

Covid önlemleri kapsamında sınav süreleri 45 dakika ile sınırlanmıştır. Algoritmalar dersi ara sınavı ilk üç sorunun çözüleceği 45 dakikalık oturum, 15 dakikalık havalandırma arası ve sonrasında son iki sorunun çözüleceği 25 dakikalık oturum olarak bölünmüştür. Sınavın ikinci oturumu saat **16:30**'da başlayacaktır. **Lütfen sınav oturma planındaki sıra numaranızı, öğrenci numaranızı ve adınızı-soyadınızı yazmayı unutmayın.**

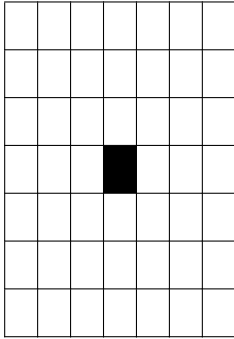
Soru	1	2	3	4	5	Toplam
Puan	20	20	25	20	25	110
Not						

1. (20P) Aşağıda verilen fonksiyonları büyüme derecelerine göre küçükten büyüğe doğru sıralayınız:

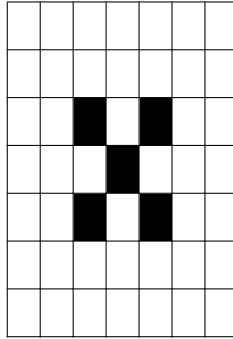
$$(n-2)!, 2^{2n}, 0.001n^4 + 3n^3 + 1, 5\lg(n+100)^{10}, 3^n, n+9999$$

$$5\lg(n+100)^{10} < n+9999 < 0.001n^4 + 3n^3 + 1 < 3^n < 2^{2n} < (n-2)!$$

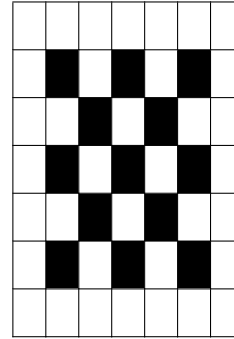
2. (20P) Aşağıda verilen şekilde, her bir adımda siyah hücrelerin dört köşesine siyah hücreler yerleştirilerek yeni bir şekil oluşturulmaktadır. Bu işlemin ilk 3 adımı şekilde verilmiştir. Buna göre bir tekrar ilişkisi kurun ve bu ilişkiyi n değerini kullanan ve bir önceki terime bağlı olmadan siyah hücre sayısını hesaplayan genel ifadeye dönüştürün.



$n = 0$



$n = 1$



$n = 2$

$$\begin{aligned} K(n) &= K(n-1) + 4n, \quad K(0) = 1, \\ &= K(n-2) + 4n + 4(n-1) \\ &= K(n-3) + 4n + 4(n-1) + 4(n-2) \\ &= K(n-i) + 4 \sum_{k=0}^{i-1} (n-k) \\ &= K(n-i) + 4ni - 4 \frac{i(i-1)}{2} \\ &= K(0) + 4n^2 - 2n^2 + 2n = \boxed{2n^2 + 2n + 1} \end{aligned}$$

$$K(n-1) = K(n-2) + 4(n-1)$$

$K(0)$ için $i = n$

3. Aşağıda verilen algoritma için:

Algorithm 1 Secret

```
1: function SECRET( $A[0..n-1]$ )                                ▷ Girdi olarak n elemanlı A dizisi veriliyor
2:    $x \leftarrow A[0]$ 
3:    $y \leftarrow A[0]$ 
4:   for  $i \leftarrow 1$  to  $n-1$  do
5:     if  $x < A[i]$  then
6:        $x \leftarrow A[i]$ 
7:     if  $y > A[i]$  then
8:        $y \leftarrow A[i]$ 
9:   return  $y-x$ 
```

(a) (5P) Bu algoritma neyi hesaplamaktadır?

Bu algoritma bir dizideki en büyük eleman ile en küçük elemanın farkını hesaplar.

(b) (5P) Bu algoritmanın temel işlemi nedir ve kaçınıcı satırlardadır?

Temel işlem 5. ve 7. satırdaki karşılaştırma işlemleridir.

(c) (10P) Temel işlem kaç defa tekrarlanır(Sınıf değil tekrar sayısı istenmektedir)?

$$K(n) = \sum_{i=1}^{n-1} 2 = 2 \cdot (n-1-1+1) = \boxed{2n-2}$$

(d) (5P) Algoritmanın verimlilik sınıfı nedir?

Doğrusal(linear)



4. Tanınmış efsaneye göre, satranç oyunu yüzyıllar önce kuzeybatı Hindistan’da bir bilge tarafından icat edildi. İcadını kralına götürdüğünde, kral oyunu o kadar çok beğendi ki, mucide istediği ödülü teklif etti. Mucit şu şekilde bir miktar tahıl elde edilmesini istedi: Satranç tahtasının ilk karesine sadece tek bir buğday tanesi, 2. kareye 2, 3. kareye 4, 4. kareye 8 ve 64 kare dolana kadar bu şekilde ilerleyecekti(1, 2, 4, 8, 16, ...).

- (a) (10P) Kralın mucide kaç tane buğday tanesi vermesi gerekir(Sonucu üslü olarak en basit şekilde ifade ediniz)?

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$$

- (b) (10P) Her karede sayıyı iki katına çıkartmak yerine bir adet artırılmasını isteseydi, kralın vermesi gereken buğday tanesi kaç olurdu(1, 2, 3, 4, ..., 64)?

$$1 + 2 + 3 + \dots + 64 = \frac{64 \cdot 65}{2} = 32 \cdot 65 = 2080$$

5. Aşağıda verilen algoritma için:

Algorithm 2 Mystery

```
1: function MYSTERY( $A[0..n-1]$ )                                ▷ Girdi olarak n elemanlı A dizisi veriliyor
2:   if  $n = 0$  then                                           ▷ Boş dizi, elemanı yok...
3:     return 0
4:    $k \leftarrow \text{Mystery}(A[1..n-1])$ 
5:   if  $A[0] \geq 0$  then
6:     return  $k + 1$ 
7:   else
8:     return  $k$ 
```

(a) (5P) Bu algoritma neyi hesaplamaktadır?

Bu algoritma bir dizideki doğal sayıların adetini verir.

(b) (5P) Bu algoritmanın temel işlemi nedir ve kaçınıcı satırdadır?

Temel işlem 2. satırdaki karşılaştırma işlemidir.

(c) (10P) Temel işlemin tekrar sayısını belirlemek için bir tekrar ilişkisi(recurrence relation) kurun ve çözün.

$$\begin{aligned} K(n) &= K(n-1) + 1, \quad K(0) = 1 \\ &= K(n-2) + 2 \\ &= K(n-i) + i \\ &= K(0) + n = \boxed{n+1} \end{aligned} \quad K(0) \text{ için } n = i$$

(d) (5P) Algoritmanın verimlilik sınıfı nedir?

Doğrusal(linear)