

Çizge Problem ve Algoritmaları

Çizge Renklendirme ve Gezgin Satıcı Problemi

Şevket Umut ÇAKIR

Pamukkale Üniversitesi

Hafta 13

Çizge Renklendirme

Belirli kısıtlar altında çizge bileşenlerine farklı renkler atama işlemidir.

- Düğüm(vertex) renklendirme en sık kullanılan biçimdir
- Verilen m renk ile iki komşu düğüm aynı renge sahip olmayacak şekilde en az renk kullanarak düğümlere renkler atanır.
- **Kromatik sayı:** Bir çizgeyi boyamak(renklendirmek) için gerekli en az renk sayısı
- Bir çizgenin kromatik sayısını bulma işlemi NP-tam sınıfındadır.



- **Çizelge Hazırlama**

- Sınav programı hazırlama: Bir çok öğrenci bir çok dersi alabilir. Bir öğrenci aynı anda iki farklı dersin sınavında alamaz. Sınav programının en az kaç seansta yapılabileceği çizge renklendirme ile belirlenebilir. Dersler düğümleri oluşturur. Kenarlar ise ilgili iki dersi alan ortak öğrenci olduğunu gösterir.

- **Mobil Radyo Frekansı Atama:** Biribirinin kapsama alanında olan her bir verici istasyonunun farklı frekansa sahip olması gerekir.
- **Kaydedici tahsisi:** Derleyici optimizasyonunda kullanılır. Çok sayıdaki program değişkeninin hangi işlemci(CPU) kaydedicilerinde saklanacağını(en az sayıda) belirler.
- Bir çok uygulama alanı vardır.

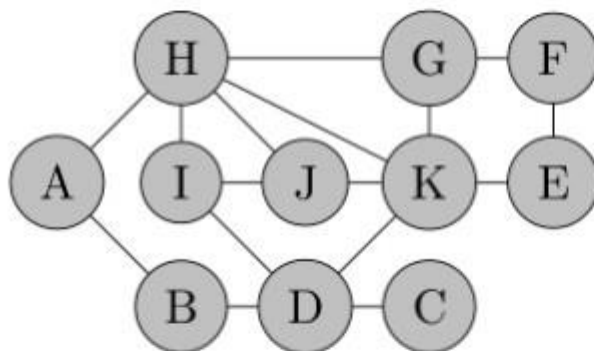


Welsh Powell Algoritması

- Hırslı(greedy) bir algoritma türüdür.
- Kromatik sayıyı garanti etmez.
- Sözde kodu aşağıda verilmiştir:
 - 1 Her bir düğüm için komşuluk sayısını hesapla
 - 2 Düğümleri komşuluk sayısına göre azalacak şekilde sırala ve listeye ekle(Komşuluk sayısı aynı olan düğümler alfabetik sıraya göre sıralanmalıdır)
 - 3 Listedeki ilk düğümü mevcut renk ile renklendir
 - 4 Listedeki düğümleri sırasıyla(eğer komşu düğümleri mevcut renkle boyanmamışsa) mevcut renke boya ve listeden çıkar
 - 5 Listede eleman varsa yeni bir renk seç, adım 3 ve 4'ü tekrarla



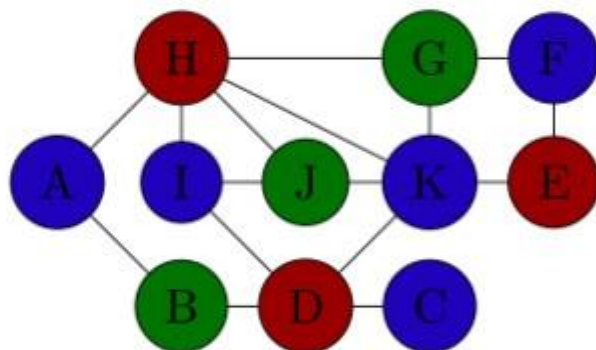
Örnek Çizge



Düğüm	Derece
H	5
K	5
D	4
G	3
I	3
J	3
A	2
B	2
E	2
F	2
C	1



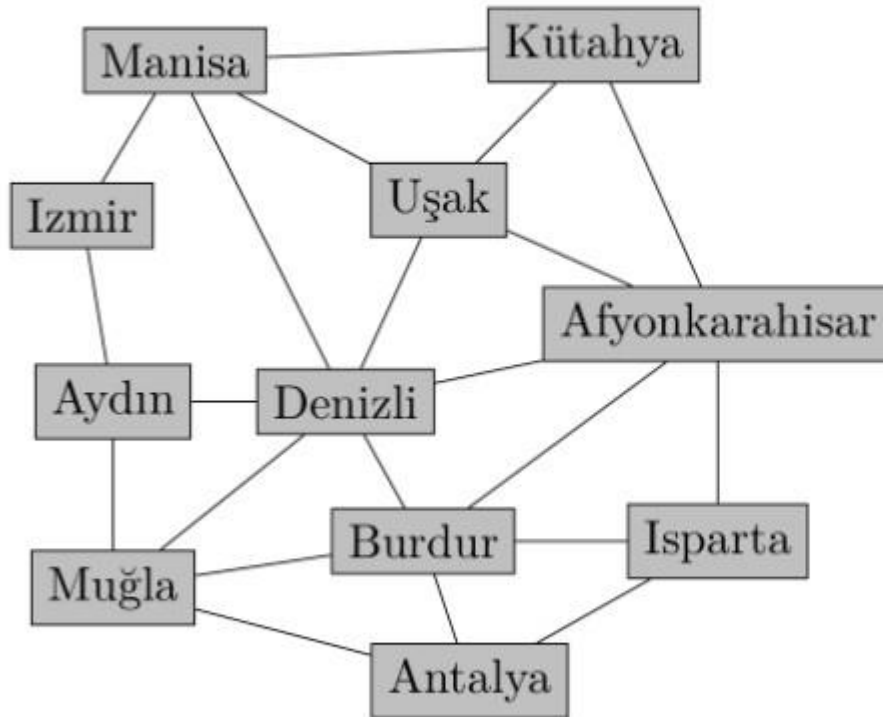
Örnek Çizge



Düğüm	Derece
-------	--------



Aşağıdaki çizmeyi Welsh-Powell algoritmasına göre renklendirin.



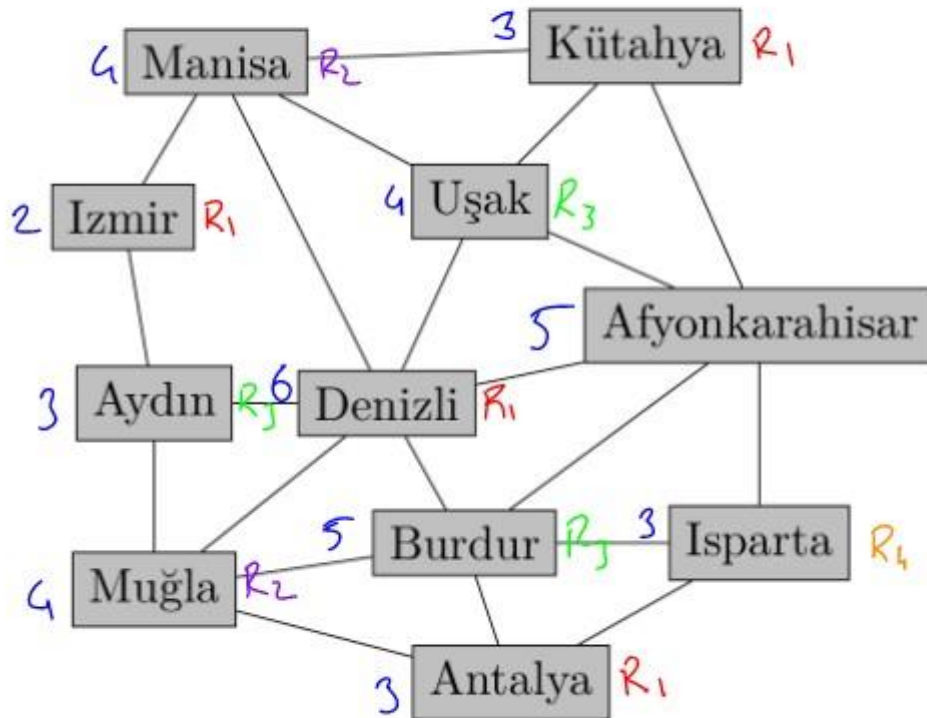
Düğüm(il)	Derece



Soru

$R_1, R_2, R_3, R_4, \dots$

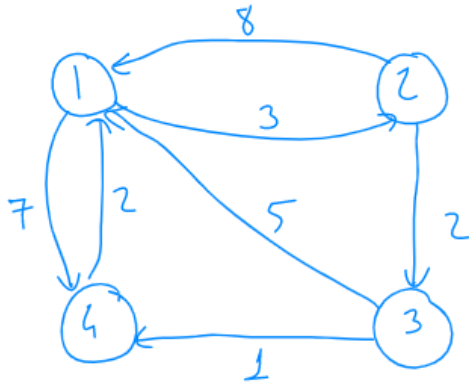
Aşağıdaki çizgeyi Welsh-Powell algoritmasına göre renklendirin.



Düğüm(il)	Derece
R_1 Denizli	6
R_2 Afyon	5
R_3 Burdur	5
R_2 Manisa	4
R_2 Muğla	4
R_3 Uşak	4
R_1 Antalya	3
R_3 Aydın	3
R_4 Isparta	3
R_1 Kütahya	3
R_1 İzmir	2



Floyd'un Algoritması(Floyd Warsall): Tüm en kısa yollar



A⁰'i hesapla
k = 1 → n:
A^k'i hesapla

A ⁰					A ¹					A ²				
1	2	3	4		1	2	3	4		1	2	3	4	
1	0	3	∞	7	1	0	3	∞	7	1	0	3	5	7
2	8	0	<u>2</u>	∞	2	8	0	<u>2</u>	15	2	8	0	2	15
3	5	∞	0	1	3	5	8	0	1	3	5	8	0	1
4	2	∞	∞	0	4	2	5	∞	0	4	2	5	7	0

A²(4,3) A¹(4,2) + A¹(2,3)
A¹(3,4)

A¹(4,3)

A²(1,3) A¹(1,2) + A¹(2,3)
A²(1,4) A²(3,1)

$$A^k(i,j) = \min \left\{ \underline{A_{k-1}(i,j)}, \underline{A_{k-1}(i,k) + A_{k-1}(k,j)} \right\}$$

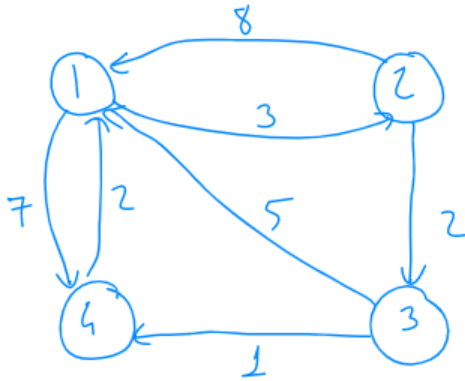
$$A^1(2,3) = \min \left\{ \underset{2}{A^0(2,3)}, A^0(2,1) + \underset{\infty}{A^0(1,3)} \right\}$$

$$A^1(2,4) = \min \left\{ \infty, \underset{8}{8} + \underset{7}{7} \right\}$$

$$A_1(1,2)$$

This slide left blank for whiteboard

Floyd'un Algoritması(Floyd Warsall): Tüm en kısa yollar



A₀'ı hesapla
 k = 1 → n:
 A_k'yi hesapla

$$A^k(i,j) = \min \left\{ \underline{A_{k-1}(i,j)}, \underline{A_{k-1}(i,k) + A_{k-1}(k,j)} \right\}$$

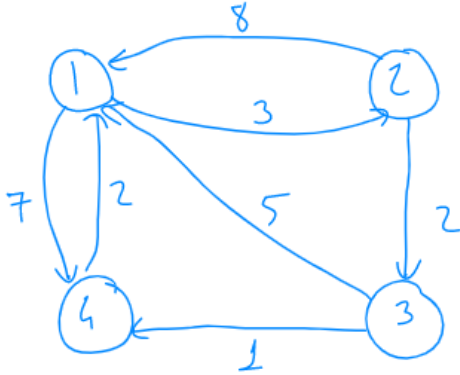
$$A^1(1,2)$$

A ⁰					A ¹					A ²				
1	2	3	4		1	2	3	4		1	2	3	4	
1	0	3	∞	7	1	0	3	∞	7	1	0	3	5	7
2	8	0	<u>2</u>	∞	2	8	0	<u>2</u>	15	2	8	0	2	15
3	5	∞	0	1	3	5	8	0	1	3	5	8	0	1
4	2	∞	∞	0	4	2	5	∞	0	4	2	5	7	0

1	2	3	4		1	2	3	4	
1	0	3	5	6	1	0	3	5	6
2	5	0	2	3	2	7	0	2	7
3	3	6	0	1	3	5	8	0	1
4	2	5	7	0	4	2	5	7	0

This slide left blank for whiteboard

Floyd'un Algoritması(Floyd Warsall): Tüm en kısa yollar



A⁰'ı hesapla
k = 1 -> n:
A^k'yi hesapla

$$A^k(i, j) = \min \{ \underline{A_{k-1}(i, j)}, \underline{A_{k-1}(i, k) + A_{k-1}(k, j)} \}$$

A¹(1, 2)

على حسب رقم المصفوفة منط القيم اللي
بالسطر والعمود نفسها اللي بالمصفوفة اللي
قبلها

This slide left blank for whiteboard

A⁰

	1	2	3	4
1	0	3	∞	7
2	8	0	<u>2</u>	∞
3	5	∞	0	1
4	2	∞	∞	0

A¹

	1	2	3	4
1	0	3	∞	7
2	8	0	<u>2</u>	15
3	5	8	0	1
4	2	5	∞	0

A²

	1	2	3	4
1	0	3	5	7
2	8	0	2	15
3	5	8	0	1
4	2	5	7	0

A³

	1	2	3	4
1	0	3	5	6
2	5	0	2	3
3	3	6	0	1
4	2	5	7	0

A⁴

	1	2	3	4
1	0	3	5	6
2	5	0	2	3
3	3	6	0	1
4	2	5	7	0