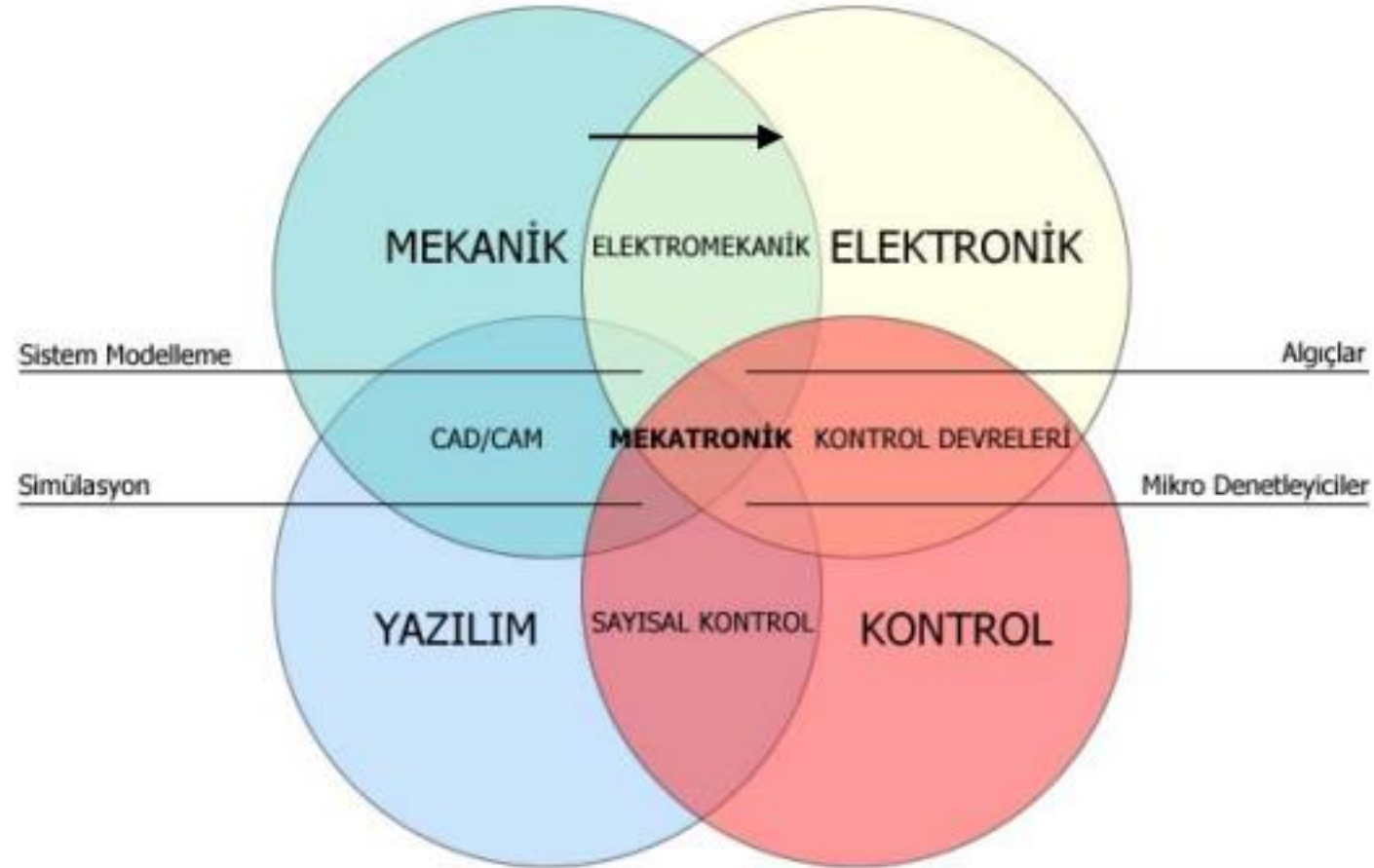


İşaret İşleme

Ayrık Zamanda Durum Gösterimi ve PID
Kontrol-H14CD2

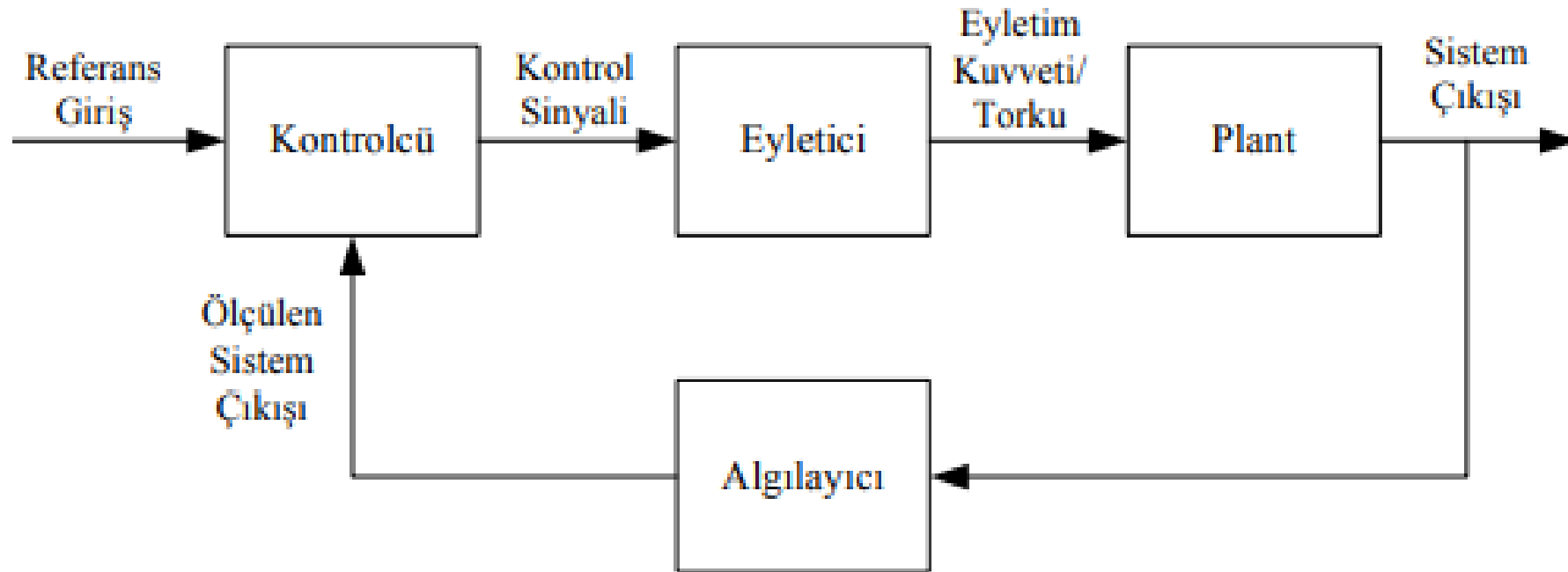
Dr. Meriç Çetin
versiyon261120

Mekatronik disiplinini oluşturan bilim dallarının birbiriyle etkileşimi Şekil 6'daki şemada verildiği gibi özetlenebilir. Buna göre, yukarıda bahsedilen alanlardan mekaniğin elektronik ve yazılımla arakesitleri sırasıyla elektromekanik ve CAD/CAM (bilgisayar destekli tasarım/bilgisayar destekli üretim) iken kontrol bileşeninin elektronik ve yazılımla ortak kümesi sırasıyla kontrol devreleri ve sayısal kontrol alanlarıdır. Ayrıca, şekilde işaret edilen sistem modelleme; mekanik, yazılım ve elektroniğin, simülasyon (benzetim); mekanik, yazılım ve kontrolün, mikro denetleyiciler; elektronik, kontrol ve yazılımın ve nihayet algıçlar (algılayıcılar) da mekanik, elektronik ve kontrol alanlarının ortak ürünleridir. İfade edilen dört ana disiplinin kesişimi de mekatroniği oluşturmaktadır [1].



Mekatroniği oluşturan bilim dallarının birbiriyle etkileşimi [1]

Kontrol mühendisliği açısından bakıldığında, mekatronik sistemler; kontrol edilen sistemi (plantı) mekanik yapıda olan ve genel yapısı Şekil 7’deki gibi tanımlanabilen kapalı çevrim kontrol sistemleridir. En basit yapıdaki tek giriş ve tek çıkışlı uygulamaları göz önüne alınarak bir betimleme yapılırsa, kapalı çevrim kontrol sistemlerinde amaç; kullanıcı tarafından dışarıdan sağlanan ve belirlenen kontrol değişkeni için olması gereken değeri gösteren referans girişle kontrol değişkeninin (sistem çıkışının) bir algılayıcı tarafından ölçülen değerini kullanarak kontrolcü birimi tarafından üretilen kontrol sinyalini mekanik harekete (eyletim kuvveti veya torkuna) çeviren bir eyletici aracılığıyla kontrol değişkeni olarak seçilen plant parametresinin istenen değer veya değerlere getirilmesidir. Bahsedilen değer bir su tankının su seviyesi veya ele alınan bir kara aracının seyir hızı gibi sabit bir büyüklük ise kontrol sistemi bir “düzenleme sistemi (*İng. regulator system*)”, zaman içerisinde genliği ve/veya yönü değişen bir değişkense de “takip sistemi (*İng. tracking system*)” olarak adlandırılmaktadır [9], [10].



Kapalı çevrim kontrol sistemi genel yapısı

Model Tabanlı Kontrol Yöntemleri

Mekatronik sistemlerde uygulanan model tabanlı kontrol (*İng. model-based control*) yöntemleri, temelde üç alt başlık altında ele alınabilir:

- i. Klasik kontrol yöntemleri
- ii. Modern kontrol yöntemleri
- iii. Gürbüz kontrol yöntemleri

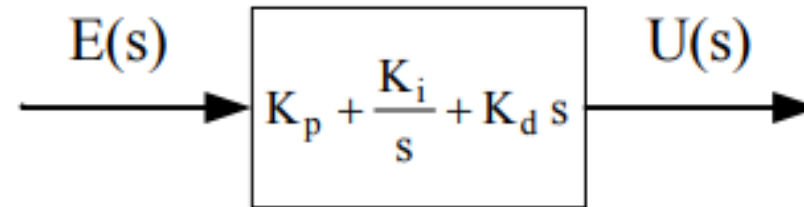


Klasik kontrol yöntemleri

Kontrol edilecek sistemin (plantın) tek giriş ve tek çıkışlı olması durumunda en fazla tercih edilen yaklaşım “klasik” olarak adlandırılan kontrol yöntemlerinin kullanılmasıdır. Klasik kontrol yöntemlerinde kontrol kuralı; kontrol sisteminin referans girişi ve ölçülen sistem çıkışı arasındaki işletim hatası (hata) baz alınarak hata, hata integrali ve hata türevi büyüklüklerinden uygun şekilde seçilenlerin, genliği plant dinamiği ve başarımlar istekleri doğrultusunda belirlenen kazanç katsayılarıyla çarpılmasıyla elde edilmektedir. Belirtilen yaklaşımda, kazançların belirlenmesi amacıyla gerekli cebirsel işlemlerin kolaylıkla yapılabilmesi ve ayrıca elde edilen nihai denklemlerin oluşturulan kontrol sisteminin frekans kümesindeki davranışını belirlemek üzere kullanılabilmesi amacıyla zaman kümesinde ifade edilen dinamik denklemlere Laplace dönüşümü uygulanmakta ve tasarımda hesaba katılacak eşitliklerin tamamı Laplace değişkeni (“s”) cinsinden ifade edilmektedir. Elde edilen kontrol kuralı yalnızca hatanın hesaplanan bir kazançla çarpılması ile oluşturuluyorsa mevcut kontrol yöntemi “P (oransal) kontrol”, hata ve hatanın integrali göz önüne alınıyorsa “PI (oransal ve integral) kontrol” ve hata ve hatanın türevi ele alınıyorsa “PD (oransal ve türevsel) kontrol” olarak adlandırılmakta olup, hata, hata türevi ve hata integralinin dikkate alındığı en genel klasik kontrol kuralı “PID (oransal, integral ve türevsel) kontrol” olarak tanımlanmaktadır. Bu anlamda P, PI ve PD kuralları PID kontrol kuralının türevleri olup, hata (*İng. error*) ve kontrol sinyali büyüklükleri sırasıyla E ve U harfleri ile ifade edilmek üzere, “s” değişkeni kullanılarak PID tipi bir kontrolcünün transfer fonksiyonu Şekil 9-(a)’daki gibi oluşturulabilir.

P, PI, PD,PID Kontrol Yöntemi

hata (*Ing. error*) ve kontrol sinyali büyüklükleri sırasıyla E ve U harfleri ile ifade edilmek üzere, Şekilde görülen K_p , K_i ve K_d sembolleri kontrolcünün sırasıyla oransal, integral ve türevsel kazançlarına karşılık gelmekte olup, PID tipi bir kontrolcünün transfer fonksiyonu

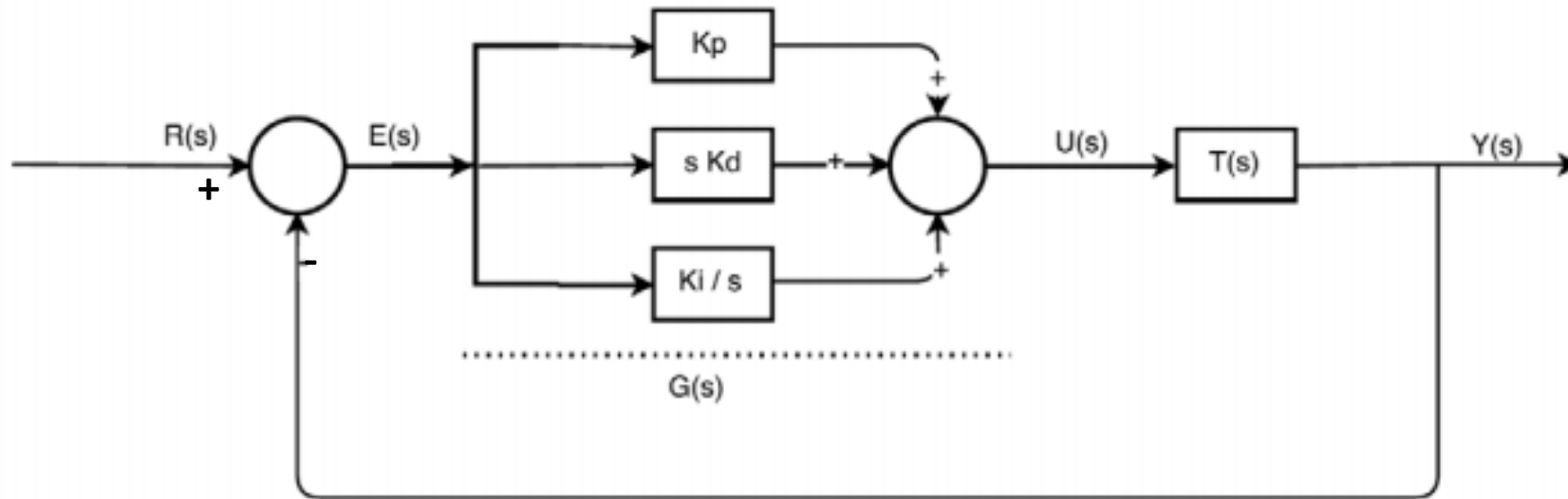


PID kuralına göre çalışan kontrolcü yapısı

PID esaslı kontrolcüler, nispeten basit tasarımları, kontrolcü kazançlarının kolaylıkla ayarlanabilmesi ve pek çok sistem için yeterli düzeydeki gürbüzlükleri dolayısıyla, endüstriyel uygulamalarda en çok tercih edilen yapılardır. Özellikle kontrolcü olarak PLC (programlanabilir mantık kontrolcüsü) sistemlerinin kullanıldığı durumlar için, PID tipi kontrol vazgeçilmez hale gelmiştir.

PID Kontrol Yöntemi

PID Denetleyici Tasarımı



PID Denetleyicili Sistem Tasarımı

PID Kontrolör: Kontrol sisteminin geçici+kalıcı rejim kriterlerini (aşma-yerleşme-yükselme zamanı) + kalıcı durum hatası düzeltir. PID kontrolör,

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{d}{dt} e(t)$$

Projede PID denetleyicisi ile kontrol sinyali (u) üretmek için kullanacağınız formül

KPID vektörü aşağıdaki şekilde başlangıçta tanımlanmalıdır.

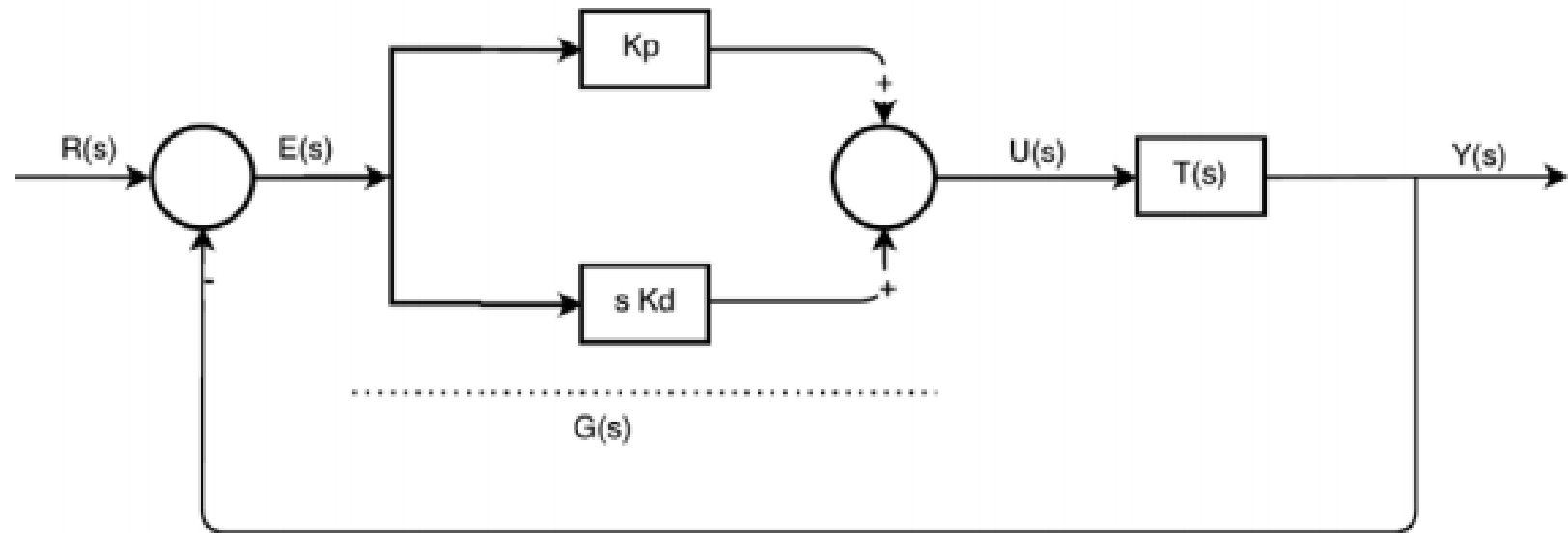
KPID = [Kp Ki Kd] ; (boyut:1x3 olmalı)

Jc = [(e(k) - e(k-1)) e(k) (e(k) - 2*e(k-1) + e(k-2))]; (boyut: 3x1 olmalı)

u_new(k) = u_old(k) + KPID*Jc';

PD Kontrol Yöntemi

PD Denetleyici Tasarımı



PD Denetleyicili Sistem Tasarımı

PD Kontrolör: Kontrol sisteminin geçici rejim kriterlerini (aşma-yerleşme-yükselme zamanı) düzeltir. PD kontrolör

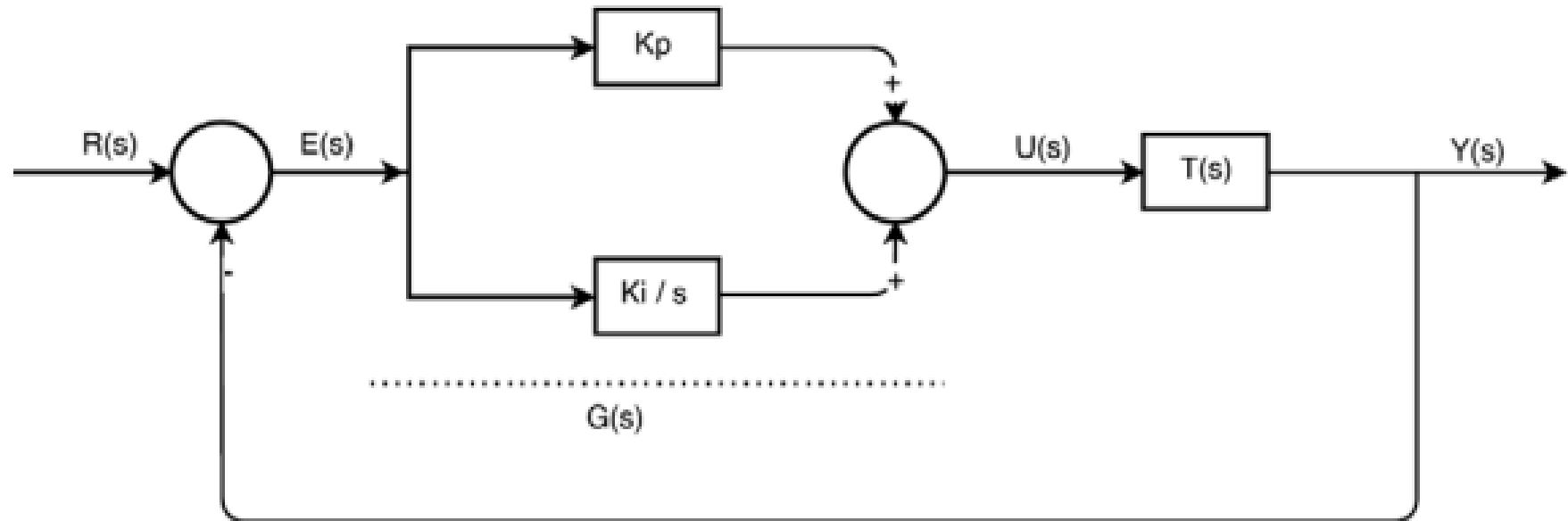
$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{d}{dt} e(t)$$

Olduğuna göre geri fark ile ayrıklaştırılırsa

$$u(k) = K_p e(k) + \frac{K_d}{T} [e(k) - e(k-1)]$$

PI Kontrol Yöntemi

PI Denetleyici Tasarımı



PI Denetleyicili Sistem Tasarımı

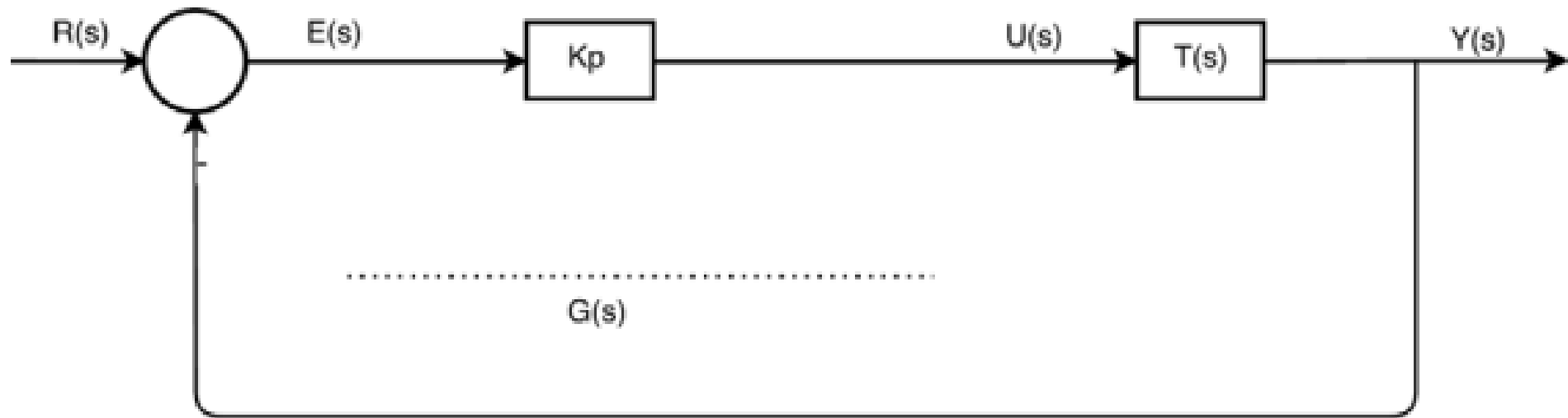
PI Kontrolör: PI kontrolörlerin, genel olarak sistemin tipini artırarak kalıcı durum hatalarını iyileştirdiği bilinmektedir. Analog PI kontrolör,

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt$$

$$u(k) = K_p e(k) + K_i u_i(k) \quad \rightarrow \quad u_i(k) = u_i(k-1) + T e(k)$$

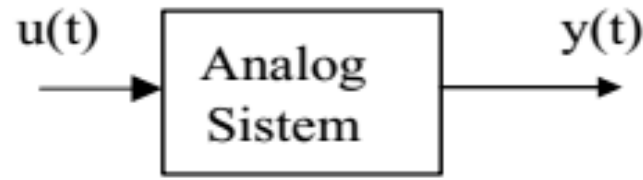
P Kontrol Yöntemi

P Denetleyici Tasarımı



P Denetleyicili Sistem Tasarımı


- Doğrusal ve zamanla değişmeyen sistemlerin matematiksel modelleri



Durum denklemi

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

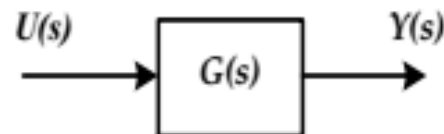
Diferansiyel denklem

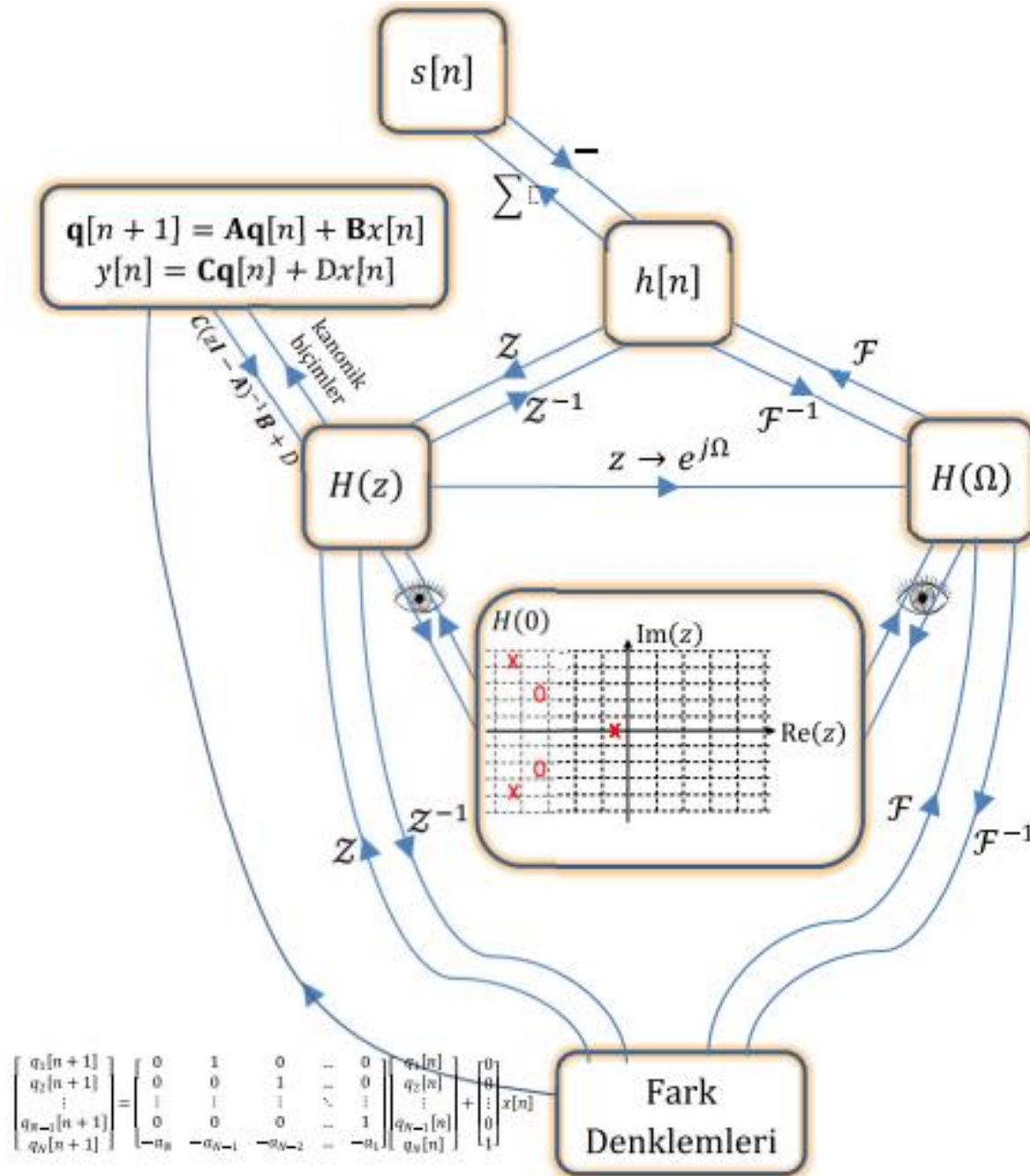

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = 4\frac{du(t)}{dt} + 5u(t)$$



Transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{4s + 5}{s^2 + 2s + 3}$$





- **Durum Uzayı Modeli-(State Space Representation) neden gereklidir?**

Tasarlanan bir kontrol sisteminin fiziksel ortamda uygulanabilmesi için, sisteme ilişkin oluşturulan modelin ayrık zamana çevrilmesi (sayısallaştırılması) ve elde edilen ayrık zamanlı kontrol modelinin gerçekçi bilgisayar benzetimleri ile doğrulanması gerekmektedir. Böylelikle, ele alınan fiziksel sisteme uygulanmadan önce, gerçek işletimde kontrolcü olarak görev yapacak kişisel bilgisayar veya mikroişlemci biriminden çıkacak ayrık zamanlı kontrol sinyallerinin sistem çıkışını öngörülen değerlere getirip getiremediği gözlenmiş olur. Ayrıca, benzetimde kontrol sistemi üzerine etkitilen bozucu girişlerin fiziksel sistem üzerindeki etkileri de gerçeğine yakın bir şekilde anlaşılabilir.

Bir sistemin durum-uzay modelinin genel formu

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}$$

- **Durum Uzayı Modeli-(State Space Representation)**

Bir sistemin durum uzayı modelinin genel formu:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad \Rightarrow \quad \text{Durum Denklemi}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \quad \Rightarrow \quad \text{Çıkış Denklemi}$$

\mathbf{x} : Durum vektörü

$\dot{\mathbf{x}}$: Durum değişkenlerinin zamana göre türevi

\mathbf{y} : Çıkış vektörü

\mathbf{u} : Giriş vektörü

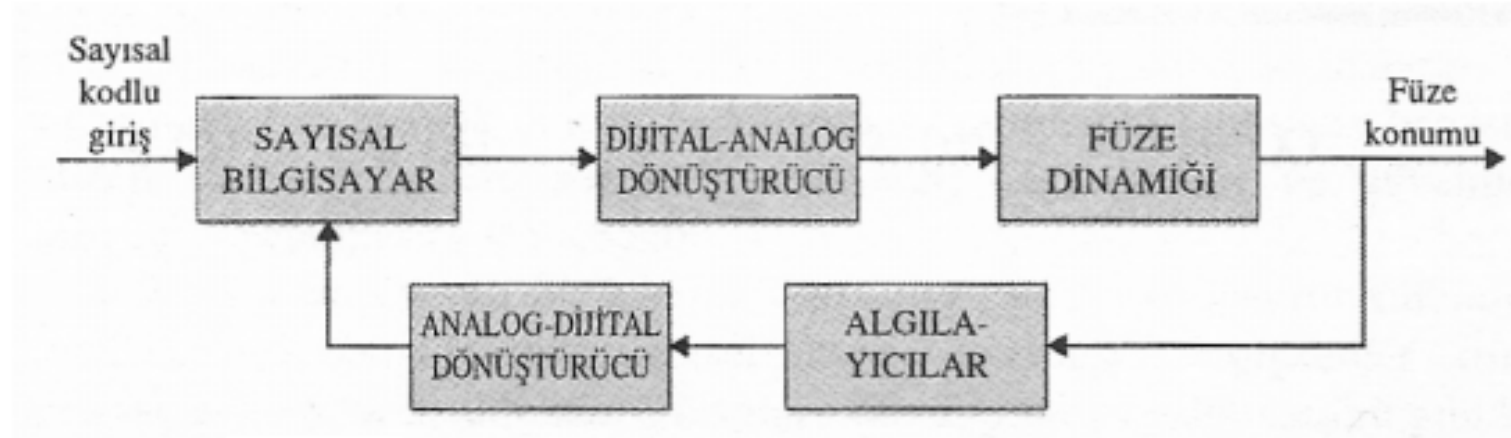
\mathbf{A} : Sistem matrisi

\mathbf{B} : Giriş matrisi

\mathbf{C} : Çıkış matrisi

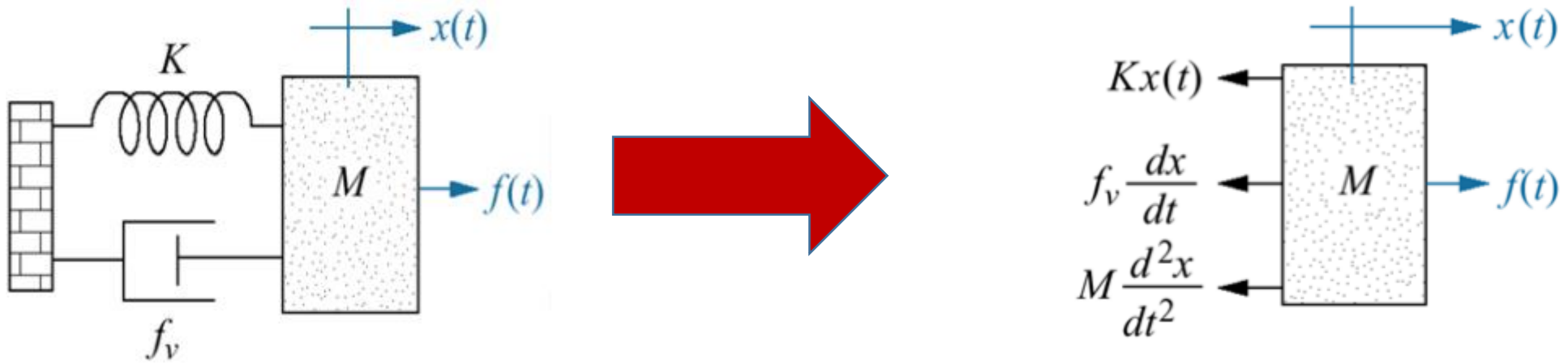
\mathbf{D} : İleribesleme matrisi

Yukarıda bahsedilen ayırık zamana dönüştürülmüş kontrol sistemlerine örnek olarak, güdümlü bir füze için tasarlanan kontrol sistemi (otopilot) blok diyagramı Şekil 8’de verilmiştir. Buna göre, dışarıdan sayısal kodlu olarak kontrolcüye (sayısal bilgisayara) sağlanan referans giriş, algılayıcılar tarafından ölçülen ve analog-dijital dönüştürücü yardımıyla ayırık zamana çevrilen gerçek füze konumu değeriyle karşılaştırılarak sayısal bilgisayar tarafından kontrol sinyali oluşturulmakta ve elde edilen ayırık zamanlı kontrol sinyali bu kez bir dijital-analog dönüştürücü sayesinde analog sinyale dönüştürülerek füze dinamiğine girdi olarak verilmektedir. Buradaki modelde füze dinamiği, esasında eyletici ve plant bileşenlerini kapsamaktadır [10].



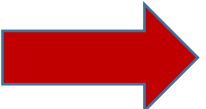
Güdümlü bir füzeyle ilişkin otopilot sistemi [10]

Örn:



- Sisteme etki eden kuvvetler Newton yasasına göre;

$$\sum F = ma \quad f(t) - f_v \frac{dx(t)}{dt} - Kx(t) = m \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$


$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} - f_v \frac{dx(t)}{dt} - Kx(t) = f(t)$$

Mekanik sistemin durum uzayı modeli için

$$x_1 = x$$

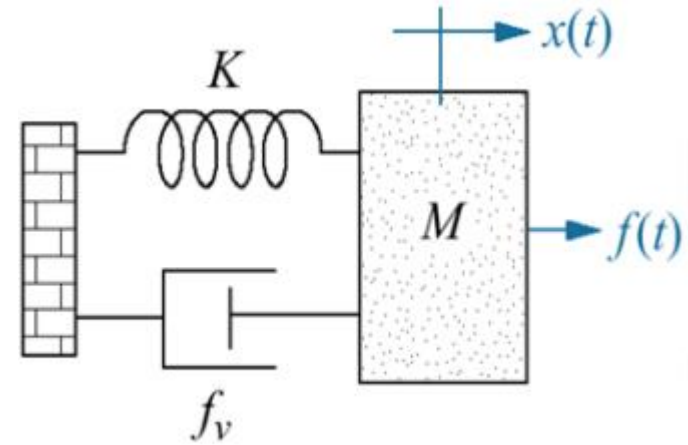
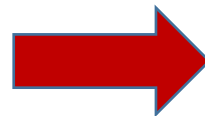
$$x_2 = \frac{dx}{dt}$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{f_v}{m} x_2 + \frac{k}{m} x_1 + \frac{1}{m} f(t)$$

$$y = x_1$$

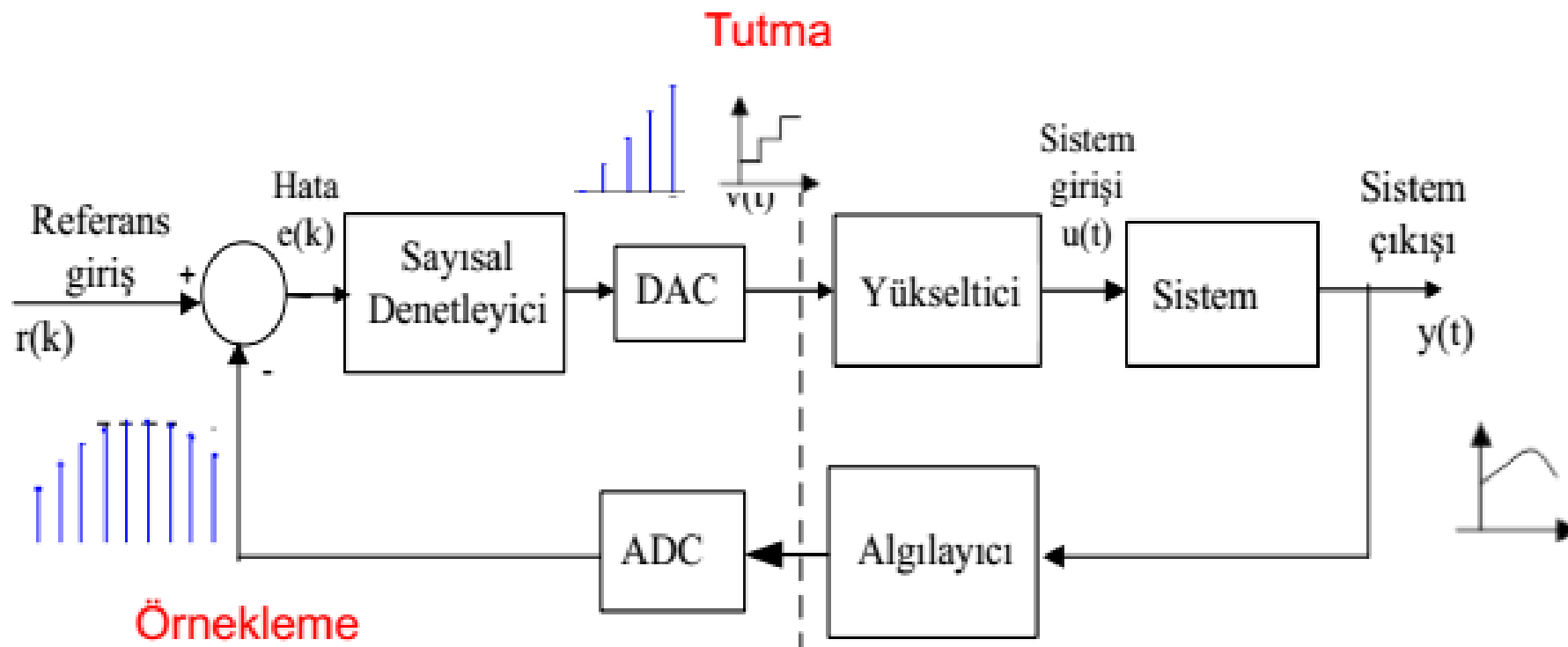
Matris formunda



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{k}{m} & \frac{f_v}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} f(t)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Sayısal kontrol sistemlerinde genellikle denetlenen sistem ***analog (sürekli zaman)*** bir sistem iken denetleyici ***sayısal (ayrık zaman)*** bir birimdir.



Örnek Proje

- Projenizi **ya Bioreactor ya da CSTR** sistemini kullanarak geliştiriniz.
- PID kontrol parametreleri Bioreactor için
 - $K_{PID} = [-20 \ -5 \ -1];$
- PID kontrol parametreleri CSTR için
 - $K_{PID} = [2 \ .3 \ 0.5];$
- şeklinde seçilmelidir.
- Seçtiğiniz proje sistemini PID yöntemi ile hesaplanan kontrol işareti ile bir örnekleme adımı ilerletmek için Runge-Kutta (RK) integrasyonu kullanmanız gerekir. Her sistem için kullanacağınız RK integrasyon kodları sonraki sayfada paylaşılmıştır.

Sistemlerin RK ile integrasyonu

```
function xdot = rksistem(x,u,Ts)
funn = 'systemdynamics';
L1 = Ts*feval(funn,x,u);
L2 = Ts*feval(funn,x+L1*0.5,u);
L3 = Ts*feval(funn,x+L2*0.5,u);
L4 = Ts*feval(funn,x+L3,u);
xdot = x + (L1+2*L2+2*L3+L4)/6;
```

'**systemdynamics**' fonksiyonu proje için seçtiğiniz sistemin (sayfa 27 ve 29'daki bioreaktör veya CSTR gibi) dinamikleridir.

PID Denetleyici için Sözde Kod

- **Başlangıç değerlerini gir**
 - Durumların başlangıç değerleri (Bioreactor için $\rightarrow x = [0.1; 0.0001]$; CSTR için $\rightarrow x = [0.01; 0.02; 0.001]$;)
 - KPID vektörü (Bioreactor için $\rightarrow KPID = [-20 \ -5 \ -1]$; CSTR için $\rightarrow KPID = [2 \ .3 \ 0.5]$;)
 - örnekleme zamanı (Bioreactor için $\rightarrow Ts = 0.05$; CSTR için $\rightarrow Ts = 0.1$)
 - yref sinyali (Bioreactor için $\rightarrow yref = bioref.mat$; CSTR için $\rightarrow yref = cstrref.mat$)
- **e (hata) değişkeninin ilk 3 terimini rasgele 0-1 arasında seç**
- **Ana döngü (referans işareti sonlanıncaya kadar devam ettir)**
 - J_c vektörünü tanımla ($J_c = [e(k) - e(k-1)) \ e(k) \ (e(k) - 2*e(k-1) + e(k-2))]$;)
 - Kontrol işaretini hesapla ($u_new(k) = u_old(k) + KPID * J_c'$;))
 - Hesaplanan bu yeni u ile sistemi 1 adım integre et (rksistem fonksiyonunu çağır)
 - rksistem fonksiyon çıkışında elde edilen y değeri ile ((Bioreactor için $\rightarrow y(k) = x_1$; CSTR için $\rightarrow y(k) = x_3$) bir sonraki iterasyonda kullanılacak hata ($(e(k)=yref(k)-y(k))$) değerini hesapla
- **k=k+1**

1-Bioreactor System

$$\dot{c}_1(t) = -c_1(t)u(t) + c_1(t)(1 - c_2(t))e^{c_2(t)/\gamma}$$

$$\dot{c}_2(t) = -c_2(t)u(t) + c_1(t)(1 - c_2(t))e^{c_2(t)/\gamma} \frac{1 + \beta}{1 + \beta - c_2(t)}$$

where $c_1(t)$ is the cell concentration that is considered as the output of the process ($y(t) = c_1(t)$), $c_2(t)$ is the amount of nutrients per unit volume and $u(t)$ is the flow rate as the control signal [33]. For this system, $\gamma=0.48$ and $\beta=0.02$. The aim of the control task is to keep the cell concentration $c_1(t)$ as close as possible to the reference trajectory by manipulating the flow rate, magnitude of which is allowed to be between $u_{min}=0$ and $u_{max}=2$, and duration of which is kept constant at $\tau_{min}=\tau_{max}=0.05$ sec.

Örnekleme zamanı $T_s = 0.05$ alın

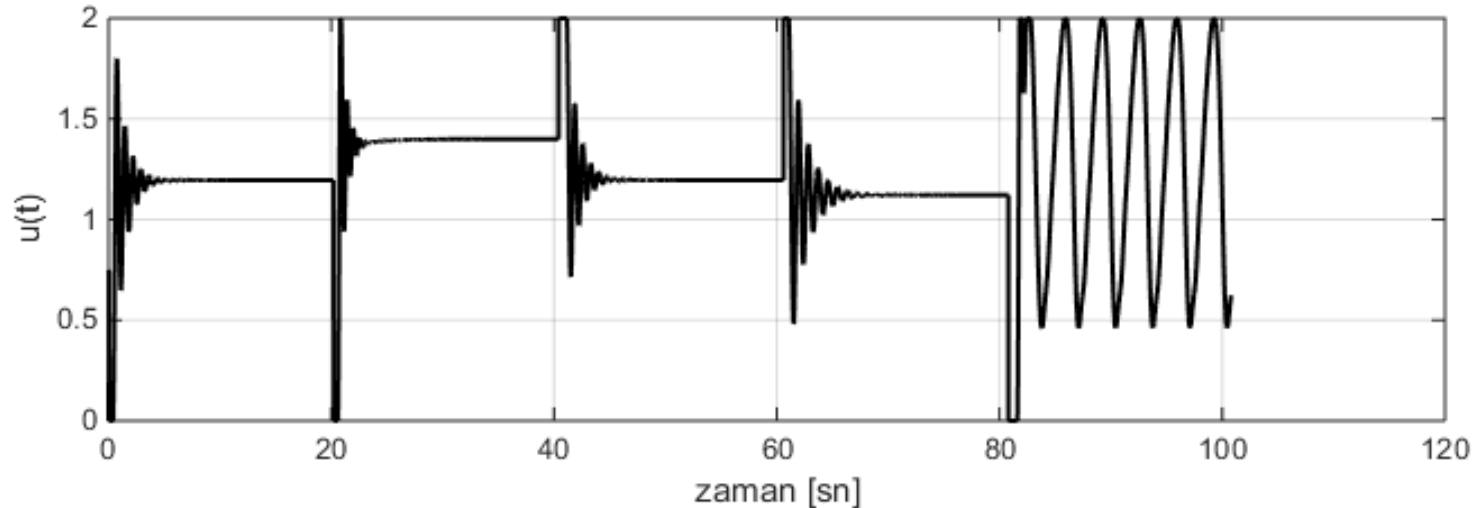
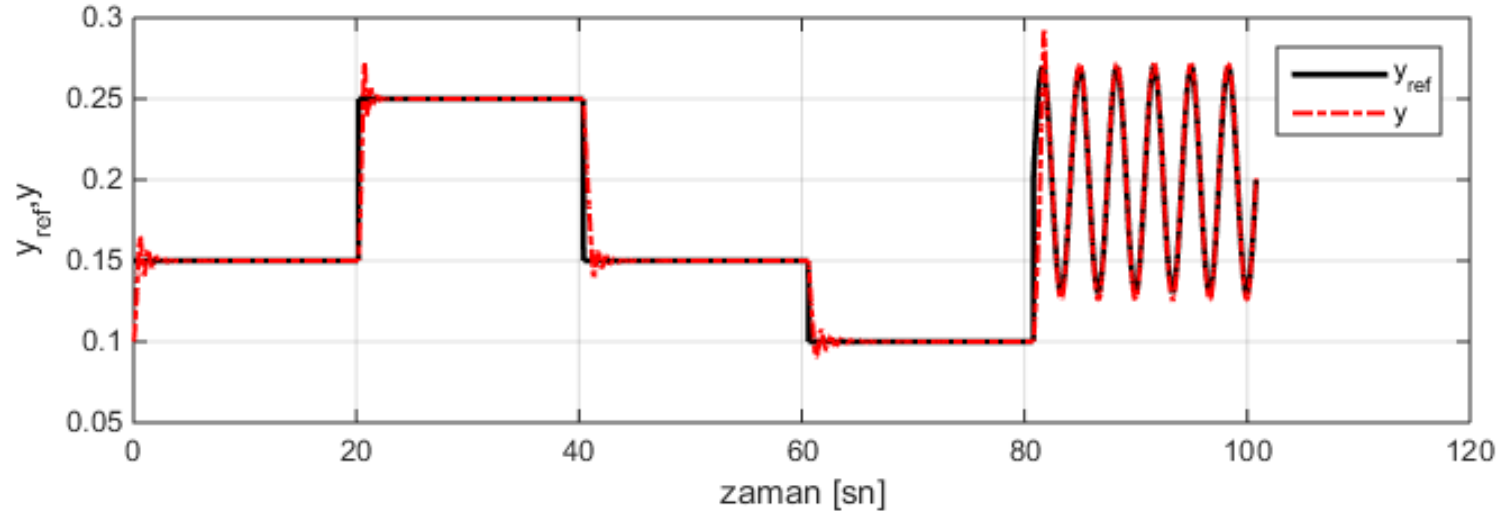
Elde etmeniz gereken sonuçlar

$$u_{\min}=0, u_{\max}=2, y_{\min}=0, y_{\max}=0.4$$

NOT:

Referans işareti bioref.mat dosyası olarak EDS'de paylaşılmıştır.

Uygulamada hatayı ($e(k)=y_{\text{ref}}(k)-y(k)$) elde etmek için bu işareti kullanmalısınız.



2-Continuously Stirred Tank Reactor – (CSTR)

$$\dot{x}_1(t) = 1 - x_1(t) - Da_1x_1(t) + Da_2x_2^2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_2(t) + Da_1x_1(t) - Da_2x_2^2(t) - Da_3d_2x_2^2(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = -x_3(t) + Da_3d_2x_2^2(t)$$

where $Da_1 = 3$, $Da_2 = 0.5$, $Da_3 = 1$, $d_2 = 1$, $u(t)$ is the control signal and $x_3(t)$ is the output of the process ($y(t) = x_3(t)$) [34]. In the simulations, magnitude of the control signal is allowed to lie within $u_{min}=0$ and $u_{max}=1$, and its duration is kept constant at $\tau_{min}=\tau_{max}=0.1$ sec. In the absence of noise, the tolerance

Örnekleme zamanı $T_s = 0.1$ alın

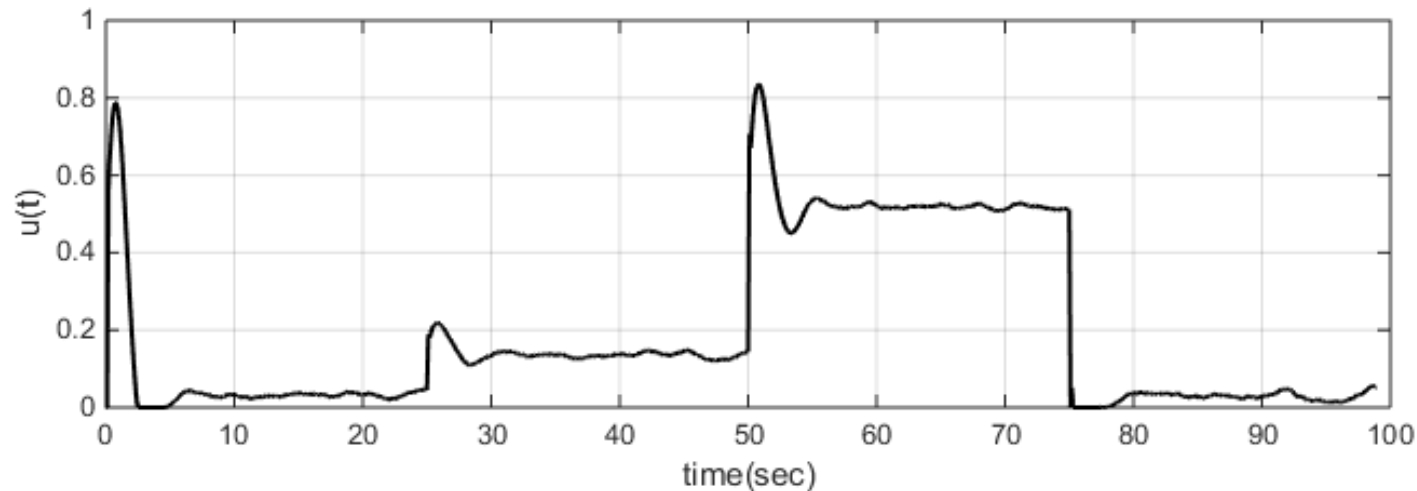
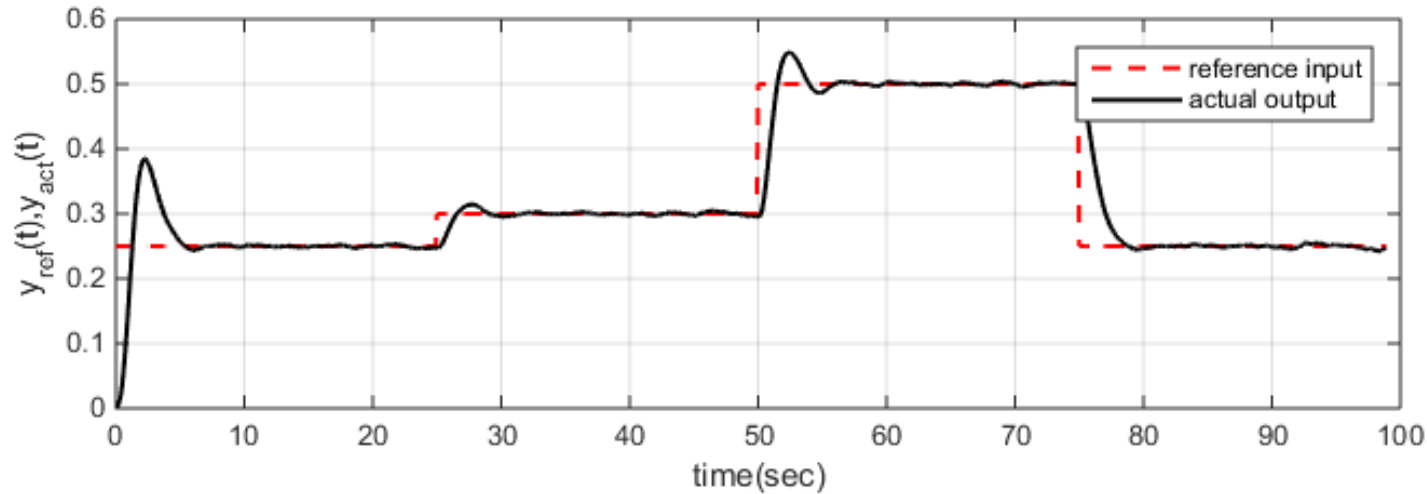
Elde etmeniz gereken sonuçlar

$$u_{\min}=0, u_{\max}=1, y_{\min}=0, y_{\max}=0.6$$

NOT:

Referans işareti cstrref.mat dosyası olarak EDS'de paylaşılmıştır.

Uygulamada hatayı ($e(k)=y_{\text{ref}}(k)-y(k)$) elde etmek için bu işareti kullanmalısınız.

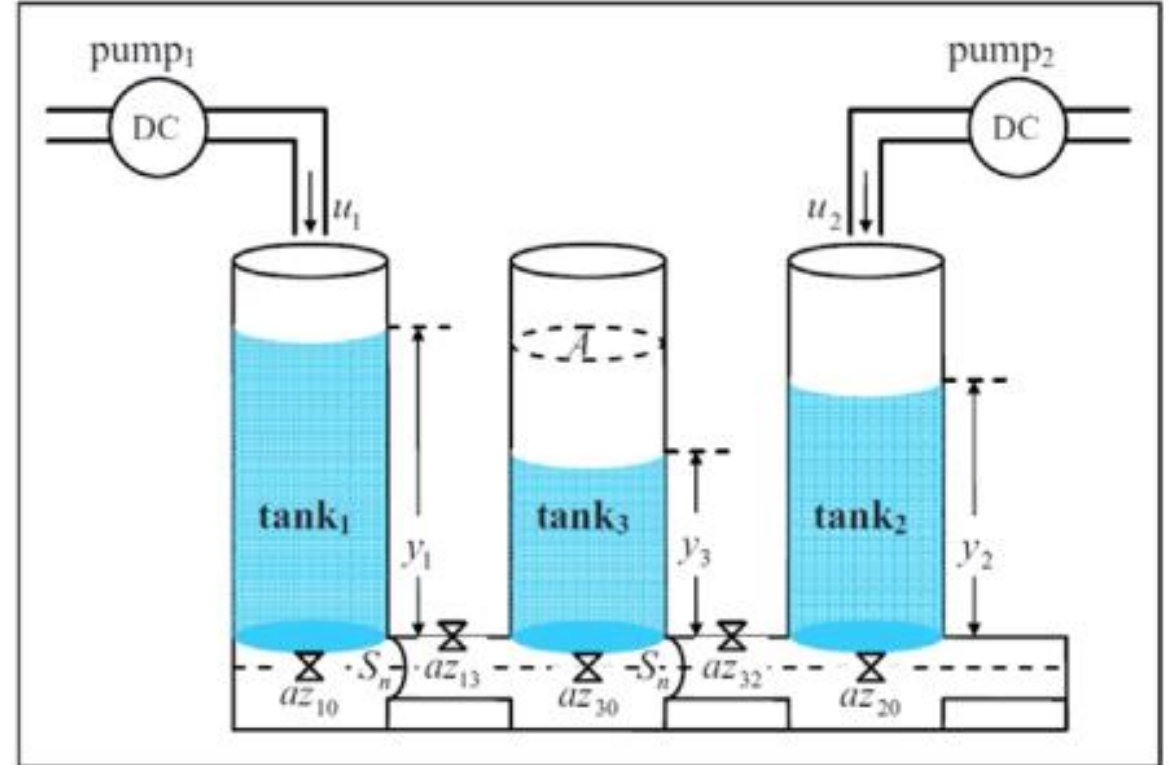


Örnek: 3 Tank Sıvı Seviye Sistemi için PID Denetleyici

3 Tank Sıvı Seviye Sisteminin PID ile Kontrolü



Three-tank liquid-level control system



schematic structure of the liquid-level system

3 Tank Sıvı Seviye Sisteminin Dinamikleri ve Parametreleri

$$\dot{x}_1(t) = \frac{1}{A}[u_1(t) - Q_{13}(t) - Q_{10}(t)],$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{1}{A}[u_2(t) + Q_{32}(t) - Q_{20}(t)],$$

$$\dot{x}_3(t) = \frac{1}{A}[Q_{13}(t) - Q_{32}(t) - Q_{30}(t)],$$

where

$$Q_{13}(t) = az_{13} S_n \operatorname{sgn}(x_1(t) - x_3(t)) \sqrt{2g|x_1(t) - x_3(t)|},$$

$$Q_{32}(t) = az_{32} S_n \operatorname{sgn}(x_3(t) - x_2(t)) \sqrt{2g|x_3(t) - x_2(t)|},$$

$$Q_{10}(t) = az_{10} S_n \sqrt{2gx_1(t)},$$

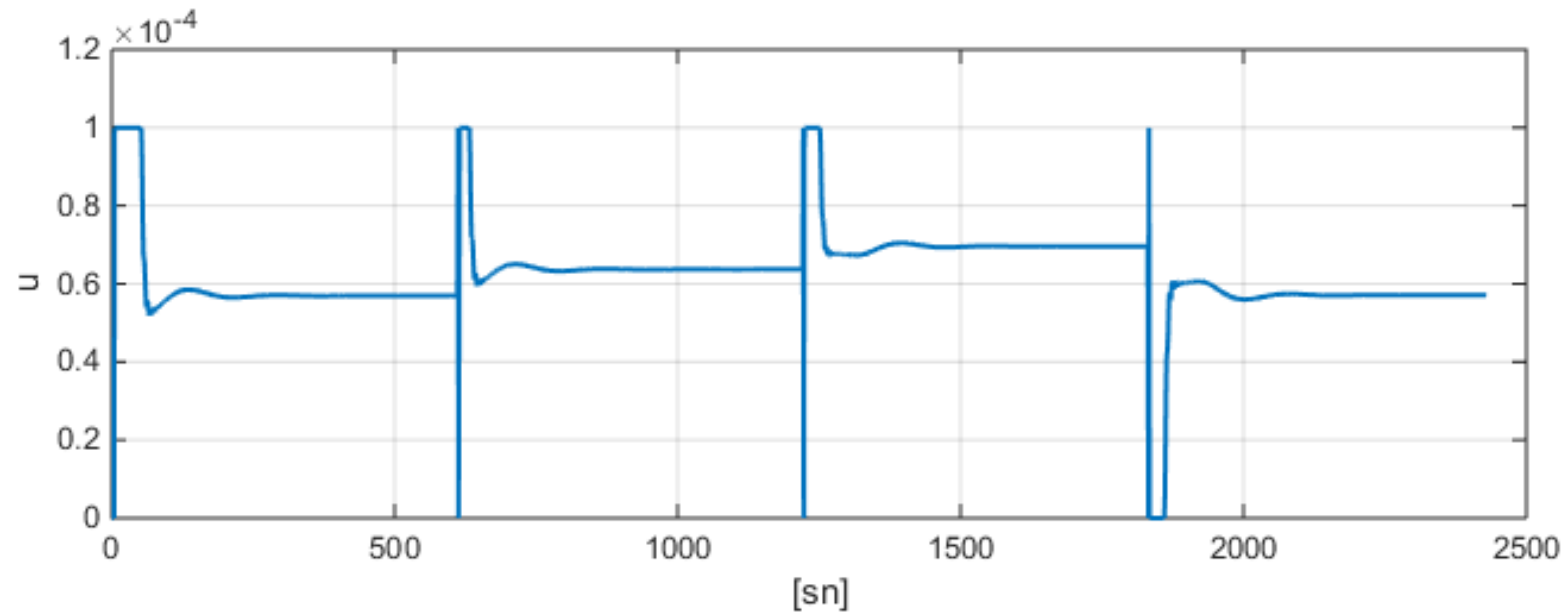
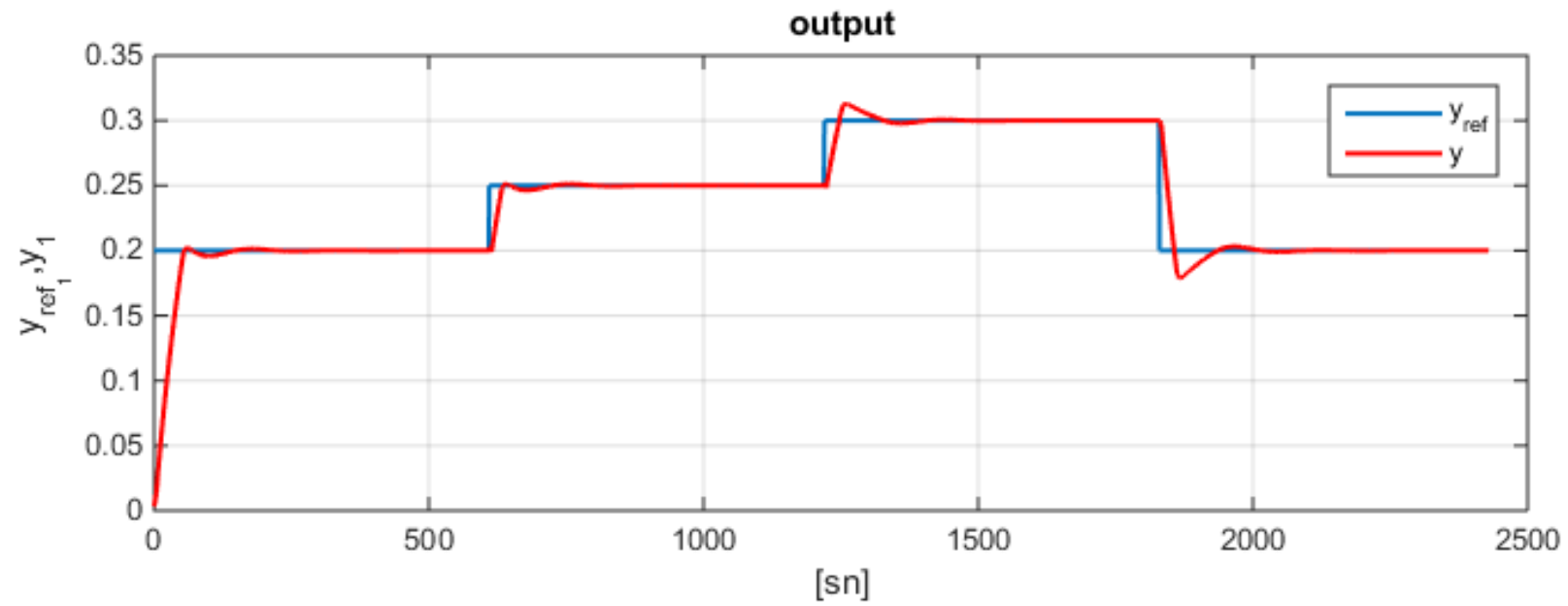
$$Q_{20}(t) = az_{20} S_n \sqrt{2gx_2(t)},$$

$$Q_{30}(t) = az_{30} S_n \sqrt{2gx_3(t)},$$

The parameters of three-tank liquid-level control system.

Parameter description	Value
$x_i(t)$: liquid level of tank _{<i>i</i>}	<i>i</i> th output (m)
$u_i(t)$: supplying flow rate of pump _{<i>i</i>}	<i>i</i> th input (m ³ /s)
az_{13} : outflow coefficient between tank ₁ and tank ₃	0.0280
az_{32} : outflow coefficient between tank ₃ and tank ₂	0.2569
az_{10} : outflow coefficient between tank ₁ and tank ₀	0.5510
az_{20} : outflow coefficient between tank ₂ and tank ₀	0.2459
az_{30} : outflow coefficient between tank ₃ and tank ₀	0.5457
A : section of cylinders	0.0154 (m ²)
S_n : section of connection pipe <i>n</i>	5×10^{-5} (m ²)
g : gravitation coefficient	9.81 (m/s ²)

Tank 1



Tank 2

