

דו"ח

• הצגת הבעיה

בעיית ניהול המשמרות של אחיות בעיה ידועה באופטימיזציה ונקראת בקיצור nsp (nurse scheduling problem). הבעיה היא בעיית חיפוש של שיבוץ כל האחיות במשמרות תוך שמירה על אילוצים. כלומר, צריכים למצוא "השמה חוקית" תחת האילוצים הניתנים. "השמה חוקית" היא שיבוץ של כל האחיות תוך שמירה על כל האילוצים ה"קשים" המסופקים.

בתחום הסיבוכיות ידועה שאלה זו כ-np-hard.

לקחנו את הנתונים הבסיסיים מבית חולים שניידר במחלקה פנימית א. הנתונים שקיבלנו הם:

- בכל משמרת צריך להיות לפחות 2 אחיות.
- בכל משמרת לא יהיו יותר מ-6 אחיות.
- אחות לא יכולה לעבוד ביותר ממשמרת אחת ביום.
- אחות לא יכולה לעבוד בשתי משמרות אחת אחרי השנייה.
- לכל אחות יש אחוז משרה שאותו היא צריך למלא (חלק מהאחיות עובדות 3 משמרות בשבוע, חלק 4, וחלק 5).
- כל אחות יכולה לבקש מהם המשמרות שבהם היא לא רוצה לעבוד.

האחות הבכירה מקבלת את כל הבקשות וקובעת את המשמרות לשבוע. האחריות מבזבזת הרבה זמן כדי לנהל את המשמרות ולמצוא את השיבוץ הכי טוב. ברצוננו לעזור לה ולכן בנינו מספר מודלים המשתמשים באלגוריתמים שנלמדו בקורס אופטימיזציה עם המרצה ד"ר אריאל רוזנפלד, הפותרים את הבעיה. ניסינו לערוך השוואה עם מספר בדיקות על מנת לבחור את המודל הטוב ביותר לפתרון הבעיה.

• הגדרת הבעיה כבעיית אופטימיזציה

בעיית ניהול המשמרות ניתנת הצגה כבעיית אופטימיזציה בכמה דרכים שונות. נראה את כמה אפשרויות של הגדרת הבעיה כפי שהשתמשנו במודלים (שעליהם נרחיב בהמשך).

- נשים לב שבכל הדרכים שהגדרו משתני ההחלטה זהים וגם התחום שלהם.
 - נשים לב שיש שני סוגי אילוצים: "אילוצים קשים" ו"אילוצים רכים".
- בהינתן השמה לבעיית ה-nsp כדי שהפתרון יקרא "השמה תקינה", אם היא מספקת את כל ה"אילוצים הקשים".
- "האילוצים הרכים" נמצאים ב-objective ואותם נרצה להביא לאופטימום (minimum/maximum).

(1) מקסום אחוז המשרה:

מודל זה הוא פתרון הבעיה בעזרת תכנות בשלמים. נרצה לקחת את כל האילוצים של האבית וחולים ושל האחיות ולנסות למקסם את אחוז המשרה עבור כל אחות תחת האילוצים הקיימים.

Objective – $\max(\text{sum all shift (1) in solution})$

כל האילוצים גם הרכים וגם הקשים שהצגנו ב"הצגת הבעיה". נשים לב שאת **Constraints** האילוץ של אחוז המשרה נשים בקטן שווה (כלומר אחות שצריכה לעבוד 3 פעמים בשבוע האילוץ יהיה שמספר המשמרות שהיא תקבל יהיה קטן שווה ל-3).

Variable – משתנים בינאריים עבור כל אחות יש 21 משתנים (על משתנה הוא משמרת ביום מסוים, 1 מסמן שהיא עובדת באותו יום ו-0 מסמן שהיא לא עובדת באותו יום).

Domain – משתנים בינאריים יכולים לקבל ערך 0 או 1

באלגוריתם זה נעזרו בספריית האופטימיזציה של google – or-tools.

(2) constraint satisfaction:

מודל זה הוא פתרון הבעיה בעזרת constraint satisfaction. מודל זה מנסה לספק את כל האילוצים, אם הוא מוציא פתרון שמספק את האילוצים הוא מביא אותו אחרת מחזיר "There is no solution!".

Objective – אין

Constraints – כל האילוצים של הבית חולים ושל האחיות

Variable – משתנים בינאריים עבור כל אחות יש 21 משתנים (על משתנה הוא משמרת ביום מסוים, 1 מסמן שהיא עובדת באותו יום ו-0 מסמן שהיא לא עובדת באותו יום).

Domain – משתנים בינאריים יכולים לקבל ערך 0 או 1

הוספנו למודל זה עוד מודל עם objective - למזער את כמות המשמרות שהאחיות קיבלו כך שיהיה מינימום משמרות שאחיות קיבלו וביקשו לא לעבוד באותה משמרת (min)

Objective – min (מספר המשמרות שאחיות קיבלו וביקשו לא לעבוד באותה משמרת)

Constraints – כל האילוצים של הבית חולים

Variable – משתנים בינאריים עבור כל אחות יש 21 משתנים (על משתנה הוא משמרת ביום מסוים, 1 מסמן שהיא עובדת באותו יום ו-0 מסמן שהיא לא עובדת באותו יום).

Domain – משתנים בינאריים יכולים לקבל ערך 0 או 1

באלגוריתם זה נעזרו בספריית האופטימיזציה של google – or-tools.

(3) Hill climbing:

מודל זה הינו iterative model, האלגוריתם הוא Hill climbing שמתחיל מפתרון רנדומאלי ומנסה למצוא את השכן עם השיפור הכי טוב עד שמגיע למינימום מקומי. למודל זה יש שני שיפורים שמימשנו:

3.1 Hill climbing – random restat. מודל המריץ את Hill climbing מספר פעמים עם התחלות שונות ומחזיר כפלט את התוצאה המינימאלית.

3.2 Hill climbing - Simulated Annealing. מודל המריץ Hill climbing עם פונקציית הסתברות כדי לנסות לצאת ממנימום מקומי. פונקציית ההסתברות שבחרנו היא:

$$p = \exp[-\Delta E/k_B T]$$

Objective – hard Constraint Penalty * Hard Constraint + Soft Constraint

Constraints – אין

Variable – משתנים בינאריים עבור כל אחות יש 21 משתנים (על משתנה הוא משמרת ביום מסוים, 1 מסמן שהיא עובדת באותו יום ו-0 מסמן שהיא לא עובדת באותו יום).

Domain – משתנים בינאריים יכולים לקבל ערך 0 או 1

- הגדרנו את המשתנה $\text{Constraint Penalty hard} = 10$

(4) אלגוריתם גנטי:

מודל זה הינו iterative model, פותר את הבעיה עם genetic algorithm. מגדירים כמות אוכלוסיה והסתברות לזיווג ומקבלים זיווגים המביאים תוצאות ההולכות ומשתפרות (או לפחות מנסות להשתפר) בכל איטרציה.

הגדרנו $p = 0.9$, population = 300.

Objective – hard Constraint Penalty * Hard Constraint + Soft Constraint

Constraints – אין

Variable – משתנים בינאריים עבור כל אחות יש 21 משתנים (על משתנה הוא משמרת ביום מסויים, 1 מסמן שהיא עובדת באותו יום ו-0 מסמן שהיא לא עובדת באותו יום).

Domain – משתנים בינאריים יכולים לקבל ערך 0 או 1

- הגדרנו את המשתנה $\text{Constraint Penalty hard} = 10$

• בדיקות

ביצענו מספר רב של בדיקות על המודלים שלנו. נציג כאן רק כמה מהבדיקות שהעלו לנו תובנות והבהרות. כל בדיקה שביצענו הייתה על כל המודלים ומודלים המקבלים פרמטרים כלשהם (כמו מספר התחלות ב-random restart או מספר איטרציות באלגוריתם הגנטי) נעשו מספר פעמים על מנת לבדוק את את השינוי בקלט למודל.

- בדיקה 1:

הבדיקה הראשונה והכי חשובה היא בדיקה על הנתונים האמיתיים שקיבלנו משניידר ממחלקה פנימית א'. הנתונים הם:

30 אחיות ולכל אחת מהם יש את הבקשות שלה. הפעלנו את המודלים השונים ואלו התוצאות שקיבלנו:

במודל של Max Shift נמצאה פתרון אופטימאלי עם סיפוק של 121 משמרות מתוך 121 משמרות. כלומר, כל המשמרות סופקו וכך הוא סידר אותן:

Max Shift						
Day 1	Day 2	Day 3	Day 4	Day 5	Day 6	Day 7
Nurse 0 works shift 0	Nurse 1 works shift 0	Nurse 0 works shift 0	Nurse 1 works shift 0	Nurse 1 works shift 2	Nurse 3 works shift 1	Nurse 0 works shift 1
Nurse 1 works shift 1	Nurse 2 works shift 0	Nurse 1 works shift 0	Nurse 3 works shift 0	Nurse 2 works shift 1	Nurse 5 works shift 2	Nurse 2 works shift 0
Nurse 5 works shift 2	Nurse 3 works shift 0	Nurse 2 works shift 1	Nurse 6 works shift 1	Nurse 5 works shift 0	Nurse 6 works shift 1	Nurse 3 works shift 1
Nurse 7 works shift 0	Nurse 4 works shift 0	Nurse 4 works shift 2	Nurse 7 works shift 2	Nurse 8 works shift 1	Nurse 7 works shift 2	Nurse 4 works shift 0
Nurse 10 works shift 0	Nurse 6 works shift 2	Nurse 9 works shift 0	Nurse 9 works shift 1	Nurse 9 works shift 2	Nurse 8 works shift 2	Nurse 6 works shift 2
Nurse 11 works shift 1	Nurse 8 works shift 2	Nurse 10 works shift 1	Nurse 10 works shift 0	Nurse 11 works shift 2	Nurse 10 works shift 0	Nurse 7 works shift 2
Nurse 13 works shift 2	Nurse 9 works shift 0	Nurse 11 works shift 0	Nurse 11 works shift 0	Nurse 12 works shift 1	Nurse 12 works shift 0	Nurse 8 works shift 2
Nurse 14 works shift 1	Nurse 10 works shift 1	Nurse 12 works shift 1	Nurse 13 works shift 2	Nurse 14 works shift 1	Nurse 13 works shift 1	Nurse 9 works shift 1
Nurse 15 works shift 1	Nurse 11 works shift 0	Nurse 17 works shift 0	Nurse 14 works shift 2	Nurse 15 works shift 0	Nurse 16 works shift 1	Nurse 12 works shift 2
Nurse 16 works shift 0	Nurse 14 works shift 1	Nurse 20 works shift 1	Nurse 15 works shift 0	Nurse 17 works shift 0	Nurse 17 works shift 2	Nurse 13 works shift 1
Nurse 17 works shift 0	Nurse 16 works shift 2	Nurse 21 works shift 2	Nurse 16 works shift 1	Nurse 18 works shift 2	Nurse 18 works shift 2	Nurse 14 works shift 0
Nurse 21 works shift 1	Nurse 19 works shift 1	Nurse 22 works shift 1	Nurse 18 works shift 2	Nurse 19 works shift 1	Nurse 22 works shift 1	Nurse 18 works shift 2
Nurse 22 works shift 1	Nurse 20 works shift 1	Nurse 23 works shift 0	Nurse 19 works shift 1	Nurse 21 works shift 2	Nurse 23 works shift 0	Nurse 19 works shift 1
Nurse 23 works shift 2	Nurse 21 works shift 2	Nurse 25 works shift 1	Nurse 20 works shift 2	Nurse 25 works shift 0	Nurse 24 works shift 0	Nurse 22 works shift 0
Nurse 24 works shift 2	Nurse 24 works shift 1	Nurse 29 works shift 2	Nurse 21 works shift 2	Nurse 27 works shift 0	Nurse 26 works shift 0	Nurse 23 works shift 1
Nurse 26 works shift 0	Nurse 25 works shift 2		Nurse 24 works shift 0	Nurse 28 works shift 2	Nurse 27 works shift 2	Nurse 24 works shift 0
Nurse 27 works shift 2	Nurse 26 works shift 2		Nurse 26 works shift 1	Nurse 29 works shift 1	Nurse 28 works shift 1	Nurse 28 works shift 0
Nurse 28 works shift 2	Nurse 29 works shift 1		Nurse 29 works shift 1			Nurse 29 works shift 2

Statistics

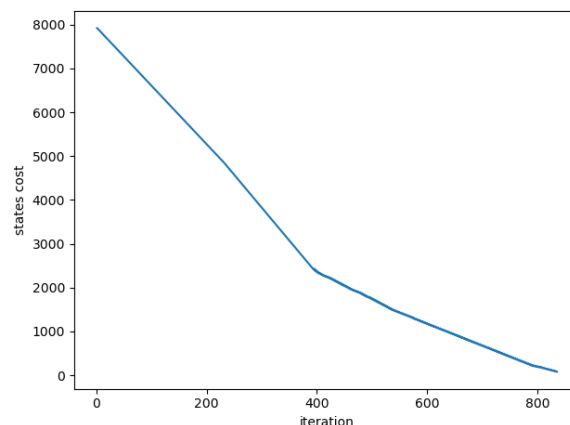
Total shifts = 121.0 / 121 succeed to maximize

במודל של constraint satisfaction עם objective של למזער את הבקשות שלא מתקבלות, המודל הצליח לספק את כל האילוצים של האחיות ולהגיע ל-0 בקשות של אחיות שלא התקבלו מתוך 227. ניתן לראות בתמונה גם שזה לקח למודל 0.050952s. ואלו התוצאות שהוא הביא:

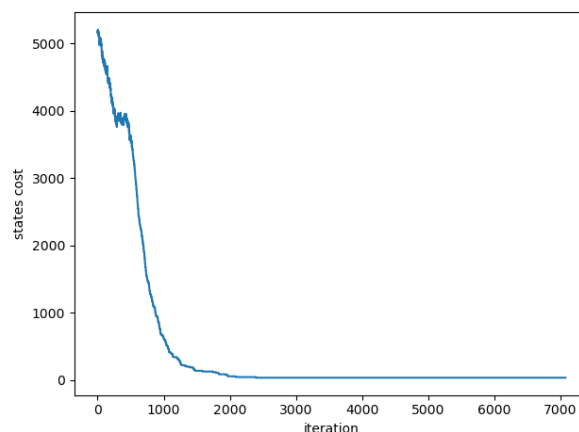
Constraints Satisfied						
Day 1	Day 2	Day 3	Day 4	Day 5	Day 6	Day 7
Nurse 1 works shift 0	Nurse 0 works shift 1	Nurse 1 works shift 2	Nurse 1 works shift 2	Nurse 1 works shift 1	Nurse 0 works shift 2	Nurse 0 works shift 1
Nurse 3 works shift 2	Nurse 1 works shift 2	Nurse 2 works shift 1	Nurse 6 works shift 0	Nurse 3 works shift 1	Nurse 2 works shift 1	Nurse 2 works shift 0
Nurse 4 works shift 2	Nurse 2 works shift 2	Nurse 6 works shift 0	Nurse 7 works shift 0	Nurse 4 works shift 1	Nurse 3 works shift 1	Nurse 4 works shift 0
Nurse 6 works shift 2	Nurse 3 works shift 1	Nurse 8 works shift 0	Nurse 9 works shift 1	Nurse 5 works shift 0	Nurse 5 works shift 2	Nurse 8 works shift 0
Nurse 7 works shift 2	Nurse 5 works shift 2	Nurse 9 works shift 0	Nurse 10 works shift 2	Nurse 7 works shift 0	Nurse 6 works shift 1	Nurse 9 works shift 2
Nurse 10 works shift 0	Nurse 9 works shift 0	Nurse 10 works shift 1	Nurse 11 works shift 0	Nurse 8 works shift 2	Nurse 7 works shift 0	Nurse 10 works shift 1
Nurse 11 works shift 1	Nurse 11 works shift 0	Nurse 11 works shift 0	Nurse 13 works shift 2	Nurse 9 works shift 2	Nurse 8 works shift 1	Nurse 12 works shift 2
Nurse 12 works shift 0	Nurse 12 works shift 1	Nurse 12 works shift 1	Nurse 14 works shift 0	Nurse 11 works shift 2	Nurse 10 works shift 2	Nurse 13 works shift 1
Nurse 13 works shift 1	Nurse 14 works shift 0	Nurse 15 works shift 1	Nurse 16 works shift 0	Nurse 16 works shift 2	Nurse 13 works shift 0	Nurse 14 works shift 0
Nurse 14 works shift 0	Nurse 15 works shift 0	Nurse 18 works shift 2	Nurse 18 works shift 2	Nurse 17 works shift 0	Nurse 14 works shift 0	Nurse 17 works shift 2
Nurse 16 works shift 0	Nurse 16 works shift 2	Nurse 19 works shift 2	Nurse 19 works shift 1	Nurse 21 works shift 2	Nurse 15 works shift 2	Nurse 18 works shift 0
Nurse 17 works shift 2	Nurse 18 works shift 2	Nurse 20 works shift 1	Nurse 21 works shift 2	Nurse 23 works shift 1	Nurse 17 works shift 2	Nurse 19 works shift 1
Nurse 20 works shift 0	Nurse 19 works shift 1	Nurse 21 works shift 2	Nurse 26 works shift 1	Nurse 24 works shift 1	Nurse 20 works shift 0	Nurse 22 works shift 2
Nurse 21 works shift 1	Nurse 21 works shift 2	Nurse 22 works shift 1	Nurse 27 works shift 0	Nurse 25 works shift 0	Nurse 22 works shift 1	Nurse 23 works shift 1
Nurse 23 works shift 1	Nurse 22 works shift 1	Nurse 24 works shift 2	Nurse 28 works shift 2	Nurse 26 works shift 1	Nurse 23 works shift 0	Nurse 24 works shift 0
Nurse 24 works shift 2	Nurse 24 works shift 1	Nurse 26 works shift 0	Nurse 29 works shift 1	Nurse 27 works shift 0	Nurse 28 works shift 1	Nurse 25 works shift 2
Nurse 26 works shift 1	Nurse 25 works shift 0	Nurse 28 works shift 2		Nurse 29 works shift 2		Nurse 28 works shift 2
Nurse 27 works shift 1	Nurse 29 works shift 0	Nurse 29 works shift 0				Nurse 29 works shift 1
Statistics						
- Number of shift requests met = 0 (out of 227)						
- wall time : 0.050952 s						

ניתן לראות משני מודלים אלו ששניהם הגיעו לפתרון אופטימאלי המספק את כלה אילוצים אבל שני הפתרונות שונים. כלומר, יש יותר מפתרון אופטימאלי אחד וכל מודל מצא פתרון אופטימאלי אחר.

באלגוריתמים המקורבים ה- Hill climbing הגיע לערך 80 אחר שהתחיל עם ערך בגודל 8000.

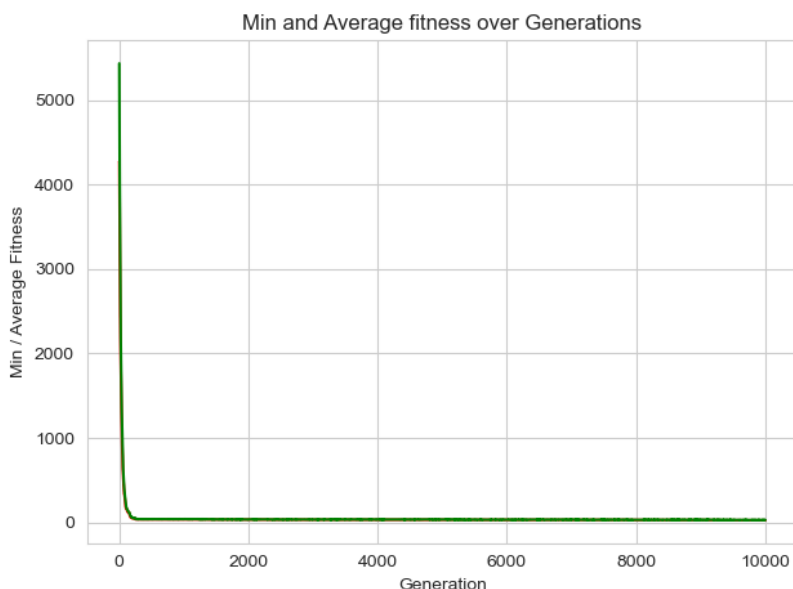


אבל כאשר הרצנו אותו עם simulated annealing עם 7000 איטראציות הוא הגיע לערך 34. ניתן לראות בתמונה שיש כמה מקומות שהוא עלה בקצת כדי לרדת אחר כך:



ה-random restart כאשר הרצנו אותו 40 פעם הגיע לערך המפתיע 11 שזה פתרון כבר ממש קרוב לפתרון אופטימאלי.

האלגוריתם הגנטי הגיע ל-26 אחרי 9708 איטרציות. ניתן לראות בטבלה (מוצג הערך שנמצא עם האיטרציה שבה הוא נמצא) ובגרף שבהתחלה האלגוריתם משתפר מאוד מהר וככל שאנחנו מגיעים לערך נמוך האלגוריתם צריך הרבה איטרציות כדי להגיע למצוא שיפור:



<u>Iteration</u>	<u>score</u>
7102	30
7855	29
9183	28
9298	27
9708	26

בבדיקה זו חוץ האלגוריתמים הלא מקורבים שהביאו תוצאה אופטימאלית היחיד שהתקרב ממש הוא האלגוריתם של Hill climbing with random restart כאשר הרצנו אותו 40 פעמים.

- בדיקה 2:

בדיקה זו התבצעה על 20 אחיות כאשר אחות אחת לא רוצה לעבוד. כלומר, לקחנו אחות אחת ושמנו אצלה בקשות לא לעבוד בכל הימים. אחות זו היא אחות מספר 3 והיא הייתה אמורה לעבוד בשבוע 4 ימים.

במודל Max Shift כמובן ימצא ניהול זמנים לכל האחיות כאשר הוא שומר על כל בקשות האחיות ולכן האחיות ה-3 לא תקבל שום משמרת. לכן יסופקו כל המשמרות חוץ מ-4 (78/82):

<u>Max Shift</u>					
<u>Day 1</u>	<u>Day 3</u>	<u>Day 4</u>	<u>Day 5</u>	<u>Day 6</u>	<u>Day 7</u>
Nurse 4 works shift 0	Nurse 0 works shift 0	Nurse 0 works shift 1	Nurse 0 works shift 2	Nurse 0 works shift 1	Nurse 1 works shift 2
Nurse 5 works shift 2	Nurse 1 works shift 1	Nurse 1 works shift 0	Nurse 1 works shift 1	Nurse 1 works shift 2	Nurse 2 works shift 1
Nurse 7 works shift 1	Nurse 4 works shift 2	Nurse 4 works shift 0	Nurse 2 works shift 2	Nurse 2 works shift 1	Nurse 4 works shift 0
Nurse 9 works shift 0	Nurse 6 works shift 0	Nurse 6 works shift 2	Nurse 6 works shift 0	Nurse 4 works shift 0	Nurse 5 works shift 2
Nurse 10 works shift 0	Nurse 7 works shift 1	Nurse 9 works shift 2	Nurse 8 works shift 2	Nurse 5 works shift 2	Nurse 8 works shift 2
Nurse 11 works shift 2	Nurse 9 works shift 2	Nurse 10 works shift 2	Nurse 11 works shift 1	Nurse 7 works shift 2	Nurse 13 works shift 2
Nurse 12 works shift 1	Nurse 10 works shift 1	Nurse 12 works shift 1	Nurse 12 works shift 2	Nurse 8 works shift 2	Nurse 14 works shift 1
	Nurse 11 works shift 0	Nurse 14 works shift 1	Nurse 13 works shift 1	Nurse 11 works shift 2	Nurse 15 works shift 1
	Nurse 13 works shift 2	Nurse 19 works shift 2	Nurse 14 works shift 0	Nurse 13 works shift 0	Nurse 16 works shift 1
<u>Day 2</u>	Nurse 14 works shift 2		Nurse 15 works shift 1	Nurse 14 works shift 1	Nurse 17 works shift 2
Nurse 0 works shift 0	Nurse 16 works shift 2		Nurse 16 works shift 1	Nurse 15 works shift 1	Nurse 18 works shift 0
Nurse 2 works shift 1	Nurse 17 works shift 2		Nurse 17 works shift 1	Nurse 16 works shift 0	Nurse 19 works shift 1
Nurse 5 works shift 2	Nurse 19 works shift 2		Nurse 18 works shift 0	Nurse 17 works shift 2	
Nurse 7 works shift 2			Nurse 19 works shift 2	Nurse 18 works shift 0	
Nurse 10 works shift 1				Nurse 19 works shift 1	
Nurse 11 works shift 1					
Nurse 13 works shift 2					
Nurse 15 works shift 0					
<u>Statistics</u>					
- Total shifts = 78.0 / 82 succeed to maximize					

המודל הרגיל של constraint satisfaction יחזיר "there is no solution!" בגלל שאי אפשר לספק את כל האילוצים, אבל בגרסא המשופרת שלו עם objective למזער את כמות הבקשות שלא מתקבלות נקבל ניהול זמנים שלם שבו גם האחות ה-3 משובצת 4 פעמים כמו שהיא צריכה לעבוד אבל בכל המקומות יהיה כתוב ליד המשמרת שלה (not request) שזאת משמרת שהיא לא רצתה. במסקנה מודל זה הצליח לקבל 4 משמרות שלא רצו אותם מתוך 203:

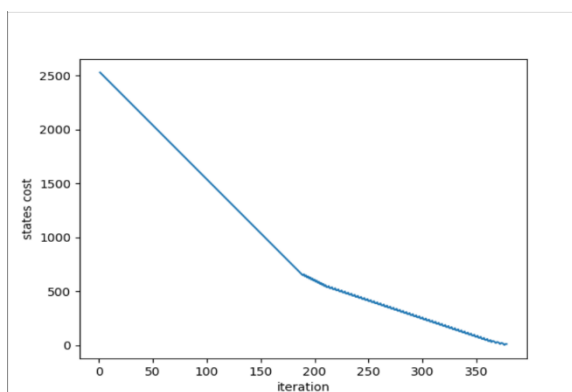
Constraints Satisficed

<u>Day 1</u>	<u>Day 2</u>	<u>Day 3</u>	<u>Day 4</u>
Nurse 0 works shift 0	Nurse 0 works shift 2	Nurse 1 works shift 0	Nurse 0 works shift 1
Nurse 2 works shift 1	Nurse 1 works shift 0	Nurse 3 works shift 2 (not requested).	Nurse 1 works shift 0
Nurse 3 works shift 1 (not requested).	Nurse 2 works shift 1	Nurse 4 works shift 2	Nurse 4 works shift 2
Nurse 4 works shift 2	Nurse 4 works shift 1	Nurse 9 works shift 0	Nurse 5 works shift 0
Nurse 7 works shift 0	Nurse 5 works shift 0	Nurse 10 works shift 1	Nurse 6 works shift 0
Nurse 8 works shift 0	Nurse 6 works shift 0	Nurse 11 works shift 0	Nurse 7 works shift 2
Nurse 10 works shift 2	Nurse 7 works shift 2	Nurse 14 works shift 2	Nurse 9 works shift 2
Nurse 11 works shift 1	Nurse 11 works shift 1	Nurse 15 works shift 2	Nurse 10 works shift 2
Nurse 12 works shift 0	Nurse 13 works shift 2	Nurse 17 works shift 1	Nurse 11 works shift 0
Nurse 13 works shift 2	Nurse 14 works shift 0	Nurse 19 works shift 2	Nurse 13 works shift 2
Nurse 15 works shift 2	Nurse 16 works shift 0		Nurse 14 works shift 1
Nurse 16 works shift 0	Nurse 17 works shift 0		Nurse 18 works shift 2
	Nurse 18 works shift 1		
	Nurse 19 works shift 2		
<u>Day 5</u>	<u>Day 6</u>	<u>Day 7</u>	
Nurse 0 works shift 0	Nurse 1 works shift 2	Nurse 0 works shift 2	
Nurse 2 works shift 2	Nurse 2 works shift 2	Nurse 1 works shift 2	
Nurse 3 works shift 1 (not requested).	Nurse 4 works shift 2	Nurse 3 works shift 0 (not requested).	
Nurse 8 works shift 2	Nurse 5 works shift 1	Nurse 5 works shift 2	
Nurse 9 works shift 2	Nurse 8 works shift 2	Nurse 6 works shift 2	
Nurse 10 works shift 1	Nurse 12 works shift 2	Nurse 7 works shift 0	
Nurse 11 works shift 2	Nurse 13 works shift 0	Nurse 14 works shift 0	
Nurse 12 works shift 2	Nurse 14 works shift 1	Nurse 16 works shift 1	
Nurse 13 works shift 1	Nurse 15 works shift 0	Nurse 17 works shift 2	
Nurse 15 works shift 1	Nurse 17 works shift 2	Nurse 18 works shift 0	
Nurse 16 works shift 2	Nurse 19 works shift 2	Nurse 19 works shift 1	
Nurse 19 works shift 0			

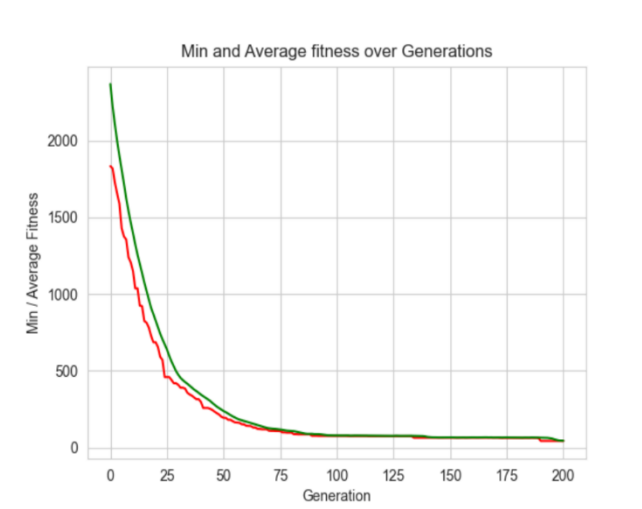
Statistics

- Number of shift requests met = 4 (out of 203)
- wall time : 0.132543 s

כאשר נלך לאלגוריתמים המקורבים נראה שה-Hill climbing מצא את הערך האופטימאלי 4 (נקודה על כל משמרת שבה הוא שם אחות שלא רצתה לעבוד בה) בקצת יותר מ-350 איטרציות:



במקרה זה האלגוריתם הגנטי הגיע רק ל-26 אחרי 1000 איטרציות. בגרף ניתן לראות את ה-200 איטרציות הראשונות:



הגנו מבדיקה זו לשני מסקנות:

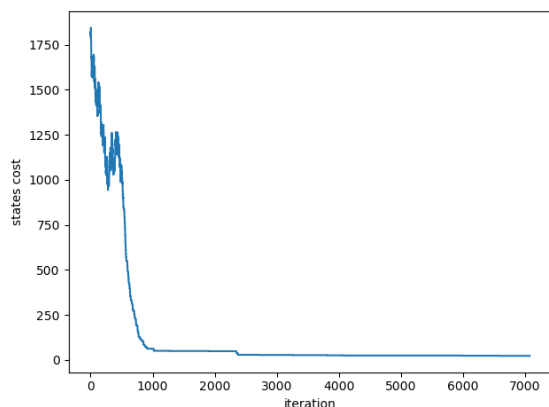
- (1) הבחירה במודל של מקסום אחוז המשרה או מזעור הבקשות שלא התקבלו הוא תלוי מה מעדיפים. אם מודל "קשוח" שבכל מקרה אנחנו רוצים שכל האחיות יעבדו גם אם לא מתקבלות בקשותיהם נעדיף את מודל מזעור הבקשות. לעומת זאת, אם נרצה מודל "נוח" יותר שאומר שאני יכול לבנות ניהול זמנים תקין תוך שמירה על כל הבקשות ולאחר מכן לראות איפה יש בעיות וללכת לדבר עם אותן אחיות ולקבוע איתן מתי הן יעבדו נעדיף את המודל של מקסום אחוז המשרה.
- (2) באלגוריתמים המקורבים, Hill climbing הצליח להגיע לתוצאה האופטימלית במספר מועט של איטרציות לעומת האלגוריתם הגנטי שהתקשה במקרה זה להגיע לתוצאה הקרובה לכך.

- בדיקה 3:

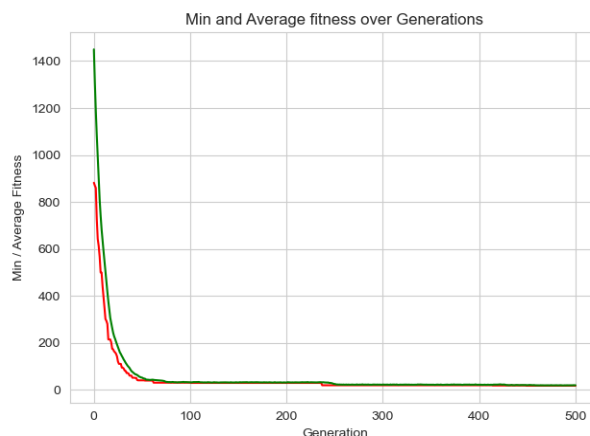
עשינו בדיקה על 10 אחיות כך שאחוז המשרה שלהם גורם שיהיה משמרת אחת בלי 2 אחיות ולכן לא מתקיים התנאי של הבית חולים שבכל משמרת יהיה לפחות 2 אחיות. כלומר יש Hard constraint שלא מתקיים.

באלגוריתמים הלא מקורבים Max shift והconstraint satisfaction בגלל שיש Hard constraint שלא מסופק הם יחזירו "there is no solution!". לעומת זאת, אולי נעדיף פתרון כלשהו גם אם הוא אינו אופטימאלי.

הרצנו את Hill climbing והוא קיבל תוצאה לא ראה של 30. עם השיפור של simulated annealing הוא הצליח אפילו להגיע ל-23 אחרי 7000 איטרציות. בגרף ניתן לראות שהוא נתקע במינימום מקומי באיזור ה-1000 ועלה כדי לרדת:



כשהפעלנו random restart עם 40 התחלות שונות המודל הצליח להגיע גם ל-16. כאשר מריצים את האלגוריתם הגנטי אחרי 30 איטרציות מגיעים ל-30, ואחרי 500 איטרציות מגיעים ל-18. ניתן לראות בגרף איך בהתחלה האלגוריתם מהר מאוד משתפר וככל שמתקדמים לוקח לו יותר איטרציות כדי למצוא זיווג שיהווה שיפור.



המשכנו להריץ את האלגוריתם וגילינו שלמרות שלוקח הרבה איטרציות ונסיונות אבל האלגוריתם הגנטי ממשיך למצוא זיווגים שמשפרים את התוצאה. ניתן לראות שכאשר הגענו ל-14 לקח כמעט 2000 איטרציות כדי למצוא זיווג שיספר ל-13. כמו כן, כשהגענו ל-13 נדרשו יותר מ-4400 איטרציות כדי למצוא שיפור ל-12. לבסוף ניתן לראות שלאחר 9021 איטרציות הגענו ל-10 שזה התוצאה הטובה ביותר שניתן להגיע אליה בבעיה זו (הפרה של Hard Constraint אחד שמקבל עונש של כפול 10).

Schedule for the week:			
Day 1	Day 3	Day 5	Day 7
Nurse 1 works shift 0	Nurse 0 works shift 2	Nurse 1 works shift 2	Nurse 0 works shift 1
Nurse 3 works shift 2	Nurse 1 works shift 2	Nurse 2 works shift 1	Nurse 2 works shift 0
Nurse 4 works shift 1	Nurse 2 works shift 1	Nurse 4 works shift 0	Nurse 6 works shift 2
Nurse 7 works shift 1	Nurse 5 works shift 1	Nurse 6 works shift 1	Nurse 7 works shift 2
Nurse 8 works shift 0	Nurse 9 works shift 0	Nurse 7 works shift 0	Nurse 8 works shift 0
Nurse 9 works shift 2	-----	Nurse 8 works shift 2	Nurse 9 works shift 1
Day 2	Day 4	Day 6	
Nurse 0 works shift 0	Nurse 3 works shift 0	Nurse 1 works shift 2	
Nurse 1 works shift 2	Nurse 4 works shift 1	Nurse 2 works shift 1	
Nurse 3 works shift 1	Nurse 5 works shift 2	Nurse 3 works shift 0	
Nurse 4 works shift 2	Nurse 6 works shift 1	Nurse 4 works shift 0	
Nurse 6 works shift 0	Nurse 8 works shift 2	Nurse 5 works shift 1	
Nurse 9 works shift 1	Nurse 9 works shift 0	Nurse 7 works shift 2	

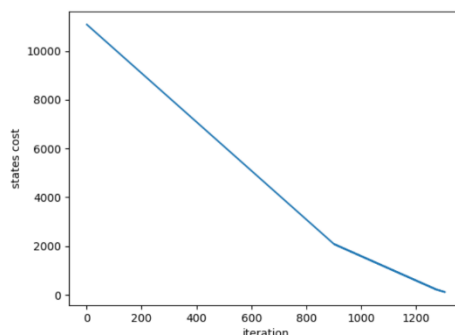
פתרון סופי - אלגוריתם גנטי

Iteration	score
1790	16.0
1991	15.0
2053	14.0
2223	13.0
6887	12.0
7110	11.0
9021	10.0

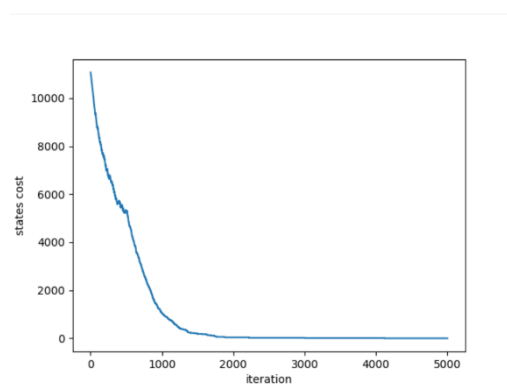
- בדיקה 4:

עשינו בדיקה על 30 אחיות כאשר אין בכלל בקשות של האחיות. כמובן שבמודלים שמביאים פתרון אופטימאלי נמצא פתרון בצורה מהירה. לדוגמא constraint satisfaction לקח למודל 0.029750 s.

במודלים המקורבים Hill climbing הגיע לערך של 120 לאחר 1200 איטרציות. כאשר החה רן בעיה שהוא נתן יותר מידי משמרות לאחיות.

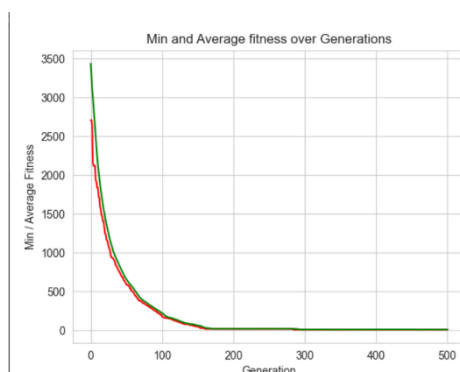


אבל כאשר הרצנו אותו עם השיפורים הוא הגיע לערך אופטימאלי. ה-simulated annealing הגיע לערך אופטימאלי 0 אחרי 5000 איטרציות:



וב-random restart כשעשינו 2 התחלות הוא הגיע ל-0.

באלגוריתם הגנטי אחרי 500 איטרציות הגיע ל-10 עם הפרה אחת של hard constraint שנתן לאחות אחות שתי משמרות רצופות. ואחרי 848 איטרציות הצליח למצוא את האופטימום עם ערך 0.



בבדיקה זו כל האלגוריתמים הראו תוצאות יפות למעט ה-Hill climbing שנתקע במינימום לוקאלי. האלגוריתמים המקורבים הצליחו למצוא מהר את הפתרון האופטימאלי, והאלגוריתמים הלא מקורבים גם הצליחו הרבה יותר מהר למצוא פתרון אופטימאלי.

• דיון ומסקנות

שאלות מרכזיות שעלו לדיון:

- מה יקרה כאשר ננסה לפתור את הבעיה לא בשלמים?

- האם כשיש לנו את המודלים שמביאים פתרון אופטימאלי צריך את המודלים המקורבים (genetic algorithm, Hill climbing)?
- האם ניתן לעשות מכונה לומדת לבעיה שלנו? זה לא בעייה של רגרסיה קלאסית וזה לא בעיית מציאת קבוצה.

ניסינו להריץ כמה פעמים כאשר המשתנים לא היו שלמים וקיבלנו תוצאות רק בשלמים, אולי צריך להריץ יותר פעמים ואולי באמת הפתרון האופטימאלי היחיד של הבעיה הוא בשלמים.

לפי הבדיקות שלנו וכמו שנכתוב בסמוך במסקנות גם האלגוריתמים המקורבים מאוד טובים ונצרכים בעיקר כאשר ה-Hard constraint לא מתקיימים.

ניסינו גם לעשות מכונה לומדת (הקוד נמצא בקובץ ml.py), בנינו train עם 100,000 דוגמאות, המכונה שבנינו לא הראתה למידה והחזירה תשובות לא טובות או מקורבות, לצערנו מפאת קוצר הזמן לא הספקנו להתעמק במכונה הלומדת. אבל ניסינו לחשוב האם בכלל זה אפשרי ליצור מכונה לומדת לבעיה שלנו שהרי זה לא בעיית סיווג או רגרסיה במובן הרגיל.

מסקנות:

כל המודלים חשובים ועוזרים לנו לפתרון הבעיה במלואה על שלל מצביה.

השאלה היא איך נבחר באיזה מודל נשתמש:

- אם רוצים מודל "קשוח" שמספק את אילוצי בית החולים ורק לאחר מכן מנסה לספק כמה שיותר אילוצי אחיות – נבחר במודל של סיפוק האילוצים.
- אם נרצה מודל "נוח" יותר שמחויב לספק את אילוצי האחיות ובודק כמה משמרות ניתן לעשות בהינתן אילוצים אלו – נבחר במודל של מקסום אחוז המשרה.
- כאשר יש פתרון המספק את ה-Hard Constraints המודלים שמביאים פתרונות אופטימאליים עדיפים.
- כאשר אין אפשרות לספק את האילוצים המודלים המקורבים נותנים תוצאות טובות מאוד.

