

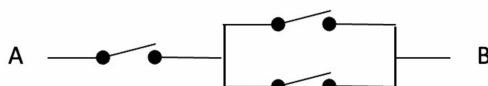
Pravděpodobnost a statistika - verze 240614A

(0 – 60) bodů, požadované minimum: 30 bodů

Praktická část - (0 – 50) bodů

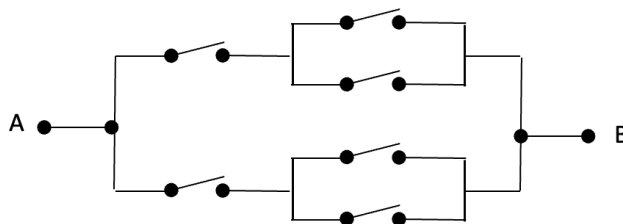
1. Elektrický obvod sloužící k detekci zvýšené hladiny vody v tankeru obsahuje spínače, které jsou při zvýšené hladině vody nastaveny do polohy sepnuto (viz obrázek níže). Pro každý spínač platí, že se samovolně vypne s 4% pravděpodobností, přičemž vypnutí jednotlivých spínačů je na sobě nezávislé.

- a) Jaká je pravděpodobnost, že při zvýšené hladině vody nedojde k poplachu (tj, nedojde k propojení uzlů A a B), jsou-li spínače zapojeny dle schématu (a)? ? **(6b)**



Obrázek 1: Schéma (a)

- b) Jaká je pravděpodobnost, že při zvýšené hladině vody dojde k poplachu (dojde k propojení uzlů A a B), jsou-li spínače zapojeny dle schématu (b)? ? **(4b)**



Obrázek 2: Schéma (b)

2. Hmotnost kapra (v kilogramech) pocházejícího z Brčálníku modelujeme spojitou náhodnou veličinou X , jejíž distribuční funkce je dána následujícím předpisem:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0,0 & \text{pro } x \in (-\infty, 0) \\ cx & \text{pro } x \in (0, 10) \\ d & \text{pro } x \in (10, \infty) \end{cases}$$

- a) Určete hodnoty konstant c a d . **(2b)**
b) Určete předpis hustoty pravděpodobnosti $f_X(x)$ a načrtněte její graf. **(3b)**
c) Určete střední hodnotu hmotností kaprů z Brčálníku. **(3b)**
d) Určete pravděpodobnost, že kapr z Brčálníku bude mít hmotnost mezi 1 kg a 5 kg. **(2b)**
3. Princezna chodí každé ráno k rybníku, ve kterém je 200 žab. Celkem 30 z nich jsou ale ve skutečnosti zakletí princové. Pokud princezna políbí zakletého prince, vysvobodí jej - stane se z něj opět člověk. Ale jen do večera. Pak se princ opět promění v žábu a odskáče zpět do rybníka. Počet žab a princů, kteří jsou následující ráno v rybníce, se tedy nemění.

- a) Princezna v pondělí ráno vytáhne (náhodně) 20 žab z rybníka a všechny políbí. Označme X náhodnou veličinu představující počet princů, které princezna svým polibkem v pondělí ráno vysvobodí. Určete jaké rozdělení pravděpodobnosti má náhodná veličina X a určete jeho parametry. **(3b)**

- b) Určete pravděpodobnost, že princezna v pondělí ráno svým polibkem vysvobodí 3 nebo 4 prince. (3b)
- c) V úterý ráno princezna políbí jen jednu žábu. S jakou pravděpodobností to bude princ? (3b)
- d) Ve středu se princezna rozhodla, že bude líbat žáby tak dlouho, dokud nevysvobodí jednoho prince a pak toho nechá. Takže chytí žábu a políbí ji. Pokud je to princ, končí. Pokud ne, nechá si žábu u sebe, vyloví z rybníka jinou a políbí ji atd., dokud nepolíbí prince. Určete pravděpodobnost, že princezna ve středu políbí právě 4 žáby. (1b)

Popis datového souboru potřebného pro úlohy 4 a 5:

Byla provedena studie hodnotící propustnost optických modemů čtyř různých výrobců (A, B, C, D) před a po zavedení nové verze komunikačního protokolu. Každý výrobce testoval 100 svých zařízení. Zavedení nové verze protokolu pravděpodobně přispělo k vyšší propustnosti zařízení.

V datovém souboru jsou pro každé testované zařízení uvedeny následující údaje:

- *id* ... identifikační číslo zařízení,
- *vyrobce* ... výrobce zařízení, které bylo testováno (A/B/C/D),
- *propustnost_puvodni* ... propustnost zařízení s původní verzí protokolu v megabitech za sekundu (Mbps),
- *propustnost_nova* ... propustnost zařízení s novou verzí protokolu v megabitech za sekundu (Mbps),
- *montaz* ... informace o tom, zda montáž zařízení provedl autorizovaný pracovník, nebo si jej zákazník instaloval sám (profesionál/amatér).

4. Na základě datového souboru analyzujte **propustnosti zařízení s novou verzí protokolu** pro modemy **výrobce A** a **výrobce B**. Nezapomeňte ověřit předpoklady pro použití metod statistické indukce.
 - a) Identifikujte odlehlá pozorování a z následující analýzy je vyřaďte. Uveďte *id* zařízení, která nebyla do další analýzy zařazena. (1b)
 - b) Určete bodové a 95% oboustranné intervalové odhady středních hodnot (popřípadě mediánů) **propustnosti zařízení s novou verzí protokolu** pro modemy výrobců **A** a **B**. Porovnejte oba intervalové odhady a okomentujte. (3b)
 - c) Určete bodový a 95% levostranný intervalový odhad rozdílu středních hodnot $\mu_A - \mu_B$ (popřípadě rozdílu mediánů $x_{0,5}^A - x_{0,5}^B$) **propustnosti zařízení s novou verzí protokolu** pro modemy výrobců **A** a **B**. (3b)
 - d) Výrobce modemů **A** tvrdí, že jejich modemy jsou **po zavedení nové verze komunikačního protokolu** rychlejší a tedy mají vyšší **propustnosti** než modemy výrobce **B**. Zhodnoťte toto tvrzení **v návaznosti na intervalový odhad** z bodu (c) a doplňte váš závěr o příslušný test významnosti na hladině významnosti 5 %. Výsledek okomentujte. (3b)
5. Proveďte analýzu **propustnosti zařízení s novou verzí protokolu** u optických modemů **všech výrobců**. Na hladině významnosti 5 % rozhodněte, zda se střední hodnoty nebo mediány **propustnosti zařízení s novou verzí protokolu** statisticky významně liší mezi výrobci modemů. Pokud ano, **identifikujte homogenní skupiny výrobců modemů a seřaďte je seřaditelně podle propustnosti zařízení s novou verzí protokolu**. Nezapomeňte na odstranění odlehlých pozorování a ověření předpokladů metod statistické indukce. (10b)