GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

ELM 368 SAYISAL İŞARET İŞLEME LABORATUVARI

ÖN HAZIRLIK ÇALIŞMASI

Laboratuvar 3

1 AMAÇ

- Ayrık-zamanlı işaretlerin Ayrık-zamanlı Fourier Dönüşü'münün (DTFT) ve Ayrık Fourier Dönüşümü'nün (DFT) hesaplanması, genlik ve faz grafiklerinin çizdirilmesi ve yorumlanması.
- DFT hesaplanırken dikkat edilmesi gerekenlerin öğrenilmesi.
- Periyodik işaretlerin DFT ile sentezi

2 KODLAR

2.1 Ayrık-zamanlı Fourier dönüşümü (DTFT)

Ayrık zamanlı periyodik işaretlerde Fourier serisi analiz ve sentez denklemleri sırasıyla aşağıdaki gibidir.

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=<N>} \tilde{x}[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \ (Analiz)$$

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=<N>} a_k e^{+j\frac{2\pi}{N}kn} \ (Sentez)$$

Eğer işaret periyodik değilse ayrık-zamanlı Fourier serisi (DFS) denklemleri aşağıda verdiğim ayrık-zamanlı Fourier dönüşümü (DTFT) denklemlerine dönüşür. (Bu denklemlerin derivasyonlarını görmek için Oppenheim-Signals and Systems 2th Ed. Sayfa:358-361'e bakabilirsiniz.)

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-j\omega n} \ (Analiz)$$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{<2\pi>} X(e^{j\omega}) e^{+j\omega n} d\omega \ (Sentez)$$

Ayrık zamanlı olan işaretin DTFT'si $X(e^{j\omega})$, sürekli ve kompleks bir işaret ve **daima 2π ile periyodiktir**. Bu sebeple $X(e^{j\omega})$'nın grafiğini çizdirmek istersek ya $[-\pi, +\pi]$ aralığında veya $[0, +2\pi]$ aralığında çizdiririz. Kompleks bir işaret olduğu için $X(e^{j\omega})$, ya genlik-faz grafiklerini yada gerçek-sanal kısımlarını çizdirebiliriz. Aşağıda bir $x[n]$ işareti verilmiştir.

$$x[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$$

Bu işaretin DTFT'sini hesaplarsak eğer;

$$
\begin{aligned}
X(e^{j\omega}) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n} \\
&= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (\delta[n] + \delta[n-1])e^{-j\omega n} \\
&= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta[n]e^{-j\omega n} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta[n-1]e^{-j\omega n} \\
&= 1 + e^{-j\omega} = 2e^{-j\frac{\omega}{2}} \frac{\left(e^{+j\frac{\omega}{2}} + e^{-j\frac{\omega}{2}}\right)}{2} \\
&= 2e^{-j\frac{\omega}{2}} \cos\left(\frac{\omega}{2}\right)
\end{aligned}
$$

Burada $X(e^{j\omega})$'nın genliği $\left|X(e^{j\omega})\right|$ ve fazı $\measuredangle X(e^{j\omega})$ aşağıdaki gibidir;

$$
\left|X(e^{j\omega})\right| = \left|2\cos\left(\frac{\omega}{2}\right)\right|
$$

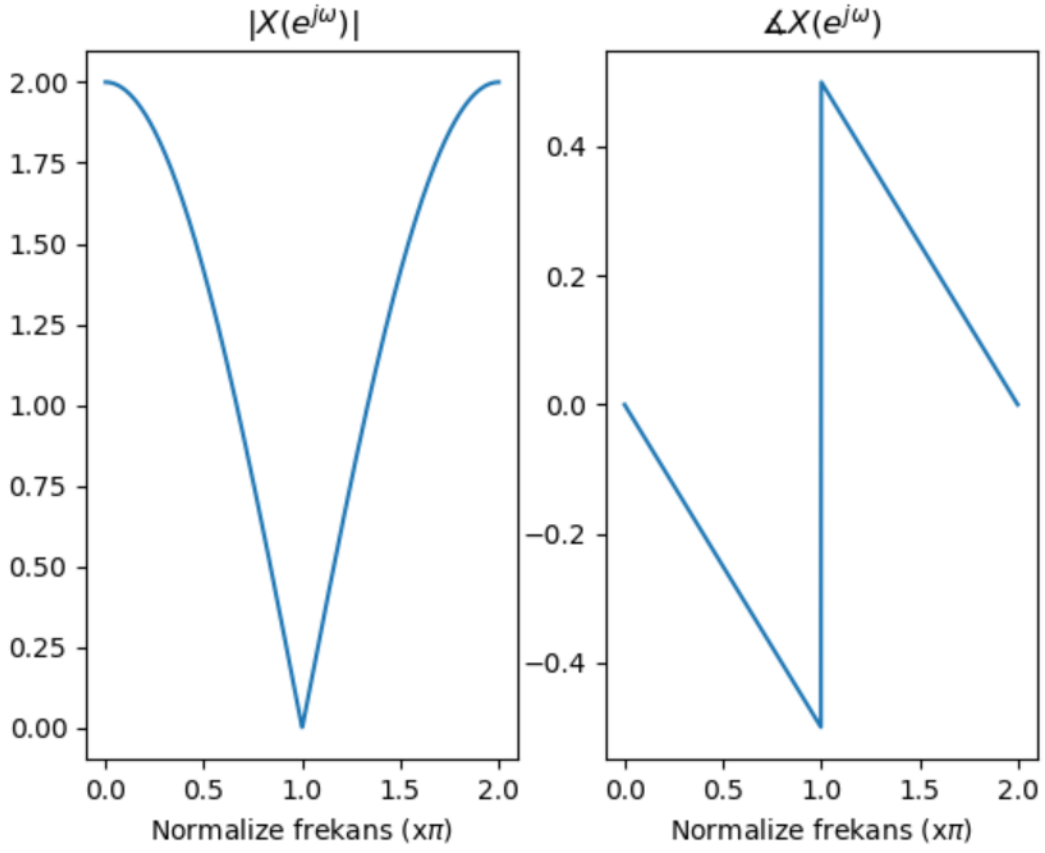
$$
\measuredangle X(e^{j\omega}) = \begin{cases} -\dfrac{\omega}{2} \; eğer \; \omega \leq \pi \\ -\dfrac{\omega}{2} + \pi \; eğer \; \omega > \pi \end{cases}
$$

Yukarıda $\measuredangle X(e^{j\omega})$'nın parçalı fonksiyon olmasının sebebi $\pi < \omega < 2\pi$ olduğu zaman $2\cos\left(\frac{\omega}{2}\right)$ negatif değerler alır. Ancak biz genlik hesaplarken $\left|2\cos\left(\frac{\omega}{2}\right)\right|$ hesapladığımız için daima pozitif sayı elde ederiz. Bu eksilik bilgisini eklemek için $\pi < \omega < 2\pi$ aralığında faza $+\pi$ eklememiz gerekir (Diğer bir değişle $e^{j\pi} = -1$ ile çarparız).

Aşağıda paylaştığım kod parçasında yukarıda bulduğumuz $\left|X(e^{j\omega})\right|$ ve $\measuredangle X(e^{j\omega})$ çizdirilmiştir. ω sürekli olduğu için $[\mathbf{0}, +\mathbf{2\pi}]$ aralığında 1000 noktalı olacak şekilde oluşturdum ki plot ile çizdirdiğimizde sürekli sinyalmiş gibi gözüksün.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.signal as sig

%matplotlib notebook
w_cont=np.linspace(0,2*np.pi,1000)
X_abs=np.abs(2*np.cos(w/2))
X_phase=np.array([-w/2 if w<np.pi else -w/2+np.pi for w in w_cont])
plt.subplot(121)
plt.plot(w/np.pi,X_abs)
plt.title('$|X(e^{j\omega})|$')
plt.xlabel('Normalize frekans (x$\pi$)')
plt.subplot(122)
plt.plot(w/np.pi,X_phase/np.pi)
plt.title('$ \measuredangle X(e^{j\omega})$')
plt.xlabel('Normalize frekans (x$\pi$)')
```



Yukarıdaki grafiklerde $X(e^{j\omega})$ işaretinin genliğini ve fazını her ne kadar ω'yı ayrık noktalarla ifade edip çizdirmiş olsakta aslında $X(e^{j\omega})$ ω'ya göre sürekli bir fonksiyon. Bu sebeple **DTFT dijital ortamda kullanmaya elverişli değil**.

2.2 Ayrık Fourier dönüşümü (DFT)

Ayrık Fourier dönüşümünü (DFT), ayrık zamanlı Fourier dönüşümünün örneklenmiş hali olarak düşünebilirsiniz. DFT'nin Analiz ve sentez denklemleri aşağıda verdiğim gibidir. $\tilde{X}[k]$, $\tilde{x}[n]$ üzerindeki tilda sembolleri periyodik olduklarını belirtmek içindir. **$\tilde{X}[k]$ ve $\tilde{x}[n]$ işaretleri N ile periyodiktir.**

$$\tilde{X}[k] = \sum_{n=<N>} \tilde{x}[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (Analiz)$$

$$\tilde{x}[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=<N>} \tilde{X}[k] e^{+j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (Sentez)$$

Şimdi 2.1 'de verdiğimiz $x[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$ işaretinin $N = 8$ için DFT'sini hesaplayıp DTFT grafiğiyle aynı grafik üzerinde çizdirelim.

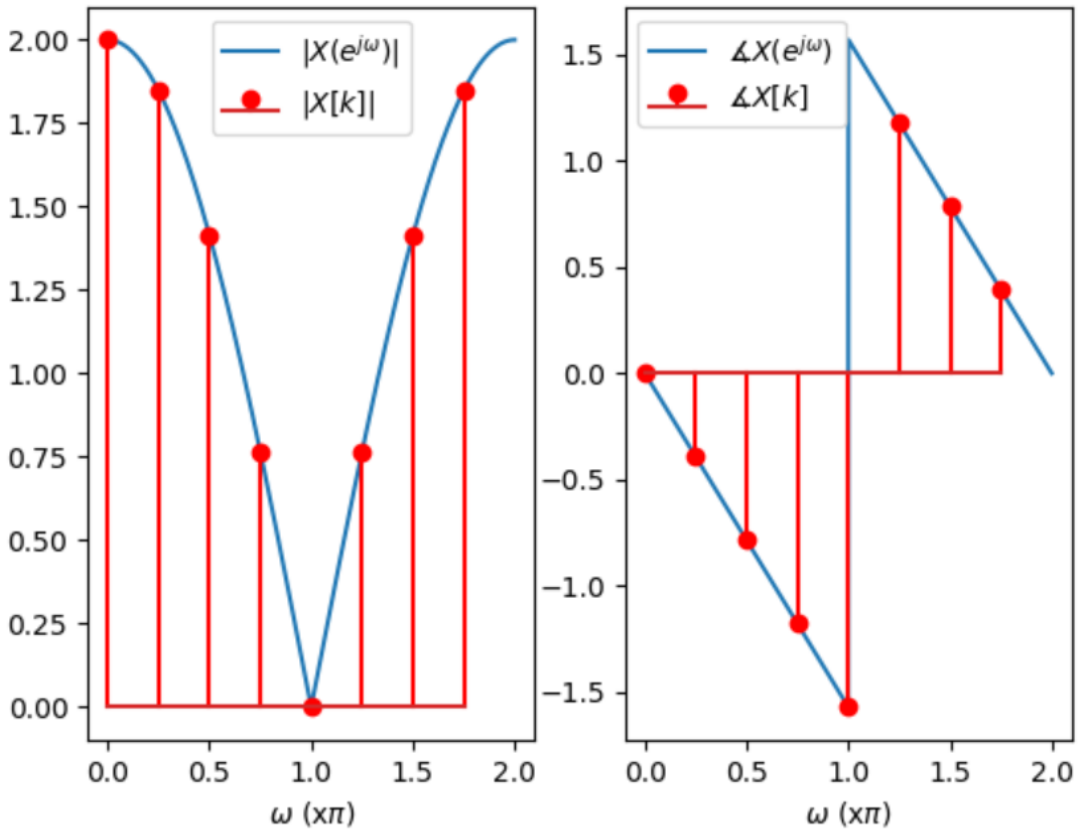
```
def dirac(n):
    if n==0:
        return 1
    else:
        return 0
```

Yukarıda basitçe $\delta[n]$ fonksiyonu oluşturdum. Bu fonksiyonu Analiz denkleminde $\tilde{x}[n]$ kısmında kullanacağız. Aşağıda herhangi bir hazır formül kullanmadan DFT analiz denklemini kullanarak $\tilde{X}\,[k]$ katsayılarını veren kodu yazdım. Herhangi bir k değeri için $n = 0, \dots, N-1$ toplamda N defa $\tilde{x}[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$ çarpımını yapıp sonuçları topluyoruz. İçteki for döngüsü bu dediğim işlemi yapıyor. $k = 0, \dots, N-1$ 'e kadar gittiğinden toplamda N'tane $\tilde{X}[k]$ hesaplayacağız. Bu sebeple dışta k için bir döngü var. Buradan N noktalı DFT hesaplamanın $O(N^2)$'lik bir zaman kompleksliği olduğunu görebiliriz.

```
N=8
X_k=np.zeros([N],dtype=complex)
for k in range(N):
    for n in range(N):
        X_k[k]=X_k[k]+(dirac(n)+dirac(n-1))*np.exp(-1j*(2*np.pi/N)*k*n)
X_k_abs=np.abs(X_k)
X_k_phase=np.angle(X_k)

plt.figure()
plt.subplot(121)
plt.plot(w_cont/np.pi,X_abs,label='$|X(e^{j\omega})|$')
w_discrete=np.arange(0,N)*(2*np.pi/N)
plt.stem(w_discrete/np.pi,X_k_abs,'r-',label='$|X[k]|$',markerfmt='ro')
plt.xlabel('$\omega$ (x$\pi$)')
plt.legend()

plt.subplot(122)
plt.plot(w_cont/np.pi,X_phase,label='$ \measuredangle X(e^{j\omega})$')
plt.stem(w_discrete/np.pi,X_k_phase,'r-',label='$ \measuredangle
X[k]$',markerfmt='ro')
plt.xlabel('$\omega$ (x$\pi$)')
plt.legend()
```



Yukarıdaki figürde solda $x[n]$ işaretinin DTFT'sinin (mavi) ve 8 noktalı DFT'sinin (kırmızı) genlik grafiği, sağda ise $x[n]$ işaretinin DTFT'sinin (mavi)

ve 8 noktalı DFT'sinin (kırmızı) faz grafikleri verilmiştir. Açık bir şekilde görülüyor ki N noktalı DFT hesapladığımızda aslında kompleks DTFT işaretini $\frac{2\pi}{N}$ aralıklarla toplamda N noktadan oluşacak şekilde örnekliyoruz.

2.2.1 Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT)

Bölüm 2.2'de N noktalı DFT hesaplamak için N iterasyonlu olan iki tane iç içe for döngüsü yazmıştık. Buradan da DFT hesaplamanın zaman kompleksliğinin $O(N^2)$ olduğunu anlamıştık. Hızlı Fourier dönüşümü (FFT) $x[n]$ işaretinin boyunun 2'nin bir kuvveti şeklinde olduğu durumda zaman kompleksitesi $O(NlogN)$ olan bir DFT hesaplama algoritmasıdır. FFT ile ilgili daha detaylı bilgi almak için DSP ders kitabınızın 8. Bölümünü veya şu linki inceleyebilirsiniz: https://en.wikipedia.org/wiki/Fast_Fourier_transform

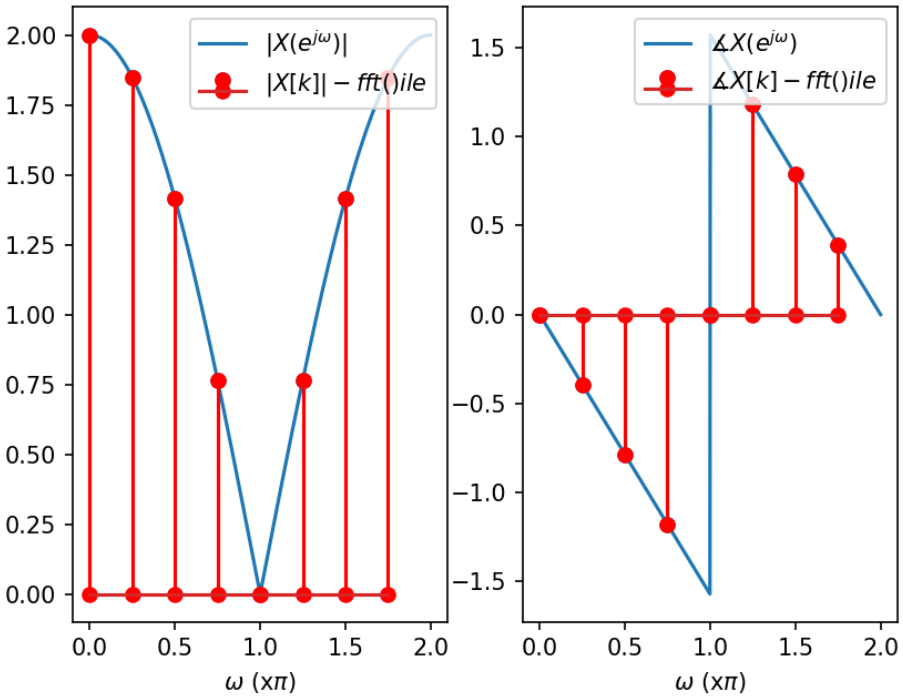
Bu derste DFT hesaplarken hep FFT algoritması kullanacağız. Aşağıda scipy kütüphanesinin fft modülündeki fft() komutunun kullanışıyla örnek bir kod verdim. DFT'sini hesapladığımız sinyali yine $x[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$ seçtim.

```
from scipy.fftpack import fft , ifft
x=np.array([1,1])
fft_X=fft(x,8)
abs_fft_X=np.abs(fft_X)
phase_fft_X=np.angle(fft_X)

## Grafik çizimi
plt.figure()
plt.subplot(121)
plt.plot(w_cont/np.pi,X_abs,label='$|X(e^{j\omega})|$')
w_discrete=np.arange(0,N)*(2*np.pi/N)
plt.stem(w_discrete/np.pi,abs_fft_X,'ro-',label='$|X[k]|-fft() ile$')
plt.xlabel('$\omega$ (x$\pi$)')
plt.legend(loc='upper right')

plt.subplot(122)
plt.plot(w_cont/np.pi,X_phase,label='$ \measuredangle X(e^{j\omega})$')
plt.stem(w_discrete/np.pi,phase_fft_X,'ro-',label='$ \measuredangle
X[k]-fft() ile$')
plt.xlabel('$\omega$ (x$\pi$)')
plt.legend(loc='upper right')
```

Aşağıdaki grafikten anlaşılacağı gibi, N noktalı fft almak bize doğrudan DFT analiz denklemini kullanarak hesapladığımız noktaların aynısını üretti. $fft(x, N)$ fonksiyonunda ilk parametre işareti, ikinci N parametresi ise nokta sayısına karşılık gelmektedir. Burada eğer işaretinizin boyu N'den küçük ise algoritma işaretinizin boyunu N'e tamamlayacak şekilde sonuna sıfırlar ekler. Eğer tam tersi bir durum var ise yani işaretinizin uzunluğu N'den büyük ise, algoritma işaretinizin ilk N noktasını alacak kırpar.



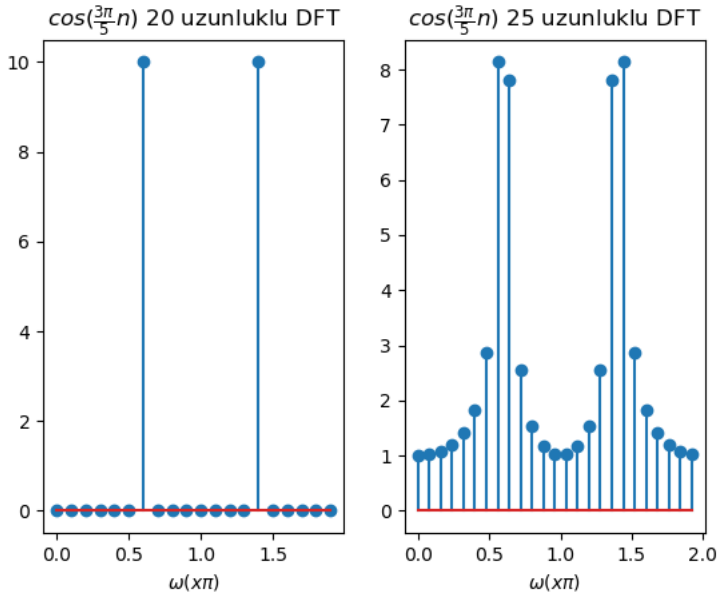
2.2.2 Frekansta örnekleme →Zamanda periyodiklik ilişkisi

Bir önceki bölümde N noktalı DFT hesaplarken hem $X[k]$'nın hemde $x[n]$'in N'ile periyodik olduklarından bahsetmiştik bu periyodikliği belirtmek için analiz ve sentez denklemlerinde $\tilde{X}[k]$, $\tilde{x}[n]$ olarak yazmıştık. Bu periyodikliğin nedeni frekans uzayında $\frac{2\pi}{N}$ aralıklı dürtü katarının ters fourier dönüşümünün ayrık zamanda N aralıklı dürtü katarına eşit olmasıdır. Frekansta çarpım, zamanda konvolusyona karşılık geldiği için de $x[n]$ dizisinin N ile periyodik versiyonu $\tilde{x}[n]$'i elde ederiz. Dolayısıyla, N noktalı DFT hesaplarken işaretinizin N ile

periyodik olduğunu varsayarak DFT hesaplamanız gerekir. Aşağıda $\cos\left(\frac{3\pi}{5}n\right)$ işaretini 20 noktalı ve 25 noktalı iki ayrı versiyonunu oluşturup Python'da DFT'lerini fft() ile hesaplayıp sadece genliklerini çizdirelim;

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.fftpack import fft , ifft
#20 uzunluklu versiyon
n1=np.arange(0,20)
x1=np.cos(3*np.pi/5*n1)
X1_abs=np.abs(fft(x1))
w_disc_1=n1*2*np.pi/len(n1)    #0-2pi arası 2pi/20 adımlı vektör (2pi
noktası dahil değil)
plt.figure()
plt.subplot(121)
plt.stem(w_disc_1/np.pi,X1_abs)
plt.xlabel('$\omega (x\pi)$')
plt.title('$cos(\\frac{3\\pi}{5}n)$ 20 uzunluklu DFT')

#25 uzunluklu versiyon
n2=np.arange(0,25)
x2=np.cos(3*np.pi/5*n2)
X2_abs=np.abs(fft(x2))
w_disc_2=n2*2*np.pi/len(n2)    #0-2pi arası 2pi/25 adımlı vektör (2pi
noktası dahil değil)
plt.subplot(122)
plt.stem(w_disc_2/np.pi,X2_abs)
plt.xlabel('$\omega (x\pi)$')
plt.title('$cos(\\frac{3\\pi}{5}n)$ 25 uzunluklu DFT')
```



$fft(x)$ komutu ikinci bir parametre olmadığı için DFT hesaplarken nokta sayısını x 'in boyuna eşit seçer. $\cos(\frac{3\pi}{5}n)$ işaretinin DFT'sini hesapladığımızda yukarıda soldaki grafikteki gibi $\frac{3\pi}{5}$ ve $-\frac{3\pi}{5}$ noktalarında dürtüler görmeyi bekleriz. ($[0-2\pi]$ arasını incelediğimiz için $-\frac{3\pi}{5} \rightarrow -\frac{3\pi}{5}+2\pi = \frac{7\pi}{5}$'e denk gelir.). Yukarıda sağdaki grafikte ikiden fazla dürtü elde etme sebebimizin nedeni indis vektörü $n2$'nin, **$\cos(\frac{3\pi}{5}n)$ işaretinin periyodunun tam katı olmayacak şekilde oluşturulmasından kaynaklanmaktadır.** Özetle, $\cos(\frac{3\pi}{5}n)$ işaretinin periyodu 10 örnek olduğu için indis vektörünü 10'un bir tam katı olacak şekilde ayarladığınız sürece daima DFT genlik grafiğinde 2 tane dürtü görürsünüz.

2.2.3 DFT genlik ve faz grafiklerinden işaret sentezi

Zamandaki kapalı formunu bilmediğiniz bir diziyi farklı frekanslardaki sinüs ve kosinüslerin doğrusal kombinasyonu şeklinde, dizinin DFT'sine bakarak yazabilirsiniz. Bunun için aşağıda verdiğim iki denklemi bilmeniz gerekmektedir.

$$\tilde{x}\,[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{+j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (DFS\ sentez\ denklemi)$$

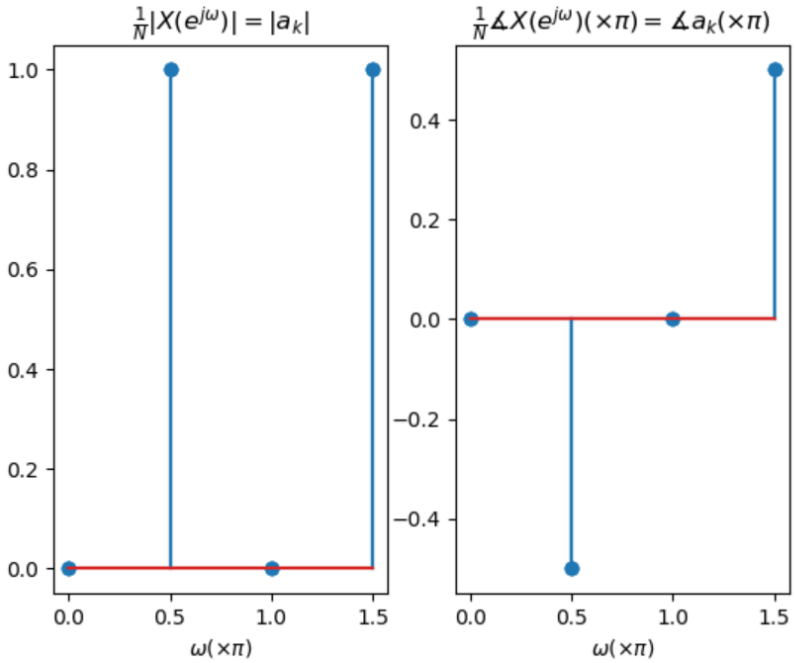
$$\tilde{x}\,[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}[k] e^{+j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (DFT\ sentez\ denklemi)$$

Yukarıdaki iki denkleme baktığınızda periyodik olan ayrık zamanlı işaretin Fourier serisi katsayıları a_k ile DFT katsayıları $\tilde{X}[k]$ arasında $a_k = \frac{\tilde{X}[k]}{N}$ ilişkisi olduğunu görüyoruz. Diğer bir değişle, **DFT hesapladıktan sonra elde ettiğiniz diziyi dizinin boyuna bölerseniz elde ettiğiniz yeni dizi DFS katsayıları olur**. Aşağıda verdiğim dizi $Acos(\omega_0 n + \phi)$ formatında bir sinüzoidal işaretin 1 periyotta aldığı değerlere karşılık gelmektedir.

$$x = [0,2,0,-2]$$

Aşağıdaki kodta yukarıdaki dizinin fft() komutu ile DFT'sinin alınıp daha sonra işaretin uzunluğu olan 4'e bölünüp elde ettiğimiz yeni kompleks dizinin genlik ve faz grafiklerini çizdirdim. Grafikleri çizdirirken okuma kolaylığı açısından hem yatay ekseni hemde DFT dizisinin fazını π sayısına böldüm. Bu nedenle yatay eksenideki bir değeri okurken o sayıyı π ile çarpmayı unutmayın diye ilgili eksen etiketlerine "$(\times \pi)$" ekliyorum.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.fftpack import fft , ifft
x=np.array([0,2,0,-2])
N=len(x)
n=np.arange(0,4)
w_disc=n*2*np.pi/N # 0-2pi arasında(2pi noktası dahil değil) 2pi/4
adımlı vektör
X_abs=np.abs(fft(x)/N)
X_phase=np.angle(fft(x)/N)
plt.subplot(121)
plt.stem(w_disc/np.pi,X_abs)
plt.xlabel('$\omega (\\times \pi)$')
plt.title('$\\frac{1}{N}|X(e^{j\omega})|=|a_{k}|$')
plt.subplot(122)
plt.stem(w_disc/np.pi,X_phase/np.pi)
plt.xlabel('$\omega (\\times \pi)$')
plt.title('$\\frac{1}{N}\measuredangle X(e^{j\omega})(\\times
\pi)=\measuredangle a_k(\\times \pi)$')
```



Yukarıda solda fft() fonksiyonu ile işaretin DFT'sini hesaplayıp işaretin uzunluğuna bölünmüş yeni dizinin genlik grafiği, sağda ise yine aynı dizinin faz grafiği var. Genlik grafiğinden sadece 1.indisteki 0.5π ve 3. indisteki 1.5π frekanslarında DFS katsayılarının sıfırdan farklı değere eşit olduğunu görüyoruz. Bu nedenle DFS sentez denklemini kullanarak $\tilde{x}[n]$'i sentezlemek istersek sadece $a_1 e^{j0.5\pi n}$ ve $a_3 e^{j1.5\pi n}$ kompleks üstel işaretlerini toplamamız gerekir.

a_1 katsayısınu bulmak için;

$$a_1 = |a_1| e^{j\angle a_1} = 1e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

Yukarıda $|a_1|$ değerini genlik grafiğinde 1. indisteki değerden, $\angle a_1$ değerini ise faz grafiğindeki 1. indisteki değerden okuyoruz. Faz grafiğini çizdirirken okuma kolaylığı olması için vektörü π 'ye bölmüştüm. Bu nedenle dik eksendeki değeri alırken π ile çarpmamız gerek. Benzer şekilde a_3'ü hesaplarsak;

$$a_3 = |a_3| e^{j\angle a_3} = 1e^{+j\frac{\pi}{2}}$$

Sonuç olarak $\tilde{x}[n]$ aşağıdaki ifadeye eşit olur;

$$\tilde{x}\,[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{+j\frac{2\pi}{N}kn} = a_1 e^{j0.5\pi n} + a_3 e^{j1.5\pi n}$$
$$= 1e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j0.5\pi n} + 1e^{+j\frac{\pi}{2}} e^{j1.5\pi n}$$

$e^{j1.5\pi n} = e^{j(2\pi - 0.5\pi)n} = e^{j2\pi n} e^{-j0.5\pi n} = e^{-j0.5\pi n}$ olduğu için;

$$= 1e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j0.5\pi n} + 1e^{+j\frac{\pi}{2}} e^{-j0.5\pi n}$$
$$= e^{j\left(0.5\pi n - \frac{\pi}{2}\right)} + e^{-j\left(0.5\pi n - \frac{\pi}{2}\right)}$$
$$= 2\cos\left(0.5\pi n - \frac{\pi}{2}\right)$$

Buradan $A = 2$, $\omega_0 = \frac{\pi}{2}$ ve $\phi = -\frac{\pi}{2}$ olduğunu görürüz.

Eğer $n = [0,1,2,3]$ vektörü için $2\cos\left(0.5\pi n - \frac{\pi}{2}\right)$ işaretini hesaplarsanız en başta verilen $[0,2,0,-2]$ dizisini elde edersiniz.

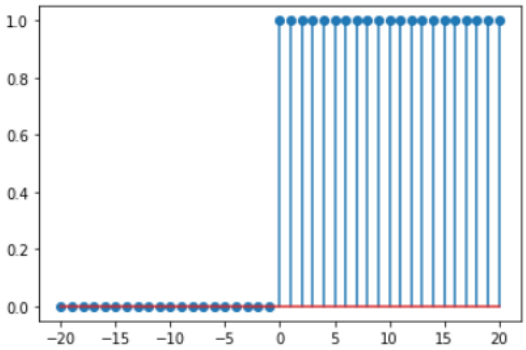
3 BASAMAK, DÜRTÜ İŞARETLERİNİN KOLAYCA OLUŞTURULMASI (Bonus bölümü)

İndis vektörü $n = -20,-19,\dots,0,\dots,20$ olduğunu varsayalım. Bu indis vektörü için aşağıda $u[n]$, $u[n-3]$,$\delta[n]$, $\delta[n+2]$ ve $u[n]-u[n-10]$ işaretlerini üreten kodları paylaşacağım.

Öncelikle $u[n]$'i oluşturalım:

```
n = np.arange(-20,21)
#yol-1
u_n = np.array([0 if i < 0 else 1 for i in n])
#yol-2
u_n = []
for i in n:
    if i<0:
        u_n.append(0)
    else:
        u_n.append(1)
#yol-3(bu yolu diğer yollarla kıyaslarsak önermiyorum)
u_n = np.concatenate((np.zeros(20),np.ones(21)))
#yol-4
u_n=np.ones(len(n))
u_n[n<0]=0
```

Yukarıda benim aklıma gelen farklı şekillerde $u[n]$ işaretini oluşturdum. Kendinizde farklı yollarla verilen indis vektörü için basamak fonksiyonu üretebilirsiniz. Yukarıdaki 'u_n' değişkenini n'e göre çizdirirseniz aşağıdaki grafiği elde edersiniz.



Şimdi de $u[n-3], \delta\,[n], \delta[n+2]$ ve $u[n]-u[n-10]$ işaretlerini bana en kolay gelen yukarıdaki 1. Yol ile aynı indis vektörü (n=-20 'den +20 (dahil)'ye) için oluşturacağım. Diğer yollar veya kendinizin bulduğu yollar ile bu üç işareti oluşturmayı size bırakıyorum.

$u[n-3]$:

```
n= np.arange(-20,21)
u_n_3 = np.array([0 if i<3 else 1 for i in n])
```

$\delta\,[n]$:

```
n= np.arange(-20,21)
dirac_n = np.array([0 if i!=0 else 1 for i in n])
```

$\delta[n+2]$:

```
n= np.arange(-20,21)
dirac_n_arti_2 = np.array([0 if i!=-2 else 1 for i in n])
```

$u[n]-u[n-10]$:

```
n= np.arange(-20,21)
u_n_eksi_u_n_10 =np.array([1 if i>=0 and i<10 else 0 for i in n])
```

4 KODLAR İLE ALAKALI SIK KARŞILAŞILAN HATALAR/SORULAR VE ÇÖZÜMLERİ/CEVAPLARI

1) Grafik çizdirmek istiyorum ama aşağıdaki gibi bir hata alıyorum:

x and y must have same first dimension, but have shapes…

Çözüm: İster $stem(x,y)$ *ister* $plot(x,y)$ *olsun grafik çizdirirken tek boyutlu* x *ve* y *dizilerinin boyları aynı olmak zorunda. Bu hatayı alıyorsanız boyları aynı değildir. Düzeltip tekrar deneyin.*

2) fft() komutu ile DFT hesaplayıp çizdirmek istiyorum şu şekide bir uyarı alıyorum:

…ComplexWarning: Casting complex values to real discards the imaginary part

Çözüm: Böyle bir uyarıyı almanızın nedeni kompleks bir diziyi doğrudan plot() veya stem() ile çizdirmeye çalışmanızdır. fft() ile elde edeceğiniz dizi kompleks olacağından ya genlik-faz ikilisini yada gerçek-sanal ikilisini çizdirirsiniz (Bu derste genelde genlik-faz ikilisini çizdiririz). Bunun için Numpy'ın abs() fonsiyonuna giriş olarak fft() sonucu elde ettiğiniz diziyi uygularsanız çıkışta genliği, yine Numpy'ın angle() fonsiyonuna giriş olarak fft() sonucu elde ettiğiniz diziyi uygularsanız fazı elde etmiş olursunuz.

3) "fft() komutu ile DFT genlik ve faz grafiklerini çizdirirken yatay ekseni oluşturmakta zorlanıyorum":

Çözüm: N *uzunluklu* $x[n]$ *dizisinin fft() ile DFT'si,* $[0-2\pi]$ *aralığında sürekli olan* $x[n]$ *'in DTFT'si* $X(e^{j\omega})$*'nın* 0*'dan* 2π*'ye (*2π *noktası dahil değil)* N *noktalı olacak şekilde(noktaların arasındaki mesafe* $\frac{2\pi}{N}$*)örneklenmesiyle elde*

edilen diziye karşılık geliyor. Bu örnekleme noktaları da aşağıda verdiğim ω_{DFT} vektörüne karşılık geliyor:

$$\omega_{DFT} = \left[0, \frac{2\pi}{N}, \frac{4\pi}{N}, \dots, 2\pi - \frac{2\pi}{N}\right]$$

Bana göre bu vektörü oluşturmanın en basit yolu 0'dan $N-1$'e giden bir indis vektörü oluşturup daha sonra bu vektörü $\frac{2\pi}{N}$'ile çarpmak. Mesela $N = 8$ için;

```
w=np.arange(0,8)*(2*np.pi/8)
```

Aşağıdaki kodlar da yukarıdaki kodun ürettiği vektörün aynısını üretir:

```
w=np.arange(0,2*np.pi,2*np.pi/8)
w=np.linspace(0,2*np.pi-2*np.pi/8,8)
```

4) "Verilen kodun aynısını kendim yazıyorum ancak aşağıdaki gibi bir hata alıyorum":

NameError: name '……' is not defined

Çözüm: Yukarıda ..... yerinde yazan kütüphane import edilmemiştir. İlgili kütüphaneleri kodunuzun en başında import edin.

5) "Grafik çizdirirken grafiği bir onceki figürün üzerine çizdiriyor"

Çözüm:Yeni figür çizdirmeden hemen oncesine aşağıdaki kodu yazın:

```
plt.figure()
```

6) "Grafik çizdirirken frekans eksenini π'ye (veya 2π'ye) bölmek zorunlu mu? Bunu neden yapıyoruz?"

Cevap: Grafik çizdirirken frekans eksenini π'ye bölmek sadece grafiği okuma kolaylığı açısından yapılır. Mesela $\cos\left(\frac{3\pi}{5}n\right)$ *işaretinin DFT'sini hesaplayıp genlik grafiğini çizdirdiğinizde dürtüleri* 0.6π *ve* 1.4π*'de görürüz. Eğer yatay ekseni* π*'ye bölerseniz dürtüler* 0.6 *ve* 1.4 *noklarında olur ki okurken bu değerleri* π *ile çarparak okunması için eksen etiketinde* $(\times \pi)$ *koymanız gerekir. Eğer* π*'ye bölmezseniz dürtüler* $0.6\pi = 1.88495\ldots$ *ve* $1.4\pi = 4.3982297\ldots$ *değerinde olacaktır. Bu işlemi yapmanız zorunlu değil ama yapmanız hem grafikleri okurken hem de soruları cevaplarken ciddi kolaylık sağlar.*

7) Kodlarda eksen etiketleri veya başlıkları eklerken '$$' sembolü arasında yazılanlar ne anlama geliyor? Bizim yapmamız zorunlu mu?

Cevap: Dolar sembolü arasına yazılanlar Latex kodları, tek amaçları eksen etiketlerinde veya başlıklarda matematiksel ifadelerin gösterimi için. Mesela;

$plt.xlabel('\$\backslash omega\$')$ *yazdığınızda x-ekseninde* ω *sembölünü görürsünüz. Bu tür Latex kodlarını sizden beklemiyoruz. Eksen veya başlıkları isimlendirirken bizlerin anlayacağı şekilde isimlendirmeniz yeterli olacaktır.*

5 ÇALIŞMA SORULARI

1) DZD olan bir sistemin dürtü cevabı $h[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$ olarak verilmektedir.
   a) $H(e^{j\omega})$'yı elinizle hesaplayın (Yorum olarak ekleyebilirsiniz). Hesapladığınız bu fonksiyonunun genliği $|H(e^{j\omega})|$ ve fazı $\angle H(e^{j\omega})$ 'yı ω'yı $0 - 2\pi$ arasında 1000 noktadan oluşacak şekilde oluşturup plot() ile çizdirin.
   b) $|H(e^{j\omega})|$'ya bakarak bu filtrenin nasıl bi karakteristiğe sahip olduğunu yorumlayın.
   c) $h[n]$ işaretini $n = 0, \dots, 15$ indislerinde tanımlı 16 noktalı olacak şekilde oluşturun. Oluşturduğunuz bu dizinin fft() fonksiyonu ile 16 noktalı DFT'sini hesaplayıp genlik ve faz grafiklerini çizdirin.
2) Aşağıdaki dizi $Acos(\omega_0 n + \phi)$ formatında olan sinüzoidal işaretin tam bir periyot $n = 0,1, \dots 7$'ye kadar aldığı değerlere karşılık gelmektedir.

$$[0, 0.707106, -1, 0.707106, 0, -0.707106, 1, -0.707106]$$

Bu dizinin DFT'sinin genlik ve faz grafiklerine bakarak A, ω_0 ve ϕ değerlerini bulunuz.

6 TESLİM ŞEKLİ ve ZAMANI

Kodlar bölümünde yazılan kodları kendiniz bir Jupyter Notebook'ta yazarak sonuçları gözlemleyin. Jupyter Notebook'ta yaptığınız çalışmayı **OgrenciNo_Ad_Soyad_LAB3.ipynb** formatına bir isimle kaydedip Ders Kutusu'na yükleyiniz. Laboratuvar ön çalışmaları (ev ödevi), laboratuvarın yapılacağı gün sabah 05:00'e kadar sisteme yüklenmelidir. Sisteme geç yüklenen dosyalar kabul edilmeyecektir. Ön hazırlık çalışmasını yapmamış (sisteme ön çalışmasını yüklememiş) öğrenciler aynı yapılacak laboratuvar çalışmasına giremez. Ekte, örnek bir ödev çözümü şablonu verilmektedir (bknz: **101024099_AYSE_SEN_LAB1.ipynb**). Jupyter Notebook'ta yapacağınız çözümler **bu şablona göre hazırlanmalıdır.**