$$= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \cos(2\pi v) \times \sqrt{\pi}\, 2\pi \cos(2\pi v) - \left[-\sqrt{\pi}\, 2\pi \sin(2\pi v) \times \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sin(2\pi v) \right]$$

$$= \pi \cos^2(2\pi v) + \pi \sin^2(2\pi v) = \pi$$ puisque $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

b) $f_{A,B}(a,b) = f_{X,V}(\phi^{-1}(a,b)) \times |J\phi^{-1}(a,b)|$

Or $f_{X,V}(x,v) = f_X(x) \times f_V(v)$ & $|J\phi^{-1}(a,b)| = |J\phi(x,v)|^{-1} = \frac{1}{|J\phi(x,v)|}$
puisque X et V indépendantes

Soit $f_{A,B}(a,b) = f_X(x) \times f_V(v) \times |J\phi(x,v)|^{-1}$

$X \sim \mathcal{E}(\frac{1}{2})$ $f_X(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2} e^{-x/2} & \text{si } x \in [0, +\infty[\\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ $V \sim \mathcal{U}[0,1]$ $f_V(v) = \begin{cases} 1 & \text{si } v \in [0,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Ainsi $f_{A,B}(a,b) = -\frac{1}{2} e^{-x/2} \times \mathbb{1}_{[0,1]}(v) \times \frac{1}{\pi}$

$$= -\frac{1}{2\pi} e^{-x/2}$$

Donc (A,B) suit une loi de type $= -\frac{1}{2\pi} e^{-x/2}$

Normalement on devrait s'attendre à une loi normale du type $\mu = 0, \sigma = 1$
ce qui serait $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$