RAPPORT DE VALIDATION :

Simulation de Lois Probabilistes

Probabilités - Statistiques

Quentin Bergé

ENSEEIHT

Avril 2019

Table des matières

1 Introduction

L'objet de ce court rapport est de rendre compte des travaux effectués avec Matlab dans le cadre de simulation des principales lois probabilistes.

2 Variables Continues

2.1 Génération et Simulation de la loi Uniforme

L'objet de cet exercice était de comparer la génération d'une loi uniforme selon la méthode de l'histogramme des fréquences normalisées et le générateur natif de Matlab rand.

On a effectué la génération pour 10^3 et 10^7 échantillons.

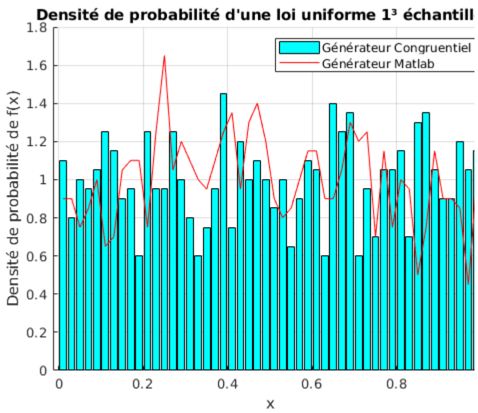

Figure 1 – 10^3 échantillons

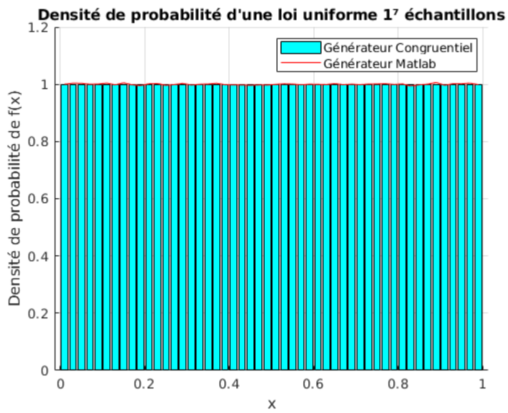

Figure 2 – 10^7 échantillons

On constate que lorsqu'on augmente le nombre d'échantillons, on se rapproche du résultat attendu, c'est à dire la densité de probabilité d'une loi uniforme centrée réduite. On observe bien ceci dans le cas de 10^7 échantillons.

Le résultat obtenu avec la méthode de l'histogramme des fréquences normalisées est alors celui attendu.

2.2 Simulation d'une Loi Gaussienne

2.2.1 Partie 1 : Fonction randn de Matlab

On générera ici le vecteur gaussien à l'aide de la fonction `randn`.
Dans cette partie, l'objectif est de comparer les méthodes :
— histogramme des fréquences normalisés notée `ddp`
— normpdf notée `normpdf`
— densité de probabilité d'une loi normale notée `fx2`

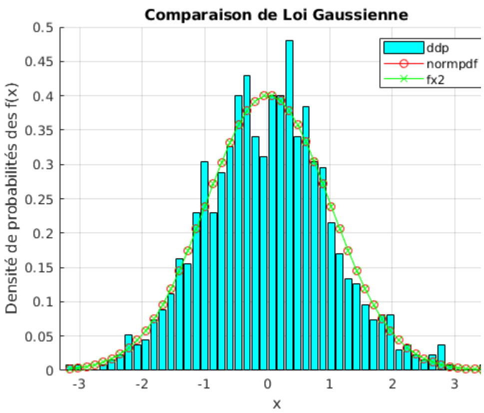

FIGURE 3 – 10^3 échantillons

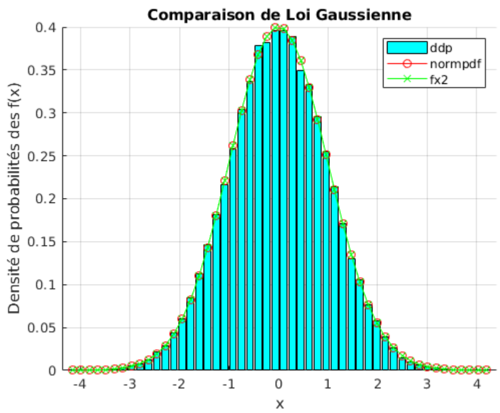

FIGURE 4 – 10^5 échantillons

On constate qu'on obtient bien le résultat attendu c'est à dire une loi gaussienne centrée en 0. Néanmoins on constate que les méthodes normpdf et la densité de probabilité d'une loi normale donnent de bien meilleurs résultats avec moins d'échantillons que la méthode de l'histogramme des fréquences normalisées

2.2.2 Partie 2 : Méthode de Box Muller

Dans cette partie on souhaite simuler la loi gaussienne avec la méthode de Box Muller.

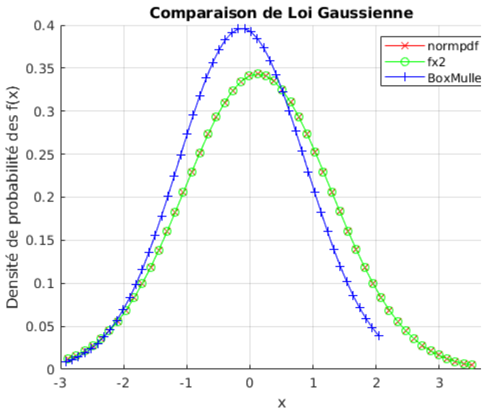

FIGURE 5 – 10^2 échantillons

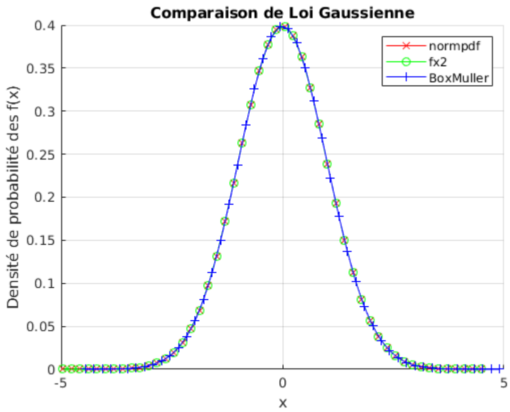

FIGURE 6 – 10^6 échantillons

On peut remarquer que la méthode de Box Muller semble converger plus rapidement, c'est à dire avec moins d'échantillons, vers le résultat final.

échantillons	10^3	10^6
mx_{BM}	0.0106	0.0018
sx_{BM}	1.0016	0.99995
mx	0.0024	5.10^{-4}
sx	0.9998	1.0004

Ce dernier tableau confirme bien que les moyennes et les écarts-types valent bien respectivement 0 et 1.

2.3 Simulation d'une Loi Exponentielle

Dans cet exercice, nous allons comparer la simulation d'une loi exponentielle avec les méthodes de l'histogramme des fréquences normalisées et de la densité de probabilité d'une loi exponentielle. Tout d'abord nous affichons uniquement l'histogramme des fréquences normalisées.

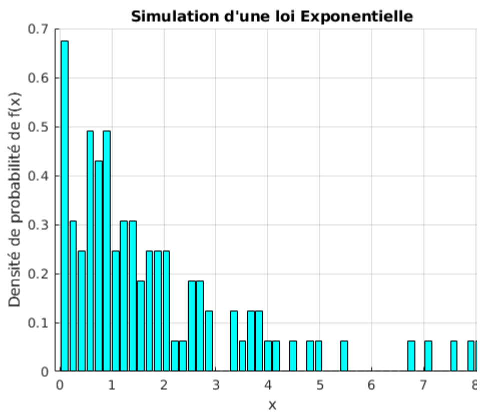

FIGURE 7 – 10^2 échantillons

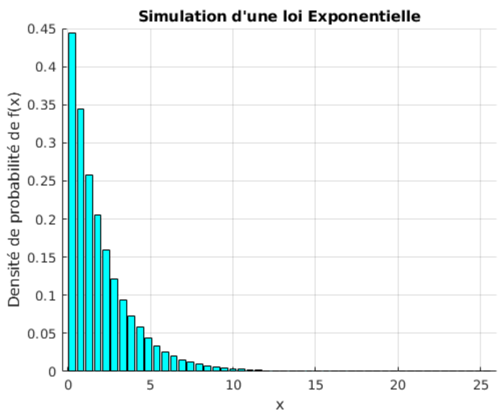

FIGURE 8 – 10^5 échantillons

Puis nous comparons les 2 méthodes :

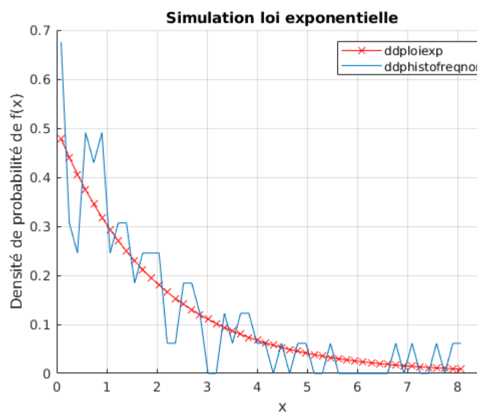

FIGURE 9 – 10^2 échantillons

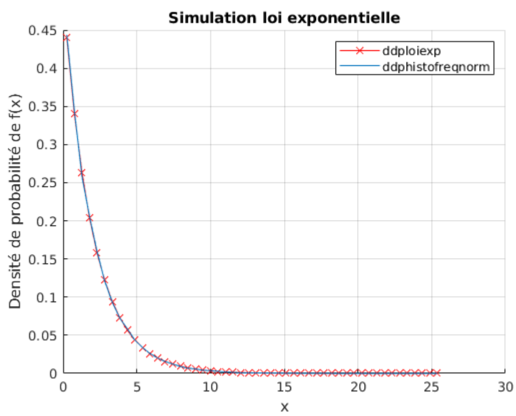

FIGURE 10 – 10^6 échantillons

On peut observer que la densité de probabilité notée `ddploiexp` donne de meilleurs résultats dès 100 échantillons tandis que la méthode de l'histogramme des fréquences normalisés notée `ddphistofreqnorm` nécéssite 10^5 échantillons pour donner de bons résultats.

2.4 Simulation d'une Loi de Bernouilli

Il s'agit ici de représenter une loi de Bernouilli.

échantillons	10	100	10^3	10^6
$P(A)$	0.7	0.78	0.7960	0.79989

On observe bien que plus on augmente le nombre d'échantillons, plus on se rapproche de la probabilité de succés qui est de 0.8.

3 Conclusion

Nous avons pu nous rendre compte de l'utilité de Matlab pour effectuer des simulations de loi probabiliste.