

Örnek1.ipynb

```
In [ ]: import matplotlib.pyplot as plt # grafik çizimi için gerekli kütüphanenin aktifleştirilmesi
import numpy as np # dizi işlemleri için kütüphane aktif hale getirilir.
f=100 # x(t) işaretinin temel frekansı
T=1/f # x(t) işaretinin temel periyodu
t=np.arange(0.,2*T,0.0001) # t zaman indisinin tanımlanması(2 periyot boyunca)
x=5*np.cos(200*np.pi*t) # x(t) işaretinin tanımlanması

plt.figure()
plt.subplot(3,1,1)
plt.plot(t,x, 'black') # x(t)) işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel("t (sn)") # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.ylabel("x(t)") # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi

# x(t)=5*cos(200*pi*t) sinyalinin fs=1200 Hz ile örneklenmesi
Fs=1200 # örnekleme frekansının tanımlanması
Ts=1/Fs # örnekleme periyodunun tanımlanması
N=12 # bir periyottaki örnek sayısının tanımlanması
n=np.arange(0.,2*N) # örnekleme indisinin 0'dan iki periyot olacak şekilde array olarak tanımlanması
xn=5*np.cos(200*np.pi*n*Ts) #örneklenmiş x[n] işaretinin tanımlanması

plt.subplot(3,1,2)
plt.stem(n,xn) # x[n] işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel("n (örnek)") # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.ylabel("x[n]") # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi

M = 2 # Seyrek örnekleme (down sampling) oranı

xn_d = xn[np.arange(0, np.size(xn, 0), M)] # x[n] işaretinden sadece M katlarındaki örneklerin alınması
Nn_d = len(xn_d)
n_d = np.arange(0,Nn_d) # x_d[n] işaretinin indis dizisi

plt.subplot(3,1,3)
plt.stem(n_d, xn_d) # x_d[n] işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.ylabel('$x_d[n]$') # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.xlabel('n (örnek)') # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi
plt.show() # grafiklerin gösterilmesi
```

```
In [ ]: # x(t) işaretinin Fs=600 Hz ile örneklenmesi
Fs=600 # örnekleme frekansının tanımlanması
Ts=1/Fs # örnekleme periyodunun tanımlanması
N=6 # bir periyottaki örnek sayısının tanımlanması
n=np.arange(0.,2*N) # örnekleme indisinin 0'dan iki periyot olacak şekilde array olarak tanımlanması
xn=5*np.cos(200*np.pi*n*Ts) #örneklenmiş x[n] işaretinin tanımlanması

plt.figure()
plt.stem(n,xn) # x[n] işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel("n (örnek)") # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.ylabel("$x_2[n]$") # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi
plt.show() # grafiklerin gösterilmesi
```

```
In [ ]:
```

Örnek2.ipynb

Öncelikle $x[n]$ işaretini ve bu işaretin Fourier transformu olan $X(\omega)$ işaretini tanımlayalım

```
In [ ]: import matplotlib.pyplot as plt # grafik çizimi için gerekli kütüphanenin aktifleştirilmesi
import numpy as np # dizi işlemleri için kütüphane aktif hale getirilir.

N = 80 # çizdirilmek istenen toplam örnek sayısının tanımlanması
nTs = np.arange(-10, 10, 20/N) # nTs indislerinin tanımlanması
xn = np.sinc(nTs)**2 # x(nTs) işaretinin tanımlanması
n = np.arange(-40, 40) # x[n] işaretinin indis ekseninin tanımlanması

# x[n] işaretinin fourier transformu
w = np.arange(-np.pi, np.pi, 2*np.pi/N) # omega ekseninin -pi ile +pi arasında tanımlanması
xw = np.fft.fftshift(np.fft.fft(xn,N)/N) # ayrık zamanlı işaretin Fourier transformu
```

Şimdi $x[n]$ işaretinin ve $X(\omega)$ işaretinin grafiklerini çizdirelim

```
In [ ]: plt.figure()
plt.subplot(2,1,1)
plt.stem(n,xn) # x[n] işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel("n (örnek)") # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.ylabel("x[n]") # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi

plt.subplot(2,1,2)
plt.stem(w/np.pi,abs(xw)) # X(w) işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel("$\omega$ / $\pi$") # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.ylabel("$X(\omega)$") # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi
plt.show()
```

$M = 2$ ile seyrek örnekleme yaparak $x_d[n]$ işaretinin ve bu işaretin Fourier dönüşümü olan $X_d(\omega)$ işaretinin elde edilmesi

```
In [ ]: M = 2 # Seyrek örnekleme (down sampling) oranı

xn_d = xn[np.arange(0, np.size(xn, 0), M)] # x[n] işaretinden sadece M katlarındaki örneklerin alınması
N_d = (round)(N/M)
n_d = np.arange(-N_d/2,N_d/2) # x_d[n] işaretinin indis dizisi

# x_d[n] işaretinin fourier transformu
w_d = np.arange(-np.pi, np.pi, 2*np.pi/N_d) # omega ekseninin -pi ile +pi arasında tanımlanması
xw_d = np.fft.fftshift(np.fft.fft(xn_d,N_d)/N_d) # ayrık zamanlı işaretin Fourier transformu
```

Şimdi $x_d[n]$ işaretinin ve $X_d(\omega)$ işaretinin grafiklerini çizdirelim

```
In [ ]: plt.figure()
plt.subplot(2,1,1)
plt.title('M = 2 için')
plt.stem(n_d, xn_d) # x_d[n] işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.ylabel('$x_d[n]$') # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.xlabel('n (örnek)') # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi
plt.show() # grafiklerin gösterilmesi

plt.subplot(2,1,2)
plt.stem(w_d/np.pi,abs(xw_d)) # X_d(w) işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel('$\omega$ / $\pi$') # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.ylabel('$X_d(\omega)$') # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi
```

$M = 3$ ile seyrek örnekleme yaparak $x_d[n]$ işaretinin ve bu işaretin Fourier dönüşümü olan $X_d(\omega)$ işaretinin elde edilmesi

```
In [ ]: M = 3 # Seyrek örnekleme (down sampling) oranı

xn_d = xn[np.arange(0, np.size(xn, 0), M)] # x[n] işaretinden sadece M katlarındaki örneklerin alınması
N_d = (round)(N/M)
n_d = np.arange(-N_d/2,N_d/2) # x_d[n] işaretinin indis dizisi

# x_d[n] işaretinin fourier transformu
w_d = np.arange(-np.pi, np.pi, 2*np.pi/N_d) # omega ekseninin -pi ile +pi arasında tanımlanması
xw_d = np.fft.fftshift(np.fft.fft(xn_d,N_d)/N_d) # ayrık zamanlı işaretin Fourier transformu
```

Şimdi $x_d[n]$ işaretinin ve $X_d(\omega)$ işaretinin grafiklerini çizdirelim

In []:

```
plt.figure()
plt.subplot(2,1,1)
plt.title('M = 3 için')
plt.stem(n_d, xn_d) # x_d[n] işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.ylabel('$x_d[n]$') # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.xlabel('n (örnek)') # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi
plt.show() # grafiklerin gösterilmesi

plt.subplot(2,1,2)
plt.stem(w_d/np.pi,abs(xw_d)) # X_d(w) işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel('$\omega$ / $\pi$') # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.ylabel('$X_d(\omega)$') # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi
```

In []:

Örnek 3.ipynb

```
In [ ]: import matplotlib.pyplot as plt # grafik çizimi için gerekli kütüphanenin aktifleştirilmesi
import numpy as np # dizi işlemleri için kütüphane aktif hale getirilir.

# x(t)=5*cos(200*pi*t) sinyalinin Fs ile örneklenmesi örneği sonucunda elde edilen x[n] işareti

Fs=1200 # örnekleme frekansının tanımlanması
Ts=1/Fs # örnekleme periyodunun tanımlanması
N=12 # örnek sayısının tanımlanması
n=np.arange(0,N) # Bir periyot için örnekleme indisinin array olarak tanımlanması
xn=5*np.cos(200*np.pi*n*Ts) #örneklenmiş x[n] işaretinin tanımlanması

plt.figure()
plt.subplot(3,1,1)
plt.stem(n,xn) # x[n] işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel("n (örnek)")
plt.ylabel("x[n]")

L = 2 # Sık örnekleme(Up Samling)Katsayısı
Nn_u = N*L # up sample yapılmış işaret için indis array inin oluşturulması
xn_u = np.zeros(Nn_u) # 0'lar ile dolu bir dizi oluşturulması
xn_u[np.arange(0,len(xn_u),L)] = xn # 0 ile dolu dizinin üzerine L aralıklar ile x[n] işaretinin
# değerlerinin atanması

n_u = np.arange(0, Nn_u) # indis dizisi

plt.subplot(3,1,2)
plt.stem(n_u, xn_u) # x_u[n] işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.ylabel('$x_u[n]$')
plt.xlabel('n (örnek)')

# interpolasyon işlemi
hn = np.array([0,1/2,1,1/2,0]) # Lineer interpolasyonda L=2 için h[n] işareti
xn_i = np.convolve(xn_u,hn,'full') # konvolüsyon işlemi
n_i = np.arange(0, len(xn_i)) # indis dizisi
plt.subplot(3,1,3)
plt.stem(n_i,xn_i) # x_i[n] çıkış işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel("n (örnek)")
plt.ylabel("$x_i[n]$")
plt.show() # grafiklerin gösterilmesi
```

```
In [ ]:
```

Örnek4.ipynb

Öncelikle $x[n]$ işaretini ve bu işaretin Fourier transformu olan $X(\omega)$ işaretini tanımlayalım

```
In [ ]: import matplotlib.pyplot as plt # grafik çizimi için gerekli kütüphanenin aktifleştirilmesi
import numpy as np # dizi işlemleri için kütüphane aktif hale getirilir.

N = 40 # çizdirilmek istenen toplam örnek sayısının tanımlanması
nTs = np.arange(-10,10,20/40) # nTs indislerinin tanımlanması
xn = np.sinc(nTs)**2 # x(nTs) işaretinin tanımlanması
n = np.arange(-20, 20) # x[n] işaretinin indis ekseninin tanımlanması

# x[n] işaretinin fourier transformu
w = np.arange(-np.pi, np.pi, 2*np.pi/N) # omega ekseninin -pi ile +pi arasında tanımlanması
xw = np.fft.fftshift(np.fft.fft(xn,N)/N) # ayrık zamanlı işaretin Fourier transformu
```

Şimdi $x[n]$ işaretinin ve $X(\omega)$ işaretinin grafiklerini çizdirelim

```
In [ ]: plt.subplot(2,1,1)
plt.stem(n,xn) # x[n] işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel("n (örnek)") # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.ylabel("$x[n]$") # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi

plt.subplot(2,1,2)
plt.stem(w/np.pi,abs(xw)) # X(w) işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel("$\omega$ / $\pi$") # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.ylabel("$X(\omega)$ (Genlik)") # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi
```

$L = 2$ ile sık örnekleme yaparak $x_u[n]$ işaretinin ve bu işaretin Fourier dönüşümü olan $X_u(\omega)$ işaretinin elde edilmesi

```
In [ ]: L = 2 # Sık örnekleme (up sampling) oranı

N_u = N*L # sık örnekleme sonucu elde edilecek dizinin toplam örnek miktarı
xn_u = np.zeros(N_u) # Başlangıçta N*L elemanlı 0 dizisinin oluşturulması
xn_u[np.arange(0,len(xn_u),L)] = xn # oluşturulan 0 elemanlı dizide her L katı elemana x[n] işaretinin
# elemanlarının sırasıyla atanması
n_u = np.arange(-N_u/2, N_u/2) # sık örneklenmiş işaretin indis dizisi

# x_u[n] işaretinin fourier transformu
w_u = np.arange(-(np.pi), (np.pi), 2*(np.pi)/N_u) # omega ekseninin -pi ile +pi arasında tanımlanması
xw_u = np.fft.fftshift(np.fft.fft(xn_u, N_u)/N_u) # ayrık zamanlı x_u[n] işaretin Fourier transformu
```

Şimdi $x_u[n]$ işaretinin ve $X_u(\omega)$ işaretinin grafiklerini çizdirelim

```
In [ ]: plt.subplot(2,1,1)
plt.stem(n_u,xn_u) # x_u[n] işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel("n (örnek)") # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.ylabel("$x_u[n]$") # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi

plt.subplot(2,1,2)
plt.stem(w_u/np.pi,abs(xw_u)) # X_u(w) işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
plt.xlabel("$\omega$ / $\pi$") # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
plt.ylabel("$X_u(\omega)$ (Genlik)") # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi
```

Elde edilen grafikte $x_u[n]$ işaretinde $L = 2$ için her iki örnek arasına bir adet 0 değerli örnek eklenmektedir. $X_u(\omega)$ işaretine bakıldığında ise $-\pi$ ile $-\pi/2$ ve $\pi/2$ ile π bölgeleri arasında kalan yarım üçgen darbelerin olmaması gerekmektedir. Bu nedenle işaret frekans domaininde bir ideal alçak geçiren filtreden (AGF) geçirilecektir. İşaretin filtreleme sonrasında enerjisinin aynı kalması için AGF'nin kazancı L kadardır. Kesim frekansı ise π/L 'dir. Buradaki AGF işlemi zaman domaininde işaretin ara değerlemesinin yani interpolasyon işleminin yapılmasına karşılık gelmektedir.

NOT: Frekans domaininde ideal AGF'den geçirmek, zaman domaininde sinc(.) işareti ile konvolüsyon yapmaya karşı gelir.

```
In [ ]: # AGF'nin frekans cevabının oluşturulması

hw = np.zeros(N_u) # H(w) ile X_u(w) noktasal çarpılacağı için uygun boyutta başlangıçta sıfır
# vektörü oluşturulur
w_i = np.arange(-(np.pi), (np.pi), 2*(np.pi)/N_u) # açısal frekans olan w değerlerinin oluşturulması
indis = np.where(abs(w_i)<=np.pi/2) # Kesim frekansı (W_c) pi/2 olan filtrenin pi/2'den küçük
# frekanslarının indis değerlerinin bulunması
hw[indis] = L # bulunan indis değerlerine Filtre kazancına göre değer atanması
```

$X_i(\omega) = X_u(\omega) * H(\omega)$ işlemi

```
In [ ]: xw_i = xw_u*hw      #  $X_i(w)$  işaretinin elde edilmesi
        N_i =len(xw_i)
```

Grafiklerin çizdirilmesi:

```
In [ ]: plt.subplot(2,1,1)
        plt.stem(w_i/np.pi, abs(hw))      #  $H(w)$  işaretinin (AGF) grafiğinin çizdirilmesi
        plt.xlabel("$\omega$ / $\pi$")    # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
        plt.ylabel("$H(\omega)$")        # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi

        plt.subplot(2,1,2)
        plt.stem(w_i/np.pi,abs(xw_i))      #  $X_u(w)$  işaretinin grafiğinin çizdirilmesi
        plt.xlabel("$\omega$ / $\pi$")    # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
        plt.ylabel("$X_i(\omega)$ (Genlik)")  # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi
```

Şimdi işaretin zaman domainindeki haline bakıp sık örneklenip örneklenmediğini kontrol edelim

```
In [ ]: xn_i = np.fft.ifft(np.fft.ifftshift(xw_i), N_i)*N_i  #  $X_i(w)$ 'dan ters Fourier dönüşümü ile  $x_i[n]$ 
                                                # işaretinin elde edilmesi
        ni =np.arange(-N_i/2, N_i/2)    # indis arrayi
```

```
In [ ]: plt.stem(ni, abs(xn_i))
        plt.xlabel("n (örnek)")    # grafiğin x ekseninin isimlendirilmesi
        plt.ylabel("$x_i[n]$")    # grafiğin y ekseninin isimlendirilmesi
        plt.show()
```

Dolayısıyla $x[n]$ işareti düzgün bir şekilde sık örneklenerek $x_i[n]$ işareti elde edilmiştir.

NOT: Konunun daha iyi anlaşılabilmesi için $x[n]$, $x_u[n]$ ve $x_i[n]$ işaretlerinin grafiklerini ve $X(\omega)$, $X_u(\omega)$ ve $X_i(\omega)$ işaretlerinin grafiklerini ayrı ayrı inceleyiniz

```
In [ ]:
```