$, $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$, $C_2 = 180 \text{ }\mu\text{F}$	$y_1(s) = \frac{18 \cdot s + 1}{75.6 \cdot s^2 + 24 \cdot s + 1} \cdot u(s)$
---	--

- 1.2. Circuitul din figura a de la pag. 2 din lucrarea de laborator se consideră ca sistem orientat $u \rightarrow i_2$. Să se determine un MM-II în domeniul timp care leagă cele două semnale.

(Rezultatul poate fi obținut pe mai multe căi).

Ne folosim de expresiile lui $y_2(s)$ de la pag. 3 din lucrare, din care obținem succesiv:

$$i_2(s) = \frac{1}{Z_{32}(s)} \cdot y_2(s) = \frac{1}{\frac{1}{C_2 \cdot s}} \cdot \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) \cdot s + 1} \cdot u(s) =$$

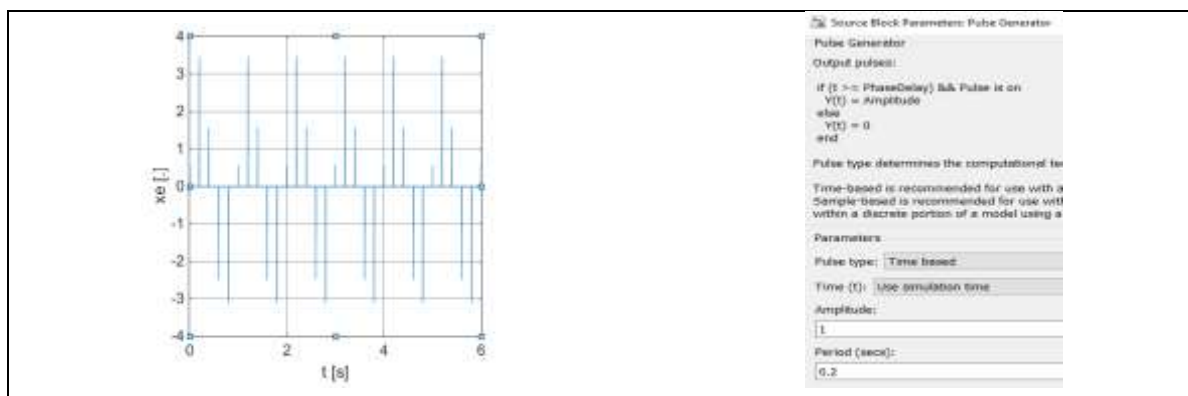
$$= \frac{C_2 \cdot s}{R_1 R_2 C_1 C_2 \cdot s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) \cdot s + 1} \cdot u(s)$$

Rezultă

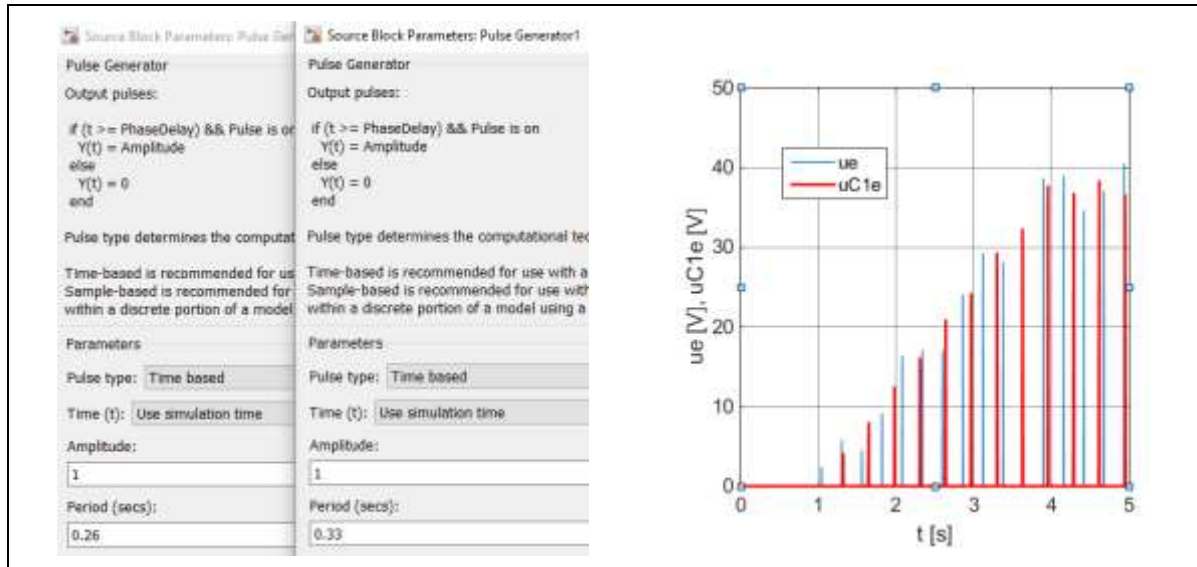
$$R_1 R_2 C_1 C_2 \cdot s^2 \cdot i_2(s) + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) \cdot s \cdot i_2(s) + i_2(s) = C_2 \cdot s \cdot u(s)$$

$$\bullet - \circ R_1 R_2 C_1 C_2 \cdot \frac{d^2 i_2(t)}{dt^2} + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) \cdot \frac{di_2(t)}{dt} + i_2(t) = C_2 \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

- 1.3. Se consideră modelul Simulink de la pag. 4 din lucrarea de laborator. Să se eșantioneze semnalul (12) cu pasul $h = 0.2 \cdot (1+b)$ secunde pentru un interval de timp de 6 secunde.



1.4. Reluați simularea cu modelul Simulink de la pag. 5 din lucrarea de laborator pentru valorile a și b personalizate.



2.1 Soluțiile exemplor A), B) și C) de la pag. 8 nu depind de pasul de discretizare h. Comentați acest fapt.

Matematic transformata z se asociază unui șir (unei secvențe) care nu trebuie să reprezinte, neapărat, un semnal eșantionat. Pasul h apare în expresiile transformatelor doar atunci când șirul (secvența) rezultă prin eșantionarea cu pas constant a unui semnal în timp continuu.

- Șirurile de la punctul A), $\{f[t]\}_{t \in \mathbb{N}} = \{1, 2, 0, 5, -3, 0, \dots, 0, \dots\}$ cu $f[t] = 0, t \in \mathbb{Z}_-, \{f_1[t]\}_{t \in \mathbb{N}} = \{f[t-2]\}_{t \in \mathbb{N}}$ și $\{f_2[t]\}_{t \in \mathbb{N}} = \{f[t+3]\}_{t \in \mathbb{N}}$ sunt la modul general atemporale. Între valori nu există nici o legătură prin intermediul unui pas h. Deci, nu există nici un motiv ca în transformatele z să apară h.
- La punctul B), modelul $y[t] - 5 \cdot y[t-1] + 2 \cdot y[t-2] = u[t-1] - 0.2 \cdot u[t-2]$ interconectează șiruri realizând o legătură recursivă între termeni de diferite ranguri. Termenii nu au neapărat o interpretare temporală. Relația permite în esență generarea șirului $\{y[t]\}_{t \in \mathbb{N}}$ atunci când se cunosc valorile șirului $\{u[t]\}_{t \in \mathbb{N}}$ și extensiile $u[-2], u[-1], y[-2], y[-1]$.
- Modelul $x[t+1] = A \cdot x[t] + B \cdot u[t]$ de la punctul C) se găsește practic în aceeași situație cu cel de la punctul B).]

2.2 Semnalul $x(t) = 3.5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t + 0.16)$, $t \geq 0$ se eșantionează cu pasul $h = (0.1 + S_1 + S_2)$. Scrieți termenul general $x[t]$ al semnalului $\{x[t]\}_{t \in \mathbb{N}}$ și calculați transformata z a semnalului discretizat.

$$h = 0.1 + 21 + 9 = 30.1 \rightarrow 2 \cdot \pi \cdot h = 60.2 \cdot \pi.$$

$$x[k] = x(k \cdot h) = 3.5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot k \cdot h + 0.16) \rightarrow x[t] = x(t \cdot h) = 3.5 \cdot \sin(60.2 \cdot \pi \cdot t \cdot h + 0.16), t \in \mathbb{N}.$$

Întrucât $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$, din tabelele de transformare folosim corespondențele:

$$\sin(\omega_0 t) \xrightarrow{s^2 + \omega_0^2} \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} \xrightarrow{z \cdot \sin(\omega_0 h)} \frac{z \cdot \sin(\omega_0 h)}{z^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(\omega_0 h) + 1} \text{ și } \cos(\omega_0 t) \xrightarrow{s} \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \xrightarrow{z \cdot (z - \cos(\omega_0 h))} \frac{z \cdot (z - \cos(\omega_0 h))}{z^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(\omega_0 h) + 1}.$$

Ca urmare, succesiv obținem

$$\{x[t]\}_{t \in \mathbb{N}} \xrightarrow{\square} x(z) = 3.5 \cdot \left[\frac{z \cdot \sin(60.2 \cdot \pi)}{z^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(60.2 \cdot \pi) + 1} \cdot \cos(0.16) + \frac{z \cdot (z - \cos(60.2 \cdot \pi))}{z^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(60.2 \cdot \pi) + 1} \cdot \sin(0.16) \right] =$$

$$= \frac{3.5 \cdot z \cdot [\sin(60.2 \cdot \pi \cdot 0.16) + z \cdot \sin(0.16)]}{z^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(60.2 \cdot \pi) + 1}.$$