Elektrik Devre Temelleri

2024-2025 Bahar Dönemi

Hafta 11

2 Mayıs 2025

Sibel ÇİMEN

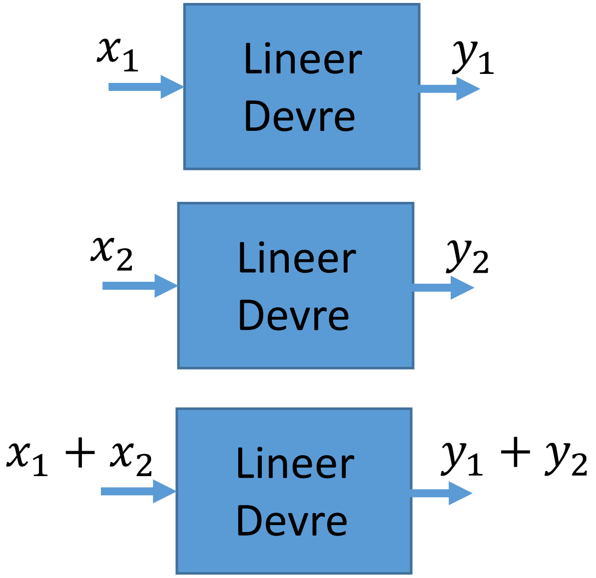
Umut Engin AYTEN

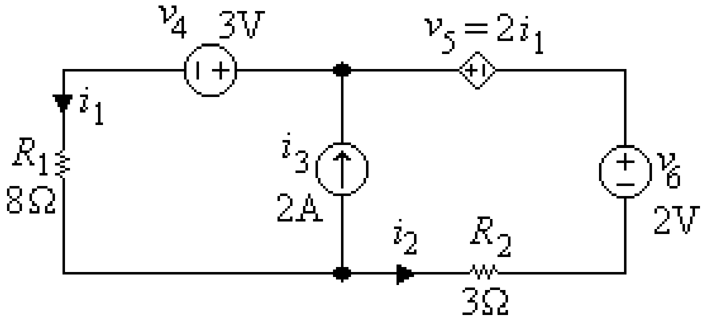
DEVRE TEOREMLERİ

Süperpozisyon Teoremi

Çarpımsallık ve toplamsallık teoremlerinin her ikisine birden kullanıldığında süperpozisyon teoremi olarak adlandırılır.

Toplamsallık Teoremininden Faydalanarak Elektrik Devrelerinin Analizinin Gerçekleştirilmesi



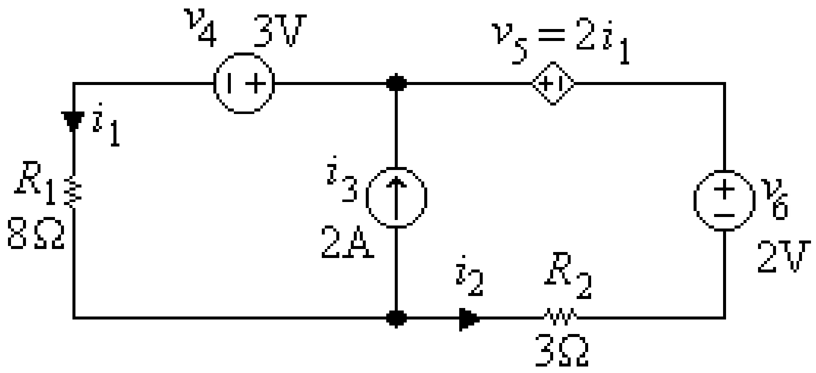


i_2 akımını toplamsallık teoremini kullanarak hesaplayalım.

Devrede her seferinde sadece bir tane **BAĞIMSIZ KAYNAK** bırakılır. Devrede kalan bağımsız kaynağın dışındaki bağımsız gerilim kaynakları kısa devre yapılarak devre dışı bırakılır. Akım kaynakları açık devre yapılarak devre dışı bırakılır.
İlk olarak, devrede sadece i3 kaynağı bırakılır. Bu durumda i2_3 hesaplanır. İkinci olarak, devrede sadece v4 kaynağı kaynağı bırakılır. Bu durumda i2_4 hesaplanır. Son olarak, devrede sadece v6 kaynağı kaynağı bırakılır. Bu durumda i2_6 hesaplanır. İ2 akımının değeri bulunan akımlar toplanarak elde edilir.

$$i_2 = i_{2\_3} + i_{2\_4} + i_{2\_6}$$

DEVRE TEOREMLERİ

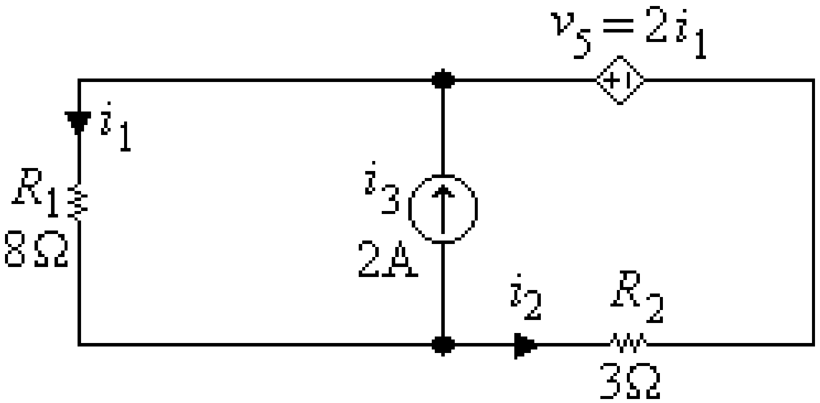


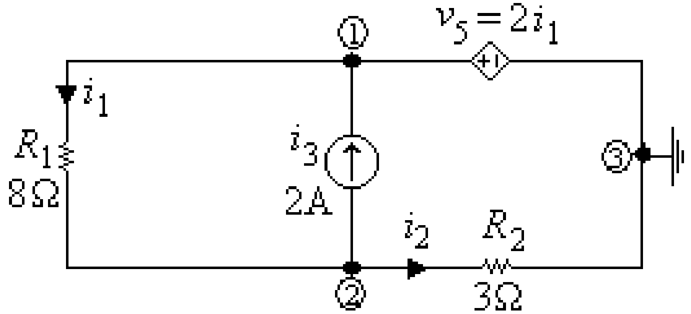
Yanda verilen devre için;

a) i_2 akımını toplamsallık teoreminden faydalanarak bulunuz.

b) v_4=4.5 V, i_3= 3A, v_6=3 V olması durumunda i_2 akımını hesaplayınız.

Devrede sadece i_3 kaynağı varken;





Düğüm gerilimleri yöntemini kullanalım.

$$\begin{bmatrix} G_1 & -G_1 \\ -G_1 & G_1+G_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{d1} \\ v_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_3 - i_5 \\ -i_3 \end{bmatrix}$$

Ek denklem:

$$v_5 = 2i_1 \Rightarrow v_{d1} = 2\frac{v_{d1}-v_{d2}}{R_1}$$

$$3v_{d1} = -v_{d2}$$

2. Satırdan;

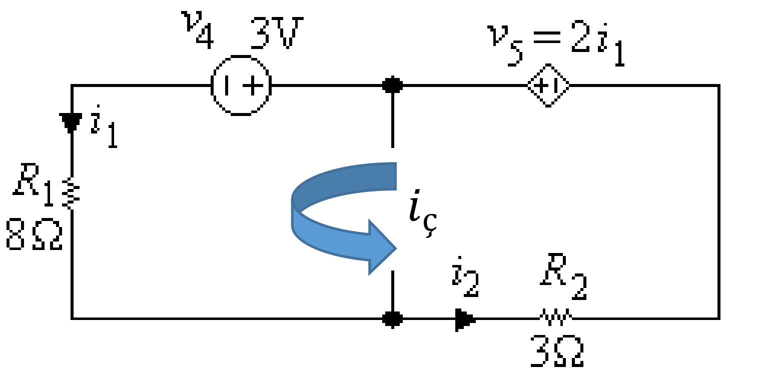
$$-\frac{1}{8}v_{d1} + \left(\frac{1}{8}+\frac{1}{3}\right)v_{d2} = -2$$

$$v_{d2} = -4\text{V}$$

$$\boxed{i_{2\_3} = \frac{v_{d2}}{3} = -\frac{4}{3}\ A}$$

DEVRE TEOREMLERİ

Devrede sadece v_4 kaynağı varken;



Çevre akımları yöntemini kullanalım.

$$+v_4 + R_1 i_ç + R_2 i_ç - v_5 = 0$$

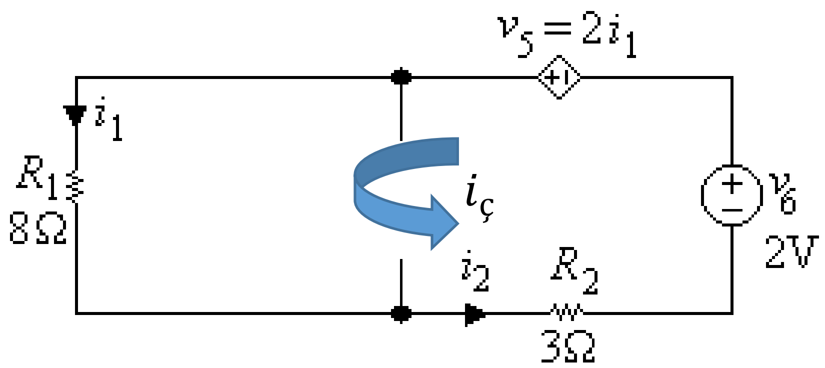
$$3 + 8i_ç + 3i_ç - 2i_ç = 0$$

$$i_ç = -\frac{1}{3}A \quad \rightarrow \quad \boxed{i_{2\_4} = -\frac{1}{3}A}$$

Ek denklem;

$$v_5 = 2i_1 \quad \rightarrow \quad v_5 = 2i_ç$$

Devrede sadece v_6 kaynağı varken;



Çevre akımları yöntemini kullanalım.

$$R_1 i_ç + R_2 i_ç - v_6 - v_5 = 0$$

$$8i_ç + 3i_ç - 2 - 2i_ç = 0$$

$$i_ç = \frac{2}{9}A \quad \rightarrow \quad \boxed{i_{2\_6} = \frac{2}{9}A}$$

Ek denklem;

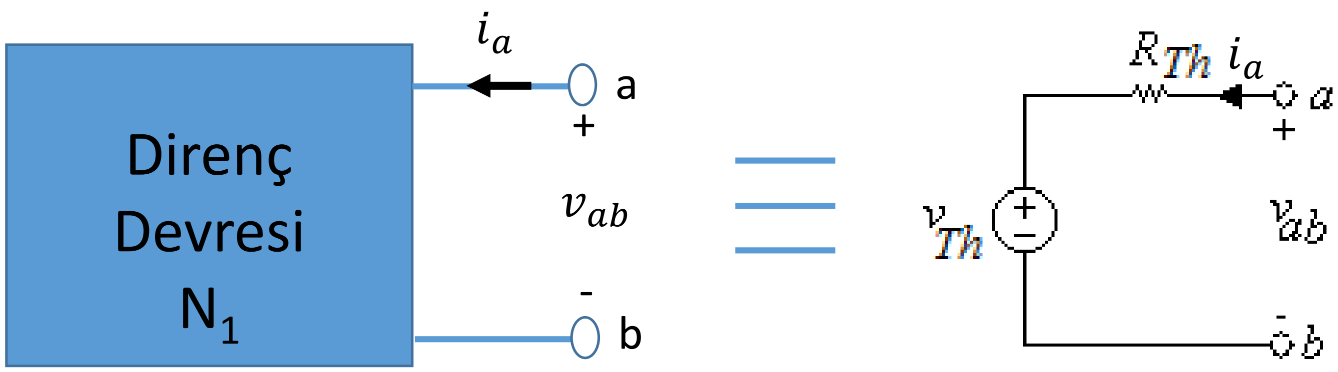
$$v_5 = 2i_1 \quad \rightarrow \quad v_5 = 2i_ç$$

Toplamsallık teoremine göre: $\boxed{i_2 = i_{2\_3} + i_{2\_4} + i_{2\_6}}$

$$\boxed{i_2 = -\frac{4}{3} - \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = -\frac{13}{9}\ A}$$

DEVRE TEOREMLERİ

Thevenin Teoremi



Çevre için KGY’nı uygulayalım.

$$-v_{ab} + i_a R_{Th} + v_{Th} = 0$$

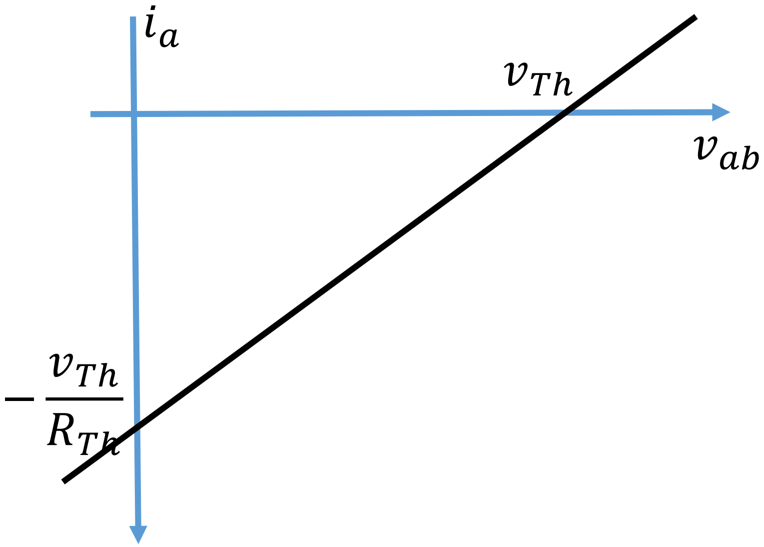
N_1 devresinde a-b açık devre yapılırsa;

$$v_{Th} = v_{ab}|_{i_a=0}$$

N_1 devresinde tüm bağımsız kaynaklar devre dışı bırakıldığında v_{Th}=0 elde edilir. Bu durumda;

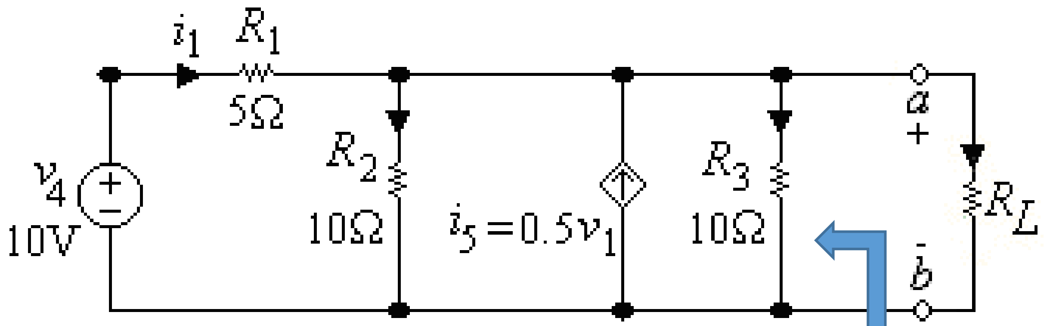
$$R_{Th} = \frac{v_{ab}}{i_a}|_{v_{Th}=0}$$

$V_{ab} - i_a$ grafiğini çizelim:

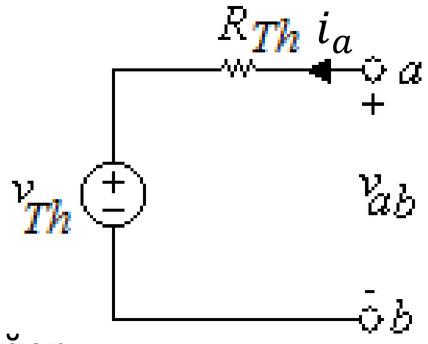


DEVRE TEOREMLERİ

Thevenin Teoremi



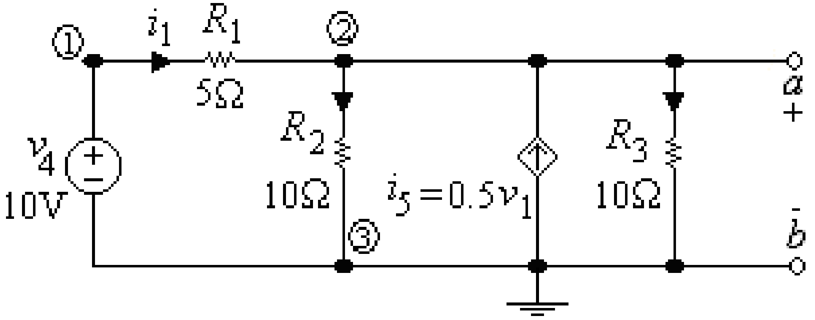
≡



Thevenin eşdeğer devresini bulalım.

a-b açık devre yapılır.

$$v_{Th} = v_{ab}|_{i_a=0}$$



Düğüm gerilimleri yöntemini kullanalım.

$$\begin{bmatrix} G_1 & -G_1 \\ -G_1 & G_1 + G_2 + G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{d1} \\ v_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_4 \\ i_5 \end{bmatrix}$$

Ek denklem:

$$v_{d1} = v_4 = 10V$$

$$i_5 = 0.5v_1 \;\rightarrow\; i_5 = 0.5(v_{d1} - v_{d2})$$

2. Satırdan;

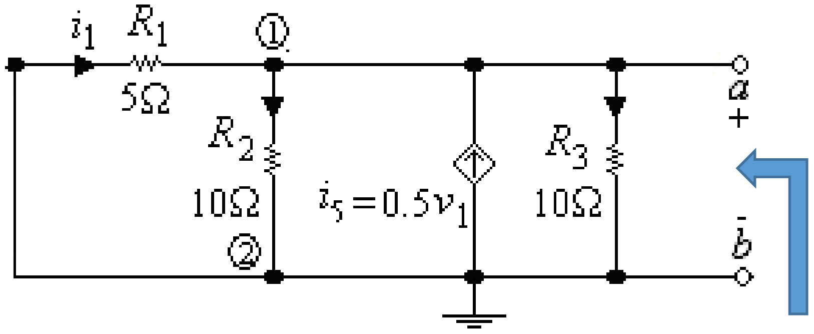
$$-\frac{1}{5}v_{d1} + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}\right)v_{d2} = 0.5(v_{d1} - v_{d2})$$

$$v_{d2} = \frac{7}{9}v_{d1} = \frac{70}{9}V$$

$$v_{Th} = v_{d2} = \frac{70}{9}V$$

Thevenin Teoremi

Devredeki bağımsız kaynaklar devre dışı bırakılır. Böylece v_{Th}=0 elde edilir. Bu durumda v_{ab}/i_a bulunur.



$$R_{Th} = \frac{v_{ab}}{i_a}$$

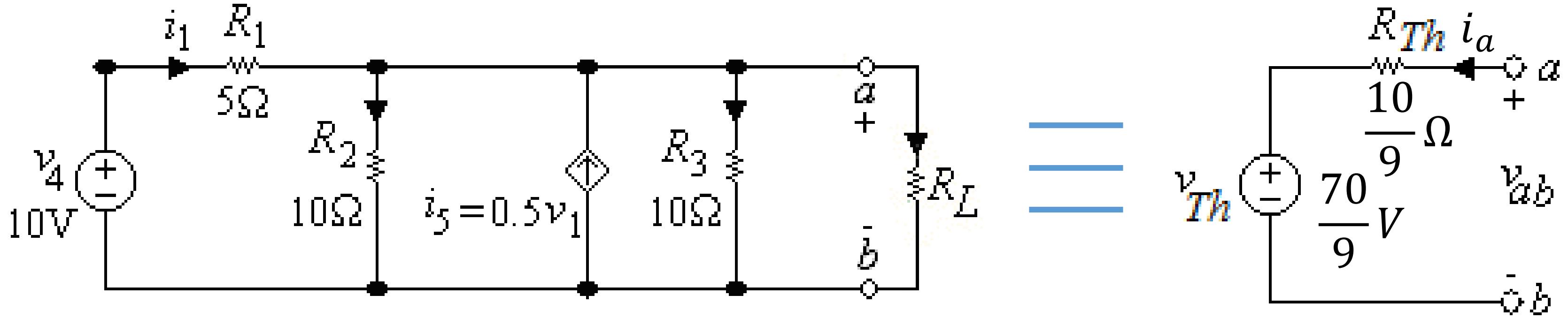
Düğüm gerilimleri yöntemini kullanalım.

$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_5 - i_a = 0$$

$$-\frac{(-v_{d1})}{5} + \frac{v_{d1}}{10} + \frac{v_{d1}}{10} - 0.5(-v_{d1}) - i_a = 0$$

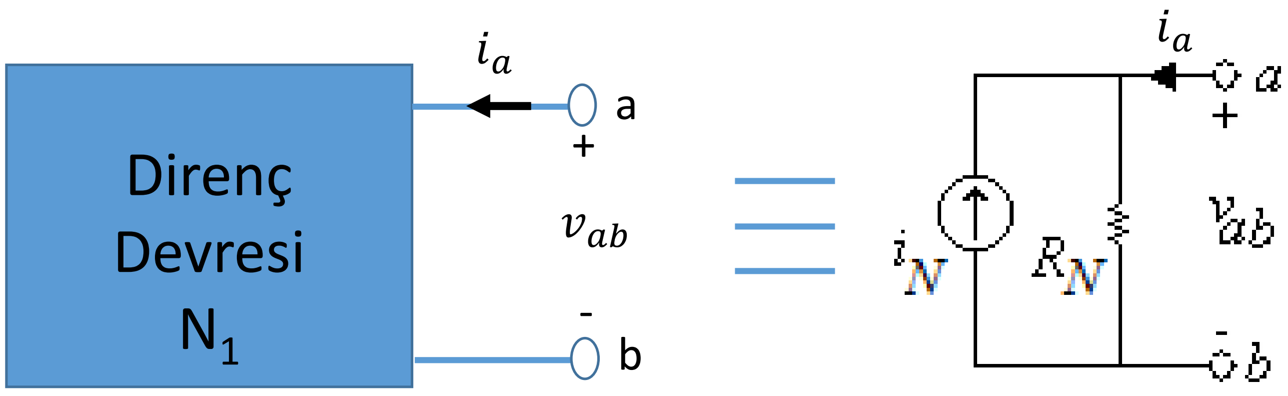
$$v_{d1} = v_{ab}$$

$$v_{ab}\left(\frac{9}{10}\right) = i_a \quad \rightarrow \quad \boxed{R_{Th} = \frac{v_{ab}}{i_a} = \frac{10}{9}\,\Omega}$$



DEVRE TEOREMLERİ

Norton Teoremi



Düğüm için KAY'nı uygulayalım.

$$-i_a - i_N + \frac{v_{ab}}{R_N} = 0$$

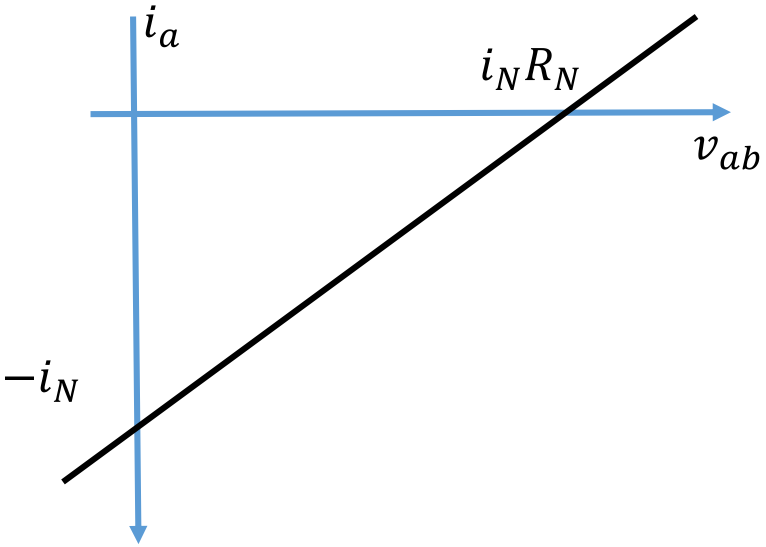
N_1 devresinde a-b kısa devre yapılırsa;

$$\boxed{i_N = -i_a|_{v_{ab}=0}}$$

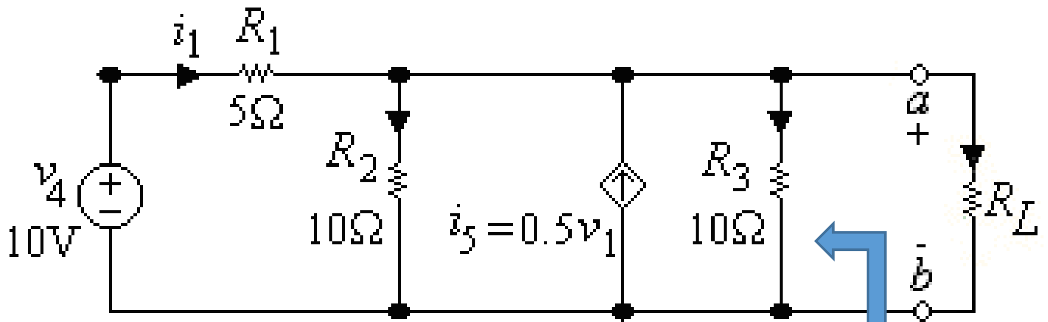
N_1 devresinde tüm bağımsız kaynaklar devre dışı bırakıldığında i_N=0 elde edilir. Bu durumda;

$$\boxed{R_{Th} = \frac{v_{ab}}{i_a}|_{i_N=0}}$$

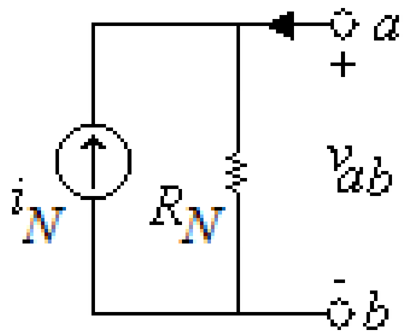
$V_{ab} - i_a$ grafiğini çizelim:



Norton Teoremi



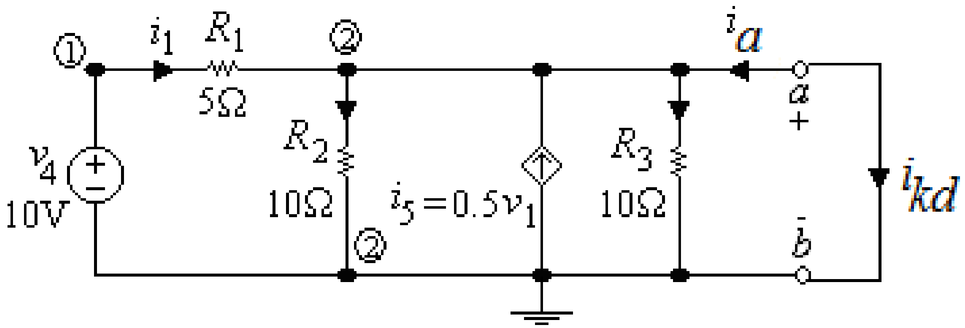
$\equiv$



Norton eşdeğer devresini bulalım.

a-b kısa devre yapılır.

$$\boxed{i_N = -i_a|_{v_{ab}=0}}$$

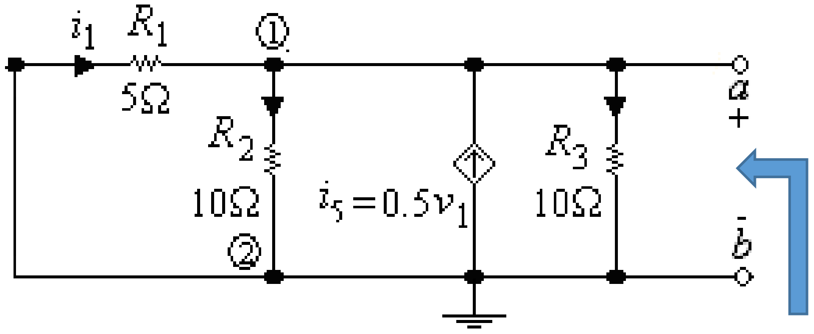


$$-i_1 + i_2 - i_5 + i_3 + i_{kd} = 0 \qquad v_{d1} = v_4 = 10V$$

$$-\frac{v_{d1}}{5} + 0 - 0.5v_{d1} + 0 + i_{kd} = 0 \qquad \boxed{i_N = i_{kd} = 7A}$$

DEVRE TEOREMLERİ

Devredeki bağımsız kaynaklar devre dışı bırakılır. Böylece i_N=0 elde edilir. Bu durumda v_{ab}/i_a bulunur.



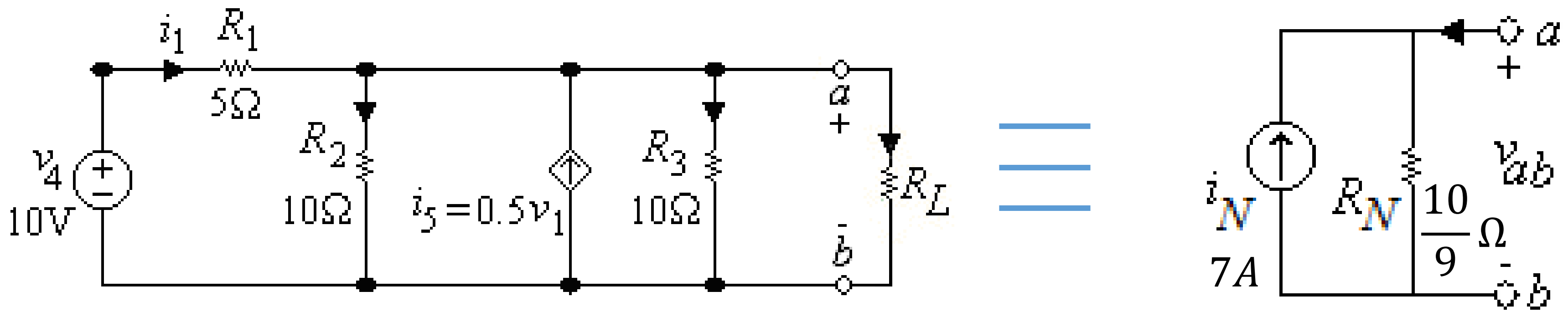
$$R_N = \frac{v_{ab}}{i_a}$$

Düğüm gerilimleri yöntemini kullanalım.

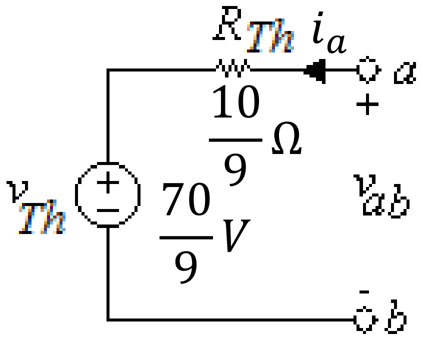
$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_5 - i_a = 0$$

$$-\frac{(-v_{d1})}{5} + \frac{v_{d1}}{10} + \frac{v_{d1}}{10} - 0.5(-v_{d1}) - i_a = 0 \qquad v_{d1} = v_{ab}$$

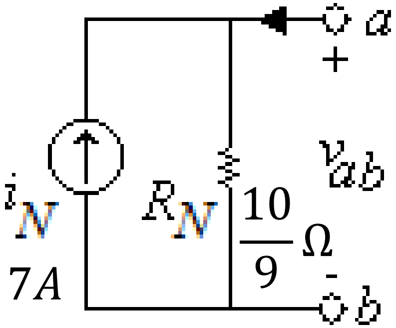
$$v_{ab}\left(\frac{9}{10}\right) = i_a \quad \rightarrow \quad \boxed{R_N = \frac{v_{ab}}{i_a} = \frac{10}{9}\Omega}$$



DEVRE TEOREMLERİ

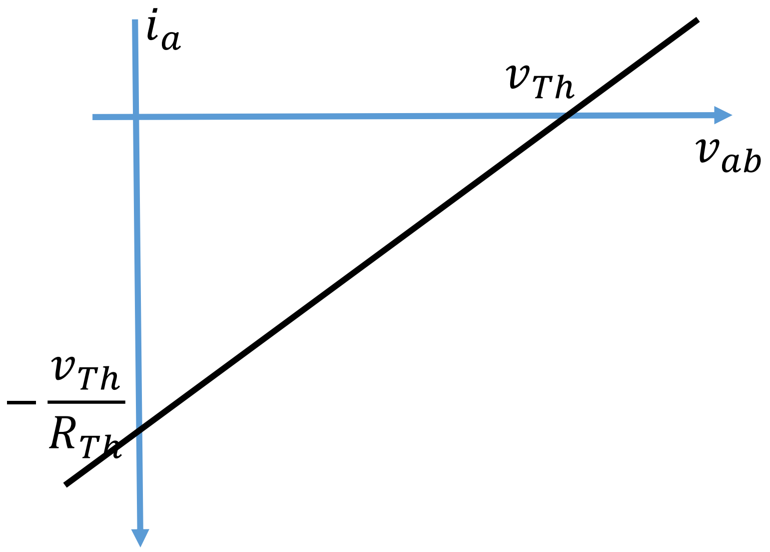


$\equiv$

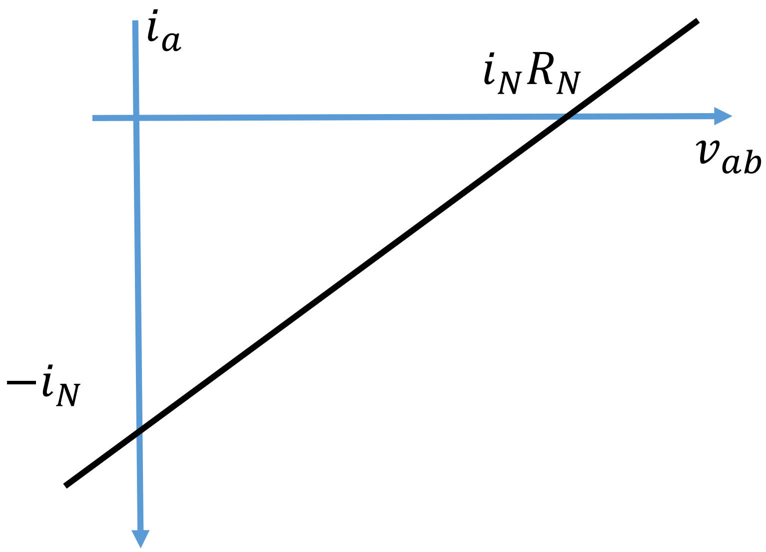


Bu işleme aynı zamanda kaynak dönüşümü de denir. Yani Thevenin eşdeğer devresinden Norton eşdeğer devresi elde edilebilir. Tersi de geçerlidir.

İki devrenin eşdeğer olabilmesi için her t anı için tüm akım ve gerilim değerleri birbirine eşit olmalıdır.



$\equiv$



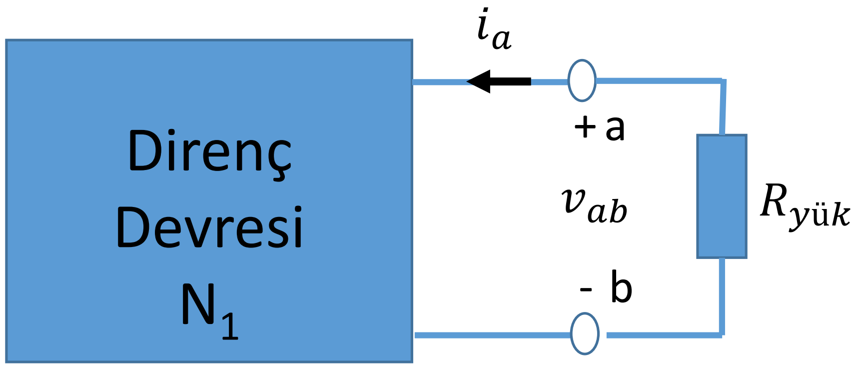
$$v_{Th} = i_N R_N$$

$$\frac{v_{Th}}{R_{Th}} = i_N$$

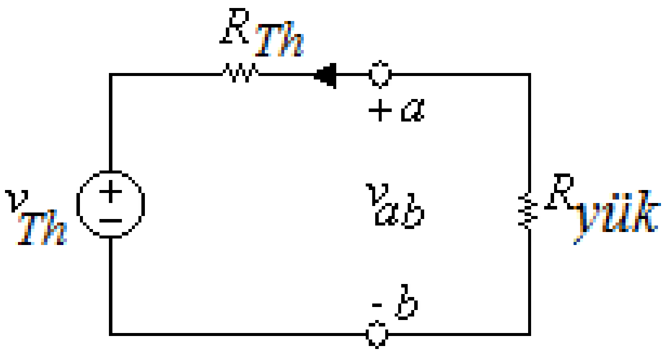
$$R_{Th} = R_N$$

$$\frac{v_{Th}}{I_N} = R_{Th} = R_N$$

Maksimum Güç Teoremi



Maksimum güç teoremi, bir devreye bağlı olan yüke ($R_{yük}$ ile modellenmektedir) maksimum güç aktarılabilmesi için yük direncinin direncinin değerinin ne olması gerektiğini ifade eden teoremdir.



$$p_{yük} = v_{yük} . i_{yük}$$

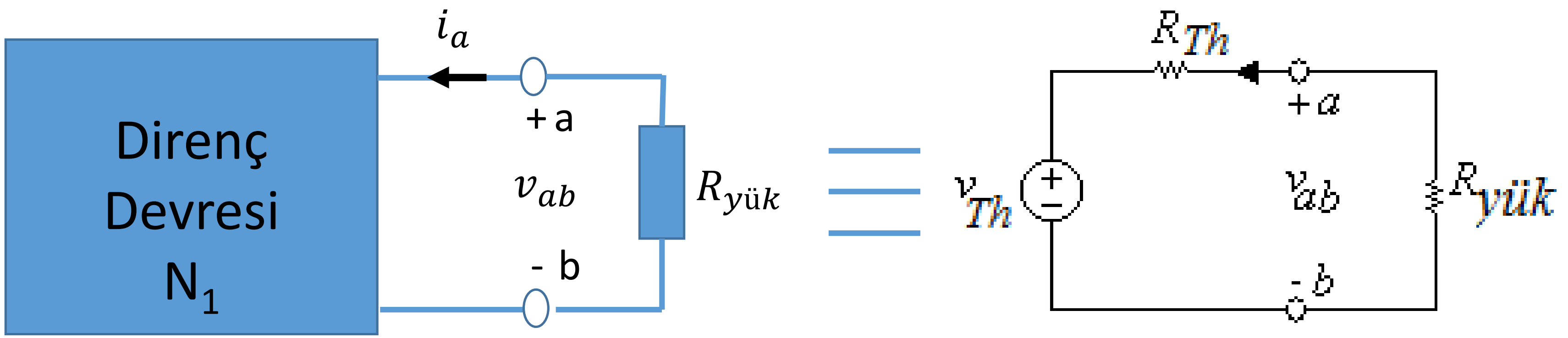
$$p_{yük} = \frac{v_{TH}}{R_{Th} + R_{yük}} R_{yük} \frac{v_{TH}}{R_{Th} + R_{yük}} = \frac{v_{Th}^2 R_{yük}}{(R_{Th} + R_{yük})^2}$$

$P_{yük}$ ifadesinin $R_{yük}$ direncine göre maksimum noktasını bulmak için:

$$\frac{dp_{yük}}{dR_{yük}} = 0$$ Olmalıdır.

$$\frac{dp_{yük}}{dR_{yük}} = \frac{v_{Th}^2 (R_{Th} + R_{yük})^2 - v_{Th}^2 . 2 . (R_{Th} + R_{yük})}{(R_{Th} + R_{yük})^4} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{R_{yük} = R_{Th}}$$ olmalıdır.

Maksimum Güç Teoremi



Yüke maksimum güç aktarımı için:

$$\boxed{R_{yük} = R_{Th}}$$

Bu durumda;

$$p_{yük} = \frac{v_{Th}^2 R_{yük}}{(R_{Th}+R_{yük})^2} = \frac{v_{Th}^2}{4R_{yük}}$$

$$p_{kaynak\_Th} = v_{Th}\left(-\frac{v_{Th}}{(R_{Th}+R_{yük})}\right) = \frac{v_{Th}^2}{2R_{yük}}$$

Verim:

$$\eta = \% \frac{|p_{yük}|}{|p_{kaynak}|}$$

$R_{yük} = R_{Th}$ iken verim:

$$\boxed{\eta = \%50}$$

DEVRE TEOREMLERİ

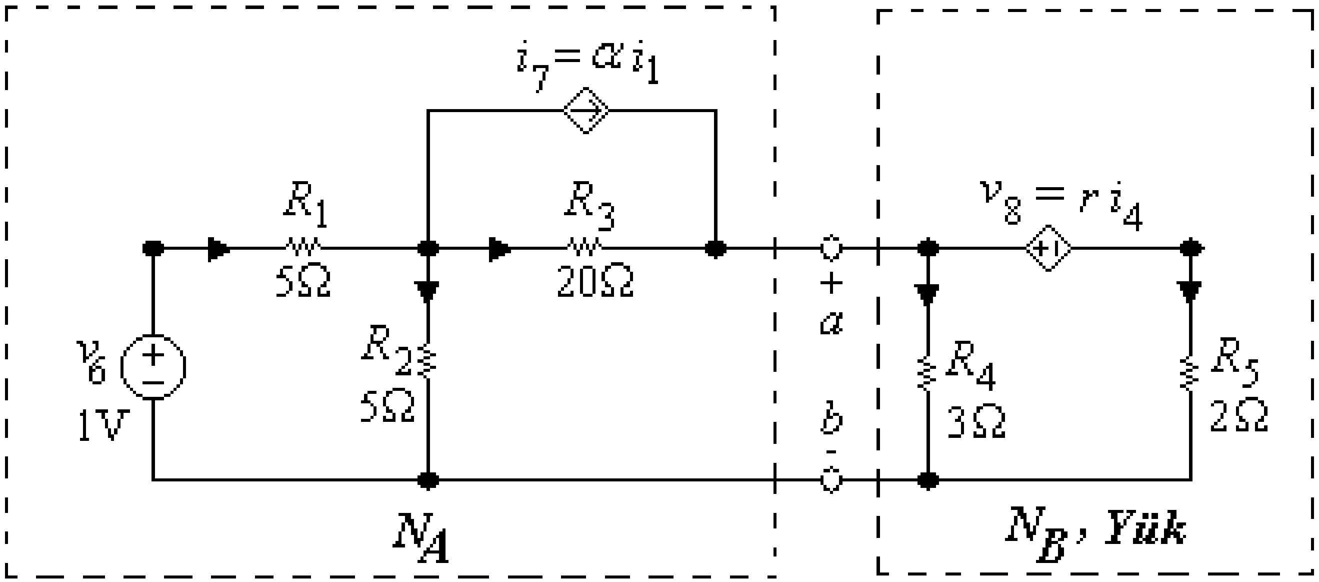
1. Aşağıda verilen devrede α=2'dir.

a) N_A 1-kapılısının *a-b* uçları açık devre olması halinde, v_{ab} açık devre gerilimini hesaplayınız (15p).

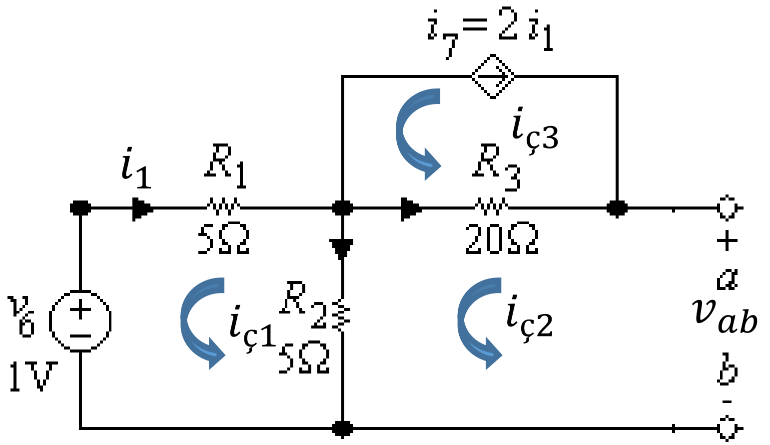
b) N_A 1-kapılısının *a-b* uçlarına bir kısa devre elemanının bağlanması durumunda, bu kısa devreden geçen i_{SC} akımını hesaplayınız (i_{SC} akımının yönü a ucundan b ucuna doğru olacaktır) (15p).

c) N_A 1-kapılısının Norton ve Thévenin eşdeğerlerini bulunuz ve çiziniz (5p).

d) N_B 1- kapılısında harcanan gücün maksimum olabilmesi için *r* parametresi ne olmalıdır? Bu 1-kapılıda harcanan maksimum gücü hesaplayınız (5p).



DEVRE TEOREMLERİ



N_A 1-kapılısının *a*-*b* uçları açık devre olması halinde, v_{ab} açık devre gerilimini hesaplayınız.

$$\begin{bmatrix} 5+5 & -5 & 0 \\ -5 & 20+5 & -20 \\ 0 & -20 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ç1} \\ i_{ç2} \\ i_{ç3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ v_{ab} \\ v_7 \end{bmatrix}$$

$$i_7 = 2i_1$$

$$-i_{ç3} = 2(-i_{ç1})$$

$$\boxed{v_{Th} = v_{ab}\big|_{i_a=0}}$$

$$i_{ç2} = 0A$$

1. Satırdan:

$$10i_{ç1} + 0 = -1 \quad \rightarrow \quad i_{ç1} = -\frac{1}{10}A$$

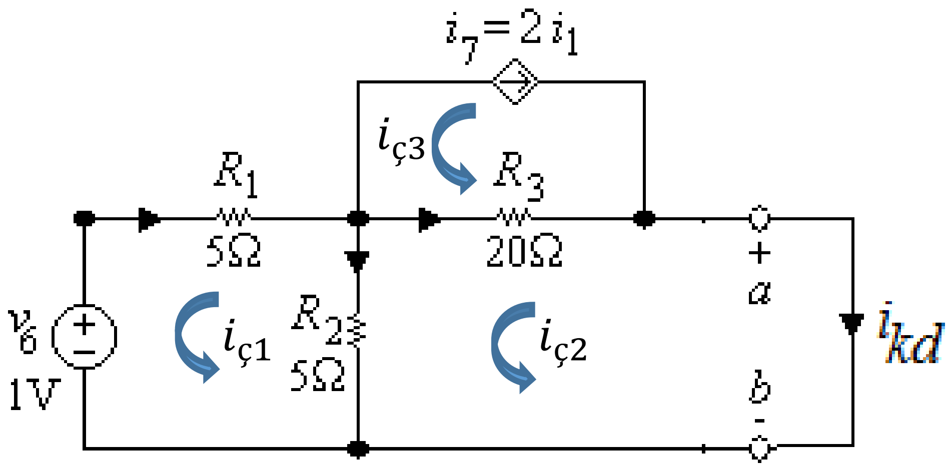
$$-i_{ç3} = 2(-i_{ç1}) \quad \rightarrow \quad i_{ç3} = -\frac{2}{10}A$$

2. Satırdan:

$$-5i_{ç1} + 0 - 20i_{ç3} = v_{ab} \quad \rightarrow \quad v_{ab} = 4.5\ V$$

$$\boxed{v_{Th} = v_{ab}\big|_{i_a=0} = 4.5V}$$

DEVRE TEOREMLERİ



N_A 1-kapılısının a-b uçlarına bir kısa devre elemanının bağlanması durumunda, bu kısa devreden geçen i_{SC} akımını hesaplayınız (i_{SC} akımının yönü a ucundan b ucuna doğru olacaktır)

$$\begin{bmatrix} 5+5 & -5 & 0 \\ -5 & 20+5 & -20 \\ 0 & -20 & 20 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{ç1} \\ i_{ç2} \\ i_{ç3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ v_7 \end{bmatrix}$$

$$i_7 = 2i_1$$

$$-i_{ç3} = 2(-i_{ç1})$$

a-b kısa devre yapılır.

$$\boxed{i_N = -i_a|_{v_{ab}=0}}$$

1. Satırdan:

$$10i_{ç1} - 5i_{ç2} = -1 \rightarrow i_{ç1} = \frac{-1+5i_{ç2}}{10}$$

$$-i_{ç3} = 2(-i_{ç1}) \rightarrow i_{ç3} = 2\frac{-1+5i_{ç2}}{10}$$

2. Satırdan:

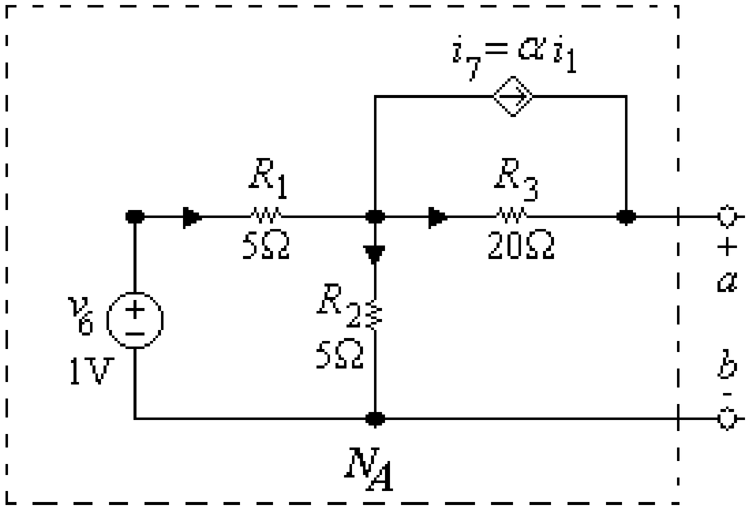
$$-5i_{ç1} + 25i_{ç2} - 20i_{ç3} = 0$$

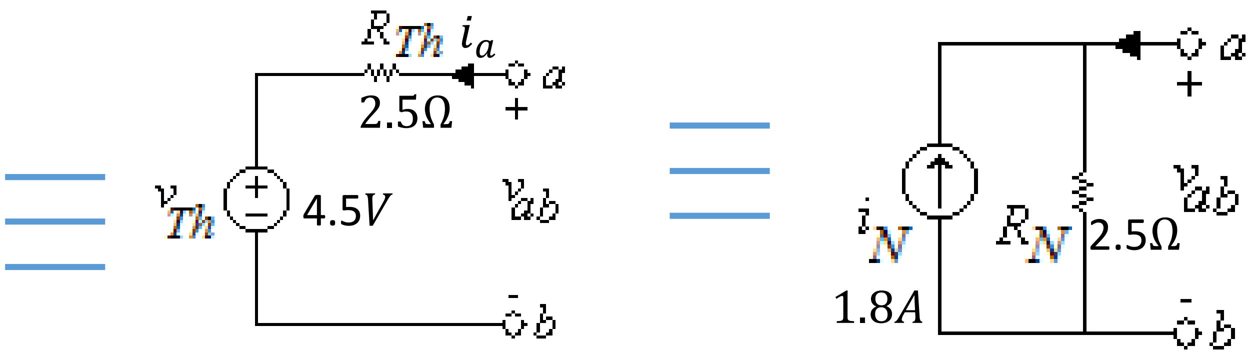
$$-5\frac{-1+5i_{ç2}}{10} + 25i_{ç2} - 20\frac{-1+5i_{ç2}}{10} = 0 \rightarrow i_{ç2} = -\frac{9}{5}A$$

$$i_{kd} = -i_{ç2} \rightarrow \boxed{i_N = i_{kd} = \frac{9}{5}A}$$

DEVRE TEOREMLERİ

N_A 1-kapılısının Norton ve Thévenin eşdeğerlerini bulunuz ve çiziniz.



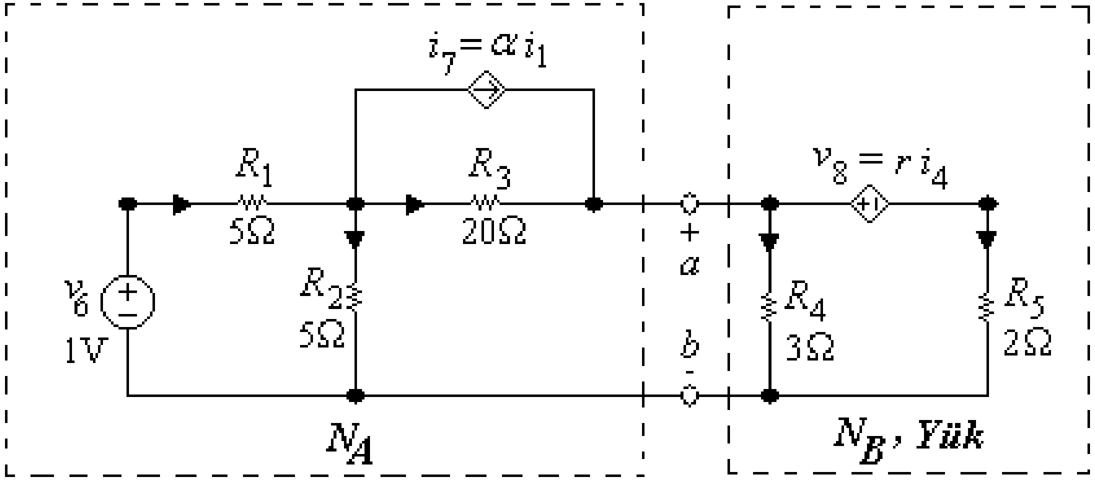


$$v_{Th} = v_{ab}|_{i_a=0} = 4.5V$$

$$i_N = i_{kd} = \frac{9}{5}A$$

$$R_{Th} = \frac{v_{Th}}{i_N} = 2.5\Omega$$

DEVRE TEOREMLERİ



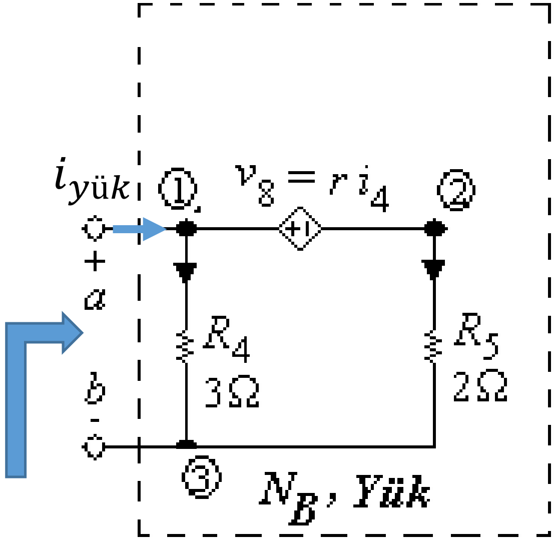
N_B 1- kapılısında harcanan gücün maksimum olabilmesi için r parametresi ne olmalıdır? Bu 1-kapılıda harcanan maksimum gücü hesaplayınız.

Düğüm gerilimleri yöntemini kullanalım:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{d1} \\ v_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{yük} - i_8 \\ i_8 \end{bmatrix} \qquad v_8 = r i_4$$

$$v_{d1} - v_{d2} = r\frac{v_{d1}}{3} \rightarrow v_{d2} = \left(1 + \frac{r}{3}\right) v_{d1}$$

$$R_{yük} = \frac{v_{ab}}{i_{yük}}$$



1. ve 2. satır toplanırsa ve vd2 ifadesi yerine yazılırsa;

$$\frac{1}{3} v_{d1} + \frac{1}{2}\left(\frac{3+r}{3}\right) v_{d1} = i_{yük}$$

$$v_{d1}(5+r) = 6 i_{yük} \rightarrow R_{yük} = \frac{v_{ab}}{i_{yük}} = \frac{v_{d1}}{i_{yük}} = \frac{6}{5+r}$$

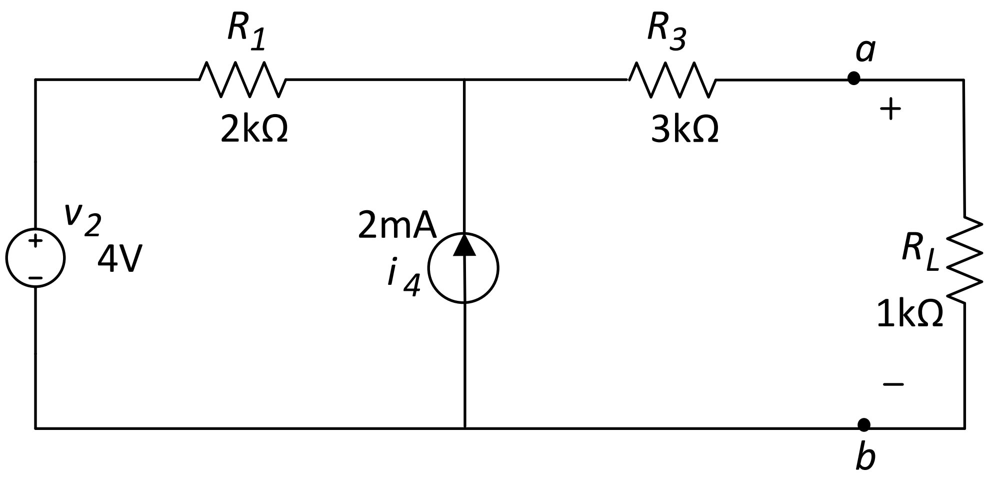
Yüke maksimum güç aktarımı için:

$$\boxed{R_{yük} = R_{Th}}$$

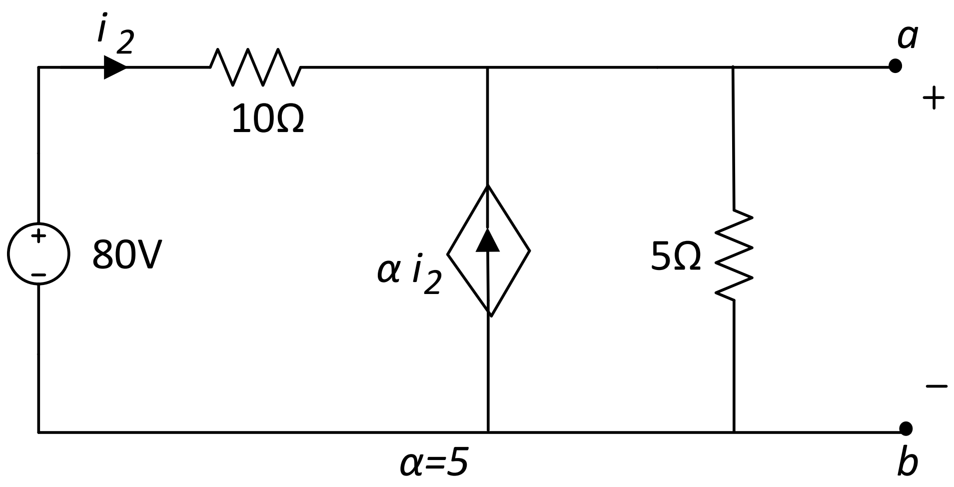
$$R_{yük} = R_{Th} = 2.5\Omega$$

$$\frac{6}{5+r} = 2.5 \rightarrow \boxed{r = -\frac{13}{5}}$$

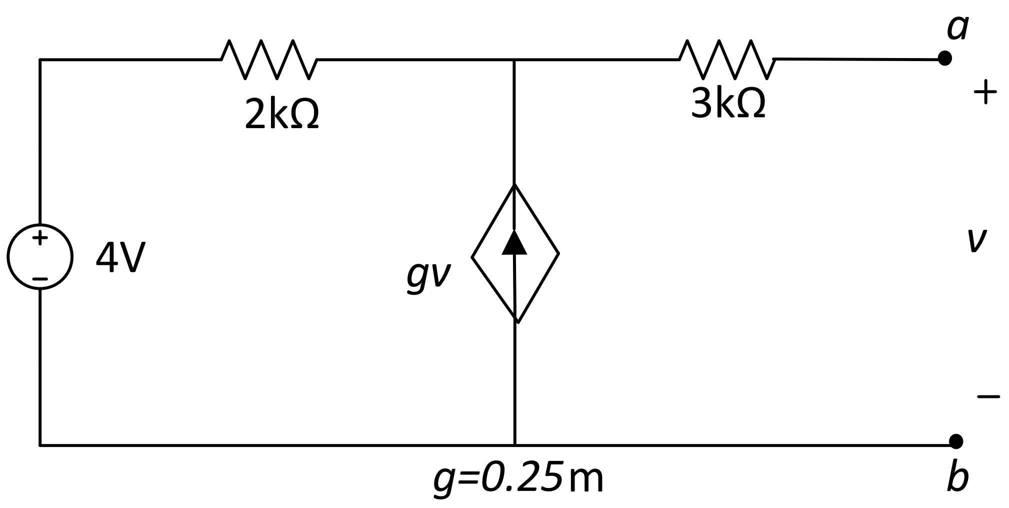
Örnek: a-b uçlarının solunda kalan kısmın Thevenin eşdeğerini bulun.



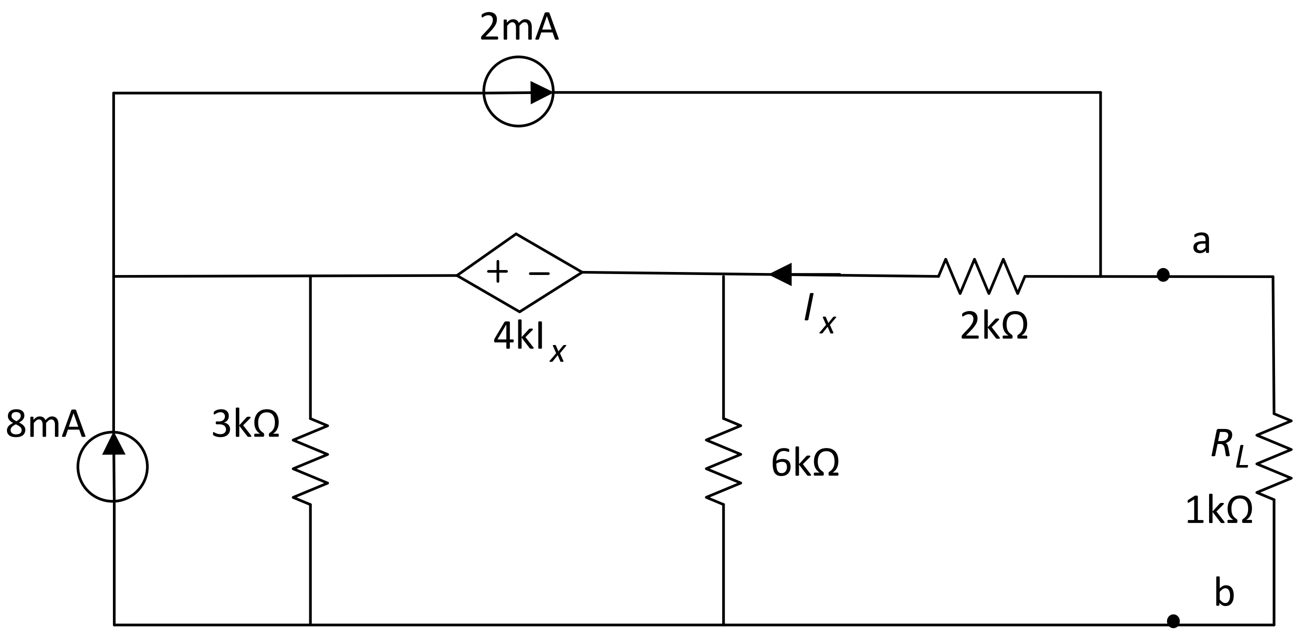
Örnek: Devrenin Norton eşdeğerini bulunuz.



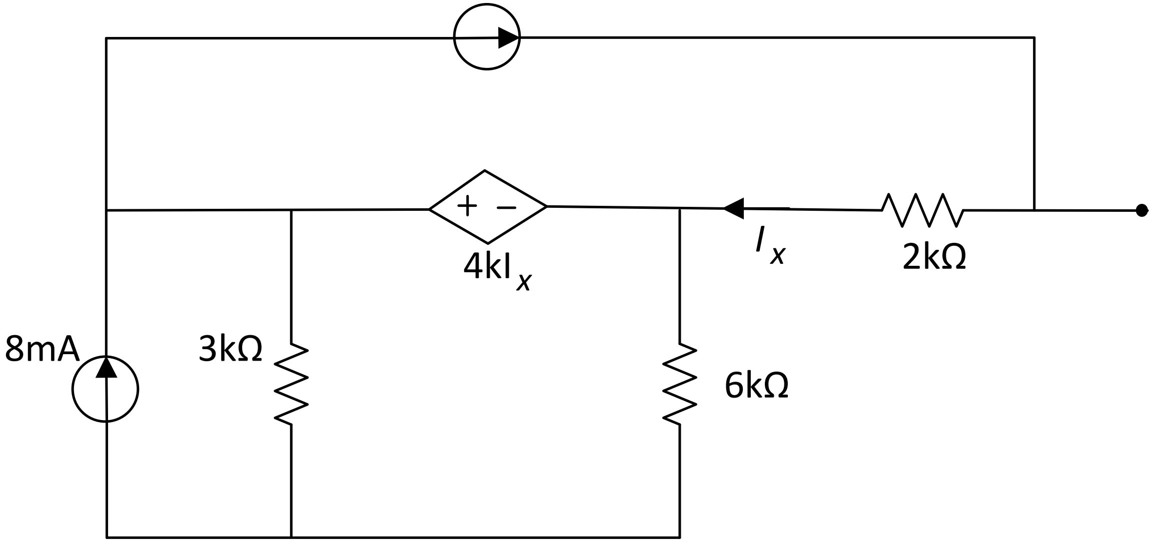
Örnek: a-b uçlarının solunda kalan kısmın Thevenin ve Norton eşdeğerlerini bulun.



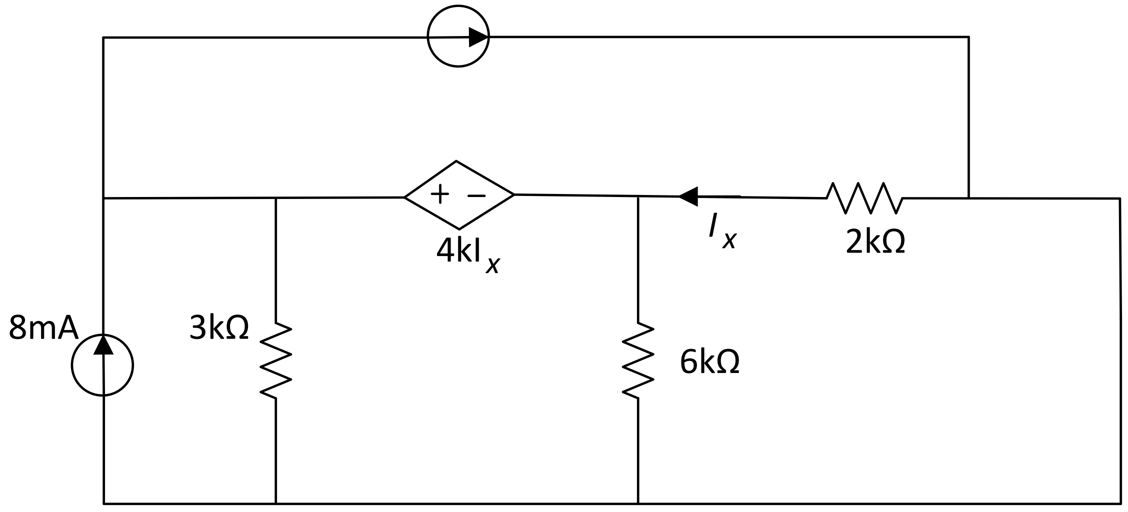
Örnek: a-b uçlarının solunda kalan kısmın Thevenin ve Norton eşdeğerlerini bulun, v_L'yi hesaplayınız.

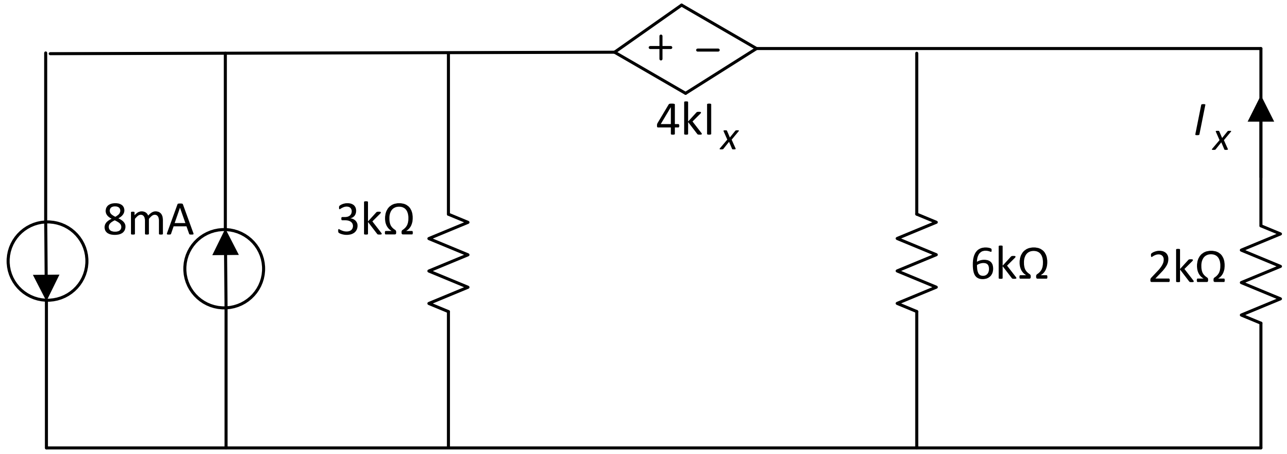


Örnek: a-b uçlarının solunda kalan kısmın Thevenin ve Norton eşdeğerlerini bulun, v_L'yi hesaplayınız.

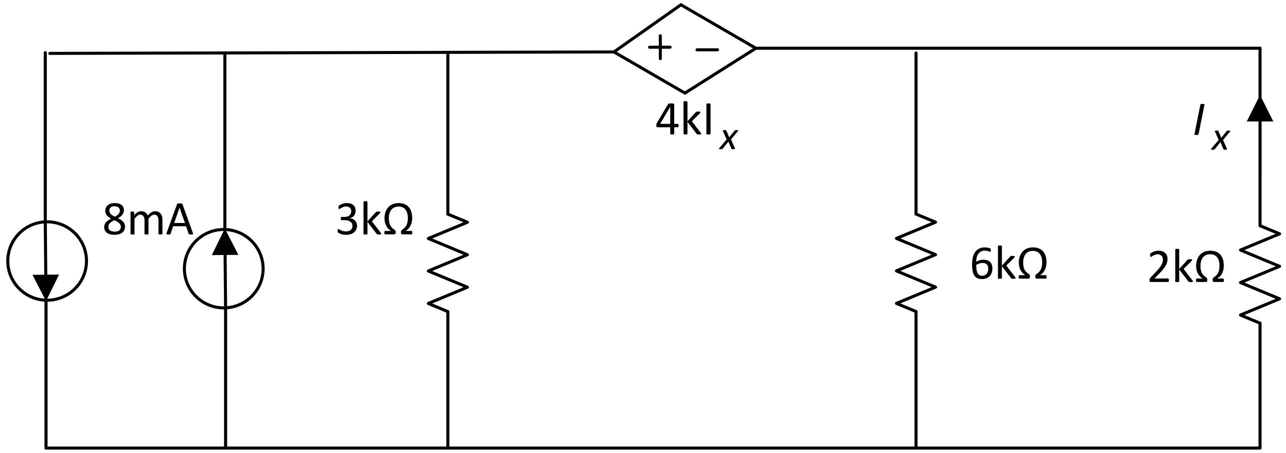


Örnek: a-b uçlarının solunda kalan kısmın Thevenin ve Norton eşdeğerlerini bulun, v_L'yi hesaplayınız.

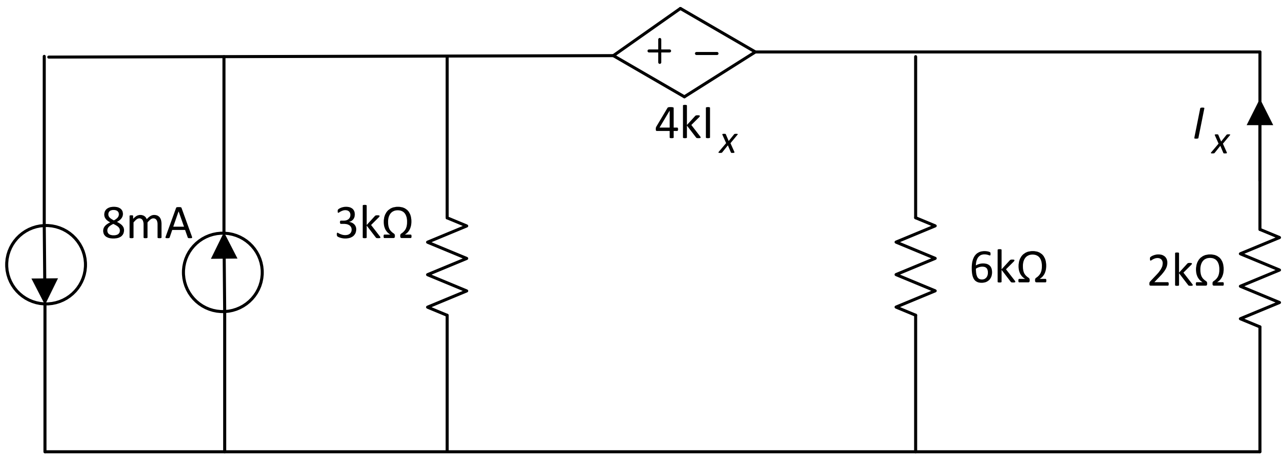




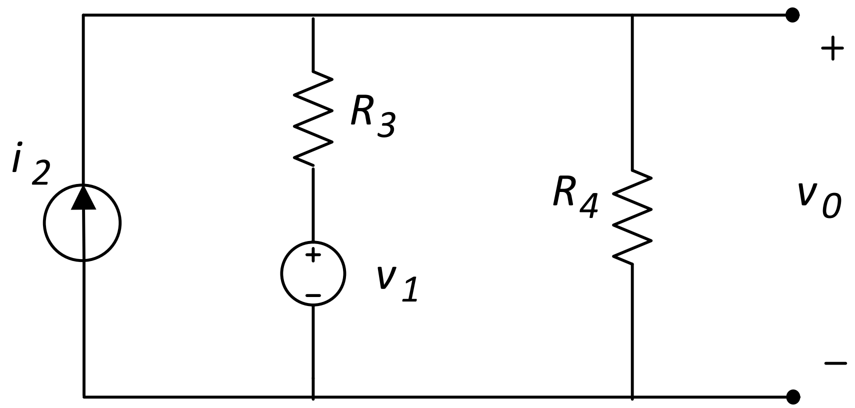
Örnek: a-b uçlarının solunda kalan kısmın Thevenin ve Norton eşdeğerlerini bulun, v_L'yi hesaplayınız.



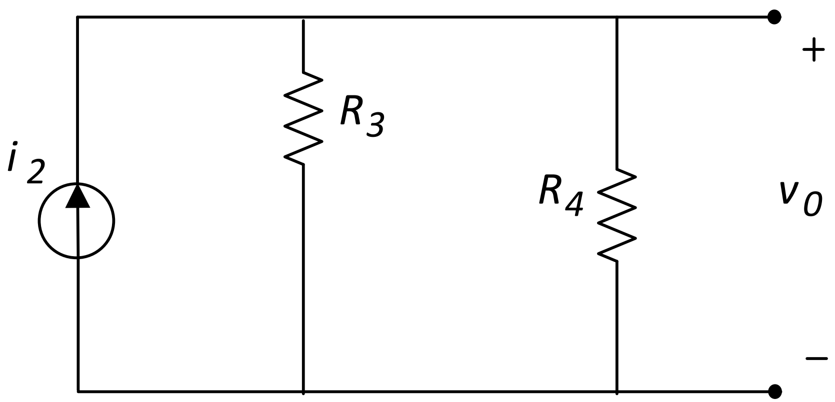
Örnek: a-b uçlarının solunda kalan kısmın Thevenin ve Norton eşdeğerlerini bulun, v_L'yi hesaplayınız.



Örnek: v_o'yu hesaplayınız.



Örnek: v_o'yu hesaplayınız.



Örnek: v_o'yu hesaplayınız.