CLASIFICAREA METODELOR DE ANALIZA A CIRCUITELOR DIGITALE

Studiul circuitelor numerice se poate face prin diverse metode matematice, care au fost concepute pentru circuite liniare cu parametrii concentraţi. Aplicarea acestor metode este condiţionată de posibilitatea aproximării prin segmente de dreaptă a caracteristicilor elementare neliniare care intră în componenţa circuitelor studiate.

Principalele metode de analiză a regimurilor tranzitorii, caracteristica circuitelor pentru impulsuri, sunt următoarele:

1. Metoda clasică a rezolvării ecuaţiilor integro - diferenţiale asociate circuitului.
2. Metode care se bazează pe principiul suprapunerii efectelor:

METODA

RĂSPUNSUL CIRCUITELOR LINIARE CU O SINGURA CONSTANTA DE TIMP Prin atribuirea unei ecuatii diferentiale

În studiul multor circuite digitale se întâlnesc procese tranzitorii descrise de o ecuaţie diferenţială de ordinul întâi:

$$\tau \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = z(t) \qquad (2.1)$$

unde: x(t) - este funcţia de timp căutată (tensiune sau curent)(Ue)

τ – constanta de timp a circuitului(RC)

z(t) – tensiunea (sau curentul) sursei exterioare (semnal treapta)(Ui)

Prin astfel de ecuaţii se descriu procesele tranzitorii dintr-un circuit, care conţine alături de rezistenţe şi surse exterioare şi un element reactiv; capacitate sau inductanţă.

Soluţia generală a ecuaţiei diferenţiale din relaţia (2.1) poate fi reprezentată sub forma:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \qquad (2.2)$$

unde:

$x_1(t)$ - este o soluţie particulară a ecuaţiei diferenţiale

$x_2(t)$ - soluţia generală a ecuaţiei omogene diferenţiale prezentată în relaţia (2.3)

$$\tau \frac{dx_2(t)}{dt} + x_2(t) = 0 \qquad (2.3)$$

După cum se ştie răspunsul ecuaţiei omogene diferenţiale este dat mai jos

$$x_2(t) = Ae^{pt}$$

unde A este o constantă arbitrară, iar p este rădăcina ecuaţiei caracteristice:

p + 1 = 0: rezultă că : $p = -\frac{1}{\tau}$

prin urmare: $x_2(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$

şi conform relaţiei (2.10) soluţia generală a ecuaţiei diferenţiale devine:

$$x(t) = x_1(t) + A.e^{-t/\tau} \qquad (2.4)$$

Caracterul soluţiei particulare $x\ (t)$ depinde de caracterul semnalului extern. Când semnalul extern este un semnal treaptă rezultă că:

$x(t) = z_0 = const;$ pentru $t \geq 0$

Deci soluţia particulară $x_1(t)$ va fi de asemenea o constantă. Dacă în relaţia (2.3) se pune t = ∞ se obţine:

x(∞)= x_1

adică x_1 est egal cu valoarea funcţiei căutate în regim staţionar.

Luând în considerare relaţia (2.4) relaţia (2.3) ia forma:

$$x(t) = x(\infty) + A.e^{-t/\tau} \qquad (2.5)$$

Făcând pe t=0 se obţine:

A = x(0) – x(∞)

Înlocuind pe A din relaţia (2.5), expresia generală a răspunsului va fi:

$$x(t) = x(\infty) + [x(0) - x(\infty)].e^{-t/\tau} \qquad (2.6)$$

Astfel, dacă într-un circuit de ordinul întâi acţionează doar surse de tensiune continue (sau curent) se poate scrie expresia x(t) pentru orice tensiune sau curent tranzitoriu din circuit conform cu relaţia (2.6), determinând în prealabil valoarea iniţială x(0) şi cea staţionară x (∞) şi constanta de timp a circuitului.

Cu ajutorul, relaţiei (2.14) se poate determina intervalul de timp t de la t_2 la t_1 în cursul căruia funcţia ce variază exponenţial, creşte de la valoarea $x(t_1)$ la x (t_2).

Conform cu (2.14)

$$x(t_1) = x(\infty) - [x(\infty) - x(0)]e^{-\frac{t1}{\tau}}$$

de unde:

$$t_1 = \tau \ln \frac{x(\infty) - x(0)}{x(\infty) - x(t_1)}$$

şi analog

$$t_2 = \tau \ln \frac{x(\infty) - x(0)}{x(\infty) - x(t_2)}$$

Rezultă intervalul de timp, sau timpul de tranziţie dintre cele două momente de timp t de la t_2 la t_1:

$$t = t_2 - t_1 = \tau \ln \frac{x(\infty) - x(t_1)}{x(\infty) - x(t_2)} \qquad (2.7)$$

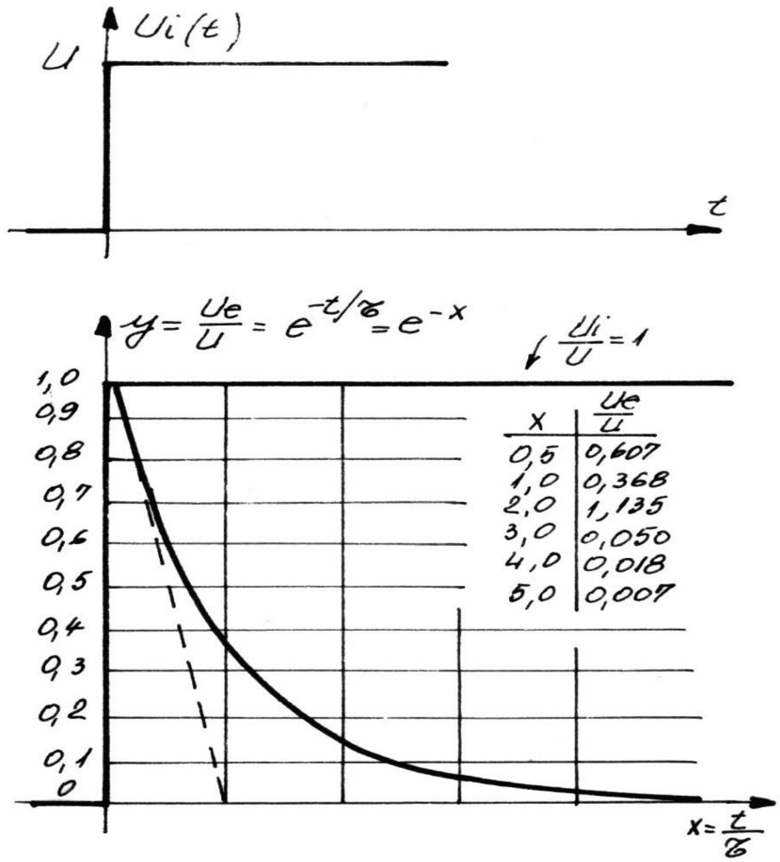
Această relaţie va fi des utilizată la determinarea duratei impulsurilor, a fronturilor şi a diverselor intervale de timp.

CIRCUITE RC TRECE-SUS.

Circuitul RC din figura 3.1 constituie un filtru trece-sus: datorită faptului că reactanţa capacitivă scade cu creşterea frecvenţei; circuitul se comportă ca un divizor de tensiune a cărui raport de divizare depinde de frecvenţa. Dacă semnalul aplicat circuitului este nesinusoidal, componentele sale de frecvenţă înaltă apar la ieşire cu o atenuare mai mică decât componentele de frecvenţă joasă. La frecvenţa zero reactanţa capacitivă devine infinită şi componenta continuă a semnalului nu este transmisă la ieşire; datorită acestei proprietăţi circuitul din figura 3.1. se foloseşte pentru separarea unor circuite în curent continuu.

În continuare se va analiza comportarea acestui circuit faţă de diferite forme de semnal aplicate la intrarea lui: semnal sinusoidal, semnal treaptă, impuls, semnal rectangular, semnal exponenţial şi semnal liniar variabil. Aceste semnale sunt considerate cele mai frecvent întâlnite în practică.

Semnal treaptă



a.

b.

Figura 3.2

Pentru a determina răspunsul circuitului se va aplica relaţia:

$$u_e = u_e(\infty) + [u_e(0) - u_e(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

unde:

$$u_e(0) = U_{\text{int}}(valoareainitiala)$$

$$u_e(\infty) = U_{fin}(valoarea\ finala)$$

deci:

$$u_e(t) = U_{fin} + (U_{\text{int}} - U_{fin}).e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dar:

$$U_{\text{int}} = U$$

$$U_{fin} = 0$$

Răspunsul circuitului RC când la intrare se aplică un semnal treaptă devine:

$$u_e(t) = U.e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (3.4)$$

În figura 3.2.b sunt reprezentate pe acelaşi grafic semnalul de la intrarea şi ieşirea circuitului RC.

Timpul de încărcare a capacităţii C este dat de relaţia:

$$t_c = t_2 - t_1 = \tau 1n \frac{u_e(\infty) - u_e(t_1)}{u_e(\infty) - u_e(t_2)} = \tau 1n \frac{u_e(t_1)}{u_e(t_2)}$$

De exemplu, se doreşte timpul de cădere de la 0,9 U la 0,1 U adică $u_e(t_2) = 0{,}1\,U \quad si\ u_e(t_1) = 0{,}9\,U$

$$t_c = \tau 1n \frac{0{,}9U}{0{,}1U} = 2{,}2RC$$

În figura 3.2.b răspunsul circuitului este reprezentat grafic folosind unităţi relative pe ordonata $\frac{u_e}{U}$ *si pe abscisa* $\frac{t}{\tau}$, *unde* $\tau = RC.$

Semnal impuls

Un impuls ideal are forma din figura 3.3.a şi poate fi considerat ca suma dintre un semnal treaptă pozitiv (+U) aplicat la momentul t = 0 respectiv, un semnal treaptă negativ (–U) aplicat la momentul t = t_1 (figura 3.3.b şi c).

În intervalul de timp $[0, t]$ răspunsul circuitului este acelaşi ca la un semnal treaptă, adică:

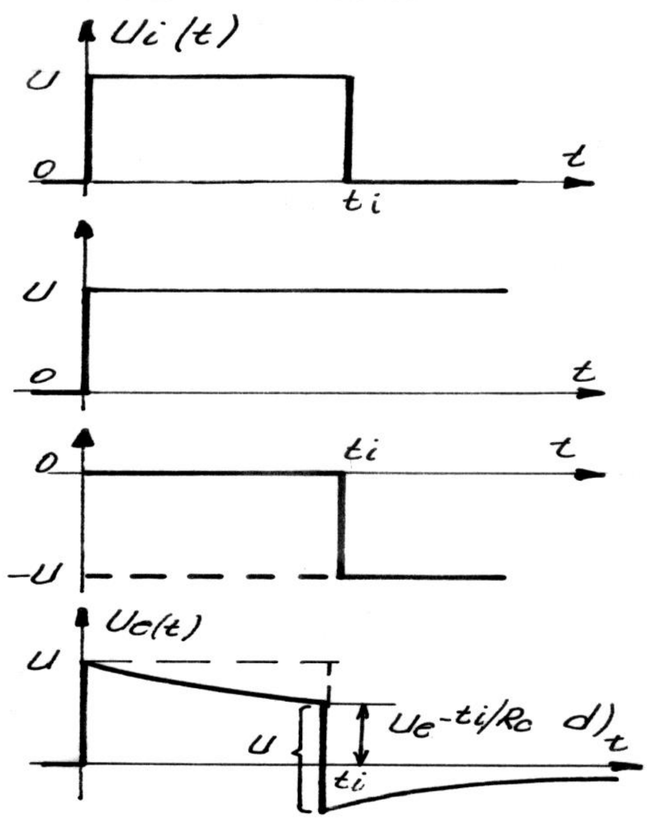
$$u_e = U.e^{-t/RC}. \qquad (3.5)$$

La momentul t = t_1, impulsul de la intrare are un salt şi, deoarece tensiunea la bornele condensatorului nu se poate schimba brusc, tensiunea de ieşire va avea şi ea o variaţie (salt) de –U. În continuare semnalul de la ieşire tinde asimptotic spre zero (figura 3.3.d).

Pentru t>t_i, răspunsul este dat de relaţia:

$$u_e(t) = U(e^{-\frac{t_i}{RC}} - 1)e^{-\frac{(t-T_i)}{RC}} \qquad (3.6)$$

Se observă că, datorită trecerii printr-un circuit RC trece-sus impulsul este distorsionat.



a

b

c

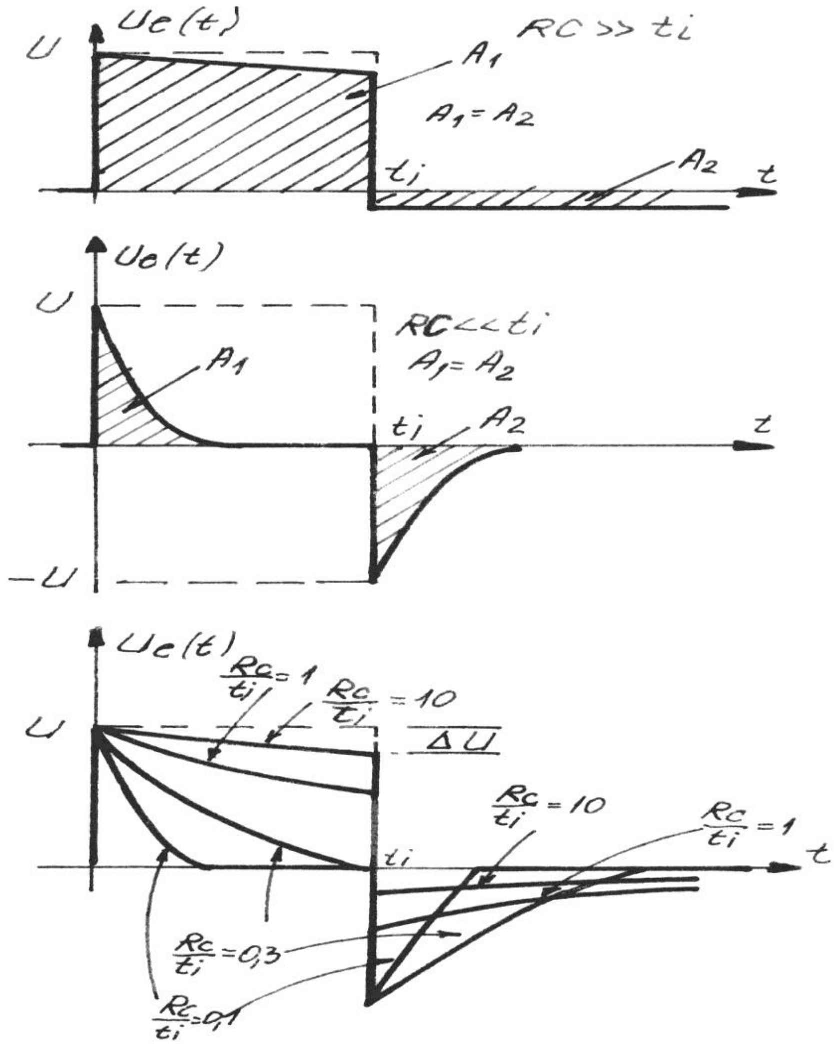
d

Figura 3.3

Pentru a minimiza aceste distorsiuni este necesar să se aleagă o constantă de timp RC mult mai mare decât t_i, în acest caz răspunsul circuitului va avea forma din figura 3.4.a. Dacă constanta de timp RC este mult mai mică decât t_i, răspunsul are forma din figura 3.4.b.

În figura 3.4c sunt date răspunsurile circuitului RC la diverse rapoarte dintre constanta de timp a circuitului, τ şi durata impulsului la intrare t_i.

<u>Observaţi.</u> Indiferent ce valoare are constanta de timp RC a circuitului, aria de deasupra abscisei (A_1) este întotdeauna egală cu aria de sub abscisă (A_2) pentru că componenta continuă a răspunsului este nulă, datorită prezenţei condensatorului C.



a

b

c

Figura 3.4

Aplicaţiile circuitelor RC trece-sus

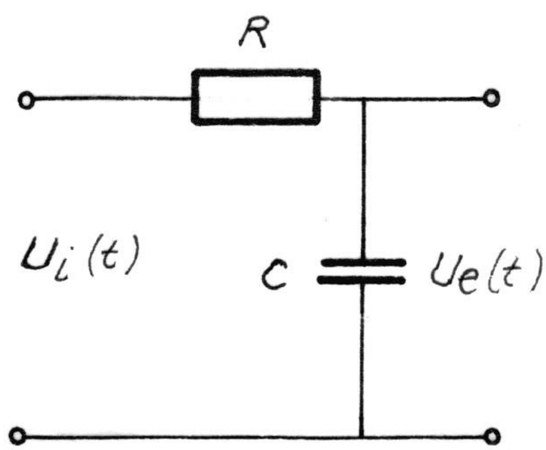
Circuitele RC trece-sus prezintă o importanţă practică deosebită, care derivă din multiplele lor aplicaţii. Studiul lor permite descrierea modului în care funcţionează circuitele de restabilire a componentei continue, a circuitelor de fixare a nivelului şi explicarea fenomenului de polaritate dinamică. Circuitele de diferenţiere sunt folosite în generatoarele de impulsuri şi osciloscoape pentru a marca cu impulsuri ascuţite momente de timp; comanda circuitelor basculante monostabile şi bistabile se face de multe ori prin intermediul unor circuite de diferenţiere etc.

CIRCUITE RC TRECE-JOS

Circuitul RC din figura 3.10 constituie un filtru trece-jos şi se comportă ca un divizor de tensiune al cărui raport de divizare depinde de frecvenţă; armonicile de frecvenţă înaltă apar la ieşire cu o atenuare mai mare decât armonicile de frecvenţă joasă, din cauză că reactanţa condensatorului variază invers proporţional cu frecvenţa.

Studiul acestui circuit prezintă o importanţă specială, din cauză că el poate reprezenta situaţia care există în practică la bornele 0 şi 0' ale oricărui generator de semnal. În acest caz R este rezistenţa interioară a generatorului iar C capacitatea firelor de legătură cu sarcina, componenta capacitivă a sarcinii etc.

Ca şi în cazul circuitului RC trece-sus se va analiza comportarea circuitului faţă de diferite forme de semnale.



. Semnal treaptă

Aplicând relaţia corespunzătoare răspunsului unui circuit cu o singură constantă de timp:

$$u_o(t) = u_e(\infty) + [u_o(0) - u_e(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (3.18)$$

şi pentru condiţiile cunoscute de la un circuit RC trece jos:

$$u_e(0) = 0 \; si \; u_o(\infty) = U$$

se obţine următoarea expresie a răspunsului uni circuit RC trece jos la un semnal treaptă:

$$u_e(t) = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \qquad (3.19)$$

care este reprezentat în figura 3.11

Timpul de ridicare al răspunsului (t_r) se defineşte a interval de timp în care răspunsul creşte de la 0,1 la 0,9 din valoarea sa finală. Valoarea t_r poate fi calculată în funcţie de constanta de timp RC a circuitului, astfel:

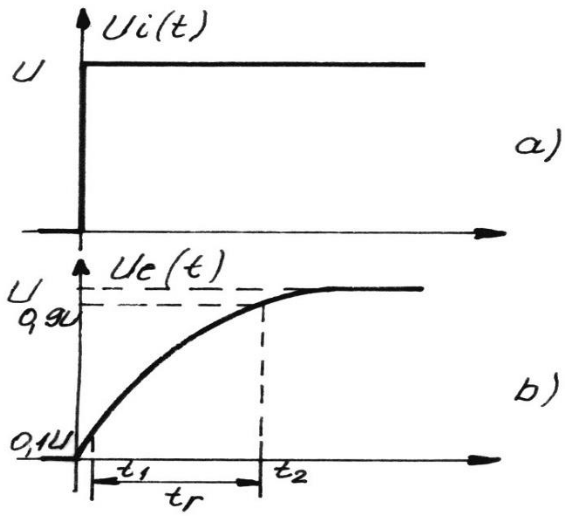


Figura 3.11

$u_e(t_1) = 0{,}1U - U(1-e^{-\frac{t_1}{RC}})$

$u_e(t_2) = 0{,}9U = U(1-e^{2}RC)$

Rezolvând ecuaţiile de mai sus se obţine $t_1 = 0{,}1RC \; si \; t_2 = 2{,}3RC$;

Deci: $t_r = t_2 - t_1 = 2{,}2RC.$

Timpul de ridicare poate fi exprimat şi în funcţie de frecvenţa de tăiere f_2:

$$t_r = \frac{2{,}2}{2\pi f_2} = \frac{0{,}35}{f_2}$$

Semnal impuls

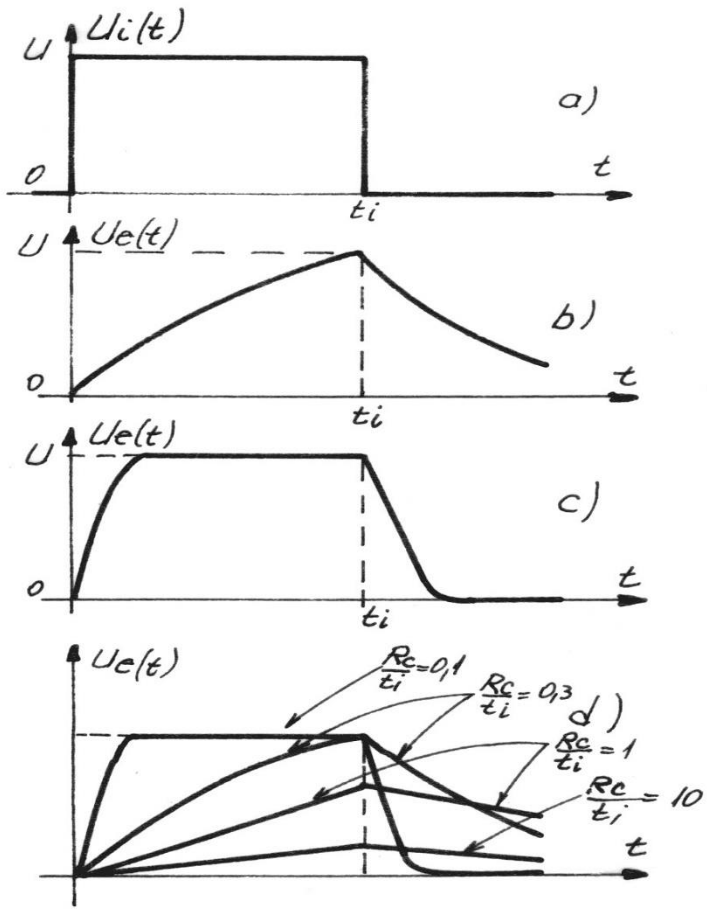


Figura 3.12

Unde în figura 3.12 avem:

a) semnalul impuls, (figura 3.12.a);
b) răspunsul circuitului în cazul când RC> t_i, (figura 3.12.b);
c) răspunsul circuitului în cazul când $RC \langle\langle t_i$, (figura 3.12.c);
d) răspunsul circuitului pentru diferite valori ale constantei de timp, (figura 3.12.d).

Procedeul de determinare a răspunsului la un semnal impuls este analog cu cel folosit în cazul circuitului RC trece-sus. În intervalul $\left[0, t_i\right]$ răspunsul este dat de relaţia:

$$u_e = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}),$$

iar în intervalul (t_i, ∞) de relaţia:

$$u_e = Ue^{-\frac{t}{RC}}(1 - e^{-\frac{t_i}{RC}})$$

Pentru a obţine un răspuns mai puţin distorsionat este necesar ca dispozitivele din circuit să satisfacă condiţia $RC \langle\langle t_i$ (figura 3.12.c).

Aplicaţiile circuitelor RC trece-jos

Studiul circuitelor RC trece-jos prezintă importanţă atât pentru a putea explica unele fenomene care apar în măsurările electronice, datorită existenţei unor circuite RC trece-jos nedorite, cât şi prin aplicaţiile acestor circuite. După cum s-a arătat, circuitele RC trece-jos por reprezenta situaţia care există la bornele generatoarelor de impulsuri, având ca efect distorsionarea impulsurilor. Timpul de ridicare finit al amplificatoarelor de bandă largă folosite în osciloscoape duce la distorsionarea impulsurilor de pe ecranul tubului catodic faţă de cele aplicate la intrare. Aceste situaţii impun aplicarea unor măsuri constructive în aparatele electronice, care au scopul de a reduce distorsiunile introduse de circuitele RC trece-jos nedorite. Circuitele RC trece-jos au şi o serie de aplicaţii foarte utile: ele pot fi folosite pentru lăţirea unor impulsuri scurte sau pentru selecţie după durata impulsurilor. Amplificatoarele operaţionale integratoare, care constituie elementul constructiv fundamental al calculatoarelor electronice analogice, folosesc circuite RC de integrare.