



**Министерство науки и высшего образования Российской
Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический
университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

**ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления» (ИУ)
КАФЕДРА «Информационная безопасность» (ИУ8)**

Отчёт по домашней работе № 1
по дисциплине «Аппаратные средства вычислительной техники»

Тема: «Минимизация булевых функций»

Выполнил: Веденеев А.А.
студент группы ИУ8-62

Проверил: Рафиков А.Г.,
преподаватель каф. ИУ8

Москва 2023

Цель работы

Минимизировать функцию алгебры логики, используя табличный метод (метод карт Карно), расчетно-табличный метод (метод Квайна-Мак'Класки) и метод неопределенных коэффициентов

Условие задачи

X5	X4	X3	X2	X1	X0	F
0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1

0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0

1	0	1	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0

1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	0

Метод карт Карно

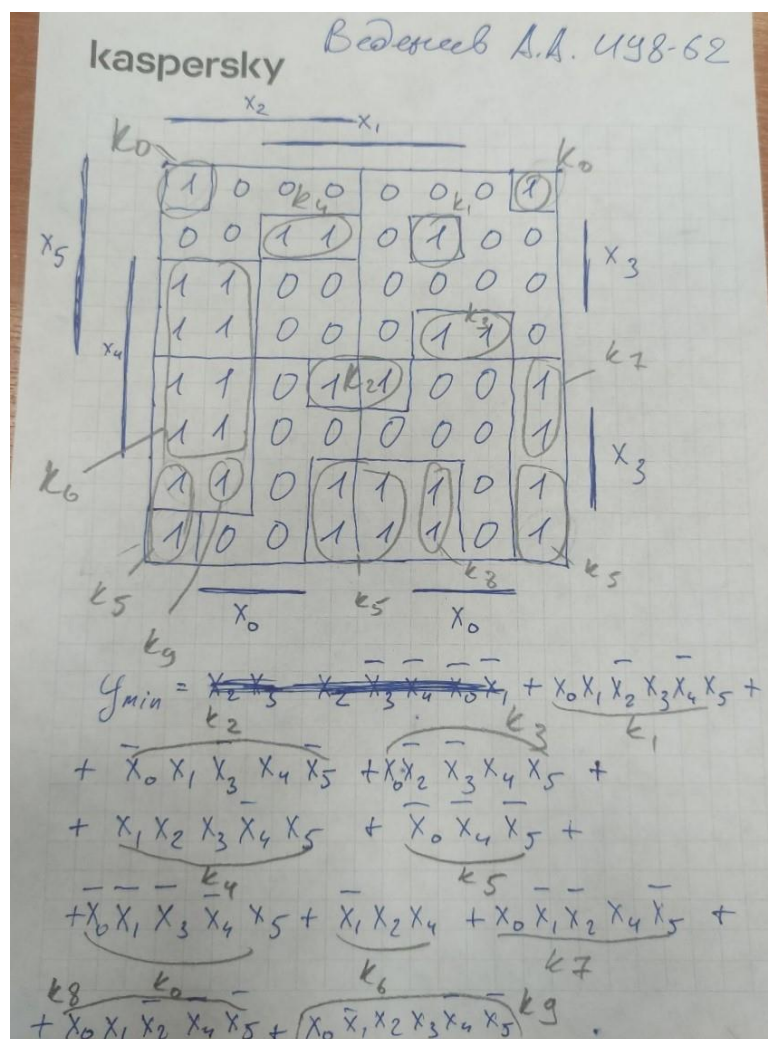


Рисунок 1 - минимизация методом карт Карно

Метод Квайна-Мак'Класки

Наборы, вошедшие в СДНФ:

000000, 000010, 000100, 001000, 0010000, 100000, 000011, 000110, 001010, 001100, 010010, 010100, 011000, 100100, 001011, 001101, 001110, 010101, 010110, 011100, 110001, 110100, 011101, 101011, 101110, 110011, 110011, 110101, 111100, 101111, 111101

Из СДНФ нашей функции имеем все минитермы (ранга $n = 6$). Все минитермы, вес которых отличается на 1 попарно сравниваются. После этого получаем минитерму ранга $n = 5$, на месте разряда с различными значениями ставится «~».

При получении новой минитермы необходимо, чтобы «1» и «~» оставались на месте, а на месте новой единицы в новой минитерме ставится «~». Все минитермы, которые не получилось склеить, являются первичными импликантами. Проведем склейку импликант.

Таблица 1 - Нахождение первичных импликант

	I уровень (ранг = 6)	II уровень (ранг = 5)	III уровень (ранг = 4)	IV уровень (ранг = 3)
w = 0	000000	0000~0 000~00 00~000 0~0000 ~00000	000~~0 00~0~0 0~00~0 00~~00 0~0~00 0~~000 ~00~00 ✓	00~~~0 ✓ 0~0~~0 ✓ 0~~~00 ✓
w = 1	000010 000100 001000 001000 100000	0001~0 0010~0 0100~0 000~10 001~00 010~00 100~00 00~010 00~100 0~0010	001~~0 010~~0 00~1~0 0~01~0 00~~10 01~~00 0~0~10 0~1~00 00~01~ 0~~100	

		0~0100 0~1000 ~00100 00001~	~~0100 ✓	
w = 2	000011 000110 001010 001100 010010 010100 011000 100100	0011~0 0101~0 001~10 010~10 011~00 00~011 00~110 01~100 0~0110 0~1100 1~0100 ~10100 00101~ 00110~ 01010~	01~10~ ~1~100 0~110~ ✓ ~1010~	~1~10~ ✓
w = 3	001011 001101 001110 010101 010110 011100 110001 110100	1100~1 ✓ 110~01 ✓ 11~100 0~1101 ~01011 ✓ ~ 01110 ✓ ~10101 ~11100 01110~ 11010~	11~10~ ~1~101 ~1110~	
w = 4	011101 101011 101110 110011 110011 110101 111100	101~11 ✓ 11~101 ~11101 10111~ 11110~		
w = 5	101111			

	111101			
--	--------	--	--	--

Проводится группировка наборов по весу и склеиваются соседние группы, после чего склеиваются наборы внутри группы пока это возможно:

$$00\sim\sim0, 0\sim0\sim\sim0, 0\sim\sim\sim00, \sim00\sim00, \sim\sim0100, 0\sim110\sim, \sim1\sim10\sim, 1100\sim1, \\ 110\sim01, \sim01011, \sim01110, 101\sim11.$$

В результате получаем таблицу.

[illegible]

Рисунок 2 - нахождение ядровых импликантов

Затем находим ядерные импликанты: $0\sim0\sim\sim0$, $0\sim\sim\sim00$, $\sim1\sim10\sim$, $0\sim110\sim$, $\sim00\sim00$, $00\sim01\sim$, $1100\sim1$.

МДНФ, найденная методом Квайна-Мак'Класки:

$$y = (\overline{x_0} \overline{x_2} \overline{x_5}) \cup (\overline{x_0} \overline{x_4} \overline{x_5}) \cup (x_1 x_3 \overline{x_4}) \cup (\overline{x_0} x_2 x_3 \overline{x_4}) \cup (\overline{x_1 x_2} \overline{x_4} \overline{x_5}) \\ \cup (\overline{x_0} \overline{x_1} \overline{x_3} x_4) \cup (x_0 x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_5) \cup (x_0 \overline{x_1} x_2 x_4 x_5) \cup (\overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \overline{x_5})$$

Количество импликант: 9:

Количество термов: 29.

Метод неопределенных коэффициентов

Сначала составляется система уравнений для коэффициентов и приравнивается, соответственно, к значению функции (0 или 1). После чего

удаляются все уравнения, которые равны 0 и коэффициенты, которые входили в них также удаляем в других уравнениях. Получается система:

1. $K_{126}^{000} \cup K_{136}^{000} \cup K_{156}^{000} \cup K_{1236}^{0000} \cup K_{1246}^{0000} \cup K_{1256}^{0000} \cup K_{1346}^{0000} \cup K_{1356}^{0000} \cup K_{1456}^{0000} \cup K_{2356}^{0000} \cup K_{12346}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{23456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
2. $K_{126}^{000} \cup K_{136}^{000} \cup K_{1236}^{0000} \cup K_{1245}^{000} \cup K_{1246}^{0000} \cup K_{1256}^{0000} \cup K_{1346}^{0000} \cup K_{1356}^{0000} \cup K_{12345}^{00000} \cup K_{12346}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
3. $K_{1245}^{000} \cup K_{12345}^{000} \cup K_{12456}^{000} \cup K_{123456}^{0000} = 1$
4. $K_{126}^{000} \cup K_{136}^{000} \cup K_{156}^{000} \cup K_{1236}^{0000} \cup K_{1246}^{0000} \cup K_{1256}^{0000} \cup K_{1346}^{0000} \cup K_{1356}^{0000} \cup K_{1456}^{0000} \cup K_{2356}^{0000} \cup K_{3456}^{00000} \cup K_{12346}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{23456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
5. $K_{126}^{000} \cup K_{136}^{000} \cup K_{1236}^{0000} \cup K_{1246}^{0000} \cup K_{1256}^{0000} \cup K_{1346}^{0000} \cup K_{1356}^{0000} \cup K_{12346}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{23456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
6. $K_{126}^{000} \cup K_{156}^{000} \cup K_{1236}^{0000} \cup K_{1246}^{0000} \cup K_{1256}^{0000} \cup K_{1356}^{0000} \cup K_{1456}^{0000} \cup K_{12346}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
7. $K_{126}^{000} \cup K_{1236}^{0000} \cup K_{1245}^{000} \cup K_{1246}^{0000} \cup K_{1256}^{0000} \cup K_{12345}^{00000} \cup K_{12346}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
8. $K_{1245}^{000} \cup K_{12345}^{000} \cup K_{12456}^{000} \cup K_{23456}^{0000} \cup K_{123456}^{0000} = 1$
9. $K_{126}^{000} \cup K_{156}^{000} \cup K_{1236}^{0000} \cup K_{1246}^{0000} \cup K_{1256}^{0000} \cup K_{1356}^{0000} \cup K_{1456}^{0000} \cup K_{12345}^{00000} \cup K_{12346}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
10. $K_{1345}^{000} \cup K_{12345}^{000} \cup K_{13456}^{000} \cup K_{123456}^{0000} = 1$
11. $K_{126}^{000} \cup K_{1236}^{000} \cup K_{1246}^{000} \cup K_{1256}^{0000} \cup K_{12346}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{23456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
12. $K_{136}^{000} \cup K_{156}^{000} \cup K_{1236}^{0000} \cup K_{1256}^{0000} \cup K_{1346}^{0000} \cup K_{1356}^{0000} \cup K_{1456}^{0000} \cup K_{12346}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
13. $K_{136}^{000} \cup K_{1236}^{0000} \cup K_{1346}^{0000} \cup K_{1356}^{0000} \cup K_{12346}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
14. $K_{136}^{000} \cup K_{156}^{000} \cup K_{245}^{0000} \cup K_{1234}^{0000} \cup K_{1245}^{0000} \cup K_{1256}^{0000} \cup K_{1346}^{0000} \cup K_{1356}^{0000} \cup K_{1456}^{0000} \cup K_{2345}^{00000} \cup K_{2456}^{00000} \cup K_{3456}^{00000} \cup K_{12345}^{00000} \cup K_{12346}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{23456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
15. $K_{245}^{000} \cup K_{1245}^{000} \cup K_{2345}^{000} \cup K_{2456}^{0000} \cup K_{12345}^{0000} \cup K_{12456}^{0000} \cup K_{23456}^{0000} \cup K_{123456}^{0000} = 1$
16. $K_{136}^{000} \cup K_{1236}^{000} \cup K_{1346}^{000} \cup K_{1356}^{000} \cup K_{12346}^{0000} \cup K_{12356}^{0000} \cup K_{13456}^{0000} \cup K_{123456}^{0000} = 1$
17. $K_{156}^{000} \cup K_{1256}^{000} \cup K_{1356}^{000} \cup K_{1456}^{0000} \cup K_{12356}^{0000} \cup K_{12456}^{0000} \cup K_{13456}^{0000} \cup K_{123456}^{0000} = 1$
18. $K_{156}^{000} \cup K_{245}^{000} \cup K_{1245}^{000} \cup K_{1345}^{0000} \cup K_{1356}^{0000} \cup K_{1456}^{0000} \cup K_{2345}^{0000} \cup K_{2456}^{0000} \cup K_{12345}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{23456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$

19. $K_{245}^{000} \cup K_{1245}^{000} \cup K_{1345}^{000} \cup K_{2345}^{0000} \cup K_{2456}^{0000} \cup K_{12345}^{00000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{23456}^{000000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
20. $K_{2356}^{000} \cup K_{12356}^{000} \cup K_{23456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
21. $K_{2356}^{000} \cup K_{3456}^{000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{23456}^{000000} \cup K_{123456}^{0000000} = 1$
22. $K_{12356}^{000} \cup K_{23456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
23. $K_{12345}^{000} \cup K_{23456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
24. $K_{12345}^{000} \cup K_{12356}^{000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
25. $K_{12346}^{000} \cup K_{12356}^{000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
26. $K_{12346}^{000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
27. $K_{245}^{000} \cup K_{1245}^{000} \cup K_{2345}^{000} \cup K_{2456}^{0000} \cup K_{3456}^{0000} \cup K_{12345}^{0000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{13456}^{00000} \cup K_{23456}^{000000} \cup K_{123456}^{0000000} = 1$
28. $K_{245}^{000} \cup K_{1245}^{000} \cup K_{2345}^{000} \cup K_{2456}^{0000} \cup K_{12345}^{0000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{12356}^{00000} \cup K_{23456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
29. $K_{245}^{000} \cup K_{1245}^{000} \cup K_{2345}^{000} \cup K_{2456}^{0000} \cup K_{12345}^{0000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{23456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$
30. $K_{245}^{000} \cup K_{1245}^{000} \cup K_{2345}^{000} \cup K_{2456}^{0000} \cup K_{12345}^{0000} \cup K_{12456}^{00000} \cup K_{23456}^{00000} \cup K_{123456}^{000000} = 1$

В данной системе оставляются коэффициенты с минимальным количеством индексов, которые присутствуют в максимальном количестве строк. В итоге получается следующая система:

31. $K_{136}^{000} \cup K_{156}^{000} \cup K_{2356}^{0000} = 1$
32. $K_{136}^{000} \cup K_{1245}^{0001} = 1$
33. $K_{1245}^{0001} = 1$
34. $K_{136}^{000} \cup K_{156}^{000} \cup K_{2356}^{0000} = 1$
35. $K_{136}^{000} \cup K_{1245}^{0001} = 1$
36. $K_{136}^{000} = 1$
37. $K_{156}^{000} = 1$
38. $K_{1245}^{0001} = 1$
39. $K_{1245}^{0001} \cup K_{23456}^{01011} = 1$
40. $K_{156}^{000} \cup K_{1345}^{0110} = 1$
41. $K_{1345}^{0110} = 1$
42. $K_{23456}^{01011} = 1$
43. $K_{136}^{000} \cup K_{156}^{000} = 1$

44. $K_{136}^{000} = 1$
45. $K_{136}^{000} \cup K_{156}^{000} \cup K_{245}^{110} = 1$
46. $K_{245}^{110} = 1$
47. $K_{136}^{000} = 1$
48. $K_{156}^{000} = 1$
49. $K_{156}^{000} \cup K_{245}^{110} \cup K_{1345}^{0110} = 1$
50. $K_{245}^{110} \cup K_{1345}^{0110} = 1$
51. $K_{2356}^{0000} = 1$
52. $K_{2356}^{0000} = 1$
53. $K_{12356}^{10111} = 1$
54. $K_{23456}^{01011} = 1$
55. $K_{12356}^{10111} = 1$
56. $K_{12346}^{11001} = 1$
57. $K_{12346}^{11001} = 1$
58. $K_{245}^{110} = 1$
59. $K_{245}^{110} = 1$
60. $K_{245}^{110} = 1$

МДНФ, найденная методом неопределенных коэффициентов:

$$y = (\overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_6}) \cup (\overline{x_1} \overline{x_5} \overline{x_6}) \cup (x_2 x_4 \overline{x_5}) \cup (\overline{x_1} x_3 x_4 \overline{x_5}) \cup (\overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_6}) \\ \cup (\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} x_5) \cup (x_1 x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_6) \cup (x_1 \overline{x_2} x_3 x_5 x_6) \cup (\overline{x_2} x_3 x_4 x_5 \overline{x_6})$$

Количество импликант: 9;

Количество термов: 29.

Выводы

В работе была проведена минимизация ФАЛ тремя различными методами: табличным (карты Карно), расчетно-табличным (метод Квайна–Мак’Класки) и методом неопределенных коэффициентов во всех трех методах результаты совпали (в первом методе обратная нумерация x). Каждый метод привел к одинаковой сложности мДНФ, так можно сделать вывод что карты Карно удобны для ручного вычисления при числе переменных < 4 , в отличии от двух других методов которые легче алгоритмизировать и запрограммировать для вычисления от большего числа переменных. Однако важно учитывать, что сложность алгоритмов Квайна–Мак’Класки и неопределенных коэффициентов растет экспоненциально.