

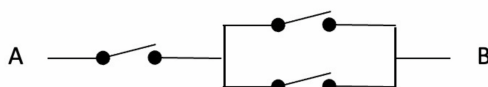
# Pravděpodobnost a statistika - verze 240624B

(0 – 60) bodů, požadované minimum: 30 bodů

## Praktická část - (0 – 50) bodů

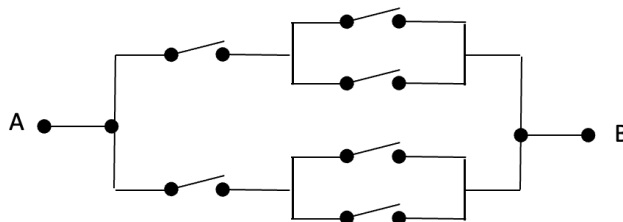
1. Elektrický obvod sloužící k detekci zvýšené hladiny vody v tankeru obsahuje spínače, které jsou za normálních podmínek nastaveny do polohy vypnuto (viz obrázky níže). Pro každý spínač platí, že se samovolně sepne s 4% pravděpodobností, přičemž sepnutí jednotlivých spínačů je na sobě nezávislé.

- a) Jaká je pravděpodobnost, že za normálních podmínek nedojde k poplachu (nedojde k propojení uzlů A a B), jsou-li spínače zapojeny dle schématu (a)? **(6b)**



Obrázek 1: Schéma (a)

- b) Jaká je pravděpodobnost, že dojde k falešnému poplachu (za normálních podmínek dojde k propojení uzlů A a B), jsou-li spínače zapojeny dle schématu (b)? **(4b)**



Obrázek 2: Schéma (b)

2. Náhodná veličina  $X$  je dána tabulkou pravděpodobností:

$x_i$	-1	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,3	0,3	0,3	?

- a) Určete chybějící hodnotu v tabulce, tj. určete  $P(X = 2)$ . **(1b)**
- b) Určete předpis distribuční funkce  $F_X(x)$  náhodné veličiny  $X$ . **(2b)**
- c) Načrtněte graf distribuční funkce náhodné veličiny  $X$ . **(1b)**
- d) Určete modus  $\hat{x}$ , střední hodnotu  $E(X)$  a rozptyl  $D(X)$  náhodné veličiny  $X$ . **(4b)**
- e) Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny  $Y = -2X + 1$ . **(2b)**
3. Životnost přístroje typu AuschusDeLuxe modelujeme náhodnou veličinou  $X$  s exponenciálním rozdělením pravděpodobnosti. Střední hodnota životností daných přístrojů je 3 roky.
- a) Výrobce dává standardní záruční dobu dva roky. Určete kolik procent přístrojů typu AuschusDeLuxe „doslouží“ před vypršením záruční doby. **(2b)**
- b) Načrtněte graf hustoty pravděpodobnosti náhodné veličiny  $X$  a v grafu vyznačte (vyšraťte) plochu odpovídající pravděpodobnosti hledané v úloze (a). **(2b)**
- c) Na kolik dnů by měla být stanovena záruční doba, aby záruční dobu „přežilo“ devadesát pět procent přístrojů daného typu? **(3b)**
- d) Určete  $d \in \mathbb{R}^+$  takové, že  $P(2 < X < d) = 0,1$ . **(3b)**

### Popis datového souboru potřebného pro úlohy 4 a 5:

Byla provedena studie hodnotící výnosy čtyř odrůd pšenice (A, B, C, D). Každá odrůda byla pěstována v letech 2022 a 2023 na 100 polích. V roce 2023 byly z hlediska počasí výrazně lepší podmínky, což pravděpodobně přispělo k vyšším výnosům.

V datovém souboru jsou pro každé pole uvedeny následující údaje:

- *id* ... identifikační číslo pole,
- *odruda* ... název odrůdy, která byla na tomto poli pěstována (A/B/C/D),
- *vynos\_2022* ... výnos pole v roce 2022 v tunách na hektar (t/ha),
- *vynos\_2023* ... výnos pole v roce 2023 v tunách na hektar (t/ha),
- *typ\_hnojiva* ... typ hnojiva použitý na poli (syntetické/přirodní).

V následujících úkolech bude zapotřebí analyzovat meziroční zvýšení výnosu, tedy

$$\text{zvyseni} = \text{vynos\_2023} - \text{vynos\_2022} \text{ (t/ha)}.$$

- Na základě datového souboru analyzujte meziroční **zvýšení výnosů pro pšenici odrůdy A a odrůdy B**. Nezapomeňte ověřit předpoklady pro použití metod statistické indukce.
  - Identifikujte odlehlá pozorování a z následující analýzy je vyřaďte. Uveďte *id* polí, která nebyla do další analýzy zařazena. **(1b)**
  - Určete bodové a 95% oboustranné intervalové odhady středních hodnot (popřípadě mediánů) **zvýšení výnosu** pšenice odrůd **A** a **B**. Porovnejte oba intervalové odhady a okomentujte. **(3b)**
  - Určete bodový a 95% jednostranný intervalový odhad rozdílu středních hodnot  $\mu_A - \mu_B$  (popřípadě rozdílu mediánů  $x_{0,5}^A - x_{0,5}^B$ ) **zvýšení výnosů** pšenice odrůd **A** a **B**. **(3b)**
  - Výrobce odrůdy **A** tvrdí, že jejich odrůda pšenice umí využít lepších podmínek lépe (a tedy má větší meziroční **zvýšení** výnosu) než její přímá konkurence, odrůda **B**. Zhodnoťte toto tvrzení **v návaznosti na intervalový odhad** z minulého bodu a doplňte váš závěr o příslušný čistý test významnosti na hladině významnosti 5 %. Výsledek okomentujte. **(3b)**
- Proveďte analýzu meziročního **zvýšení** výnosu u pšenice **všech odrůd**. Na hladině významnosti 5 % rozhodněte, zda se střední hodnoty nebo mediány meziročních zvýšení výnosů statisticky významně liší mezi odrůdami. Pokud ano, **identifikujte homogenní skupiny odrůd a seřadte je sestupně podle zvýšení výnosů**. Nezapomeňte na odstranění odlehlých pozorování a ověření předpokladů metod statistické indukce. **(10b)**