

Elektrik Devre Temelleri

2024-2025 Bahar Dönemi

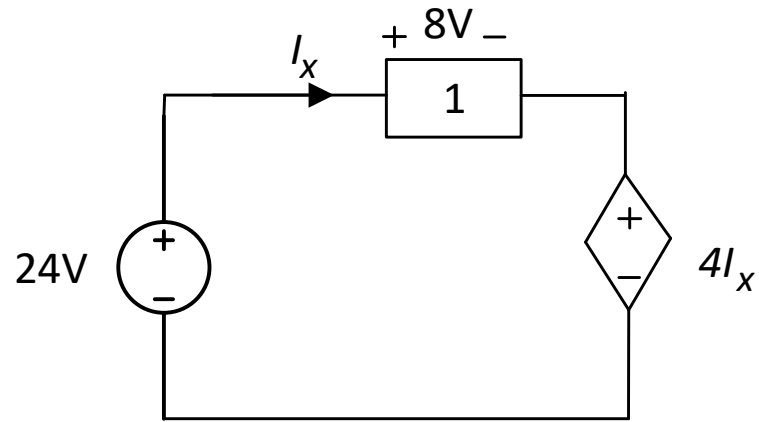
Hafta 4

14 Mart 2025

Sibel ÇİMEN

Umut Engin AYTEN

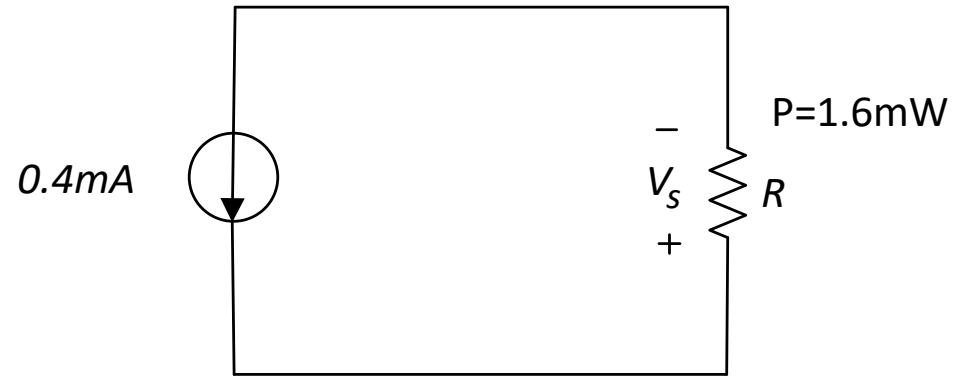
Örnek:



Her bir elemanın gücünü hesaplayınız. Güç üreten mi tüketen mi olduklarını belirleyiniz.

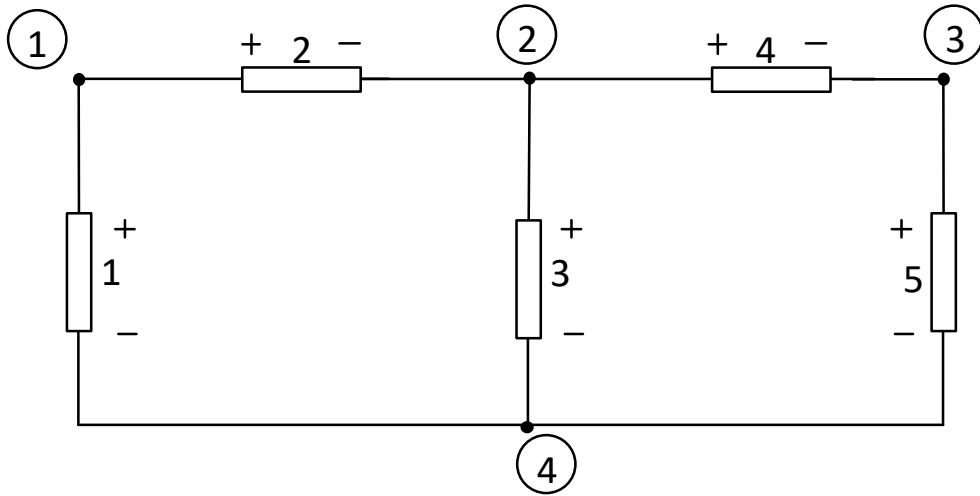
$$I_x = 4A$$

Örnek: $R=?$ $V_s=?$

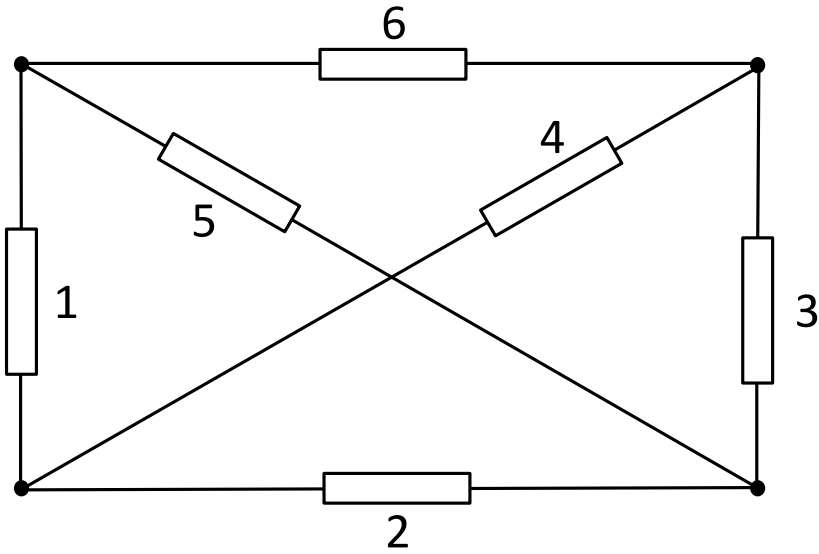


Planar (Düzlemsel) Devre

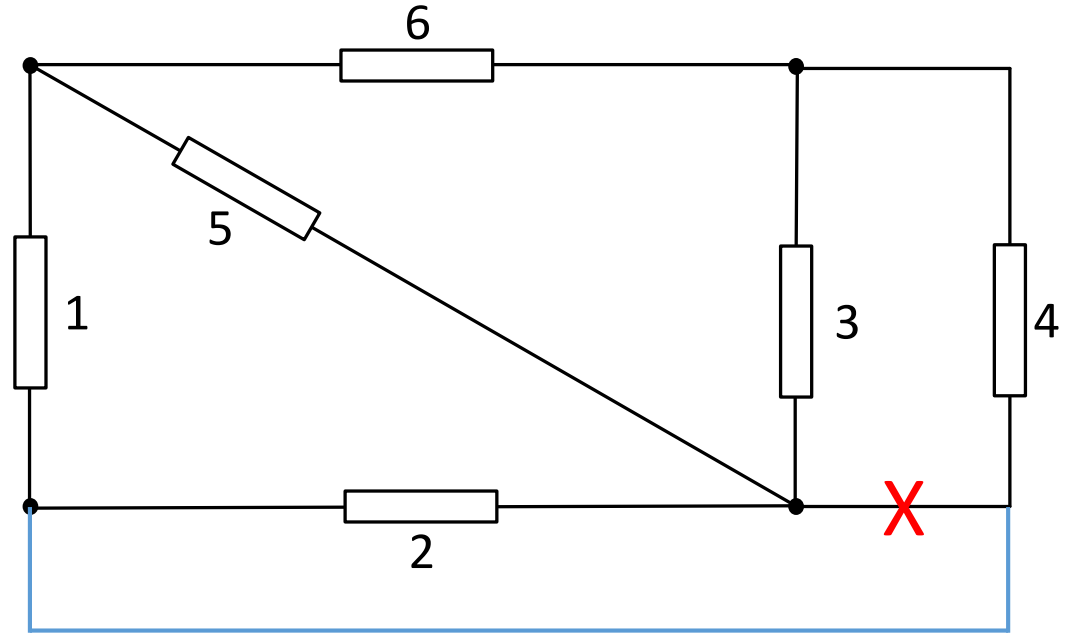
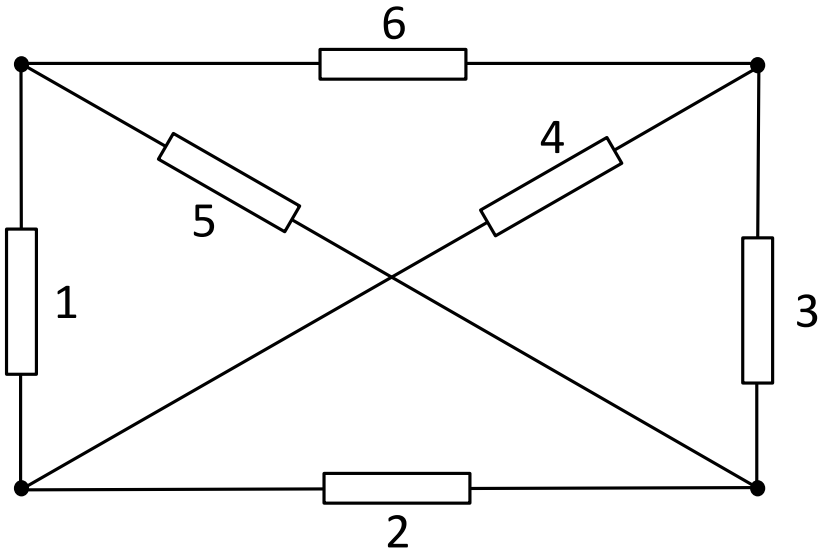
Devre elemanları birbirini kesmeyecek biçimde kağıt düzlemine çizilebilen devreye düzlemsel devre denir.



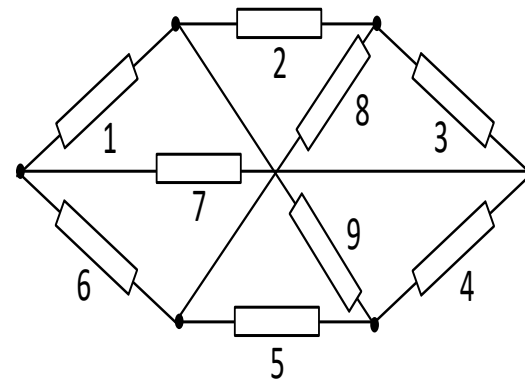
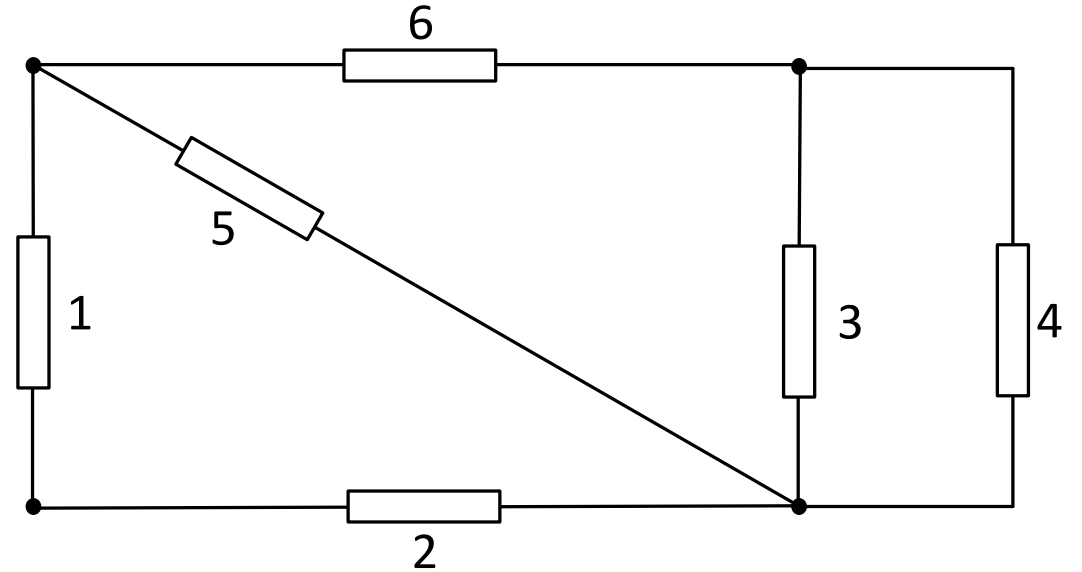
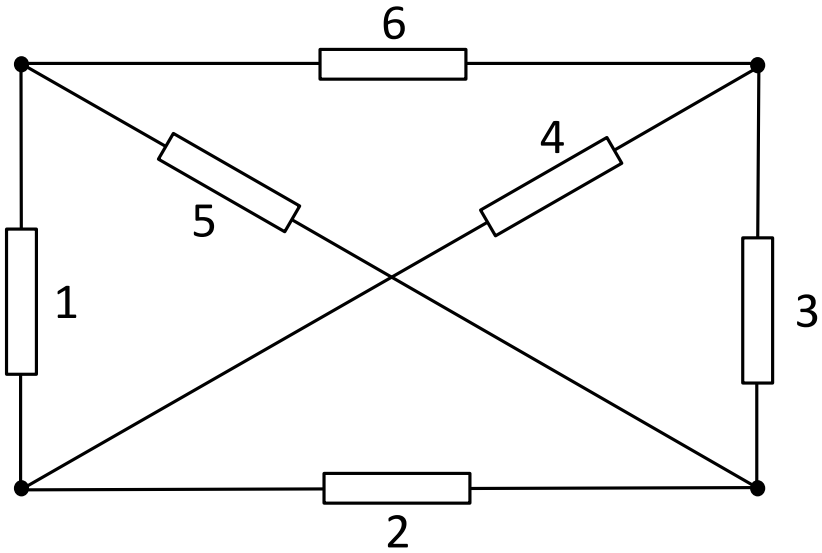
Planar (Düzlemsel) Devre



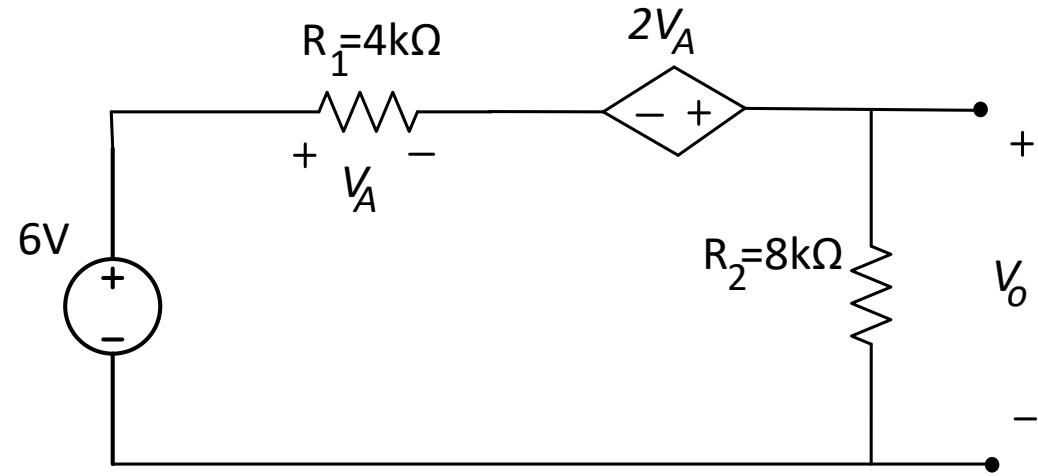
Planar (Düzlemsel) Devre



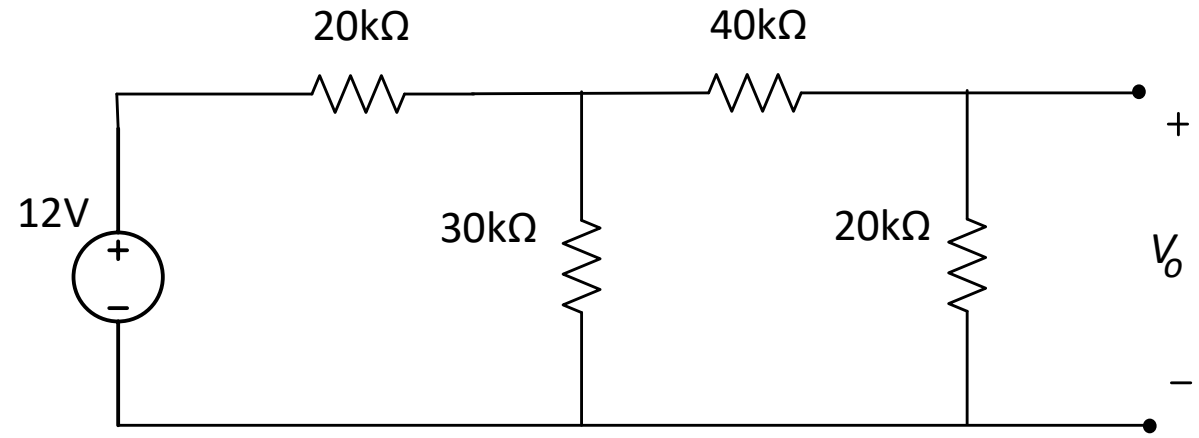
Planar (Düzlemsel) Devre



Örnek: V_o gerilim değeri nedir?



Örnek: V_o gerilim değeri nedir?



Örnek: Devredeki tüm düğüm gerilimlerini,
eleman akım ve gerilimlerini,
Her elemanın gücünü hesaplayınız.

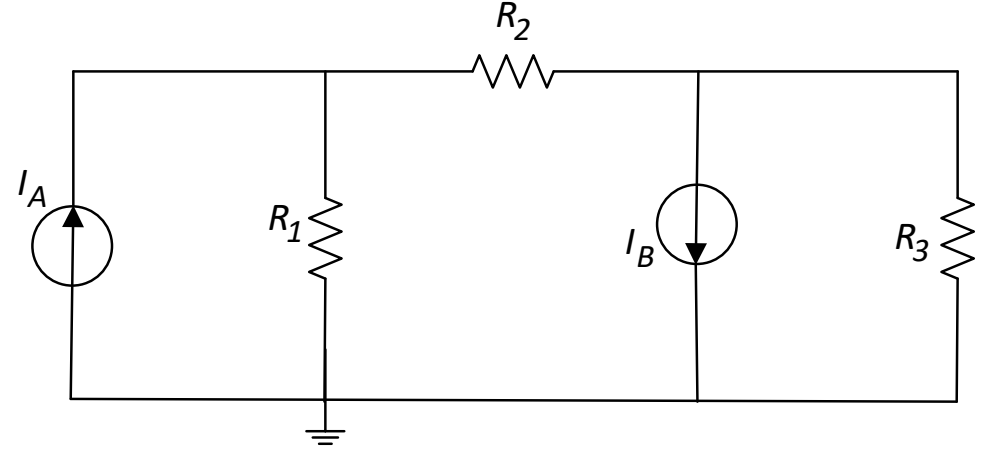
$$I_A = 1mA$$

$$I_B = 4mA$$

$$R_1 = 12k\Omega$$

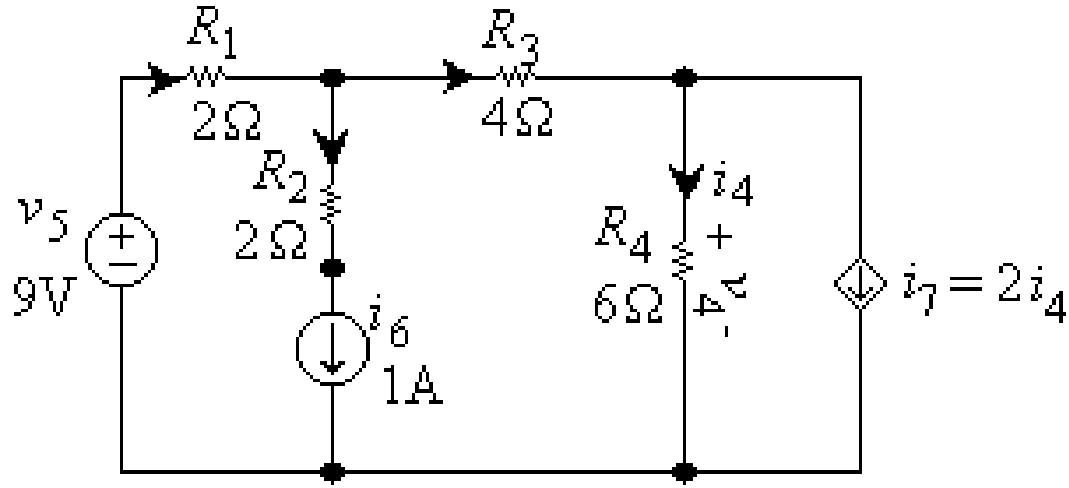
$$R_2 = 6k\Omega$$

$$R_3 = 6k\Omega$$



Çevre Akımları Yöntemi İle Devre Çözümleri

ÖRNEK:



Yanda verilen devre için;

- a)** Parametrik olarak çevre ve ek denklemlerinin elde edilmesini adım adım gösteriniz.
- b)** Tüm çevre akımlarını hesaplayınız. $v_4(t)$ gerilimini bulunuz.
- c)** Tüm bağımsız kaynakların güçlerini hesaplayınız.

Çevre Akımları Yöntemi İle Devre Çözümleri

1. Adım: Direnç elemanlarının referans yönleri keyfi olarak belirlenir. Gözler için çevre akımlarının yönleri keyfi olarak belirlenir.

2. Adım: Her bir çevre için Kirchhoff'un gerilim yasası uygulanır.

$$\text{Ç1 için: } -v_5 + v_1 + v_2 + v_6 = 0$$

$$\text{Ç2 için: } -v_6 - v_2 + v_3 + v_4 = 0$$

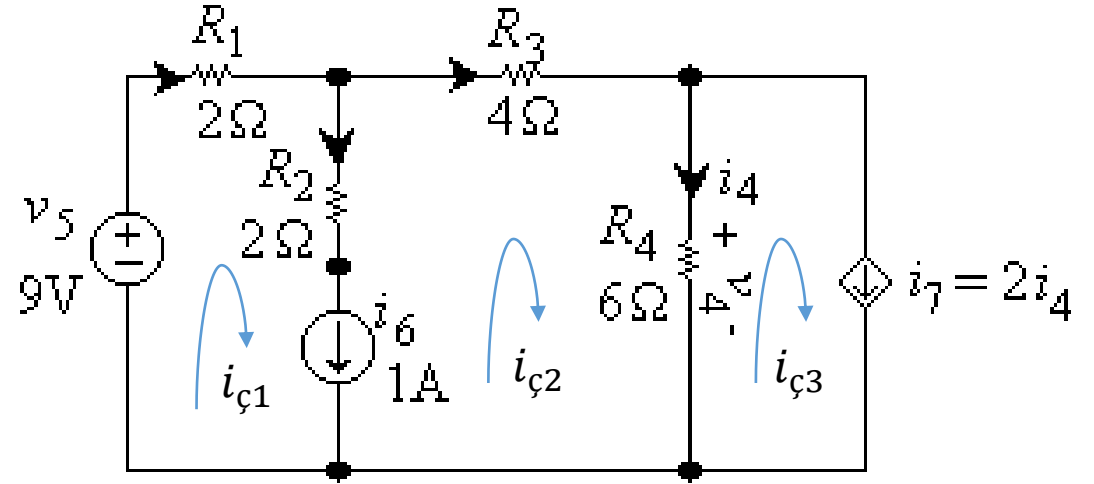
$$\text{Ç3 için: } -v_4 + v_7 = 0$$

3. Adım: Direnç elemanlarının tanım bağıntıları eleman gerilimleri yerine yazılır.

$$\text{Ç1 için: } -v_5 + R_1 i_1 + R_2 i_2 + v_6 = 0$$

$$\text{Ç2 için: } -v_6 - R_2 i_2 + R_3 i_3 + R_4 i_4 = 0$$

$$\text{Ç3 için: } -R_4 i_4 + v_7 = 0$$



4. Adım: Eleman akımlarının çevre akımları cinsinden eşitlikleri yerine yazılır.

$$\text{Ç1 için: } -v_5 + R_1 i_{ç1} + R_2 (i_{ç1} - i_{ç2}) + v_6 = 0$$

$$\text{Ç2 için: } -v_6 - R_2 (i_{ç1} - i_{ç2}) + R_3 i_{ç2} + R_4 (i_{ç2} - i_{ç3}) = 0$$

$$\text{Ç3 için: } -R_4 (i_{ç2} - i_{ç3}) + v_7 = 0$$

Çevre Akımları Yöntemi İle Devre Çözümleri

5. Adım: Çevre akım ifadeleri eşitliğin sağında kalacak şekilde denklemler düzenlenir.

Ç1 için: $i_{\zeta 1}(R_1 + R_2) + i_{\zeta 2}(-R_2) = v_5 - v_6$

Ç2 için: $i_{\zeta 1}(-R_2) + i_{\zeta 2}(R_2 + R_3 + R_4) + i_{\zeta 3}(-R_4) = v_6$

Ç3 için: $i_{\zeta 2}(-R_4) + i_{\zeta 3}(R_4) = -v_7$

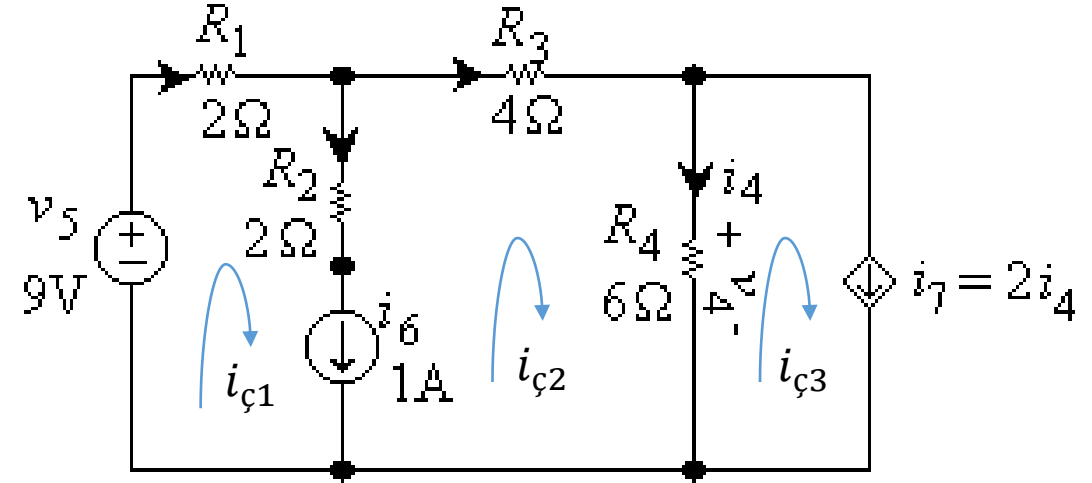
$$\begin{bmatrix} (R_1 + R_2) & (-R_2) & 0 \\ (-R_2) & (R_2 + R_3 + R_4) & (-R_4) \\ 0 & (-R_4) & (R_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\zeta 1} \\ i_{\zeta 2} \\ i_{\zeta 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_5 - v_6 \\ v_6 \\ -v_7 \end{bmatrix}$$

6. Adım: Ek denklemler yazılır. Direnç elemanları ve bağımsız gerilim kaynakları dışındaki tüm elemanlar için tanım bağıntıları yazılır.

1. Ek denklem: $i_6 = 1A \Rightarrow i_{\zeta 1} - i_{\zeta 2} = 1$

2. Ek denklem: $i_7 = 2i_4 \Rightarrow i_{\zeta 3} = 2(i_{\zeta 2} - i_{\zeta 3})$
 $-2i_{\zeta 2} + 3i_{\zeta 3} = 0$

7. Adım: Bilinmeyen sayısı kadar denklem elde edildi. Artık denklemler çözülebilir. Yok etme yöntemi ile denklemler çözülebileceği gibi lineer cebir yöntemleri kullanılarak da denklemler çözülebilir. Bunun için tüm denklemlerin matrisel bir şekilde yazılması gereklidir.



Genelleştirilmiş Çevre Akımı Yöntemi Denklemleri

$$\begin{bmatrix} (R_1 + R_2) & (-R_2) & 0 & 1 & 0 \\ (-R_2) & (R_2 + R_3 + R_4) & (-R_4) & -1 & 0 \\ 0 & (-R_4) & (R_4) & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\zeta 1} \\ i_{\zeta 2} \\ i_{\zeta 3} \\ v_6 \\ v_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_5 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Çevre Akımları Yöntemi İle Devre Çözümleri

1. ve 2. satırdan ve ek denklemleri yerine yazarak yok etme yöntemi ile;

$$2(1 + i_{\zeta 2}) + 10i_{\zeta 2} - 6\frac{2}{3}i_{\zeta 2} = 9 \quad \rightarrow \quad i_{\zeta 2} = 0,875 \text{ A bulunur.}$$

Ek denklemlerden faydalanarak:

$$i_{\zeta 1} = 1,875 \text{ A bulunur.}$$

$$i_{\zeta 3} = 0,583 \text{ A bulunur.}$$

$$v_4(t) \text{ gerilimi için: } v_4 = 6(i_{\zeta 2} - i_{\zeta 3}) = \frac{7}{4} V$$

C şıkkının cevabı:

Bağımsız kaynakların güçlerinin hesabı istenmişti.

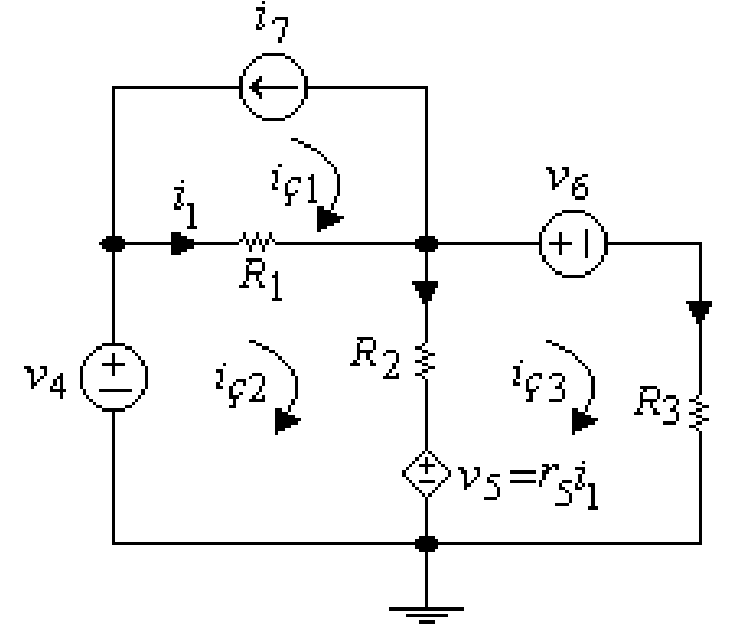
$$p_5(t) = v_5(t)i_5(t) = 9 \cdot (-i_{\zeta 1}) = -16,875 \text{ W}$$

$$p_6(t) = v_6(t)i_6(t) = 3,25 \cdot (1) = 3,25 \text{ W}$$

Tüm çevre akımları ve bağımsız gerilim kaynakları dışındaki bağımlı ve bağımsız kaynakların gerilimleri bulunduğu için tüm eleman akım ve gerilimleri artık bulunabilir durumdadır. Yani devrenin analizi gerçekleştirilmiştir.

Çevre Akımları Yöntemi İle Devre Çözümleri

1. Yandaki şekilde verilen devrede eleman değerleri $R_1=2\Omega$, $R_2=2\Omega$, $R_3=2\Omega$, $v_4=5V$, $r_5=2\Omega$, $v_6=7V$, $i_7=2A$ olarak verilmiştir.
 - a) Parametrik olarak çevre ve ek denklemlerinin elde edilmesini adım adım gösteriniz (15p).
 - b) Genelleştirilmiş çevre denklemlerini elde ediniz ve matris şeklinde gösteriniz (5p).
 - c) Tüm çevre akımlarını hesaplayınız (10p).
 - d) Tüm kaynakların güçlerini hesaplayınız (10p).



Çevre Akımları Yöntemi İle Devre Çözümleri

2. Adım: Her bir çevre için Kirchoff'un gerilim yasası uygulanır.

$$\text{Ç1 için: } -v_1 - v_7 = 0$$

$$\text{Ç2 için: } -v_4 + v_1 + v_2 + v_5 = 0$$

$$\text{Ç3 için: } -v_5 - v_2 + v_6 + v_3 = 0$$

3. Adım: Direnç elemanlarının tanım bağıntıları eleman gerilimleri yerine yazılır.

$$\text{Ç1 için: } -R_1 i_1 - v_7 = 0$$

$$\text{Ç2 için: } -v_4 + R_1 i_1 + R_2 i_2 + v_5 = 0$$

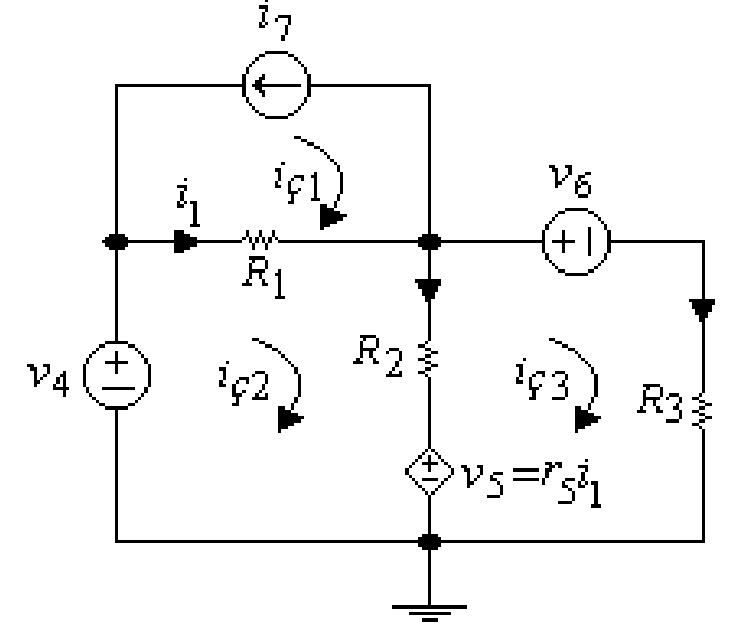
$$\text{Ç3 için: } -v_5 - R_2 i_2 + v_6 + R_3 i_3 = 0$$

4. Adım: Eleman akımlarının çevre akımları cinsinden eşitlikleri yerine yazılır.

$$\text{Ç1 için: } -R_1(i_{\text{ç2}} - i_{\text{ç1}}) - v_7 = 0$$

$$\text{Ç2 için: } -v_4 + R_1(i_{\text{ç2}} - i_{\text{ç1}}) + R_2(i_{\text{ç2}} - i_{\text{ç3}}) + v_5 = 0$$

$$\text{Ç3 için: } -v_5 - R_2(i_{\text{ç2}} - i_{\text{ç3}}) + v_6 + R_3 i_{\text{ç3}} = 0$$



5. Adım: Çevre akım ifadeleri eşitliğin sağında kalacak şekilde denklemler düzenlenir.

$$\text{Ç1 için: } i_{\text{ç1}}(R_1) + i_{\text{ç2}}(-R_1) = v_7$$

$$\text{Ç2 için: } i_{\text{ç1}}(-R_1) + i_{\text{ç2}}(R_1 + R_2) + i_{\text{ç3}}(-R_2) = v_4 - v_5$$

$$\text{Ç3 için: } i_{\text{ç2}}(-R_2) + i_{\text{ç3}}(R_2 + R_3) = v_5 - v_6$$

Çevre Akımları Yöntemi İle Devre Çözümleri

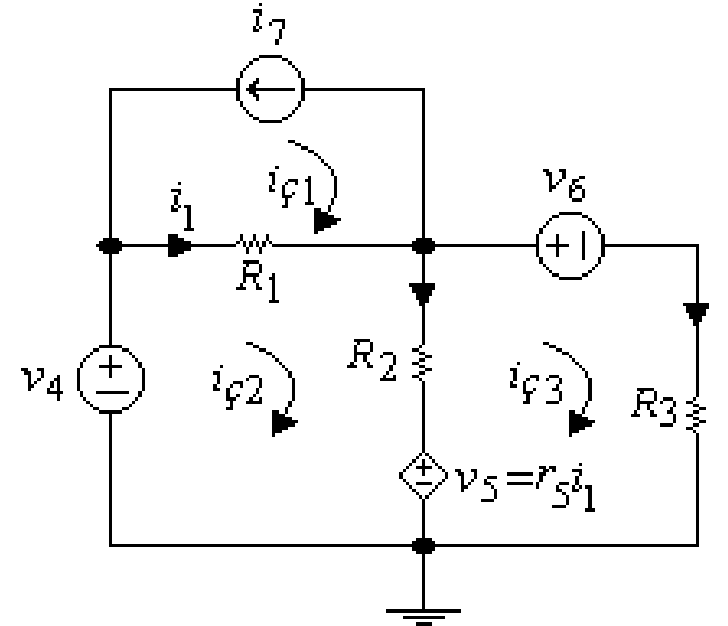
$$\begin{bmatrix} (R_1) & (-R_1) & 0 \\ (-R_1) & (R_1 + R_2) & (-R_2) \\ 0 & (-R_2) & (R_2 + R_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\phi 1} \\ i_{\phi 2} \\ i_{\phi 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_7 \\ v_4 - v_5 \\ v_5 - v_6 \end{bmatrix}$$

6. Adım: Ek denklemler yazılır. Direnç elemanları ve bağımsız gerilim kaynakları dışındaki tüm elemanlar için tanım bağıntıları yazılır.

1. Ek denklem: $i_7 = 2A \Rightarrow i_{\phi 1} = -2A$
2. Ek denklem: $v_5 = r_5 i_1 \Rightarrow i_1 = (i_{\phi 2} - i_{\phi 1})$
 $v_5 = r_5 (i_{\phi 2} - i_{\phi 1})$

Genelleştirilmiş Çevre Akımı Yöntemi Denklemlerinin Matrisel Gösterimi

$$\begin{bmatrix} (R_1) & (-R_1) & 0 & 0 & -1 \\ (-R_1) & (R_1 + R_2) & (-R_2) & 1 & 0 \\ 0 & (-R_2) & (R_2 + R_3) & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -r_5 & r_5 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\phi 1} \\ i_{\phi 2} \\ i_{\phi 3} \\ v_5 \\ v_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ v_4 \\ -v_6 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$



7. Adım: Bilinmeyen sayısı kadar denklem elde edildi. Artık denklemler çözülebilir. Yok etme yöntemi ile denklemler çözülebileceği gibi lineer cebir yöntemleri kullanılarak da denklemler çözülebilir. Bunun için tüm denklemlerin matrisel bir şekilde yazılması gereklidir.

Çevre Akımları Yöntemine Sistematiik Yaklaşım

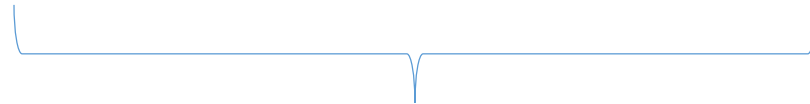
$$v_k + R_1 i_{\zeta 1} + R_2 (i_{\zeta 1} - i_{\zeta 2}) \dots = 0$$

1. Grup elemanlar:

Bağımsız gerilim kaynakları
Dirençler

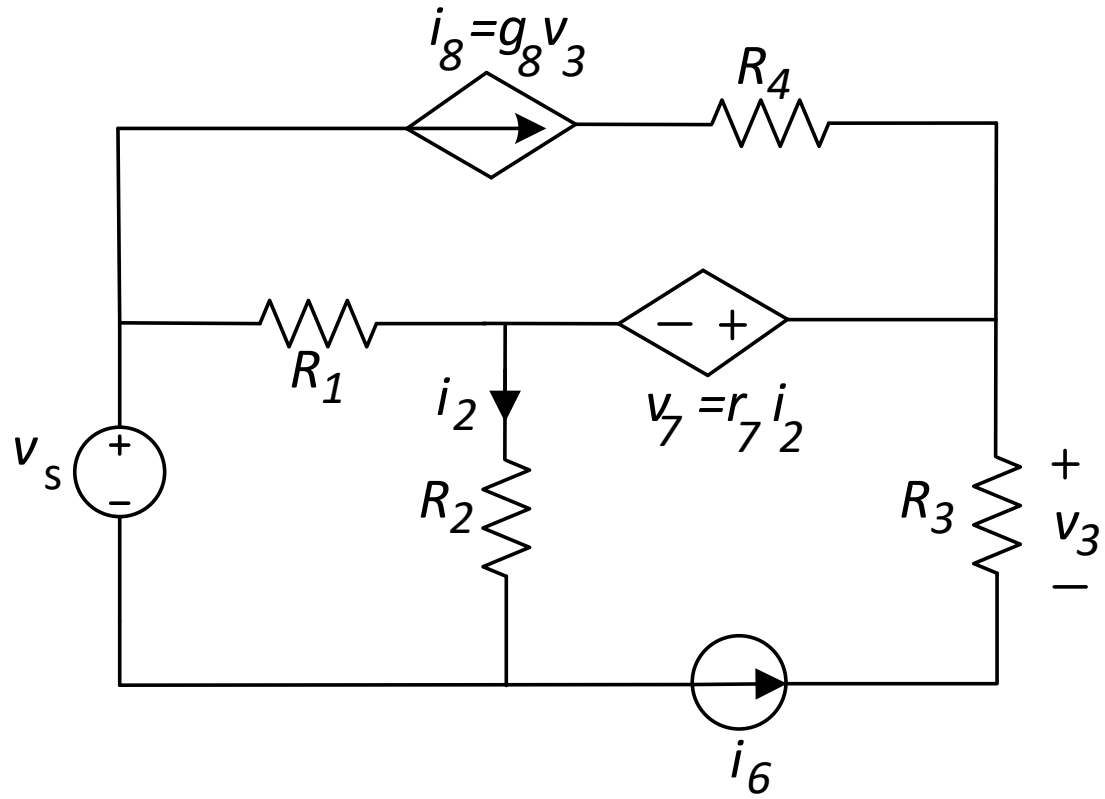
2. Grup elemanlar:

Bağımsız akım kaynakları
Bağımlı kaynaklar
Çok uçlular
Çok kapılılar



Topolojik eleman sayısı kadar ek denklem

Örnek: Verilen devrede bilinmeyenleri bulmak için gerekli çevre denklemlerini elde ediniz.



Genelleştirilmiş Çevre Denklemleri

$$[M] \begin{bmatrix} \text{tüm} \\ \text{bilinmeyen} \\ \text{değişkenler} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{bağımsız} \\ \text{kaynaklar} \end{bmatrix}$$

$$R_1(i_{\zeta 1} - i_{\zeta 2}) + R_2(i_{\zeta 1} - i_{\zeta 2}) = v_s$$

$$i_{\zeta 3} - g_8 R_3 i_{\zeta 2} = 0$$

$$-R_2(i_{\zeta 1} - i_{\zeta 2}) + R_3 i_{\zeta 2} - v_6 - v_7 = 0$$

$$v_7 - r_7 R_2(i_{\zeta 1} - i_{\zeta 2}) = 0$$

$$-R_1(i_{\zeta 1} - i_{\zeta 3}) + R_3 i_{\zeta 2} + v_8 + v_7 + R_4 i_{\zeta 3} = 0$$

$$i_6 + i_{\zeta 2} = 0$$

Genelleştirilmiş Çevre Denklemleri

$$R_1(i_{\zeta 1} - i_{\zeta 2}) + R_2(i_{\zeta 1} - i_{\zeta 2}) = v_s$$

$$-R_2(i_{\zeta 1} - i_{\zeta 2}) + R_3 i_{\zeta 2} - v_6 - v_7 = 0$$

$$-R_1(i_{\zeta 1} - i_{\zeta 3}) + R_3 i_{\zeta 2} + v_8 + v_7 + R_4 i_{\zeta 3} = 0$$

$$i_{\zeta 3} - g_8 R_3 i_{\zeta 2} = 0$$

$$v_7 - r_7 R_2(i_{\zeta 1} - i_{\zeta 2}) = 0$$

$$i_6 + i_{\zeta 2} = 0$$