

CIRCUITE RC TRECE-SUS.

Circuitul RC din figura 3.1 constituie un filtru trece-sus: datorită faptului că reactanța capacitivă scade cu creșterea frecvenței; circuitul se comportă ca un divizor de tensiune a cărui raport de divizare depinde de frecvență. Dacă semnalul aplicat circuitului este nesinusoidal, componentele sale de frecvență înaltă apar la ieșire cu o atenuare mai mică decât componentele de frecvență joasă. La frecvența zero reactanța capacitivă devine infinită și componenta continuă a semnalului nu este transmisă la ieșire; datorită acestei proprietăți circuitul din figura 3.1. se folosește pentru separarea unor circuite în curent continuu.

În continuare se va analiza comportarea acestui circuit față de diferite forme de semnal aplicate la intrarea lui: semnal sinusoidal, semnal treaptă, impuls, semnal rectangular, semnal exponențial și semnal liniar variabil. Aceste semnale sunt considerate cele mai frecvent întâlnite în practică.

3.1.1. Semnal sinusoidal

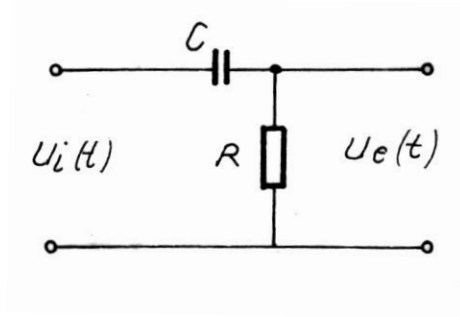


Figura 3.1

Se consideră că se aplică circuitului din figura 3.1 un semnal sinusoidal, de forma:

$$u_i = |U_i| e^{j\omega t};$$

răspunsul va fi de forma

$$U_e = U_e e^{j(\omega t - \rho)}.$$

Funcția de transfer a circuitului are expresia:

$$K(j\omega) = \frac{U_e}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{|U_e|}{|U_i|} \cdot e^{-j\rho(\omega)} = A(\omega) \cdot e^{-j\rho(\omega)} \quad (3.1)$$

unde:

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}} \quad (3.2)$$

$$\gamma(\omega) = \arctg\left(\frac{1}{\omega RC}\right) \quad (3.3)$$

$A(\omega)$ și $\gamma(\omega)$ reprezintă atenuarea respectiv defazajul introdus de circuitul RC.

O mărime caracteristică a circuitului o reprezintă constanta $\frac{1}{2\pi RC}$ care se notează cu f_1 pentru că are dimensiuni de frecvență. Dacă se introduce constanta $f_1 = \frac{1}{2\pi RC}$ în relațiile (3.2) și (3.3) se obține:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_1}{f}\right)^2}} \quad \text{și} \quad \gamma = \arctg\left(\frac{f_1}{f}\right)$$

Se observă că pentru $f = f_1$ rezultă $A = 0,707$, valoare ce corespunde unui câștig de 3 dB; din acest motiv mărimea f_1 se numește “frecvența inferioară de tăiere corespunzătoare la 3 dB”.

3.1.2. Semnal treaptă

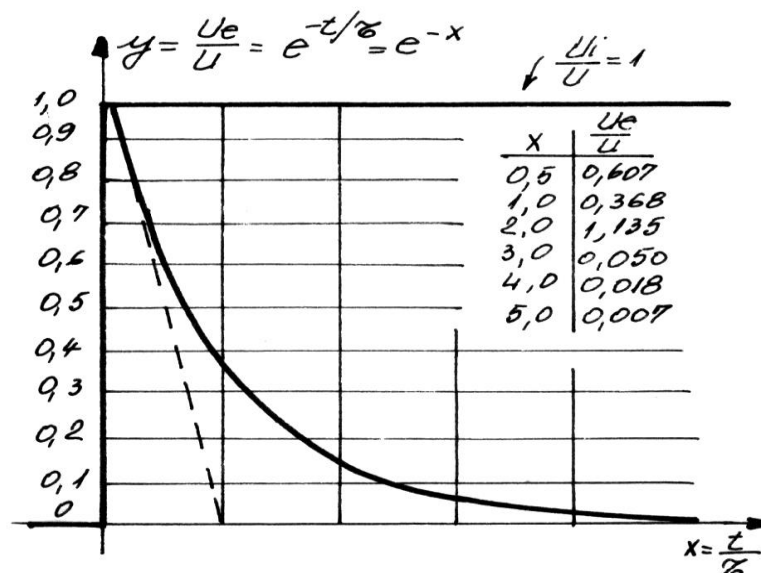
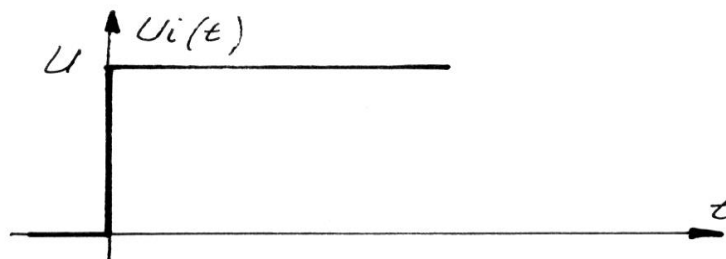


Figura 3.2

Pentru a determina răspunsul circuitului se va aplica relația:

$$u_e = u_e(\infty) + [u_e(0) - u_e(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

unde:

$$u_e(0) = U_{\text{int}} (\text{valoarea initiala})$$

$$u_e(\infty) = U_{\text{fin}} (\text{valoarea finala})$$

deci:

$$u_e(t) = U_{\text{fin}} + (U_{\text{int}} - U_{\text{fin}})e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dar:

$$U_{\text{int}} = U$$

$$U_{\text{fin}} = 0$$

Răspunsul circuitului RC când la intrare se aplică un semnal treaptă devine:

$$u_e(t) = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.4)$$

În figura 3.2.b sunt reprezentate pe același grafic semnalul de la intrarea și ieșirea circuitului RC.

Timpul de încărcare a capacității C este dat de relația:

$$t_c = t_2 - t_1 = \tau \ln \frac{u_e(\infty) - u_e(t_1)}{u_e(\infty) - u_e(t_2)} = \tau \ln \frac{u_e(t_1)}{u_e(t_2)}$$

De exemplu, se dorește timpul de cădere de la 0,9 U la 0,1 U adică $u_e(t_2) = 0,1 U$ și $u_e(t_1) = 0,9 U$

$$t_c = \tau \ln \frac{0,9U}{0,1U} = 2,2RC$$

În figura 3.2.b răspunsul circuitului este reprezentat grafic folosind unități relative pe ordonata $\frac{u_e}{U}$ și pe abscisa $\frac{t}{\tau}$, unde $\tau = RC$.

3.1.3. Semnal impuls

Un impuls ideal are forma din figura 3.3.a și poate fi considerat ca suma dintre un semnal treaptă pozitiv ($+U$) aplicat la momentul $t = 0$ respectiv, un semnal treaptă negativ ($-U$) aplicat la momentul $t = t_1$ (figura 3.3.b și c).

În intervalul de timp $[0, t_1]$ răspunsul circuitului este același ca la un semnal treaptă, adică:

$$u_e = U \cdot e^{-t/RC}. \quad (3.5)$$

La momentul $t = t_1$, impulsul de la intrare are un salt și, deoarece tensiunea la bornele condensatorului nu se poate schimba brusc, tensiunea de ieșire va avea și ea o variație (salt) de $-U$. În continuare semnalul de la ieșire tinde asimptotic spre zero (figura 3.3.d).

Pentru $t > t_1$, răspunsul este dat de relația:

$$u_e(t) = U \left(e^{-\frac{t_1}{RC}} - 1 \right) e^{-\frac{(t-t_1)}{RC}} \quad (3.6)$$

Se observă că, datorită trecerii printr-un circuit RC trece-sus impulsul este distorsionat.

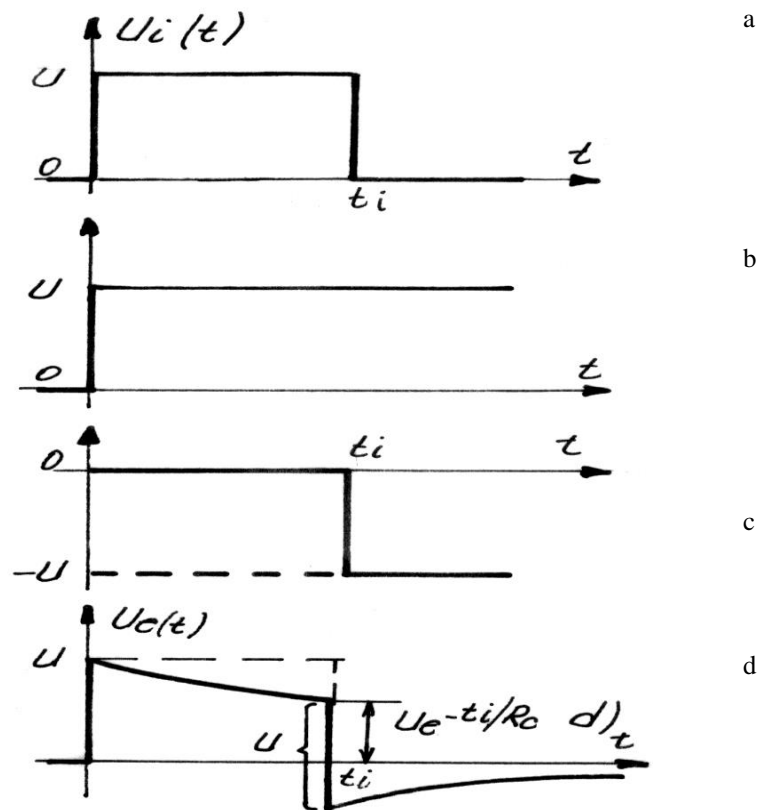


Figura 3.3

Pentru a minimiza aceste distorsiuni este necesar să se aleagă o constantă de timp RC mult mai mare decât t_i , în acest caz răspunsul circuitului va avea forma din figura 3.4.a. Dacă constanta de timp RC este mult mai mică decât t_i , răspunsul are forma din figura 3.4.b.

În figura 3.4c sunt date răspunsurile circuitului RC la diverse rapoarte dintre constanta de timp a circuitului, τ și durata impulsului la intrare t_i .

Observați. Indiferent ce valoare are constanta de timp RC a circuitului, aria de deasupra abscisei (A_1) este întotdeauna egală cu aria de sub abscisă (A_2) pentru că componenta continuă a răspunsului este nulă, datorită prezenței condensatorului C.

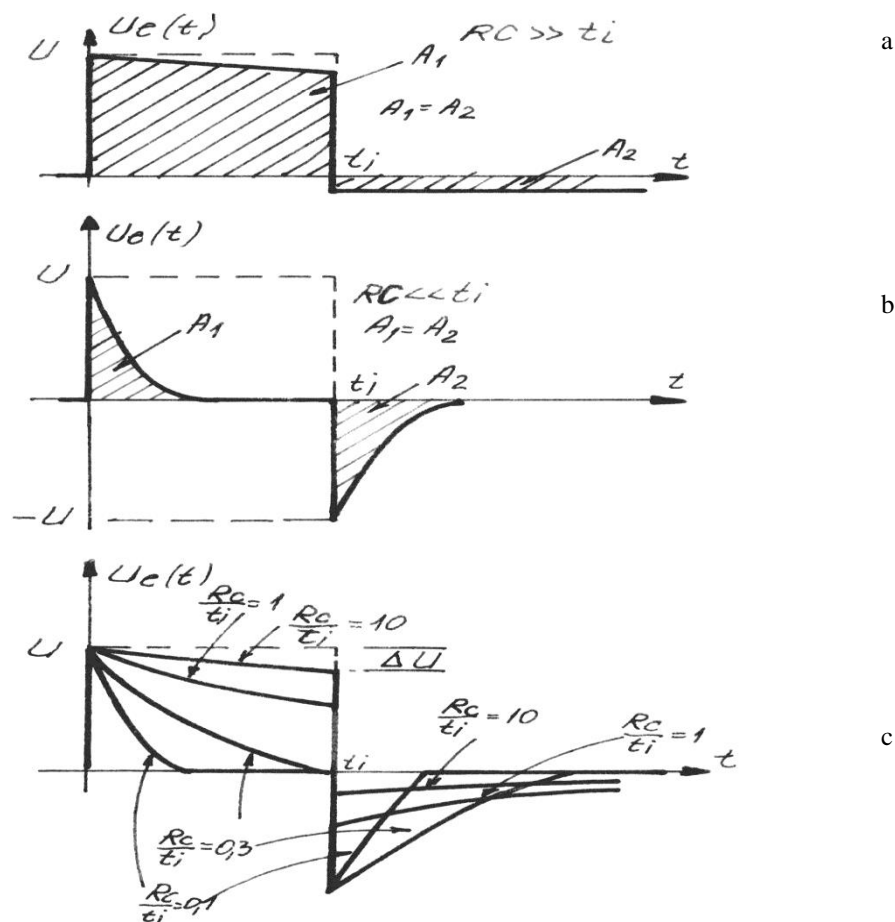


Figura 3.4

Semnal liniar variabil

Prin definiție, un semnal rampă are valoarea 0 pentru $t < 0$ și crește liniar pentru $t \geq 0$, $u_i = Kt$ (figura 3.8). Răspunsul circuitului RC trece-sus a fost determinat în capitolul 2 este egal:

$$u_e(t) = kRG(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Dacă se consideră un interval de timp $[0, T]$ astfel ca $T \ll RC$ se poate dezvolta în serie termenul exponențial, obținând:

$$u_e(t) = kt(1 - \frac{t}{2RC} + \dots)$$

relația de mai sus s-a obținut prin dezvoltarea în serie :

$$e^n = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^k}{k} \text{ dacă } n \ll 1, \quad e^n \approx 1 + \frac{n}{1} + \frac{n^2}{2} + \dots$$

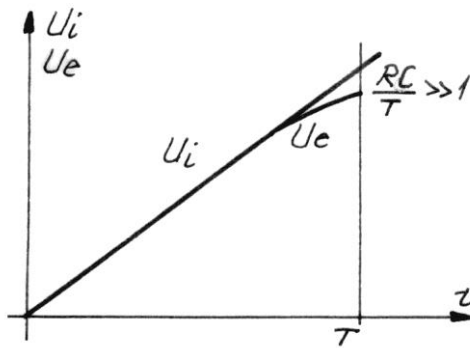


Figura 3.8

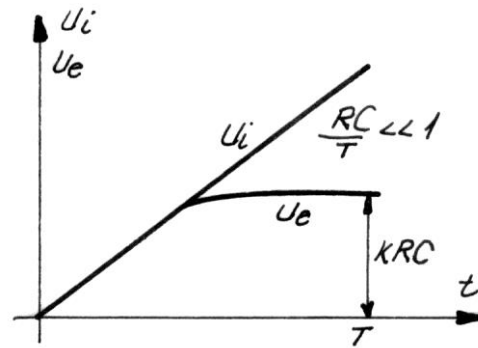


Figura 3.9

În figura 2.9 sunt reprezentate grafic răspunsurile circuitului RC trece - sus pentru cazul: $RC \gg T$, respectiv în figura 3.9 pentru cazul $RC \ll T$.

. CIRCUITE RC TRECE-JOS

Circuitul RC din figura 3.10 constituie un filtru trece-jos și se comportă ca un divizor de tensiune al cărui raport de divizare depinde de frecvență; armonicile de frecvență înaltă apar la ieșire cu o atenuare mai mare decât armonicile de frecvență joasă, din cauză că reactanța condensatorului variază invers proporțional cu frecvența.

Studiul acestui circuit prezintă o importanță specială, din cauză că el poate reprezenta situația care există în practică la bornele 0 și 0' ale oricărui generator de semnal. În acest caz R este rezistența interioară a generatorului iar C capacitatea firelor de legătură cu sarcina, componenta capacitivă a sarcinii etc.

Ca și în cazul circuitului RC trece-sus se va analiza comportarea circuitului față de diferite forme de semnale.

3.2.1. Semnal sinusoidal

Funcția de transfer a circuitului, care descrie comportarea sa în regim armonic, este dată de relațiile:

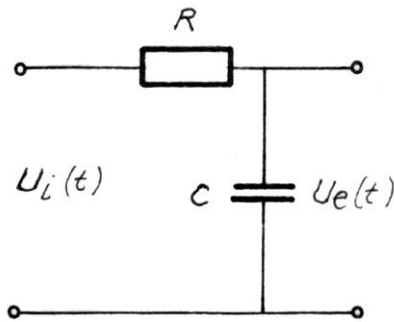


Figura 3.10

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$
$$\tau(\omega) = -\arctan \frac{f}{f_2} = -\arctan(\omega RC) \quad (3.17)$$

unde: $f_2 = \frac{1}{2\pi RC}$ se numește “frecvența superioară de tăiere, corespunzătoare la 3 dB”.

3.2.2. Semnal treaptă

Aplicând relația corespunzătoare răspunsului unui circuit cu o singură constantă de timp:

$$u_o(t) = u_e(\infty) + [u_o(0) - u_e(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.18)$$

și pentru condițiile cunoscute de la un circuit RC trece jos:

$$u_e(0) = 0 \text{ și } u_e(\infty) = U$$

se obține următoarea expresie a răspunsului unui circuit RC trece jos la un semnal treaptă:

$$u_e(t) = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (3.19)$$

care este reprezentat în figura 3.11

Timpul de ridicare al răspunsului (t_r) se definește a interval de timp în care răspunsul crește de la 0,1 la 0,9 din valoarea sa finală. Valoarea t_r poate fi calculată în funcție de constanta de timp RC a circuitului, astfel:

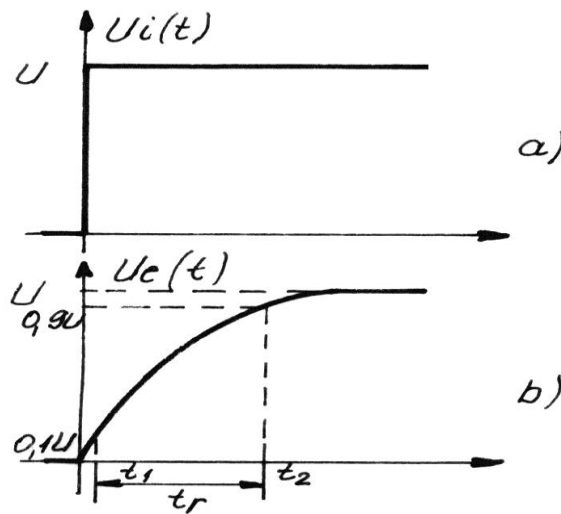


Figura 3.11

$$u_e(t_1) = 0,1U = U(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}})$$

$$u_e(t_2) = 0,9U = U(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}})$$

Rezolvând ecuațiile de mai sus se obține $t_1 = 0,1RC$ și $t_2 = 2,3RC$;

Deci: $t_r = t_2 - t_1 = 2,2RC$.

Timpul de ridicare poate fi exprimat și în funcție de frecvența de tăiere f_2 :

$$t_r = \frac{2,2}{2\pi f_2} = \frac{0,35}{f_2}$$

3.2.3. Semnal impuls

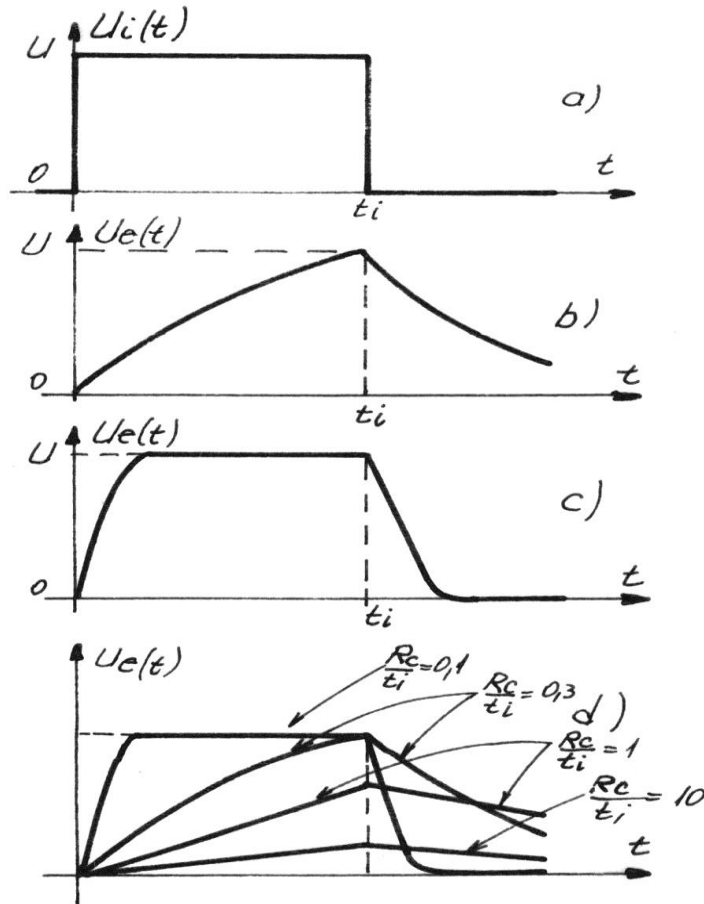


Figura 3.12

Unde în figura 3.12 avem:

- a) semnalul impuls, (figura 3.12.a);
- b) răspunsul circuitului în cazul când $RC > t_i$, (figura 3.12.b);
- c) răspunsul circuitului în cazul când $RC \ll t_i$, (figura 3.12.c);
- d) răspunsul circuitului pentru diferite valori ale constantei de timp, (figura 3.12.d).

Procedeul de determinare a răspunsului la un semnal impuls este analog cu cel folosit în cazul circuitului RC trece-sus. În intervalul $[0, t_i]$ răspunsul este dat de relația:

$$u_e = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}),$$

iar în intervalul (t_i, ∞) de relația:

$$u_e = Ue^{-\frac{t}{RC}}(1 - e^{-\frac{t_i}{RC}})$$

Pentru a obține un răspuns mai puțin distorsionat este necesar ca dispozitivele din circuit să satisfacă condiția $RC \ll t_i$ (figura 3.12.c).

Semnalul liniar variabil

Răspunsul circuitului RC trece-jos la un semnal rampă: $u_i = kt$ a fost determinat în capitolul 2 și are expresia:

$$u_c = k \left[t - RC \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \right]$$

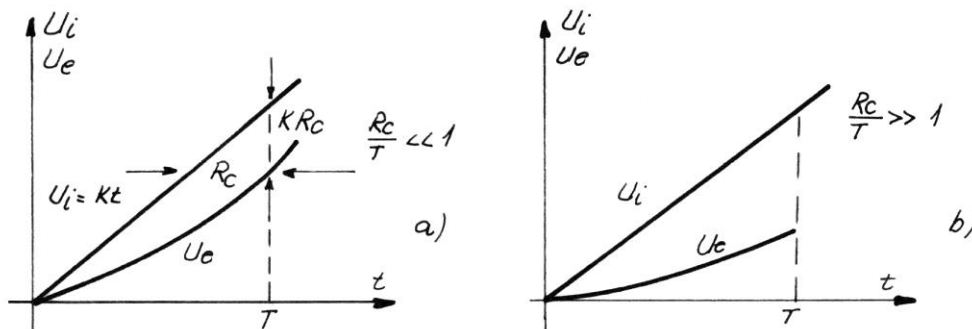


Figura 3.17

Reprezentarea grafică a răspunsului este dată în figura 3.17; pentru $RC/T \ll 1$ (figura 3.17.a) și $RC/T \gg 1$. (figura 3.17.b)