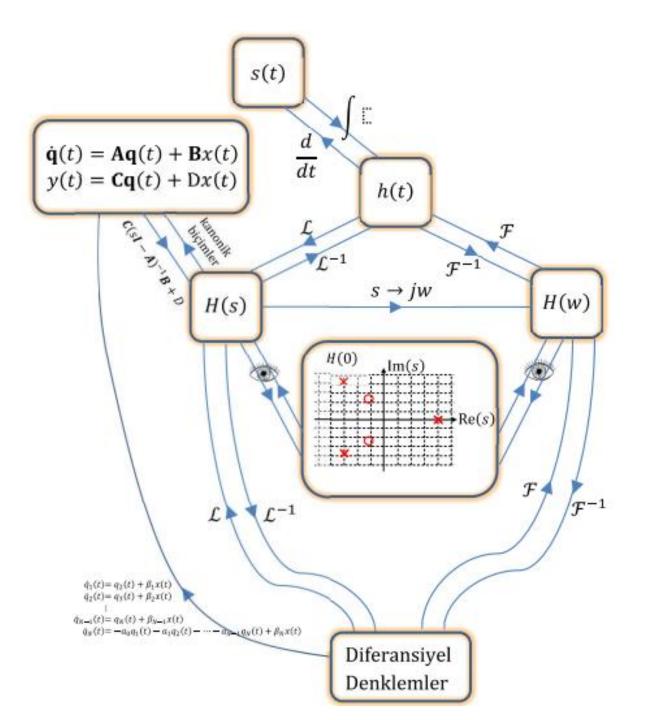
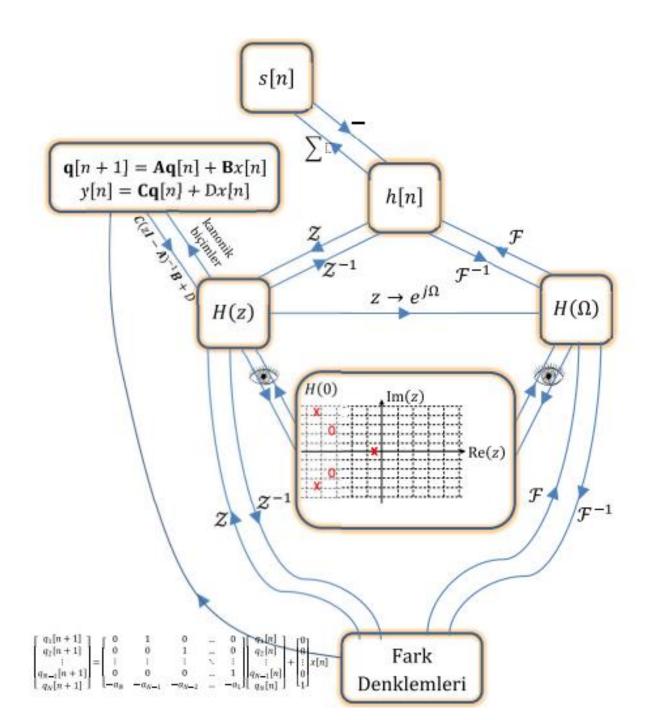
# İşaret İşleme Giriş-H2CD1

Dr. Meriç Çetin versiyon27921



## Sinyaller ve Sistemler Ders Notları

Prof. Dr. Serdar İplikçi Pamukkale Üniversitesi



## Sinyaller ve Sistemler Ders Notları

Prof. Dr. Serdar İplikçi Pamukkale Üniversitesi

# •Sinyal Nedir?

# •Sinyal Nedir?

• Sinyal, bilgi aktarmanın bir yoludur.

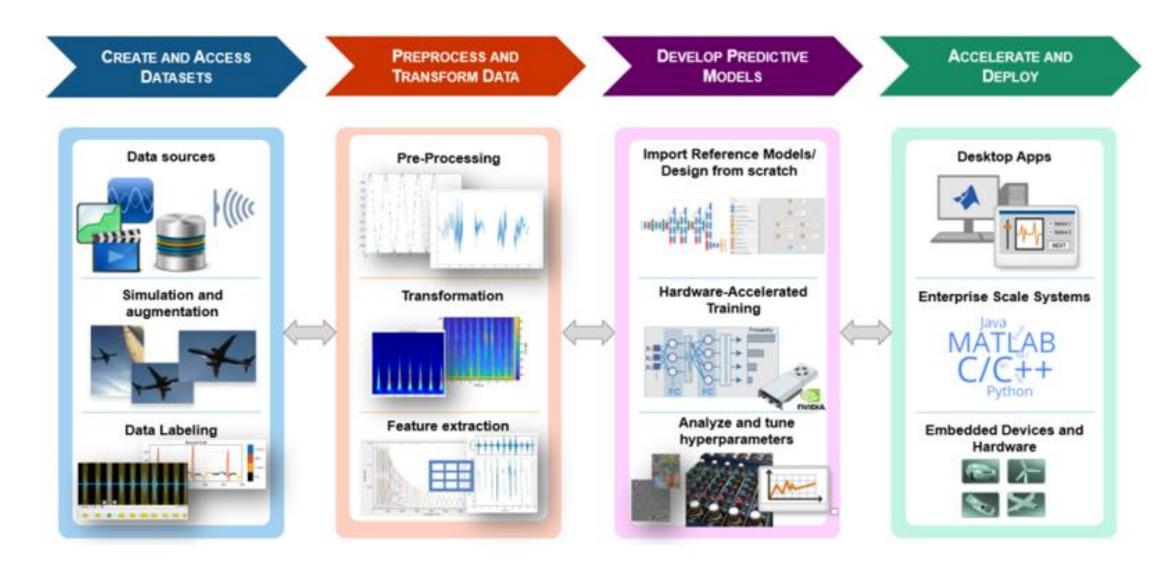


- Teknik olarak;
- Bir sinyal, fiziksel bir büyüklüğü veya değişkeni temsil eden bir fonksiyon olup, bir olgunun doğasına veya davranışına ilişkin bilgiler içerir.

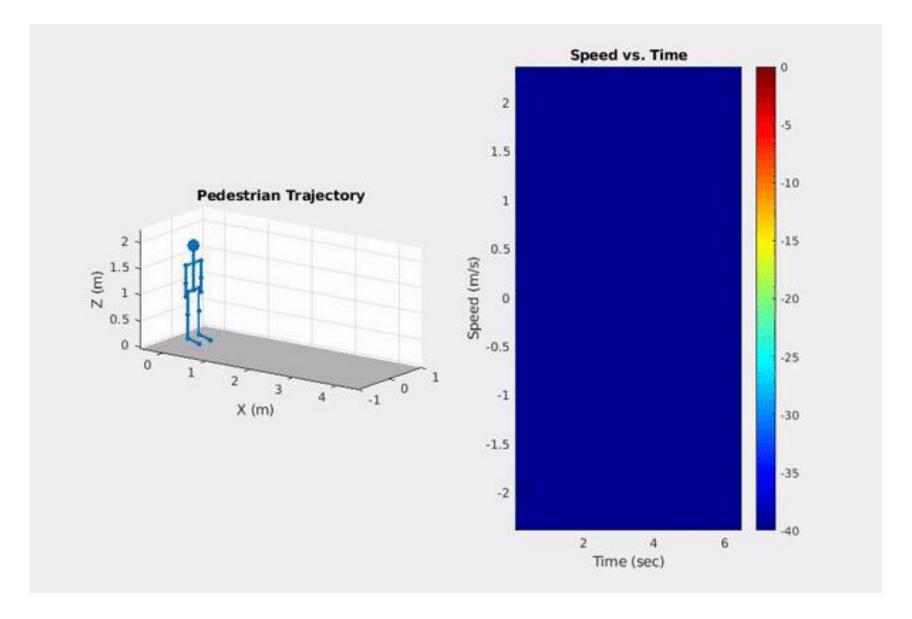
# Sinyalleri kullandığımız alanlardan birkaçı...

- Filtreleme: Konuşma sinyalleri ve diğer ses verileri, astronomik veriler, sismik veriler, görüntüler gibi sinyallerden gelen gürültünün giderilmesi.
- Sentez ve manipülasyon: Örn. konuşma sentezi, müzik sentezi, grafikler.
- Analiz: Sismik veriler, atmosfer verileri, borsa analizi.
- Sesli iletişim: saklama ve iletme için işleme, kodlama ve kod çözme.
- Ses, ses ve görüntü sıkıştırma için kodlama.
- Aktif gürültü iptali: Kulaklıklar, arabalarda susturucular
- Görüntü işleme, bilgisayarla görme
- Bilgisayar grafikleri
- Endüstriyel uygulamalar: Titreşim analizi, kimyasal analiz
- Biomed: MRI, Cat taramaları, görüntüleme, tahliller, EKG'ler, EMG'ler vb.
- Radar, Sonar
- Sismoloji......

# Şu an popüler olan?

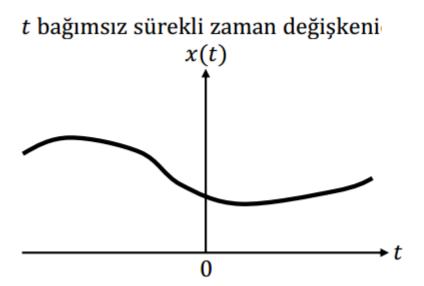


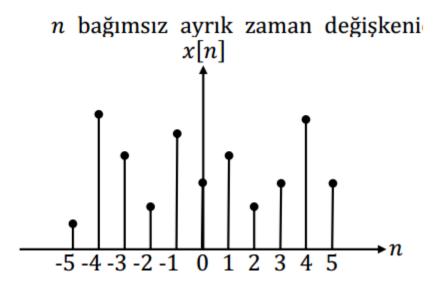
# Bir örnek



# Sinyaller ve Sınıflandırılmaları

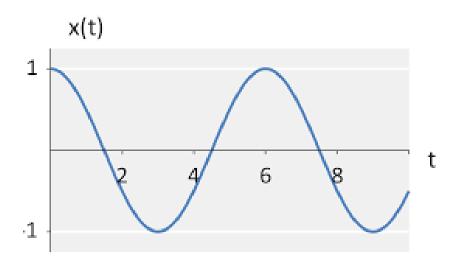
- Bir sinyal, fiziksel bir büyüklüğü veya değişkeni temsil eden bir fonksiyon olup, bir olgunun doğasına veya davranışına ilişkin bilgiler içerir.
- Doğada karşımıza çıkan tüm sinyallerin <u>ortak özelliği</u>, daha sonra x(t) veya x[n] şeklinde gösterileceği gibi genellikle bağımsız değişken olarak zamanın bir fonksiyonu olmasıdır.





# • En çok bilinen sinyal örnekleri

- Sürekli-Zamanlı Sinyaller
- Zamanın her anında örneklenebilen **sonlu**, **gerçek değerli** sinyallerdir.
- Gerçek-zamanlı sinyaller asla aniden değişmez. Daha teknik olmak gerekirse, sınırlı bant genişliğine sahipler.

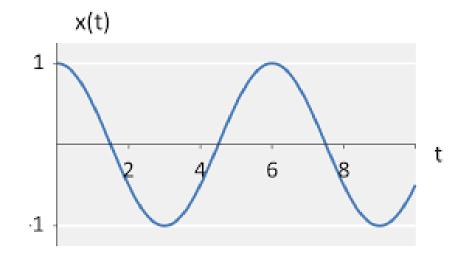


Neden gerçek değerli?

Neden sonlu?

## Sürekli-Zamanlı Sinyaller

• Zamanın her anında örneklenebilen sonlu, gerçek değerli sinyallerdir.

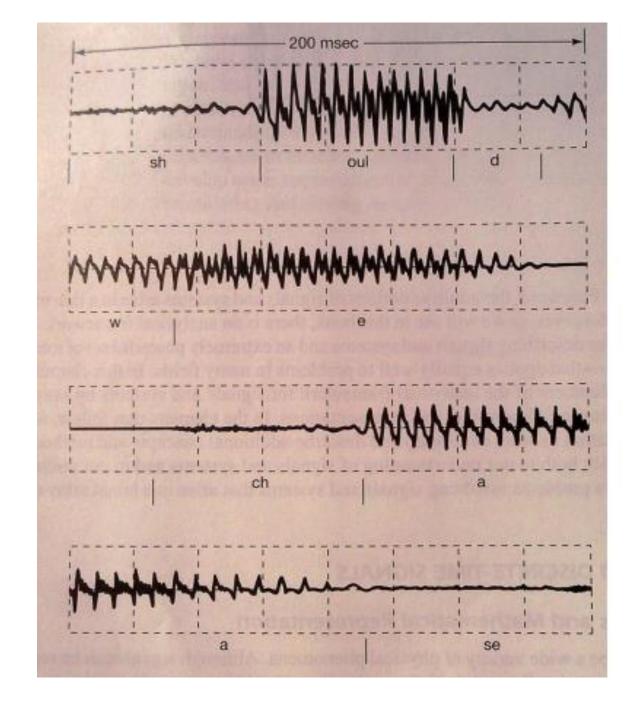


### Neden gerçek değerli?

Çünkü genellikle gerçek dünya fenomenleri gerçek değerlidir.

#### Neden sonlu?

Çünkü gerçek-zamanlı sinyaller genel olarak enerjiyle sınırlandırılacaktır, sonsuz enerji kaynağımız yoktur. Özellikle uzun vadeli fenomenler (örneğin güneşten gelen radyasyon) karakterize edildiğinde, güçlerinin sınırlı olduğu bilinmektedir.



#### Sürekli-zamanlı bir sinyal örneği

Bir ses kaydı. İşaret, "should we chase" kelimlerini, zamana bağlı olarak akustik basınç değişimleri şeklinde temsil etmektedir. Üst satır "should", ikinci satır "we" ve son iki satır "chase" kelimlerine karşılık gelmektedir.

# En çok bilinen sinyal örnekleri

- Ayrık-Zamanlı Sinyaller
- Zamanın belirli anlarında değeri olan sinyallerdir

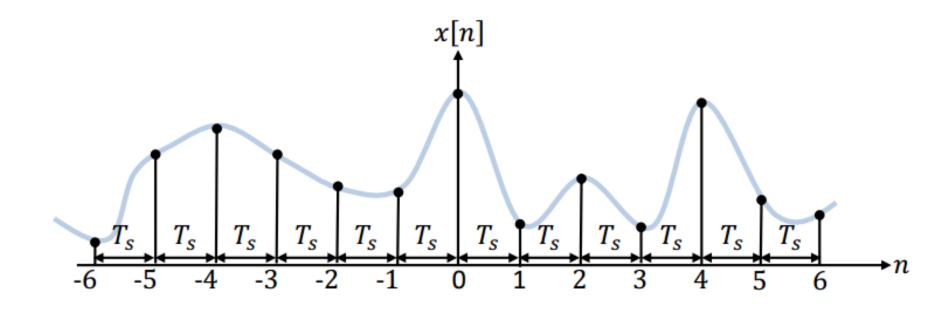
Ayrık-zamanlı bir x[n] sinyali şu şekillerde gösterilebilir:

$$x[n] = x_n = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \end{pmatrix}^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{pmatrix} \right.$$
 Ayrık-zamanlı bir sinyal örneği

$$\{x_n\} = \left\{\dots,0,0,0,0,0,0,\frac{1}{2},\frac{1}{2},\left(\frac{1}{2}\right)^2,\left(\frac{1}{2}\right)^3,\dots\right\}.$$

ok işareti n=0 anını göstermektedir.

# Sürekli ve Ayrık Zamanlı Sinyaller:

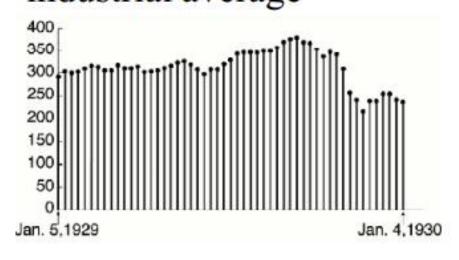


Yani, 
$$x_n = x[n] = x(t)|_{t=nT_s} = x(nT_s)$$

 $T_s$  örnekleme periyodudur.

# Many human-made DT Signals

# Ex.#1 Weekly Dow-Jones industrial average



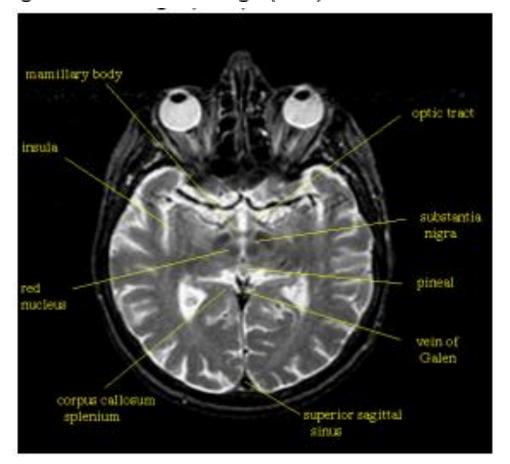
# Ex.#2 digital image



Courtesy of Jason Oppenheim. Used with permission.

Why DT? — Can be processed by modern digital computers and digital signal processors (DSPs).

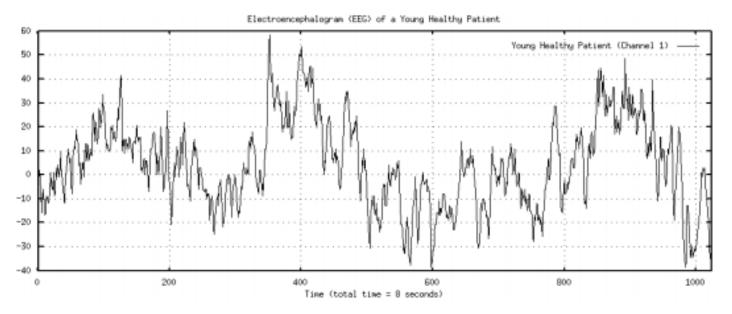
#### Magnetic Resonance Image (MRI) data as 2-dimensional signal



Stock Market data as signal (time series)



Electroencephalogram (EEG) signal (or brainwave)



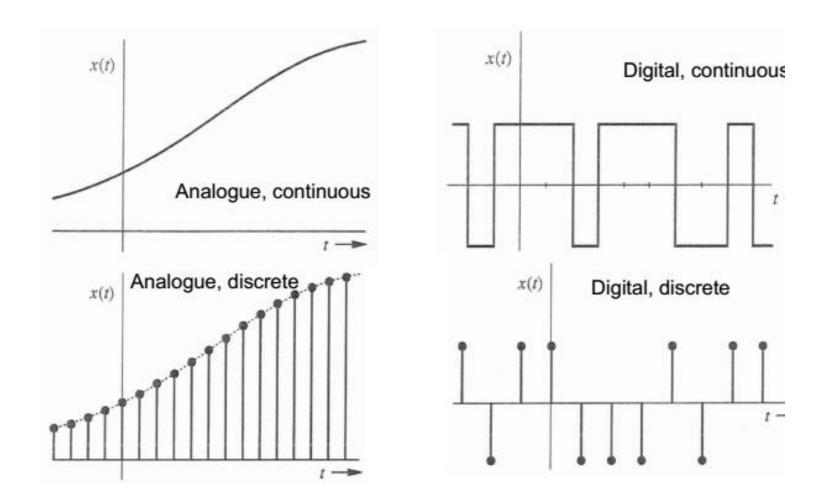
# Daha genel bir bakış açısıyla sinyalleri sınıflandırmaya devam edelim...

# Sinyallerin sınıflandırılması

- Analog ve Dijital Sinyaller
- Deterministik ve Rasgele Sinyaller
- Tek ve Çift Sinyaller
- Periyodik Aperiyodik Sinyaller
- Sürekli-Zamanlı Ayrık-Zamanlı Sinyaller
- ...

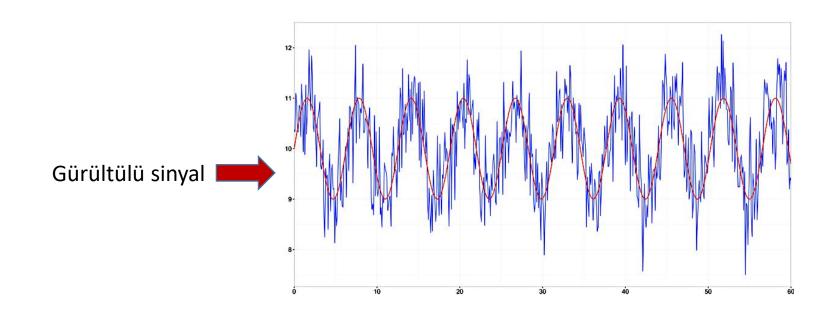
## Analog ve Dijital Sinyaller:

Sürekli-zamanlı sinyaller aynı zamanda analog sinyal olarak da adlandırılabilmektedir. Ancak, digital sinyaller sadece 1 ve 0'lardan oluşan ayrık-zamanlı sinyallerdir.

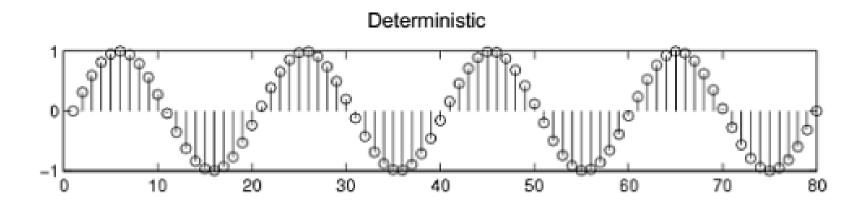


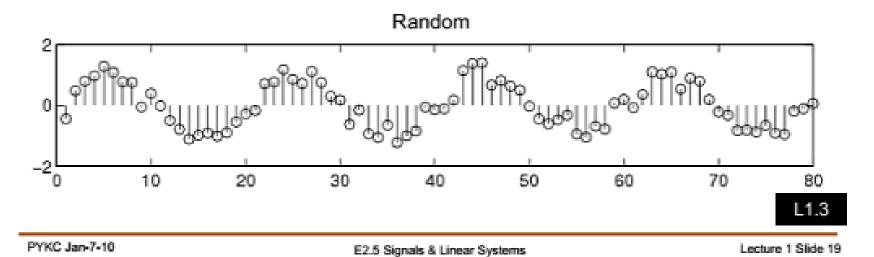
## Deterministik ve Rasgele Sinyaller:

Deterministik sinyallerin herhangi bir anda alacağı değer önceden bellidir çünkü bu sinyal bilinen bir fonksiyonla ifade edilebilmektedir. Örneğin,  $x(t) = \sin 3\pi t$  veya  $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n$  sinyalleri deterministiktir. Diğer taraftan rasgele sinyaller belli bir fonksiyonla ifade edilmeyip daha çok istatistiksel özelliklerle ifade edilirler. Örnek olarak gürültü sinyali rasgele bir sinyaldir.



# • Deterministik ve Rasgele Sinyaller:

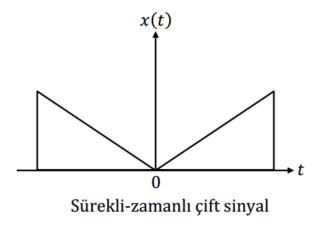


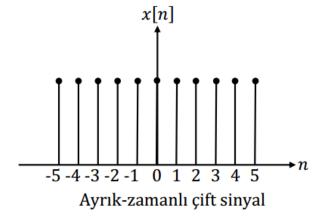


# • Tek ve Çift Sinyaller:

Aşağıdaki koşulları sağlayan sinyaller çift sinyallerdir:

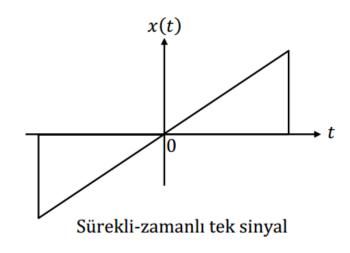
$$x(-t) = x(t)$$
$$x[-n] = x[n]$$

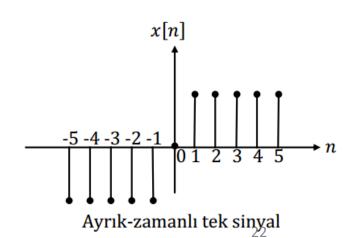




Aşağıdaki koşulları sağlayan sinyaller tek sinyallerdir:

$$x(-t) = -x(t)$$
$$x[-n] = -x[n]$$





Herhangi bir x(t) (veya x[n]) sinyali, bir çift ve bir tek sinyalin toplamı şeklinde yazılabilir, yani

$$x(t) = x_{\varsigma}(t) + x_{t}(t)$$
  
$$x[n] = x_{\varsigma}[n] + x_{t}[n]$$

Burada

## Periyodik - Aperiyodik Sinyaller:

Sürekli-zamanlı bir x(t) sinyali sıfırdan farklı pozitif bir T için

$$x(t) = x(t+T)$$

koşulunu sağlıyorsa, x(t) sinyali periyodiktir ve periyodu T'dir.

★ Periyodik olmayan bir sinyal aperiyodiktir.

Ayrık-zamanlı sinyaller için de periyodiklik söz konusu olduğunda,

bir x[n] sinyali sıfırdan farklı pozitif bir N tamsayısı için

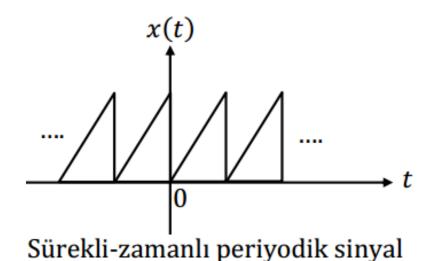
$$x[n] = x[n+N]$$

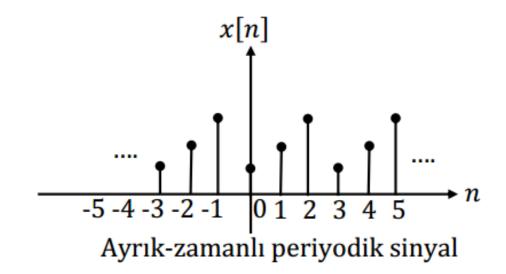
koşulunu sağlıyorsa, x[n] sinyali periyodiktir ve periyodu N'dir.

Periyodik bir sinyal için periyodiklik şartını sağlayan pek çok T bulunabilir bu şartı sağlayan en küçük pozitif değere bu sinyalin  $temel\ periyodu\ denir$ 

 $T_0$  ile gösterilir.

Periyodiklik şartını sağlayan pek çok N bulunabilir bu şartı sağlayan en küçük pozitif tamsayıya bu sinyalin  $temel\ periyodu\ denir$   $N_0$  ile gösterilir.





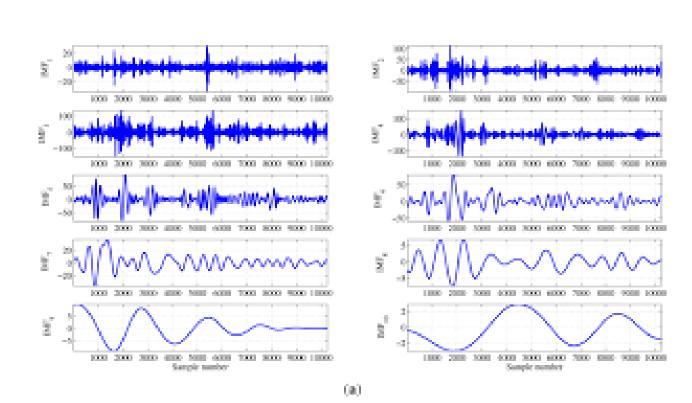
- Bir sinyalin "sonlu" olduğunu iddia etmek için, "boyutunun" bir miktar karakterizasyonuna ihtiyaç vardır.
- Sinyalin sonlu olduğunu iddia etmek, sinyalin boyutunun sınırlı olduğunu iddia etmektir
- Bir sinyalin boyutunun karakterizasyonu için birkaç yöntem bulunmaktadır.
- Sinyallerin sonlu olduğunu söylediğimizde, şu ölçümlerle tanımlanan boyutun sonlu olduğunu ima ederiz.
  - Enerji,
  - Güç,
  - Anlık güç,
  - Genlik vb...

# • Enerji ve Güç Sinyalleri:

Herhangi bir sürekli-zamanlı bir x(t) sinyalinin normalize enerjisi

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \qquad \text{ile,}$$

#### normalize ortalama gücü



$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt \quad \text{şeklindedir.}$$

## Benzer şekilde,

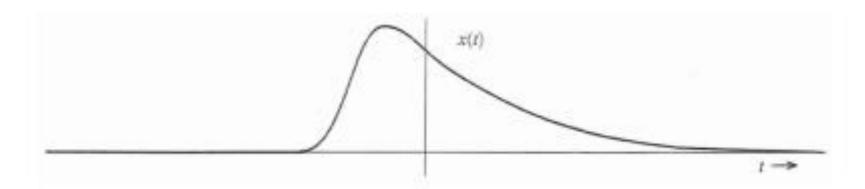
herhangi bir ayrık-zamanlı x[n] sinyalinin normalize enerjisi

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 \quad \text{ile,}$$

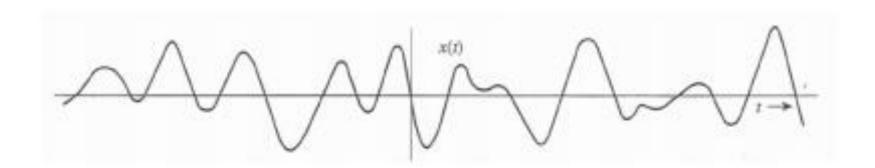
normalize ortalama gücü

$$P = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2 \quad \text{şeklindedir.}$$

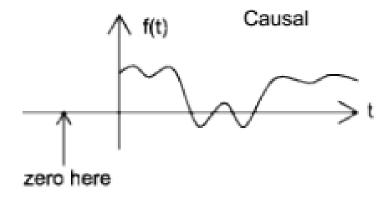
Signal with finite energy (zero power)

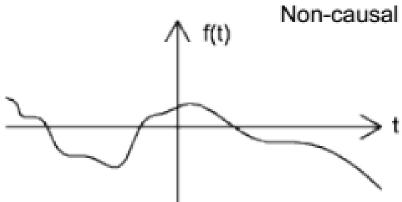


Signal with finite power (infinite energy)



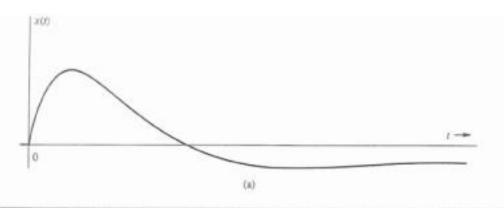
# • Nedensel ve Nedensel-olmayan sinyaller



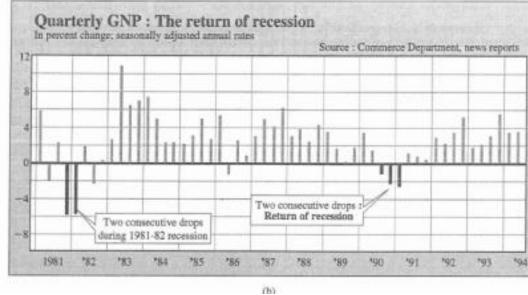


# • Sürekli ve Ayrık Zamalı Sinyaller

Continuous-time



Discrete-time



# Sürekli ve ayrık zamanda kullanılan bazı faydalı sinyaller

# Bazı faydalı sinyaller

- Birim basamak sinyali
- Birim darbe sinyali
- Darbe katarı
- Birim basamak dizisi
- Birim darbe dizisi
- Sinüzoidal sinyaller
- Üstel sinyaller

## Temel Sürekli-Zamanlı Sinyaller



1 Birim Basamak Sinyali

Bu sinyale farklı isimler verilebilmektedir. Bunlardan bazıları şu şekildedir:

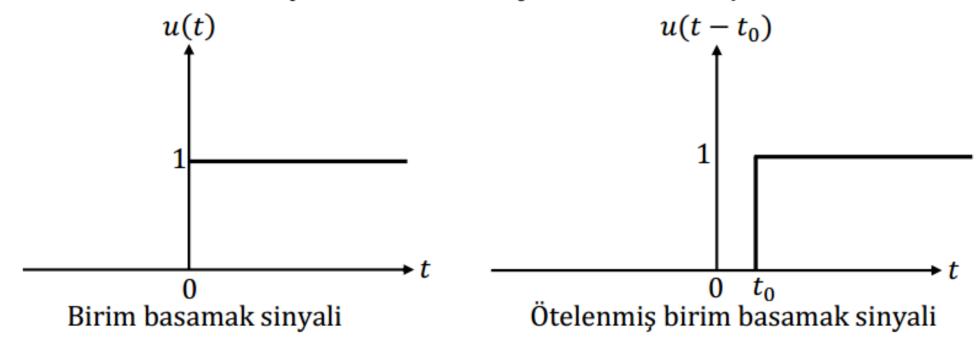
Bu sinyal u(t) ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır:

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

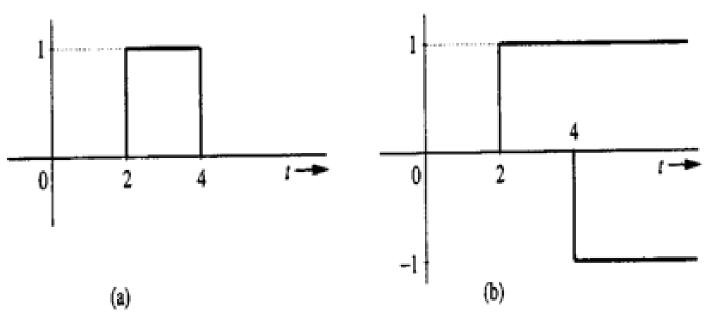
Birim basamak sinyali t = 0'da tanımsızdır. Birim basamak sinyalinin zamanda  $t_0$  kadar ötelenmiş hali olan  $u(t - t_0)$  şu şekilde tanımlanır:

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 1, & t > t_0 \\ 0, & t < t_0 \end{cases}$$

Birim basamak sinyali ve zamanda  $t_0$  kadar ötelenmiş hali



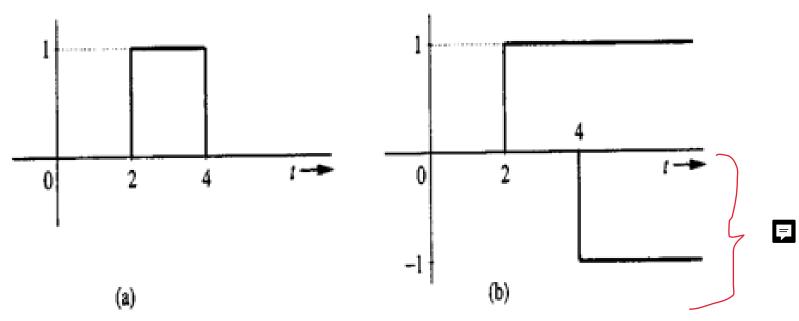
# Representation of a rectangular pulse by step functions

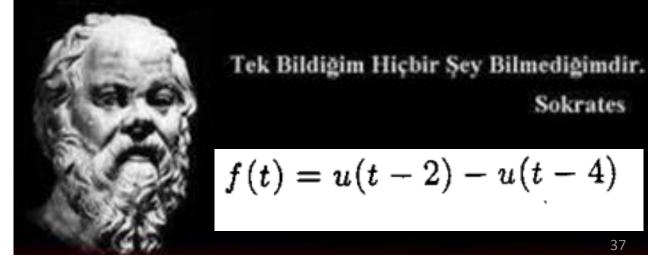


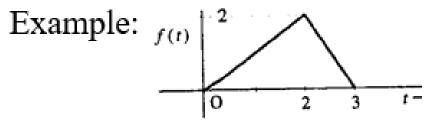
f(t) = ?



## Representation of a rectangular pulse by step functions



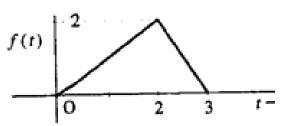




represent f(t) using step functions?

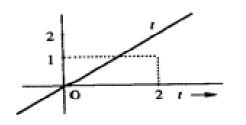
Solution: f(t) is composed of two functions 
$$f(t) = \begin{cases} f_1(t) = t & 0 \le t \le 2 \\ f_2(t) = -2(t-3) & 2 \le t \le 3 \end{cases}$$

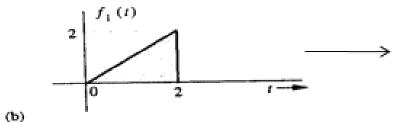
Example: f(t)



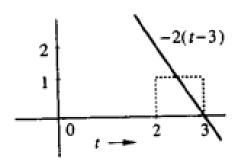
represent f(t) using step functions?

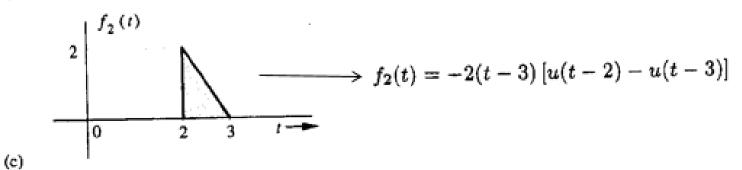
Solution: f(t) is composed of two functions 
$$f(t) = \begin{cases} f_1(t) = t & 0 \le t \le 2 \\ f_2(t) = -2(t-3) & 2 \le t \le 3 \end{cases}$$





$$\rightarrow f_1(t) = t \left[ u(t) - u(t-2) \right]$$





$$f(t) = f_1(t) + f_2(t)$$

$$= t [u(t) - u(t-2)] - 2(t-3) [u(t-2) - u(t-3)]$$

$$= tu(t) - 3(t-2)u(t-2) + 2(t-3)u(t-3)$$

## Soru



#### **EXERCISE E1.8**

Show that the signal shown in Fig. 1.18 can be described as x(t) = (t-1)u(t-1) - (t-2)u(t-2) - u(t-4)

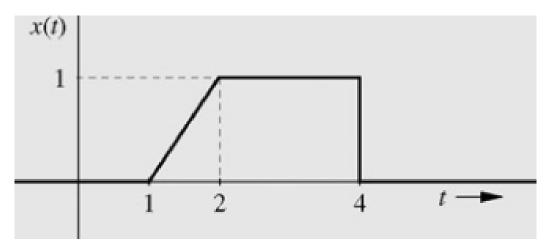


Figure 1.18

### 2 Birim Darbe Sinyali

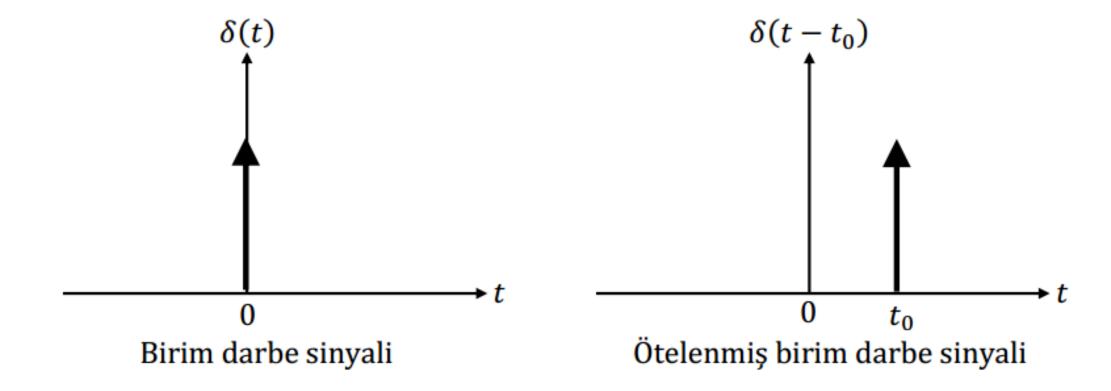
Bu sinyale farklı isimler verilebilmektedir. Bunlardan bazıları şu şekildedir:

Bu sinyal  $\delta(t)$  ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

Birim darbe sinyalinin zamanda  $t_0$  kadar ötelenmiş hali olan  $\delta(t-t_0)$ 

$$\delta(t-t_0) = \begin{cases} \infty, & t = t_0 \\ 0, & t \neq t_0 \end{cases}$$

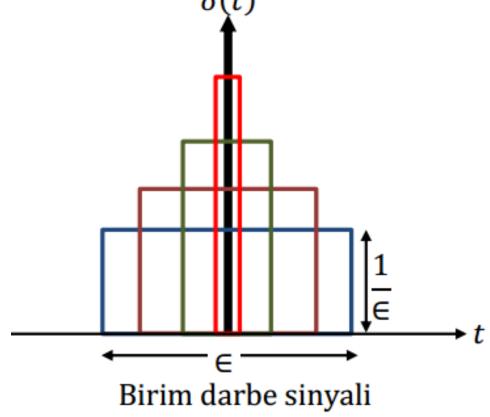


Birim darbe sinyali, sonsuz küçük zaman aralığında birim alana sahip olan bir sinyal gibi düşünülebilir.  $\delta(t)$ 

birim darbe sinyalinin altında kalan alan birdir,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$$

ötelenmiş işaret için de  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)dt = 1$ 



Bu sonuç kullanılarak, x(t) gibi herhangi bir sinyali şu şekilde ifade edilebilir:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau.$$

Birim darbe işareti ile birim basamak işareti arasında

türev-integral ilişkisi vardır:

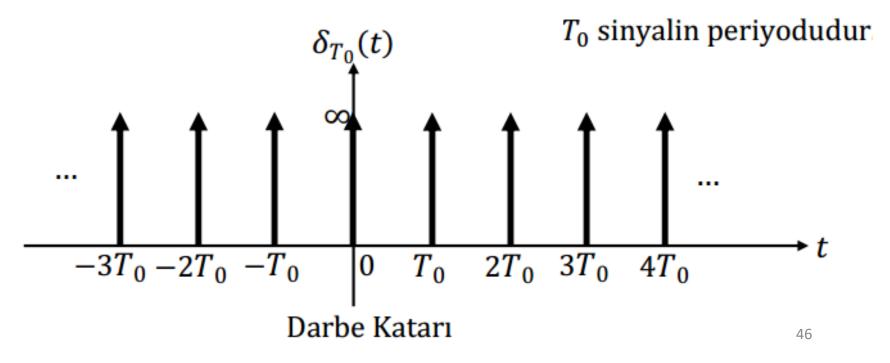
$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$

$$u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau) d\tau.$$

#### Darbe Katarı

Sinyal işleme ve haberleşme uygulamalarında çok önemli bir yere sahip olan darbe katarı sinyali  $T_0$  zaman aralıklarıyla birbirini takip eden darbe sinyallerinden oluşan sinyal olup  $\delta_{T_0}(t)$  ile gösterilir ve analitik olarak

$$\delta_{T_0}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_0)$$



### Temel Ayrık-Zamanlı Sinyaller



#### 1 Birim Basamak Dizisi

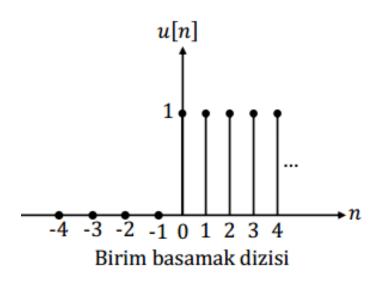
Bu sinyale farklı isimler verilebilmektedir. Bunlardan bazıları şu şekildedir:

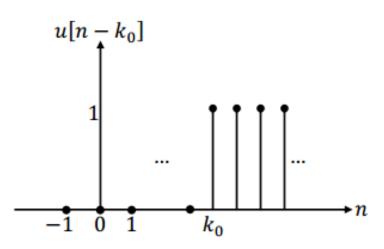
Birim	Basamak	Dizisi
Unit	Step	Sinyali
		İşareti
		İşlevi
		Fonksiyonu

Bu sinyal u[n] ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır:

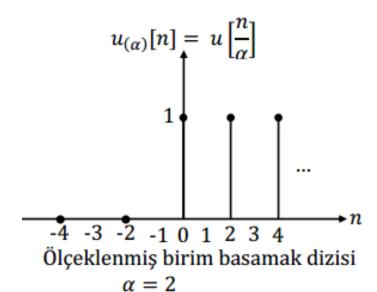
$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \ge 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

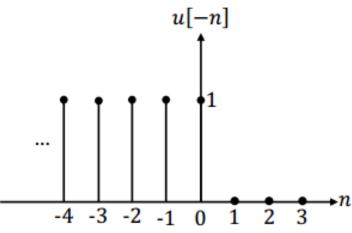
# Birim basamak dizisinin zamanda $k_0$ kadar ötelenmiş hali $u[n-k_0] = \begin{cases} 1, & n \ge k_0 \\ 0, & n < k_0 \end{cases}$





Ötelenmiş birim basamak dizisi





Zamanda ters döndürülmüş birim basamak dizisi



## 2 Birim Darbe Dizisi

Bu sinyale farklı isimler verilebilmektedir. Bunlardan bazıları şu şekildedir:

Birim	Darbe	Dizisi
Unit	Impulse	Sinyali
	Dürtü	İşareti
Dirac	Delta	İşlevi
		Fonksiyonu

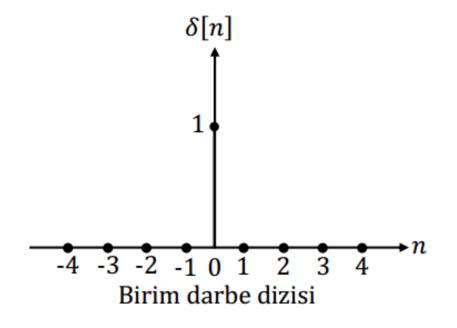
Bu sinyal  $\delta[n]$  ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır:

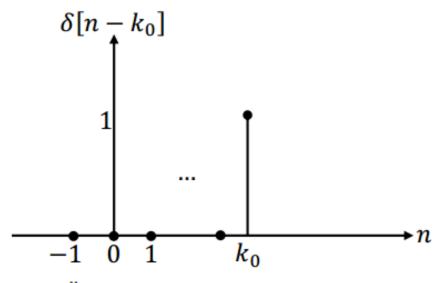
$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

Birim darbe dizisinin zamanda  $k_0$  kadar ötelenmiş hali  $\delta[n-k_0]=\begin{cases} 1, & n=k_0\\ 0, & n\neq k_0 \end{cases}$ 

Sürekli-zamanlı darbe sinyalindekine benzer şekilde, ayrık-zamanlı darbe sinyali

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta[n] = 1$$





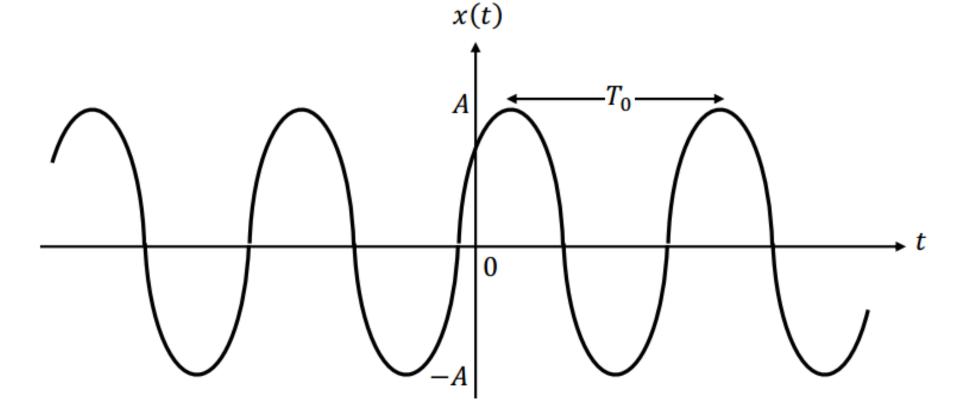
Ötelenmiş birim darbe dizisi

### Sinüzoidal Sinyaller

Sürekli-zamanlı sinüzoidal sinyaller şu şekildedir:  $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta)$ ,

A genlik,  $\omega_0$  radyan cinsinden temel açısal frekans  $\, heta$  radyan cinsinden faz açısıdır.

sinyalin temel periyodu  $T_0=rac{2\pi}{\omega_0}$  sn, temel frekansı da  $f_0=rac{1}{T_0}$  Hz

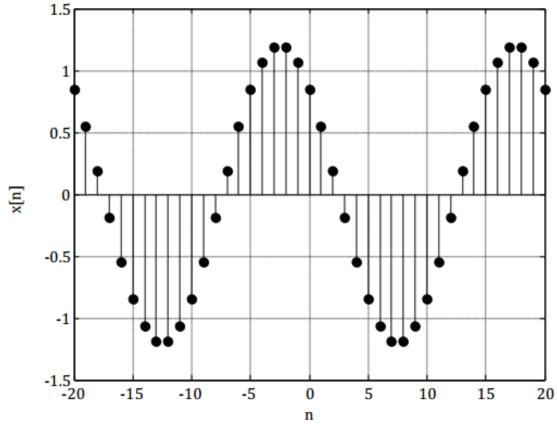


### Sinüzoidal Sinyaller

Ayrık-zamanlı sinüzoidal sinyaller :  $x[n] = A \cos(\Omega_0 n + \theta)$ ,

A genlik,  $\Omega_0$  radyan cinsinden temel açısal frekans  $\theta$  radyan cinsinden faz açısıdır.

sinyalin temel periyodu  $N_0 = \frac{2\pi}{\Omega_0}$  şeklindedir.



Ayrık-zamanlı sinüzoidal sinyal  $x[n] = 1.2 \cos(0.1\pi n + 0.25\pi)$ 

Bu sinyaller şu şekildedir:  $x(t) = e^{(\sigma + j\omega_0)t}$ .



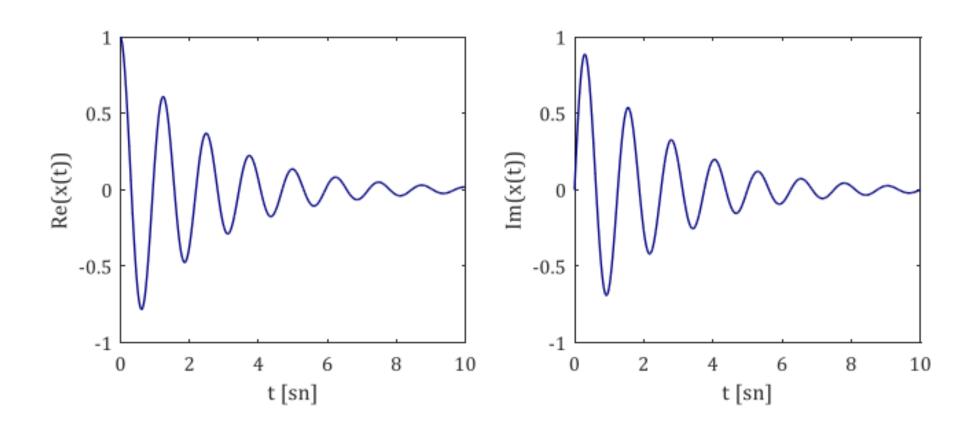
Bu sinyaller şu şekildedir: 
$$x(t) = e^{(\sigma + j\omega_0)t}$$
.



Euler bağıntısı 
$$x(t) = e^{(\sigma + j\omega_0)t} = e^{\sigma t}\cos\omega_0 t + je^{\sigma t}\sin\omega_0 t.$$



 $x(t) = e^{(-0.4+j1.6\pi)t}$  sinyalinin reel ve sanal kısımlarının grafikleri



#### Soru

 $x(t) = e^{(0.4+j1.6\pi)t}$  sinyalinin reel ve sanal kısımları

 $x[n] = e^{(0.2+j2.4\pi)n}$  sinyalinin reel ve sanal kısımları



## Genel Karmaşık Üstel Diziler

Bu sinyaller şu şekildedir:

$$x[n] = e^{(\Sigma + j\Omega_0)n}.$$



## Genel Karmaşık Üstel Diziler

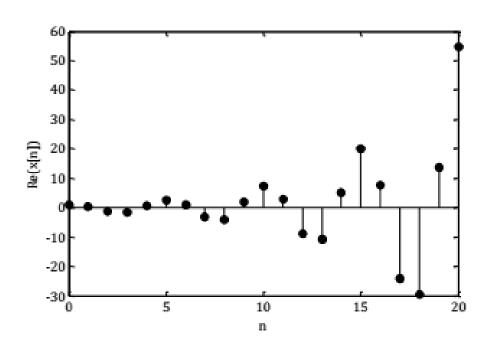
$$x[n] = e^{(\Sigma + j\Omega_0)n}.$$

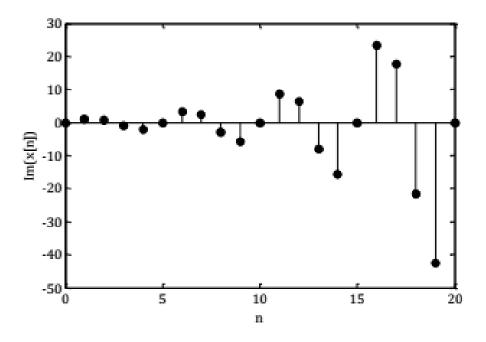


Euler bağıntısı 
$$x[n] = e^{(\Sigma + j\Omega_0)n} = e^{\Sigma n} \cos \Omega_0 n + j e^{\Sigma n} \sin \Omega_0 n.$$

## Genel Karmaşık Üstel Diziler

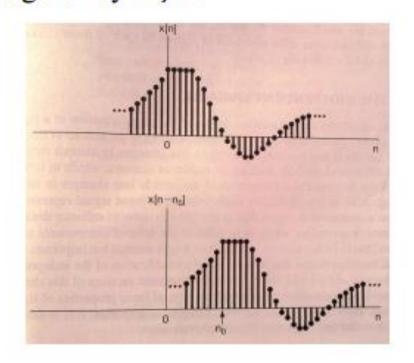
 $x[n] = e^{(0.2+j2.4\pi)n}$  sinyalinin reel ve sanal kısımlarının grafikleri

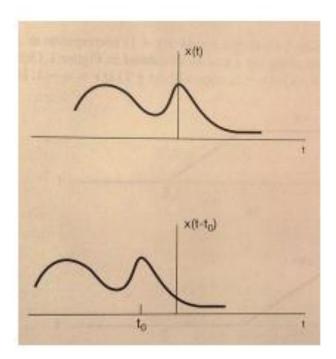




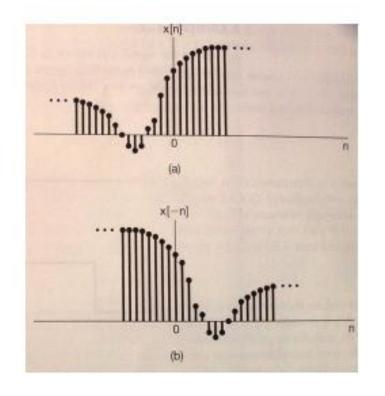
- İşaret ve sistem analizindeki önemli bir kavram bir işaretin dönüştürülmesidir.
- Örneğin, bir uçak kontrol sisteminde pilotun eylemlerine karşılık işaretler elektriksel ve mekanik sistemler aracılığıyla uçağın hız veya konumundaki değişikliklere dönüştürülür.
- Diğer bir örnek olarak, bir ses siteminde kaset veya CD'ye kaydedilmiş müziği temsil eden bir giriş işareti istenilen karakteristikleri iyileştirme, kaydetme gürültüsünü gidermek amacıyla değiştirilebilir.
- Aşağıda, bağımsız değişkene yapılan basit değişikliklerden oluşan dönüşümleri ele alacağız.
- Bu basit dönüşümler, işaretler ve sistemlerin temel özelliklerini tanımlamamıza imkan verecektir.

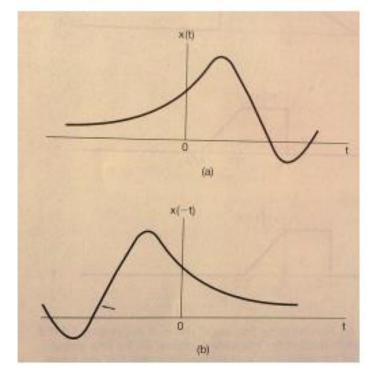
 Bağımsız değişkene yapılabilecek dönüşümlerden birisine ZAMANDA ÖTELEME denir ve sürekli durum için x(t-t<sub>0</sub>) şeklinde ifade edilir (ayrık-durumda ifade x[n-n<sub>0</sub>]'dir). Orijinal ve ötelenmiş işaretlerin şekli aynıdır ancak işaretler birbirlerine göre kaymıştır.



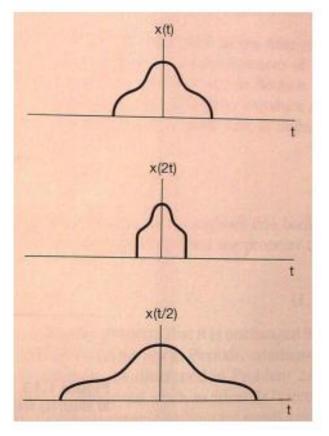


 Bağımsız değişkene yapılabilecek ikinci bir dönüşüme ZAMANI TERSİNE ÇEVİRME denir ve sürekli durumda matematiksel olarak x(-t) şeklinde ifade edilir. Orijinal işaretin dikey eksen (t = 0) etrafında döndürülmesiyle zaman tersine çevrilmiş işaret elde edilir.





 Bağımsız değişkene yapılabilecek üçüncü dönüşüme ÖLÇEKLEME denir ve sürekli durumda x(αt) biçiminde temsil edilir. α'ya ölçekleme katsayısı denir. α'nın 1'den büyük olması durumunda orijinal işaretin şeklini bozmadan işareti α kadar daraltarak öçeklenmiş işareti elde ederiz. Aksi durumda, orijinal işaret α'nın tersi kadar genişletilir.



## Bu ders notu için faydalanılan kaynaklar

#### **EEEN343 Sinyaller ve Sistemler**

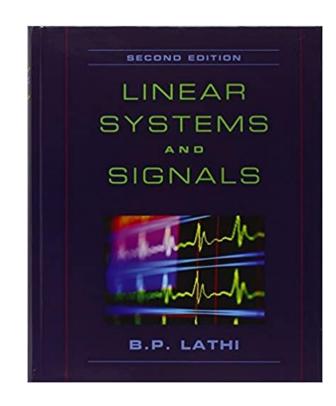
#### Ders Notları

# E 2.5 Signals & Linear Systems

Peter Cheung

Department of Electrical & Electronic Engineering

Imperial College London



Prof. Dr. Serdar İplikçi

Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği

## Dinleyin

- https://www.youtube.com/watch?v=2 Pl25nFhr4
- https://www.youtube.com/watch?v=josvb9JUGzk

# Takip edin

• <a href="https://www.youtube.com/user/allsignalprocessing/videos">https://www.youtube.com/user/allsignalprocessing/videos</a>