# İşaret İşleme

## Fourier Transformu Uygulamaları-H10CD3

Dr. Meriç Çetin

versiyon291020

# Örnek Matlab Uygulamaları

- Öncelikli olarak
  - -1 ile 1 saniyeleri arasında arasında,
  - periyodu 2 olan ve
  - tepe noktası +1 ile 0 arasında değişen kare dalga çizdirelim.

```
t = linspace(-2, 2, 500);
T=2;
ft = (square(2*pi*t*(1/T)) + 1)/2;
plot(t,ft, 'Linewidth',3)
```

- Şimdi de bu işaretin formülünü Fourier serisi kullanarak hesaplayalım.
  - Yapmamız gereken matematiksel olarak hesaplamaları yapılan sinüs ifadelerini toplayıp gerçekten de ilk işaretimize benzeyip benzemediğini görmek.

## Trigonometrik Fourier seri açılımına göre katsayılar şu şekildedir:

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)dt = \frac{2}{2}\int_0^2 f(t)dt = \int_0^1 1dt + \int_1^2 0dt = 1 - 0 = 1$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^2 f(t)\cos n\omega t dt$$

$$= \int_0^1 1\cos n\pi t dt + \int_1^2 0dt = \left[\frac{\sin n\pi t}{n\pi}\right]_0^1 = \frac{\sin n\pi}{n\pi}$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^2 f(t)\sin n\omega t dt$$

$$= \int_0^1 1\sin n\pi t dt + \int_1^2 0dt = \left[-\frac{\cos n\pi t}{n\pi}\right]_0^1 = \frac{1-\cos n\pi}{n\pi}$$

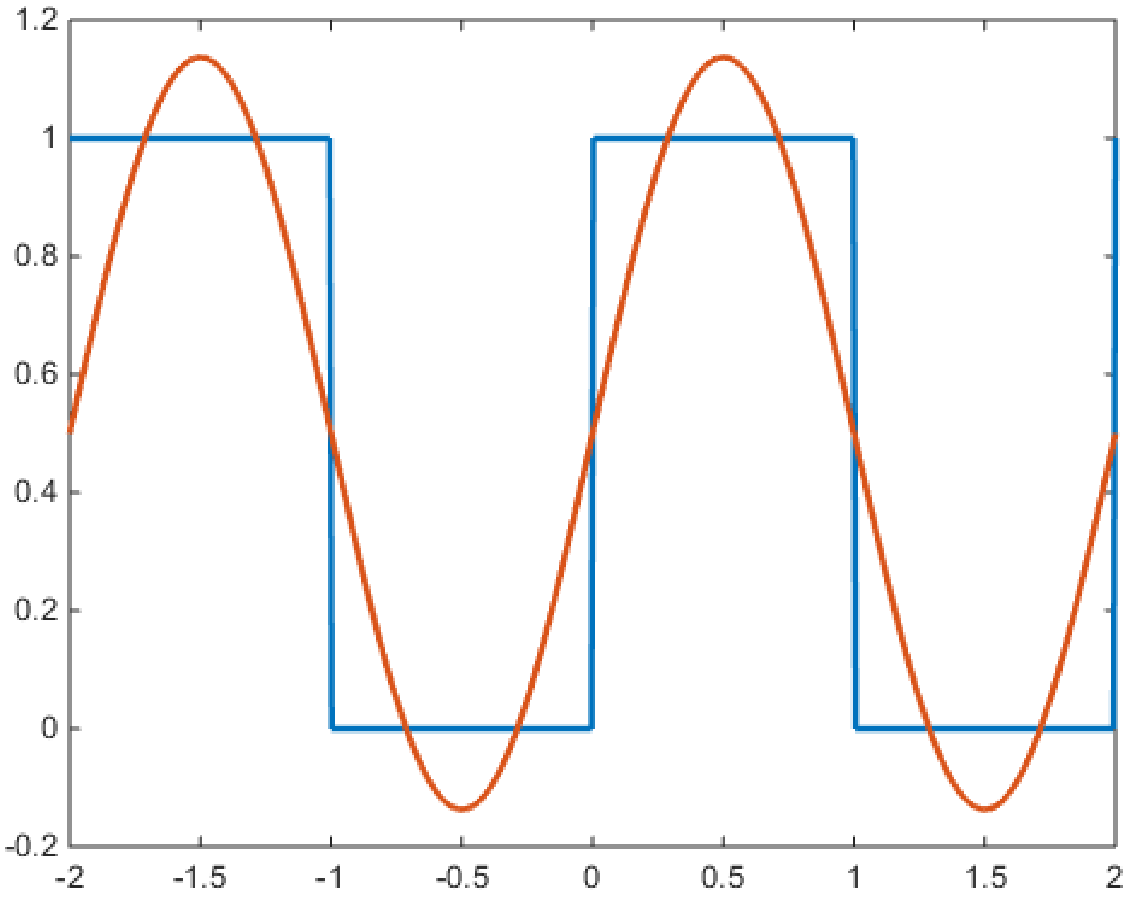
- Katsayıları birleştirelim

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

$$= \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1-(-1)^n}{n\pi}\right]\sin n\pi t$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sin \pi t + \frac{2}{3\pi}\sin 3\pi t + \frac{2}{5\pi}\sin 5\pi t + \ldots$$

```
t = linspace(-2, 2, 500);
T=2;
ft = (square(2*pi*t*(1/T))+1)/2;
fs = 1.0/2 + (2/pi)*sin(pi*t);
plot(t,ft,'LineWidth',2),
hold on
plot(t,fs,'LineWidth',2)
```



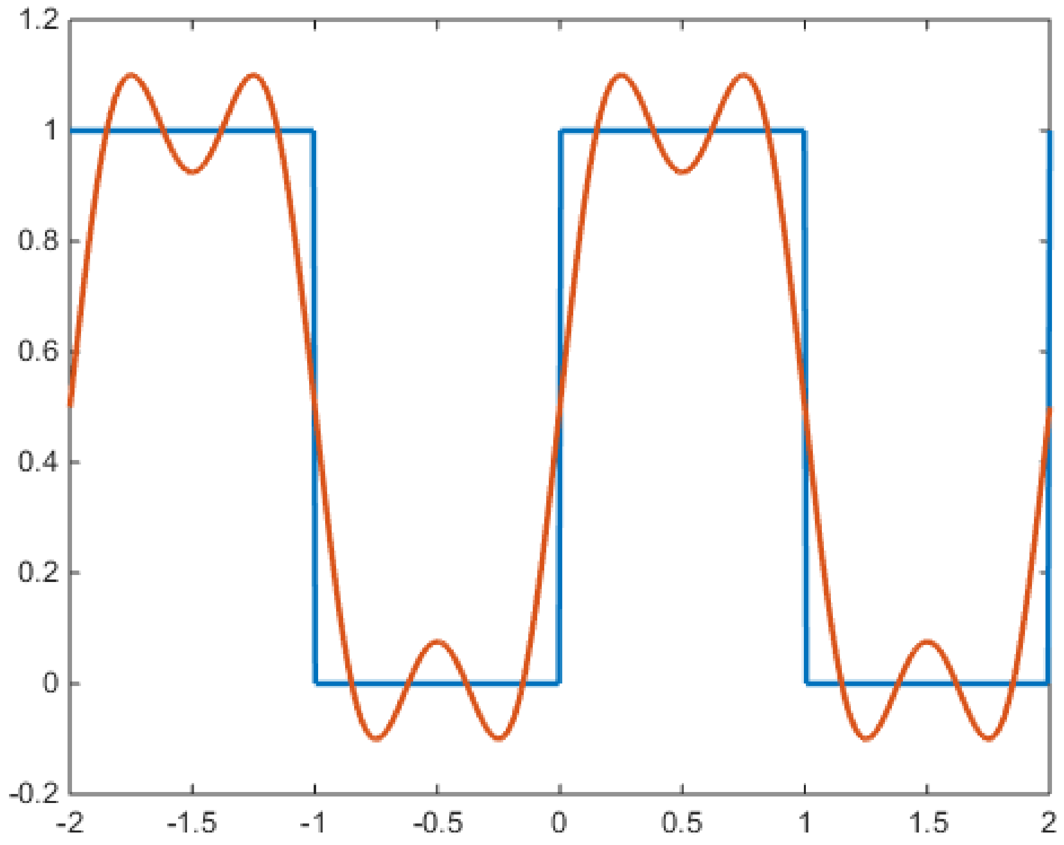

Şimdilik sadece DC bileşen olan 1/2 ve ilk katsayıyı ekledik.

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin \pi t$$

- Fourier serisi ile oluşturduğumuz fs fonksiyonumuza bir katsayı daha eklediğimizde

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sin \pi t + \frac{2}{3\pi}\sin 3\pi t$$

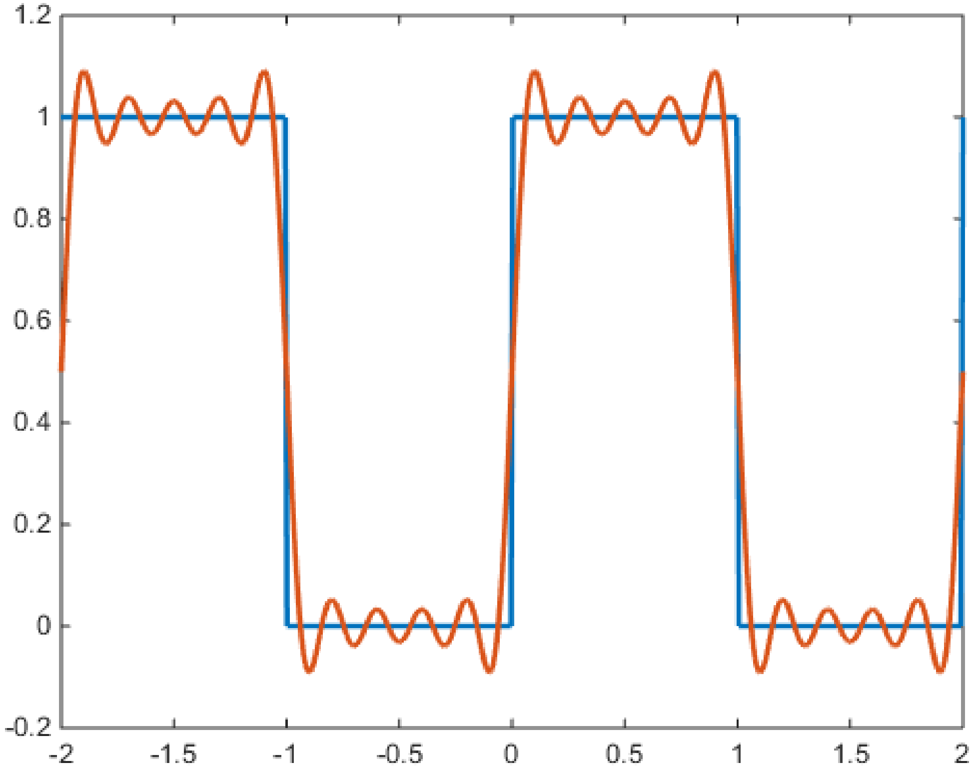
```
t = linspace(-2, 2, 500);
T=2;
ft = (square(2*pi*t*(1/T))+1)/2;
fs = 1/2 + (2/pi)*sin(pi*t) + (2/(3*pi))*sin(3*pi*t);
plot(t,ft,'LineWidth',2)
hold on
plot(t,fs,'LineWidth',2)
```



- İstediğimiz kadar katsayıyı toplayıp gerçek işarete yakınlaşabiliriz.

```
t = linspace(-2, 2, 500);
T=2;
ft = (square(2*pi*t*(1/T))+1)/2;
a0=1/2;
fs=0;
M=100;
for i=1:2:M
   fs=fs+(2/(i*pi))*sin(i*pi*t);
end
fs=a0+fs;

plot(t,ft,'LineWidth',2),hold on
plot(t,fs,'LineWidth',2)
```

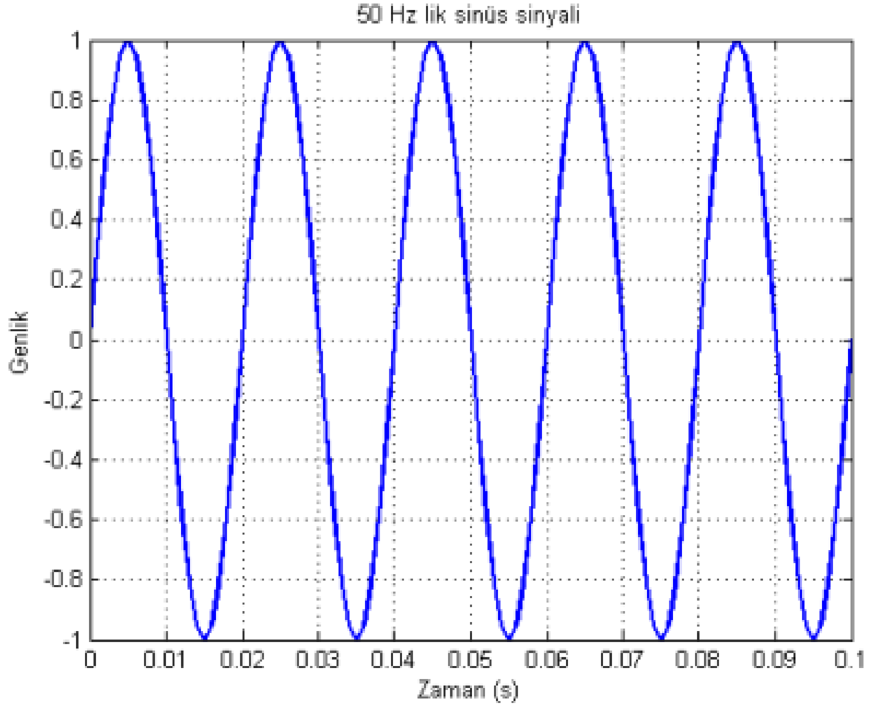



**M=10000 ise**

# Fourier dönüşümü örnekleri -1

- **MATLAB'da ayrık zamanlı Fourier dönüşümü için Fast Fourier Transform (FFT) algoritması kullanılır. Fourier dönüşümünün nasıl yapıldığını ve bazı örnek kullanımlarını görelim. Önce en basitinden bir sinüs sinyali oluşturalım ve Fourier dönüşümüne bakalım.**

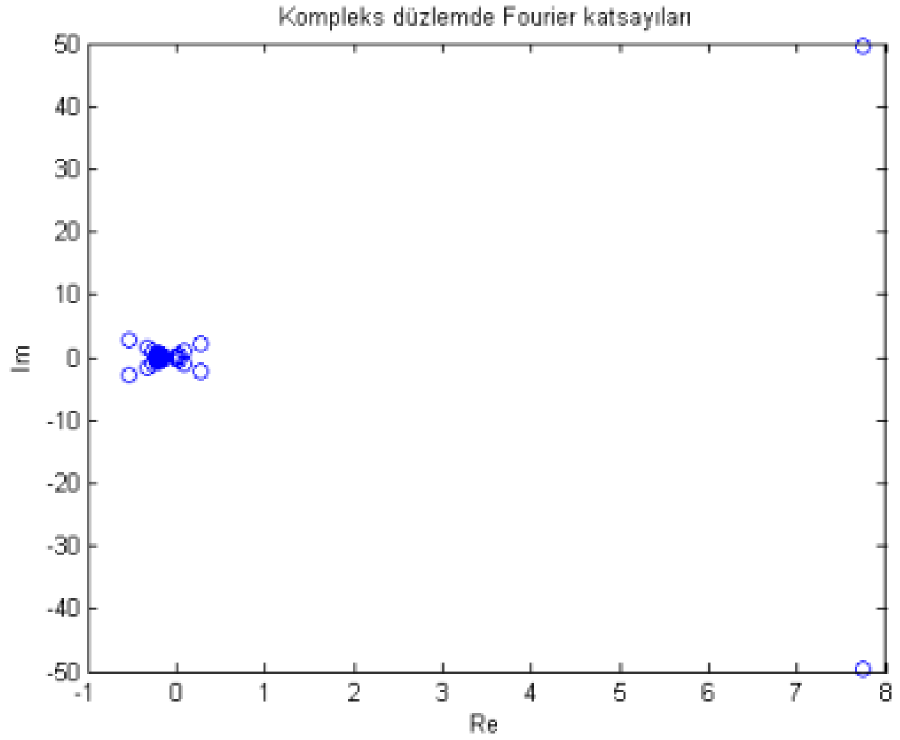
```
fs = 1000    % Örnekleme frekansı fs
Ts = 1/fs    % Örnekleme periyodu Ts
fu = 50      % Oluşturacağımız sinyalin frekansı (fs/2'den kücük olmalı!)
t = 0:Ts:5/fu;    % Zaman vektörü
u1 = sin(2*pi*fu*t);    % Frekansı fu olan sinüs
plot(t,u1,'LineWidth',2);
title([num2str(fu) ' Hz lik sinüs sinyali']);
ylabel('Genlik');
xlabel('Zaman (s)');
grid;
```



# Fourier dönüşümü alma ve yorumlama

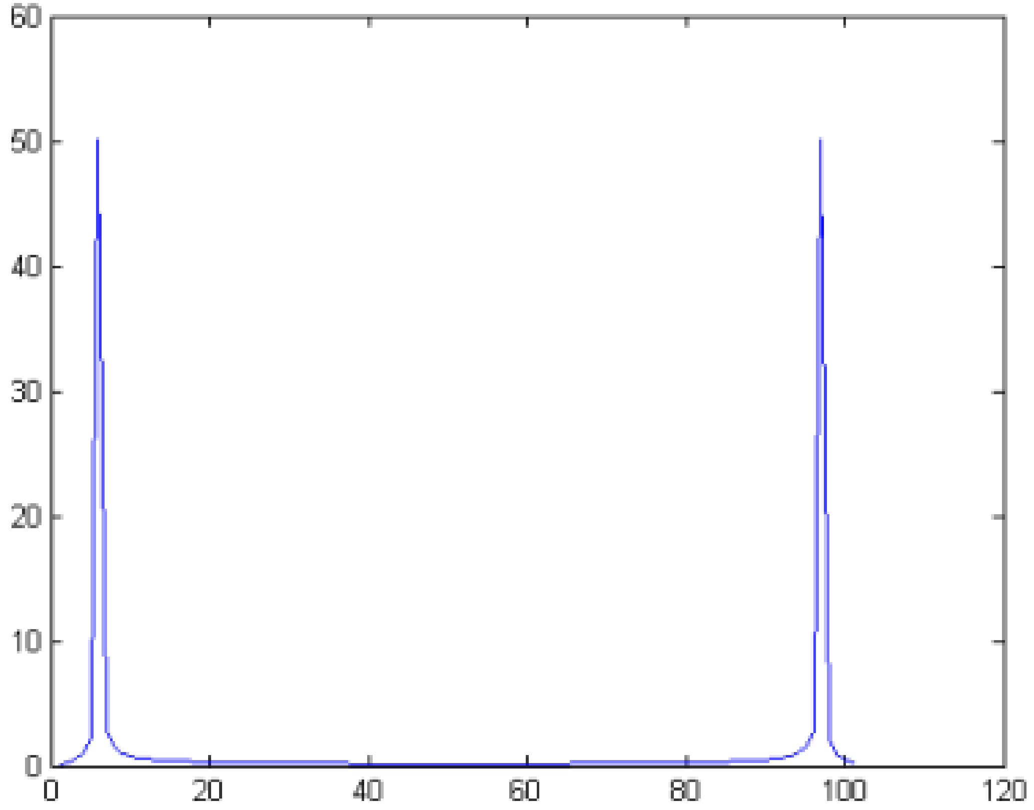
- MATLAB'da Fourier dönüşümü için **fft** komutu kullanılır. Oluşturduğumuz sinyalin Fourier dönüşümü alalım:

```
U1 = fft(u1)
figure, plot(U1,'o');     % Karmaşık düzlemde katsayıları çizdir,
title('Kompleks düzlemde Fourier katsayıları');
xlabel('Re');
ylabel('Im');
```

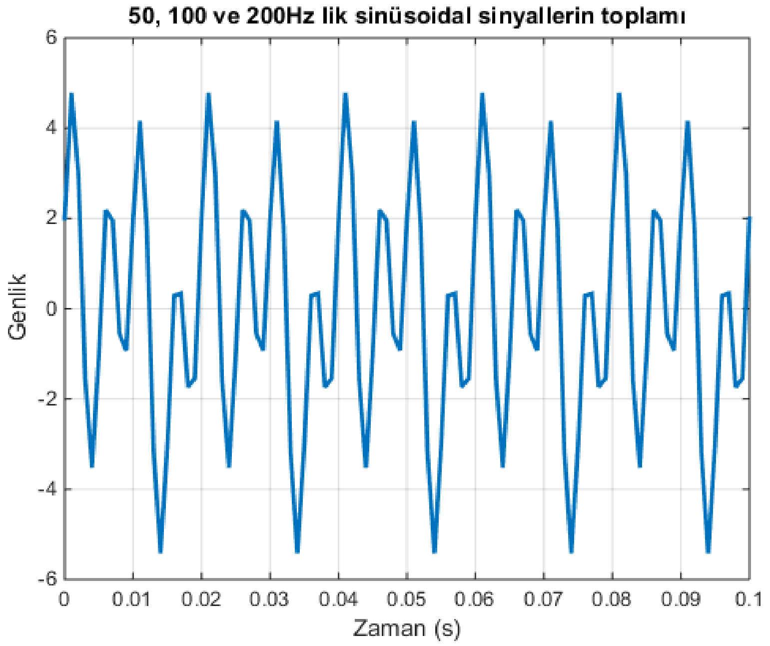


- Çizimden bir anlam çıkarmak genelde zordur. Bunun yerine dönüşümden elde ettiğimiz karmaşık katsayıların büyüklüğüne bakmak genelde daha anlamlıdır:

```
figure, plot(abs(U1));
```



# Fourier dönüşümü örnekleri -2

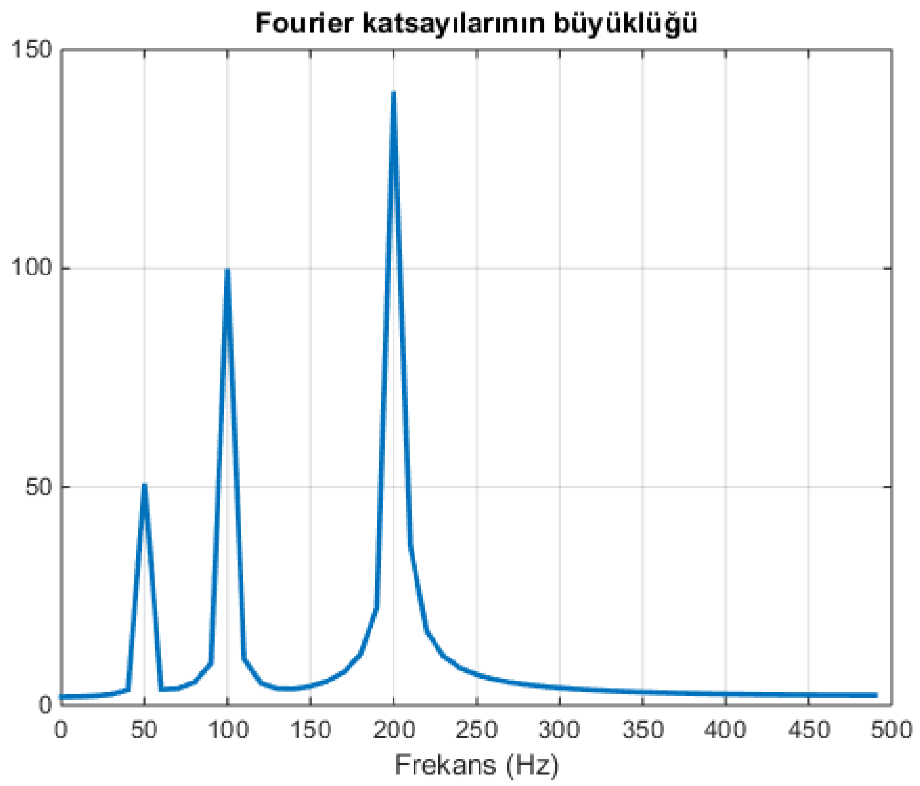



- Üç sinüsoidal fonksiyon içeren bir sinyal oluşturalım:

```
clc, clear all
fs = 1000;   % Örnekleme frekansı fs
Ts = 1/fs;    % Öernekleme periyodu Ts
% Oluşturacağımız sinyaldeki frekanslar
fu1 = 50;
fu2 = 100;
fu3 = 200;
t = 0:Ts:5/fu1;     % Zaman vektörü
u2 = sin(2*pi*fu1*t)+2*cos(2*pi*fu2*t)+3*sin(2*pi*fu3*t); % Sinyali oluştur
plot(t,u2,'LineWidth',2);
title([num2str(fu1) ', ' num2str(fu2) ' ve ' num2str(fu3) ...
'Hz lik sinüsoidal sinyallerin toplamı']);
ylabel('Genlik');
xlabel('Zaman (s)');
grid;
```

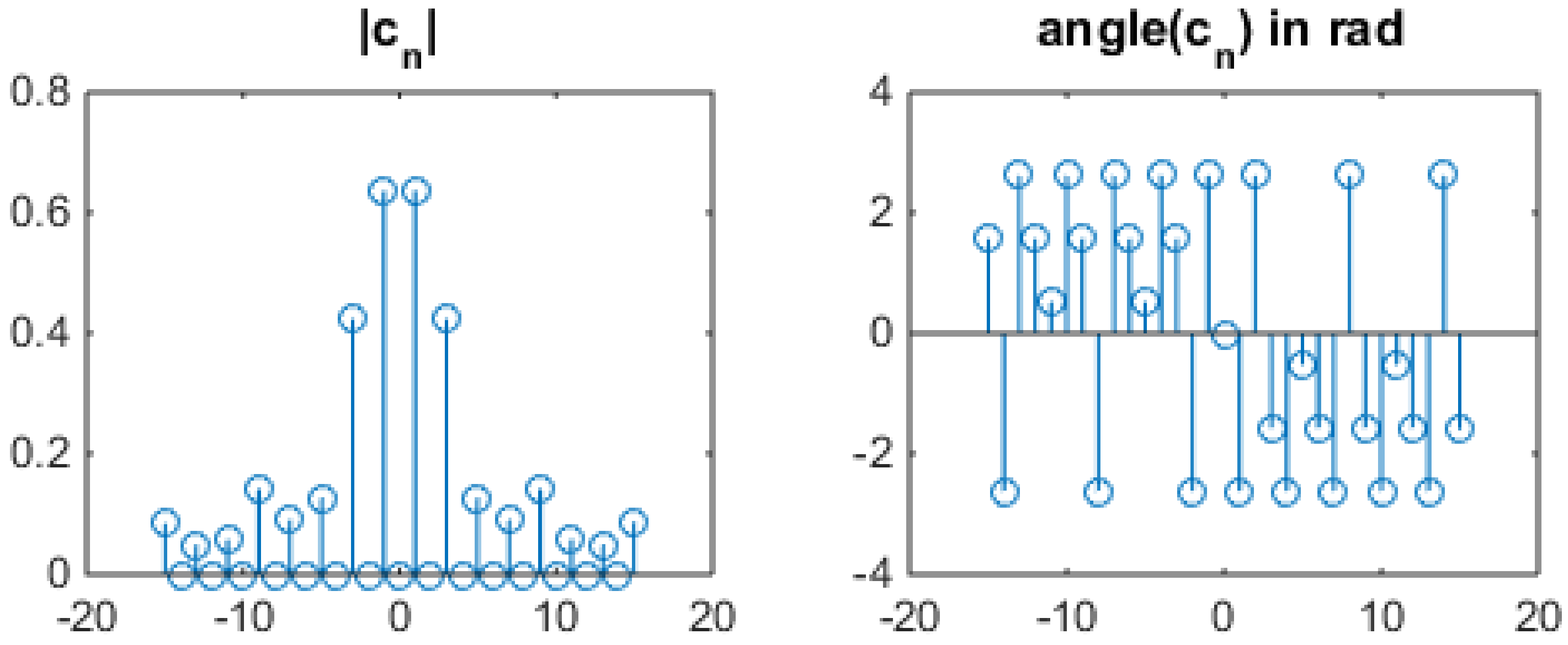
- Fourier dönüşümünü elde et ve büyüklüğünü çizdir

```
U2 = fft(u2); % Dönüşümü al
f = linspace(0,fs,length(U2)); % Frekans vektörü
n = floor(length(f)/2); % Vektörün uzunluğunun yarısı (buçuklu çıkma
% ihtimaline karşı en küçük tamsayıyı aldık.
% Dönüşümün büyüklüğünü çizdir
figure, plot(f(1:n),abs(U2(1:n)),'LineWidth',2)
title('Fourier katsayılarının büyüklüğü');
xlabel('Frekans (Hz)');
grid;
```

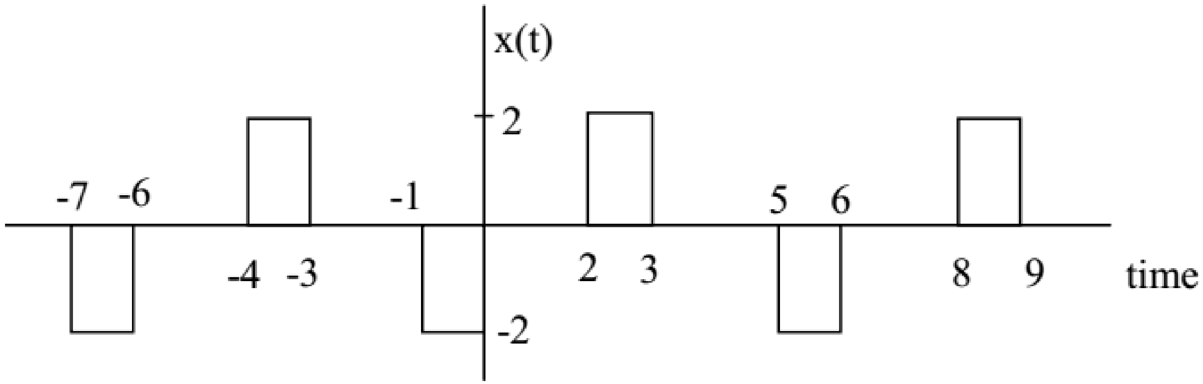


# Frekans Spektrumu Örneği

```
n=1:15;
cn=-4*j./n/pi.*sin(pi*n/6).*sin(n*pi/2).*exp(-j*n*pi/3);
n=-15:-1;
c_n=-4*j./n/pi.*sin(pi*n/6).*sin(n*pi/2).*exp(-j*n*pi/3);
cn=[c_n 0 cn];
n=-15:15;
subplot(211),stem(n,abs(cn))
title('|c_n|')
subplot(212),stem(n,angle(cn))
title('angle(c_n) in rad')
```



# Alıştırma




a) x(t) işareti için fourier spektrumunu Matlab ortamında çiziniz.

b)

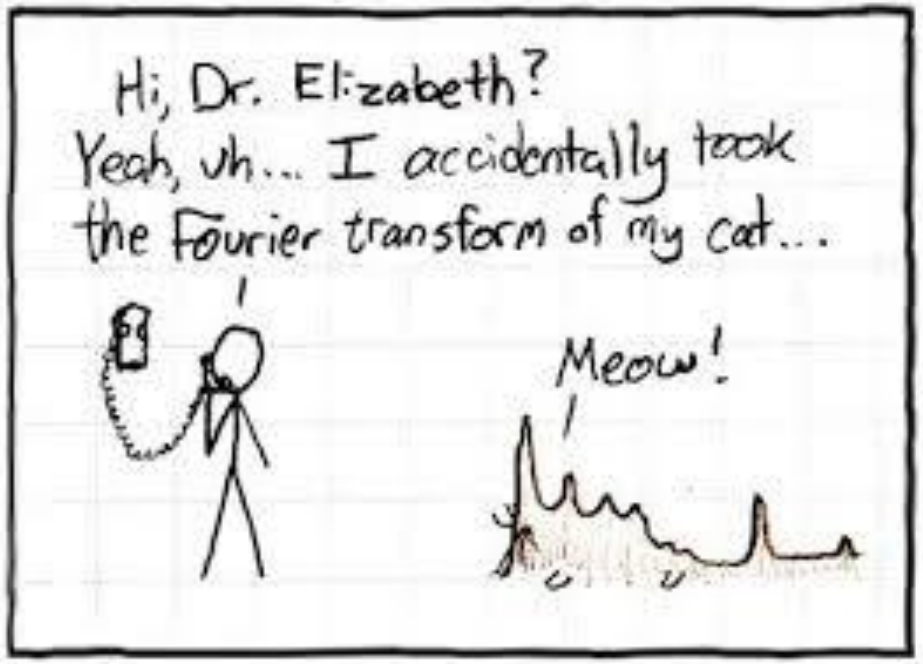
$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnw_0 t}$$

işaretini fourier katsayılarını kullanarak yukarıdaki formda

i) N= 10 harmonik için

ii) N= 50 harmonik için Matlab ortamında çiziniz.

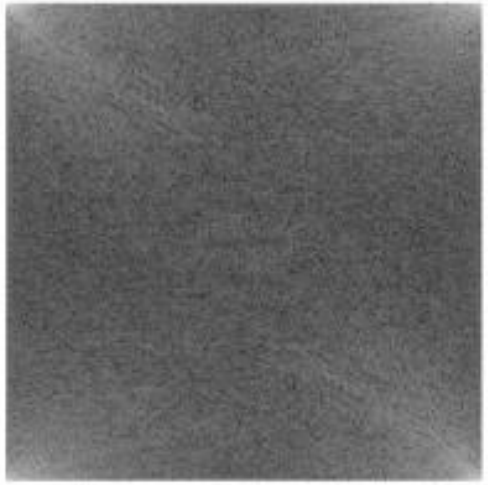
**Aradaki farkın nedenini yorumlayınız. Derste sorulacaktır !!!**

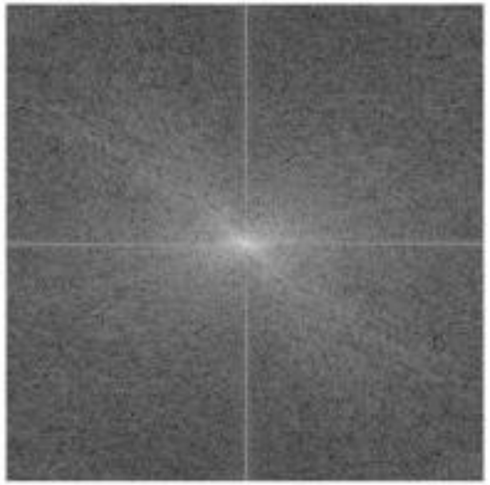


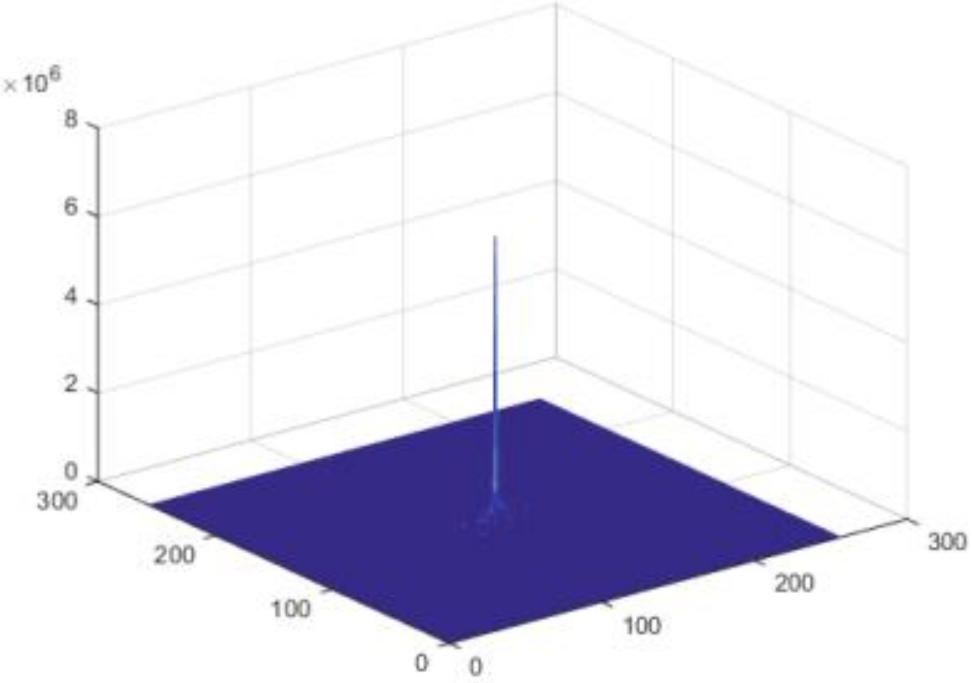
```
T=6;
w0 = 2*pi/T;
t = -1.5*T:T/1000:1.5*T;
N = input('Number of harmonics ');
c0 = 0;
x = c0*ones(1,length(t)); % dc component
for n=1:N,
cn = -4*j/n/pi*sin(pi*n/6)*sin(n*pi/2)*exp(-j*n*pi/3);
c_n = conj(cn);
x = x + cn*exp(j*n*w0*t) + c_n*exp(-j*n*w0*t);
end
plot(t,x)
title([' N = ',num2str(N)])
```

# 2-D Fourier Transform Uygulaması

# Tipik bir görüntü ve bu görüntünün frekans bölgesi gösterimi







# Bu ders notu için faydalanılan kaynaklar

**Lecture 6**

**Frequency-domain analysis:**
**Laplace Transform**
**(Lathi 4.1 – 4.2)**

Peter Cheung
Department of Electrical & Electronic Engineering
Imperial College London

MIT OpenCourseWare
http://ocw.mit.edu

6.003 Signals and Systems
Fall 2011

**EEEN343 Sinyaller ve Sistemler**

**Ders Notları**

**Prof. Dr. Serdar İplikçi**
Pamukkale Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği