5. 1. Merkezi eğilim ölçüleri

Merkezi eğilim ölçüleri bir seri hakkında bilgi edinmemizi ve çeşitli kıyaslamalar yapmamıza olanak sağlayan ölçütlerdir. Verilerin daha çok hangi değerlere eğilimli olduklarını bulmak için merkezi eğilim ölçülerini kullanırız. Bu ölçüler analitik olan (duyarlı) ve analitik olmayan (duyarsız) ortalamalardır. Analitik ortalamalar; aritmetik ortalama, tartılı ortalama, kareli ortalama, harmonik ortalama ve geometrik ortalamadır. Analitik olmayan ortalamalar ise mod, medyan ve kartillerdir.

5.1.1. Analitik (Duyarlı) Ortalamalar

Analitik ortalamalara "duyarlı" denmesinin nedeni; veri kümesindeki tüm gözlem birimlerini hesaba katmasıdır. Bu hesaplama yöntemi, özellikle uç değerler (uç değer bir diğer ifade ile sapan değer, serideki değerlerden çok farklı olan değerlerdir) söz konusu olduğunda ortalamayı uç değerlere doğru çekerek doğru tahmin yapmayı zorlaştırırlar. Bu tip durumlarda ya uç değerler hesaplamadan dışlanır, ya da analitik olmayan ortalama türlerinden faydalanılır. Bu duruma en güzel örnek, bir sınıfın ortalama notunu hesaplarken en yüksek ve en düşük değerin dışlanarak hesaba alınmamasıdır.

Örneğin örneklemimiz aşağıdaki gibi olsun ve yukarıdaki duyarlı olma durumunu aritmetik ortalamayı kullanarak basitçe anlatmaya çalışalım:

20 23 31 42 55

Bu örneklemin aritmetik ortalaması tüm değerlerin toplamının gözlem sayısı n'e bölünmesiyle 34,2 olarak hesaplanır. Ortalamaların taşıması gereken en önemli özellik, gözlemleri iyi bir şekilde temsil etmesidir (ortalama aslında serinin tek bir rakamla özetlenmesidir) ve bulduğumuz bu değer örneklemdeki değerleri iyi kötü temsil etmektedir.

Şimdi örnekleme bir uç değer ekleyelim, yeni örneklemimiz şöyle olsun:

20 23 31 42 55 1000

Bu örneklemin aritmetik ortalaması 195,166'dır. Görüldüğü gibi uç değer ortalamayı kendine doğru çekmiş, bu durum ne küçük gözlemleri ne de uç değeri temsil edebilecek bir ortalamanın hesaplanmasına neden olmuştur. İşte böyle durumlarda, tüm gözlemleri hesaba katmayan analitik olmayan yani bir diğer adıyla duyarsız ortalamalar tercih edilmelidir.

5.1.1.1. Aritmetik Ortalama ($\bar{X}$, μ)

Örneklemde $\bar{X}$, kitlede μ ile gösterilir. Veri kümesindeki tüm gözlemlerin toplamının toplam gözlem sayısına bölümüdür.

Basit seride:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

Sıklık serisinde:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i}{n}$$

Sınıflanmış seride:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i m_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i m_i}{n}$$

k, sınıf sayısıdır. m_i ise i. sınıfın orta noktasıdır (mid point)

Kitlede Gösterimi:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N} \qquad \mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i}{N} \qquad \mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i m_i}{N}$$

Örnek:

Aşağıda bir öğrencinin 5 dersten aldığı notlar verilmiştir. $\bar{X}$ =?

4,5,7,8,10

$\bar{X}$ =6.8

Örnek:

Bir kavşakta bir ayda meydana gelen trafik kazalarının dağılımı aşağıdaki gibidir. Günlük ortalama kaza sayısını hesaplayınız.

X_i	f_i
0	14
1	7
2	4
3	2
4	3
	$\sum f_i = 30$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i}{n} = 1{,}1$$

(14*0+7*1+4*2+3*2+3*4)/30 = 1.1

Günlük ortalama kaza sayısı yaklaşık olarak 1'dir.

Örnek:

Aşağıdaki serinin aritmetik ortalamasını hesaplayınız.

Sınıflar	f_i	m_i	$f_i m_i$
1-3	4	2	8
3-5	8	4	32
5-7	3	6	18
	$\sum f_i = 15$		$\sum f_i m_i = 58$

Sınıf orta noktaları sınıfın alt sınır ile üst sınırının ortalamasıdır, yani ikiye bölümüdür. m_1 = (1+3)/2= 2 v.b.

Burada biraz duralım, sınıfları tek tek ele alalım. İlk sınıfımız 1-3 aralığıdır ve bu aralıkta 4 gözlem vardır. Fakat biz bu 4 değerin tam olarak ne olduklarını bilmiyoruz, sadece [1,3) aralığında olduğunu biliyoruz değil mi? O halde standart bir ortalama bulabilmek için hepimizin ortak bir yaklaşım sergilemesi gerekir. Yani şunu anlatmak istiyoruz, diyelim ki Ali'ye göre X1= 1, X2= 1.2, X3=2.8, X4=2.9 olsun. İkinci sınıftaki değerleri de şöyle olsun; X5= 3.1, X6= 4, X7= 4.1, X8= 4.3, X9= 4.4, X10= 4.6, X11= 4.8, X12= 4.9 olsun. Son sınıftakiler de şöyle olsun; X13= 5.2, X14= 5.9, X15= 6.8

Şimdi Ali'nin serisinin ortalaması tüm bu değerlerin toplamının toplam gözlem sayısına yani 15'e bölümüdür. Ali'nin serisini açıkça bir daha yazalım:

1	1.2	2.8	2.9	3.1	4	4.1	4.3	4.4
4.6	4.8	4.9	5.2	5.9	6.8			

Ortalamayı bulalım:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{15} X_i}{15} = 60/15=4$$

Umut'un serisi de şöyle olsun:

1.1	1.3	1.7	2.4	3	4	4.2	4.5	4.6
4.7	4.8	4.9	5	7	7.9			

Bu ortalamayı bulalım:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{15} X_i}{15} = 61{,}1/15=4.0733333 \sim 4.073 \text{ bulduk.}$$

Demek ki herkes bu aralıkta sonsuz tane değer ataması yapabilir ve bunun sonucunda da herkesin bulacağı ortalama değeri farklı olacaktır. İşte bu durumun önüne geçebilmek için sınıf orta noktalarını yani m_i'leri X_i gibi düşünüyoruz, yani sanki o değerlerin hepsi sınıf orta değerini alıyormuş gibi varsayıyoruz, aksi halde aynı ortalama değerini bulamayız ve herkes kendine göre bir değer bulur.

Sınıflanmış serinin basit seri hali şöyledir:

2	2	2	2	4	4	4	4
4	4	4	4	6	6	6	

Ortalamayı bulalım;

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i m_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i m_i}{n} = 3{,}8666666 \sim 3{,}867$$

Aritmetik Ortalamanın Özellikleri

1. En çok bilinen ve en sık kullanılan ortalamadır. Her türlü veride hesaplanabilir ve tek bir değer alır. Sıfır içeren serilerde harmonik ortalama hesaplanamaz, geometrik ortalama hesaplanabilir ama anlamsız olur. Seride negatif değer var ise, geometrik ortalama hesaplanamaz. Bazı serilerde birden fazla sayıda mod bulunabilir. **Ancak aritmetik ortalama her türlü veri seti için hesaplanabilir ve tek bir tanedir.**

2. $\bar{X}$ duyarlı bir ortalamadır. Çünkü bütün verileri hesaba alır. Extrem (uç, outlier) değerler olduğunda bu değerlerden etkilenmesi, aritmetik ortalamanın zayıf yönüdür.

Böyle durumlarda $\bar{X}$ yerine, duyarsız ortala da denilen, sıralamaya dayanan ve uç değerlerden etkilenmeyen medyan tercih edilebilir.

3. Bir seride $\bar{X}$ 'dan sapmaların toplamı sıfırdır.

$$\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = 0$$

4. Açık uçlu dağılımlarda hesaplanamaz. Açık uçlu dağılıma bir örnek verelim:

Sınıflar	f_i	m_i	$f_i m_i$
1-3	4	2	8
3-5	8	4	32
5-…	**3**	**?**	**?**
	$\sum f_i = 15$		

Son sınıfın üst sınırı açık bırakılmış, yani oradaki değerin ne olduğu bilinmeden sınıf ortası bulunamayacağı için aritmetik ortalama da hesaplanamaz. Sınıf genişlikleri eşit olmak zorunda değildir, yani biz kendiliğimizden oranın "7" olduğunu iddia edemeyiz.

5.1.1.2. Tartılı Ortalama (Ağırlıklı Ortalama)

Bazen veride yer alan bazı gözlemlere diğerlerinden daha fazla önem verilir. Böyle durumlarda ortalama hesaplanırken bu özel değerlere verilen önemi yansıtmak için belirli tartılar tahsis edilir.

Örnek: İstatistik dersine ilişkin vize notunun ağırlığı finalin üçte biri olsun. Öğrenci vizeden 80, finalden 60 almış ise, bu öğrencinin başarı notu tartılı aritmetik ortalama ile hesaplanır. Tartılı aritmetik ortalamanın formülü şöyledir:

$$\bar{X} = \frac{\sum t_i X_i}{\sum t_i}$$

Örneğimize dönersek;

$t_1=1$ vizenin tartısı

$t_2=3$ finalin tartısı (bir anlamda önemi)

$$\bar{X} = \frac{(1*80)+(3*60)}{1+3} = 65$$

Örnek: Aşağıdaki tabloda bir öğrencinin ders notları ve derslerin ağırlıkları yer almaktadır (yani her ders aynı öneme sahip değildir) öğrencinin not ortalamasını hesaplayınız.

Ders	Ağırlık	Puan	Ağırlıklı Puan
Fizik	2	70	140
Kimya	2	80	160
Matematik	2	85	170
Türkçe	1	90	90
Tarih	1	65	65

$$\bar{X} = \frac{\sum t_i X_i}{\sum t_i}$$

= (140 + 160 + 170 + 90 + 65) /(2 + 2 + 2 + 1 + 1) = 625/8= 78.125 'tir.

Normal ortalaması (yani her dersin eşit öneme sahip olduğu durumda);

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ = (70+80+85+90+65)/ 5= 390/5=78'dir.

5.1.1.3. Kareli Ortalama

Kareli ortalama serideki değerlerin karelerinin toplamının gözlem sayısına bölünerek karekökünün alınmasıyla hesaplanır.

Basit Seride:

KO=$\sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}$

Sıklık Serisinde:

KO=$\sqrt{\frac{\sum fi.X^2}{n}}$

Sınıflanmış Seride:

KO=$\sqrt{\frac{\sum fi.mi^2}{n}}$

Örnek: Aşağıdaki serinin kareli ortalamasını hesaplayınız.

Sınıflar	f_i	m_i^2	$f_i m_i^2$
1-3	4	4	16
3-5	8	16	128
5-7	3	36	108

KO=$\sqrt{\frac{\sum fi.mi^2}{n}} = \sqrt{\frac{16+128+108}{15}} = 4.09878 \sim 4.099$

5.1.1.4. Geometrik Ortalama

Geometrik ortalama tüm verileri hesaba katan duyarlı bir ortalamadır. Genellikle oransal olarak artan serilerde bu artışı düzlemek (smooth etmek) amacıyla tercih edilir. Tüm gözlemlerin çarpılarak, gözlem sayısı kadar dereceden kök alınmasıyla hesaplanır.

Geometrik Ortalama ≤ Aritmetik Ortalama

$X_1, X_2, \ldots X_n$ veri kümesinin geometrik ortalaması;

$$GO = \sqrt[n]{X_1 X_2 \ldots X_n} = (X_1 X_2 \ldots X_n)^{1/n} = \left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)^{1/n}$$

$$\log GO = \frac{1}{n}(\log X_1 + \log X_2 + \ldots + \log X_n)$$

Basit seride:

$$\log GO = \frac{\sum_{i=1}^{n} \log X_i}{n}$$

Sıklık serisinde:

$$\log GO = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \log X_i}{n}$$

Sınıflanmış seride:

$$\log GO = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \log m_i}{n}$$

Örnek: Aşağıdaki serinin geometrik ortalamasını bulunuz.

X_i
4
5
7
8
16

$$GO = \sqrt[5]{4*5*7*8*16} = 7.09$$

$$\log GO = \frac{1}{5}(\log 4 + \log 5 + \log 7 + \log 8 + \log 16)$$

$\log X_i$
0,602
0,699
0,845
0,903
1,204

$$\sum_{i=1}^{5} \log X_i = 4,253$$

$$\log GO = \frac{1}{5} * 4,253 = 0,8506$$

$$GO = 10^{0,8506} = 7,09$$

Örnek: Aşağıdaki sıklık serisinin geometrik ortalamasını hesaplayınız.

X_i	f_i	$\log X_i$	$f_i \log X_i$
2	3	0,301	0,903
3	2	0,477	0,954
4	1	0,602	0,602
5	4	0,698	2,795

$$\sum f_i = 10 \qquad \sum f_i \log X_i = 5,255$$

$$\log GO = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \log X_i}{n}$$ =5,255/10=0,5255

$GO=10^{0,5255}=3,35$

Örnek: Aşağıdaki sınıflanmış serinin geometrik ortalamasını hesaplayınız.

Sınıflar	f_i	m_i	$\log m_i$	$f_i \log m_i$
1-3	3	2	0,301	0,903
3-5	3	4	0,602	1,806
5-7	4	6	0,778	3,112

$$\sum f_i = 10 \qquad \sum_{i=1}^{k} f_i \log m_i$$ =5,821

$$\log GO = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \log m_i}{n} = 0,5821$$

$GO=10^{0,5821}=3,82$

5.1.1.5. Harmonik Ortalama

Oransal olarak belirtilebilen değişkenlerin ortalamalarının hesaplanmasında harmonik ortalama kullanılır. Sıfır değerli ya da negatif işaretli değişkenler olduğunda hesaplanamaz.

Basit seride:

$$HO = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i}}$$

Sıklık serisinde:

$$HO = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{\sum_{i=1}^{k} \frac{f_i}{X_i}}$$

Sınıflanmış seride:

$$HO = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{\sum_{i=1}^{k} \frac{f_i}{m_i}}$$

Örnek:

X_i	$\frac{1}{X_i}$
4	0,25
5	0,2
7	0,14
8	0,12
16	0,06

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{X_i} = 0,77$$

$$HO = \frac{5}{0,77} = 6,49$$

Örnek: Harmonik ortalamasını hesaplayınız.

X_i	f_i	$\frac{f_i}{X_i}$
2	3	1,5
3	2	0,67
4	1	0,25
5	4	0,80

$$\sum f_i = 10 \qquad \sum_{i=1}^{k} \frac{f_i}{X_i} = 3,22$$

HO=10/3,22=3,11

Örnek: Harmonik ortalamasını hesaplayınız.

Sınıflar	f_i	m_i	$\frac{f_i}{m_i}$
1-3	3	2	1,5
3-5	3	4	0,75
5-7	4	6	0,67

$$\sum f_i = 10 \qquad \sum_{i=1}^{k} \frac{f_i}{m_i} = 2,92$$

HO=10/2,92=3,42

6.1. Analitik Olmayan (Duyarsız) Ortalamalar

Analitik olmayan ortalamalara "duyarsız" denmesinin sebebi, duyarlı ortalamalarda olduğu gibi bütün gözlemleri hesaba katmaması ve daha ziyade sıralamaya önem vermesindendir. Başlıca duyarsız ortalamalar medyan, moddur. Kartiller de bu kapsamda ele alınabilir, kartiller yani dörde bölenler (quartile) serinin eğilimini (verilerin hangi noktada yığılım yaptığını,v.b.) ölçmeye yarayan, sıralamaya dayanan duyarsız ölçümlerdir.

6.1.1 Medyan

Medyan, duyarsız bir ortalama türüdür. Sıralamayı esas alır. Bir seride küçükten büyüğe (ya da tersi) sıralanmış veriyi tam ortadan ikiye böler. Bu nedenle bazen **"ortanca"** olarak da adlandırılır. Tüm değerleri hesaba katan analitik ortalamalar, şayet veride extrem (uç) değerler varsa seriyi temsil kabiliyetlerini kaybederler. Aritmetik ortalamaya kıyasla daha tutarlı bir sonuç elde edilir. Açık sınıf aralıklı veri setlerinde merkezi eğilim ölçüsü olarak kullanılabilir. Her bir veri seti için bir tek medyan söz konusudur.

Örneğin;

1 2 4 6 8 10 100

serisinde medyan tam ortadaki değer yani "6" dır. Aritmetik ortalaması ise 18.71 olarak elde edilir ki bu değer serideki "100" verisinden dolayı ortalama şişmiş ve temsili olma özelliğini yitirmiştir. İşte duyarsız ortalamaların önemi böyle durumlarda ortaya çıkmaktadır.

Basit seride medyan bulurken önce gözlem sayısı n'e bakarız. Eğer n tekse, medyan $(\frac{n+1}{2})$. terimdir. Örneğin;

1 2 4 7 11

Veri kümesinde n=5, medyan 3. Terim yani X_3=4'tür.

Şayet n çift sayı ise, medyan, $\frac{n}{2}$. ile $(\frac{n}{2}+1)$. terimin ortalamasıdır. Aslında kısaca medyan şöyle de hesaplanabilir; gözlem sayısı ister tek ister çift sayı olsun $\frac{n+1}{2}$. terim medyandır, yani seriyi ortadan ikiye bölen değerdir.

Örneğin;

1 2 4 7

Veri kümesinde n=4, medyan $X_{2.5}$ 'uncu terimdir yani X_2 ile X_3'ün ortalamasıdır. Bu serinin medyanı 2 ile 4'ün ortalaması yani 3'tür.

Örnek: Aşağıdaki sıklık serisinin medyanını hesaplayınız.

X_i	f_i	$\sum f_i$
12	5	5
34	4	9
40	6	15
68	3	18
85	2	20
	$\sum f_i = 20$	

n=20, çift sayı, medyan $X_{10.5}$'uncu terimdir yani X_{10} ile X_{11}'in ortalamasıdır. Birikimli sıklık kolonuna bakıyoruz, X_{10} ile X_{11}'i kapsayan değer "40" tır. Yani medyan 40'tır.

Medyan=$X_{10.5}$ =(40+40)/2=40

Birikimli Sıklık Kolonu Nasıl Oluşturulur?

Sıklık kolonu yani f_i 'lerin yukarıdan aşağıya doğru toplanarak oluşturulan kolona birikimli sıklık kolonu denir. Özellikle medyan hesaplarken birim sayısı çok olduğunda seriyi açmak ve medyanı görmek kolay olmayacağından, birikimli sıklık kolonundan yararlanmaktayız. Aşağıdaki örneğe bakınız:

X_i	f_i	$\sum f_i$	
12	5	5	X1, X2, X3, X4, X5
34	4	9	X6, X7, X8, X9
40	6	15	X10, X11, X12, X13,X14, X15
68	3	18	X16, X17, X18
85	2	20	X19, X20

Bu seride medyan $\frac{20+1}{2}$ =10.5'inci terim olduğuna göre bize X10 ve X11 lazım. Birikimli sıklık kolonuna bakarak bunların değerlerini tespit edip ortalamasını alacağız. X10 = 40 ve X11=40 olduğunu görüyoruz. Bu durumda medyan değerimiz 40'tır.

Seriyi açarsak daha iyi anlaşılacaktır:

12 12 12 12 12 34 34 34 34 **40** **40** 40
40

40 40 68 68 68 85 85

X_{10} **X_{11}**

Medyan= $\frac{40+40}{2}=40$

Sınıflanmış seride medyan

$$med = Q_2 = L + \frac{\frac{n}{2} - F}{f_{med}} * c$$

Q_2, medyanın "ikinci bölen" gösterimidir. Medyan da bir kartildir, bu gösterim oradan gelmektedir.

Formülde yer alan ifadelerin şu anlama gelmektedir:

L: medyan sınıfının alt sınırı (tam ortadaki terimi içeren sınıf medyan sınıfıdır)

c: sınıf genişliği

F: medyan sınıfından önceki sınıfların sıklıklarının toplamı (ya da bir diğer deyişle, medyan sınıfından bir önceki sınıfın birikimli sıklık değeri)

f_{med}: medyan sınıfının frekansı

Örnek: Medyanı hesaplayınız.

Sınıflar	f_i	$\sum f_i$
0-2	12	12
2-4	9	21
4-6	3	24
6-8	6	30

n=30, çift sayı, medyan $X_{15.5}$ yani X_{15} ile X_{16}'yı kapsayan sınıf medyan sınıfıdır. Bu durumda medyan sınıfı "2-4" sınıfıdır.

$$med = Q_2 = 2 + \frac{15-12}{9} * 2 = 2,67$$

Örnek: Medyanı hesaplayınız.

Sınıflar	f_i	$\sum f_i$
2-7	5	5
7-12	12	17
12-17	21	38

17-22	6	44
22-27	4	48
27-32	2	50
		$\sum f_i$ =50

n=50 çift sayı, X_{25} ile X_{26} yı kapsayan sınıf medyan sınıfıdır. Yani "12-17" sınıfı medyan sınıfıdır.

$$med = Q_2 = 12 + \frac{25-17}{21} * 5 = 13,9$$

6.1.2. Mod

Seride en çok tekrarlanan değere "mod" denir. Duyarsız bir ortalamadır. Genellikle kategorik değişkenlerle ilgili (cinsiyet, meslek, v.b.) uygulamalarda tercih edilir. Bir de, serilerin asimetri durumlarını incelerken yığılmanın yönünü bulmada kullanılır.

Basit seride modun elde edilişi:

10 10 11 12 13 13 13 13 17 20

Seride en çok tekrar eden değer 13 olduğundan, Mod=13'tür.

Sıklık serisinde mod:

Sıklık serisinde mod bulurken yapacağımız şey, fi sıklık kolonuna bakarak en büyük değere karşılık gelen X değerini tespit etmektir.

Örnek:

X_i	f_i	
10	2	
11	1	
12	1	
13	$\rightarrow$ 4	sıklığı en fazla olan X değeri moddur, bu serinin modu 13'tür.
17	1	
20	1	

Sınıflanmış seride modun bulunuşu:

Sınıflanmış seride mod aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$\text{mod} = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} * c$$

L: mod sınıfının alt sınırı
c: sınıf genişliği
Δ_1: mod sınıfının sıklığı ile mod sınıfından bir önceki sınıfın sıklığının farkı
Δ_2: mod sınıfının sıklığı ile mod sınıfından bir sonraki sınıfın sıklığının farkı

Örnek: Modu hesaplayınız.

Sınıflar	f_i	
2-7	5	
7-12	12	
12-17	~~21~~ →	mod sınıfı
17-22	6	
22-27	4	
27-32	2	

$$mod = 12 + \frac{9}{9+15} * 5 = 13,88$$

6.1.3. Kartiller (Dörde Bölenler, Çeyrek Bölenler, Quartiles)

Küçükten büyüğe ya da büyükten küçüğe sırlanmış bir seriyi %25'ten bölen değer Q1 yani 1. Kartildir. %50'den (tam ortadan) bölen değer Q2 yani medyandır. Seriyi %75'ten bölen değer Q3 yani 3. kartildir.

Basit Seride Kartillerin Bulunuşu:

Q1 : $\frac{n+1}{4}$. terim Q2 : $\frac{n+1}{2}$. terim Q3: $3(\frac{n+1}{4})$. terim

Örnek: Kartilleri hesaplayınız.
1 5 8 11 14 20 54

n= 7
Q1 , $\frac{7+1}{4} = 2$. terimdir, yani küçükten büyüğe sıralı olarak verilen bu seriyi %25'ten bölen değer 5'tir. Q1 = 5'tir.

Q2 , $\frac{21+1}{4} = 4$. terimdir, yani küçükten büyüğe sıralı olarak verilen bu seriyi %50'den bölen değer 11'dir. Q2 = medyan = 11'dir.

Q3 ,3$\left(\frac{7+1}{4}\right) = 6$. terimdir, yani küçükten büyüğe sıralı olarak verilen bu seriyi %75'ten bölen değer 20'dir. Q3 = 20'dir.

Örnek: Kartilleri hesaplayınız.

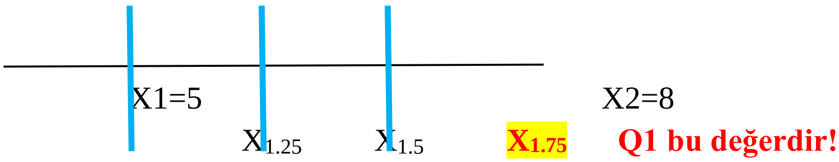
5 8 11 14 20 54

n= 6

Uyarı!!! n çift sayı olduğunda kartilleri hesaplamak gerekir, n tek iken kartiller hemen seriden görülüp teşhis edilebilir, n çift olduğunda bulacağımız kartiller genellikle seride olmayan yani bizim hesapladığımız değerlerdir.

Q1 , $\frac{6+1}{4} = 1{,}75$. terimdir, yani küçükten büyüğe sıralı olarak verilen bu seriyi

%25'ten bölen değer X1 ile X2 arasında yalnız X2'ye daha yakındır.



Peki $X_{1.75}$ 'i nasıl hesaplayacağız?

Aradaki mesafeyi dörde bölüp ya üç parçayı X1'e ekleyerek, ya da bir parçayı X2'den çıkararak bulacağız. X2-X1= 8 – 5 = 3 birim diyelim, bu durumda bir parçanın uzunluğu 3/4 = 0.75'tir. O halde $X_{1.25}$ = 5 + 0.75 = 5.75'tir. $X_{1.5}$ = 5 + 0.75+0.75 = 6.5

$X_{1.75}$ = 5+ 0.75 + 0.75 + 0.75 = 7.25'tir. Q1 yani birinci çeyrek 7.25'tir.

6.2. Serinin Asimetrisinin (çarpıklığının) "Aritmetik ortalama – Mod – Medyan" Kapsamında Açıklanması

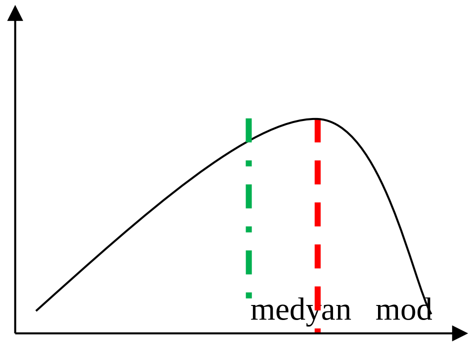
Medyan, ortanca değer olduğundan, bu üç ortalama ele alındığında **daima ortada yer alır.** Aritmetik ortalama ve modun yer değiştirmesine bağlı olarak serinin çarpıklığı yorumlanır. Yani,

$\bar{X}$ =medyan=mod ise seri simetriktir.

$\bar{X} \leq$ medyan $\leq$ mod biçiminde bir sırlama var ise; yığılma sağdadır, seri sola çarpıktır.

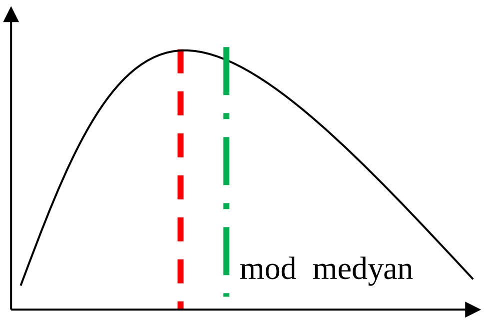
Sırlama mod $\leq$ medyan $\leq \bar{X}$ biçiminde ise; yığılma soldadır, seri sağa çarpıktır.

Şekil.6. 1. Sola çarpık serinin grafiği ($\bar{X}$ $\leq$ medyan $\leq$ mod)



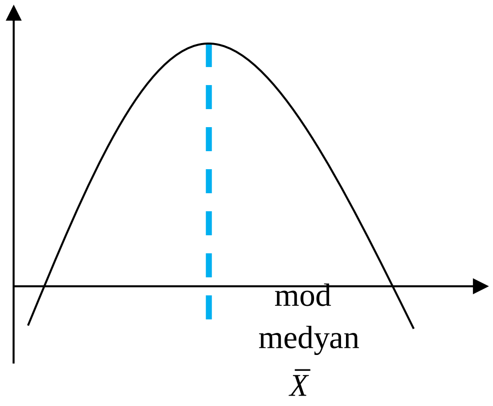
Yukarıdaki şekilde aritmetik ortalamanın yerini belirlemeye ihtiyaç yoktur. Çarpıklığın tespitinde modun medyana göre konumunun bilinmesi yeterlidir. Mod medyanın sağında ise, artimetik ortalama mecburen medyanın solunda yer alır ve seri sola çarpıktır.

Şekil.6. 2. Sağa çarpık serinin grafiği (mod $\leq$ medyan $\leq$ $\bar{X}$)



Yığılma soldaki değerlerde, seri sağa çarpıktır.

Şekil.6.3. Simetrik serinin grafiği ($\bar{X}$ =medyan=mod)



Simetrik seride ortalama = medyan = mod’dur yani bu üç değer hepsi aynı yerdedir, çakışıktır.