MALEK ALISMAIL / 20253833 /

4) $\begin{vmatrix} a & b^2 & c^3 \\ a^2 & b^3 & c^4 \\ a^3 & b^4 & c^5 \end{vmatrix} = ab^2c^3(a-b)(b-c)(c-a)$. olduğunu bulunuz.

$$\xrightarrow[R_3 \to R_3 - R_1]{R_2 \to R_2 - R_1} \begin{vmatrix} a & b^2 & c^3 \\ a^2-a & b^3-b^2 & c^4-c^3 \\ a^3-a & b^4-b^2 & c^5-c^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b^2 & c^3 \\ a(a-1) & b^2(b-1) & c^3(c-1) \\ a(a^2-1) & b^2(b^2-1) & c^3(c^2-1) \end{vmatrix}$$

$$= a.b^2.c^3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a-1 & b-1 & c-1 \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \end{vmatrix}$$

B matrisi bir $k \in R$ ile A matrisinin bir sütün çarpımı ile elde ediliyorsa $\det B = k . \det A$

$$\xrightarrow[C_3 \to C_3 - C_1]{C_2 \to C_2 - C_1} a.b^2.c^3 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a-1 & b-a & c-a \\ a^2-1 & b^2-a^2 & c^2-a^2 \end{vmatrix}$$

Birinci satırına göre determinant açarsak.

$$= a.b^2.c^3 \begin{vmatrix} b-a & c-a \\ (b-a)(b+a) & (c-a)(c+a) \end{vmatrix}$$

$$= a.b^2.c^3(b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ b+a & c+a \end{vmatrix}$$

$$= a.b^2.c^3(b-a)(c-a)(c+a-b-a)$$

$$= a.b^2.c^3(a-b)(b-c)(c-a)$$ 'dır.