Для сравнения численных методов интегрирования написан небольшой скрипт на python, который считывает из текстовых файлов точки (5000 точек сгенерированы заранее для каждого метода для каждого шага).
Сравнивались следующие методы:

- Явный метод Эйлера
- Явный метод Хойна
- Явный метод РК4
- Неявный метод Трапеции (с приближением методом Ньютона)

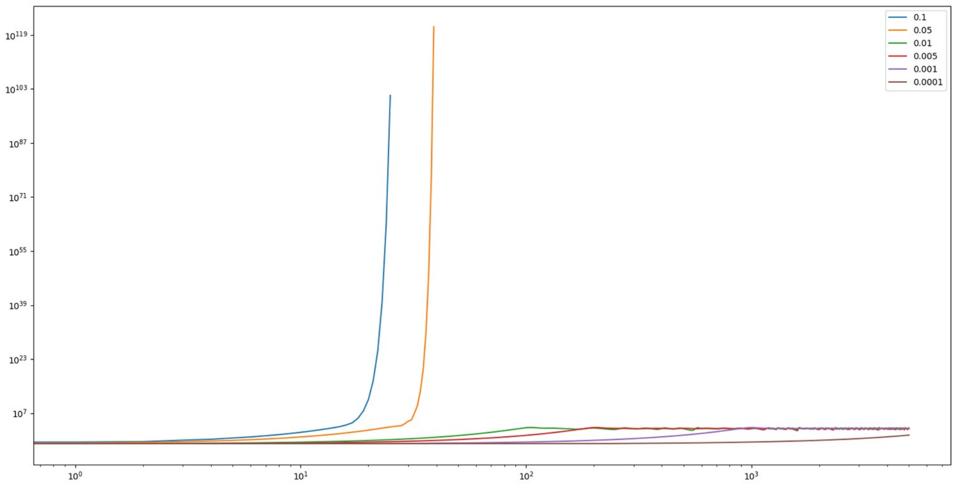
Для каждого метода вычислялось 5000 точек со следующими шагами:

- h = 0.1
- h = 0.05
- h = 0.01
- h = 0.005
- h = 0.001
- h = 0.0001

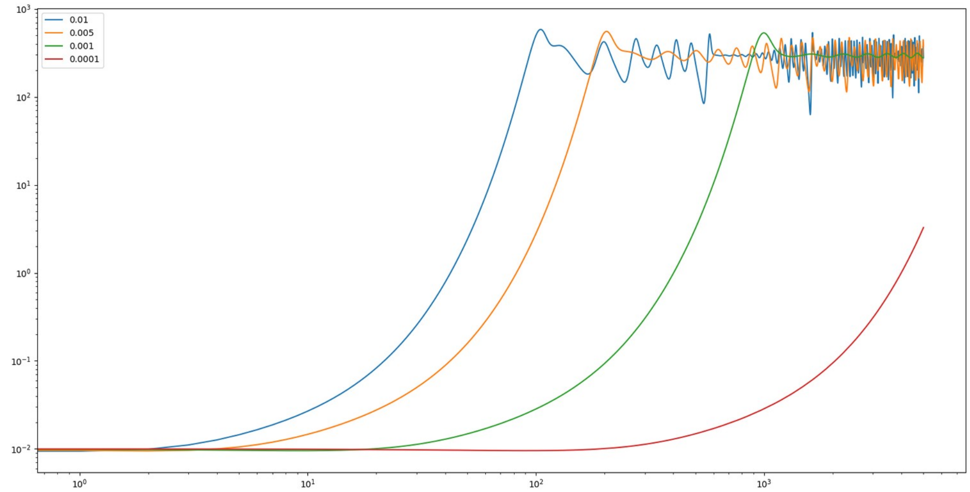
Файлы с точками для каждого h создавались вручную(

Для рисования графика все файлы считывались в скрипте и для каждого набора точек был посчитана норма, которая будет рисоваться на графике.

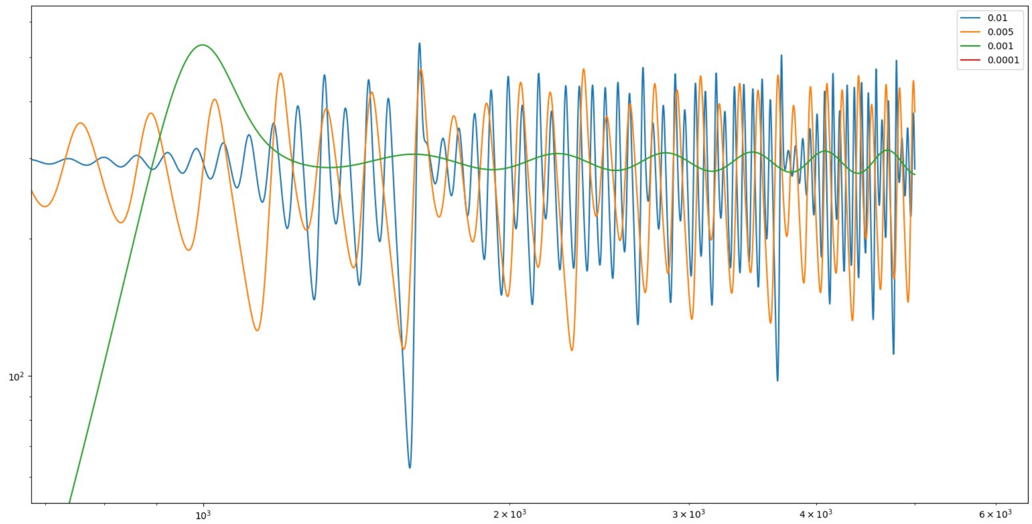
Для метода Эйлера получились следующий график:



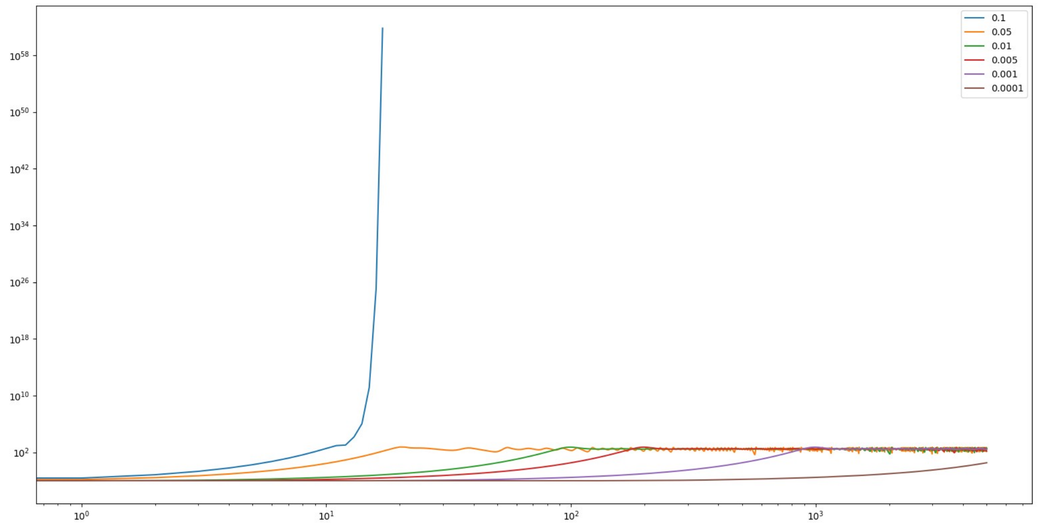
По оси y рисуется норма вектора, по оси x время. Обе шкалы логарифмированы, потому что координаты точек довольно малы и их не видно было бы на графике. Видно, что метод эйлера с большим шагом интегрирования очень быстро расходится на бесконечность. Чтобы лучше разглядеть остальные линии уберем первые два шага с графика.



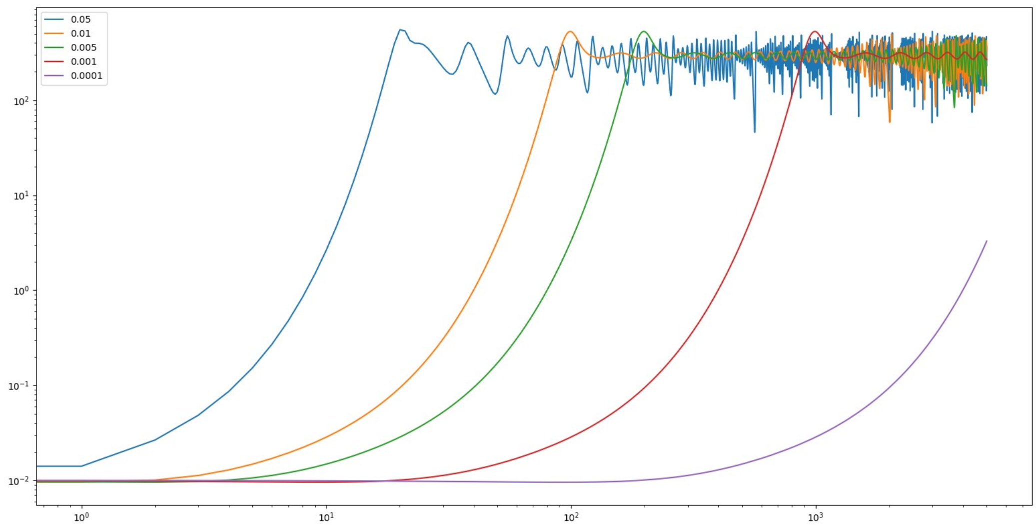
На данном графике видна периодичность нормы вектора, как и то, что от шага сильно зависит изменение нормы. Видно, что для слишком маленького шага вектор даже не успел начать периодические колебания. А вот самый маленький шаг начал периодическое движение раньше всех. То есть шаг как бы сдвигает фазу нашей системы.



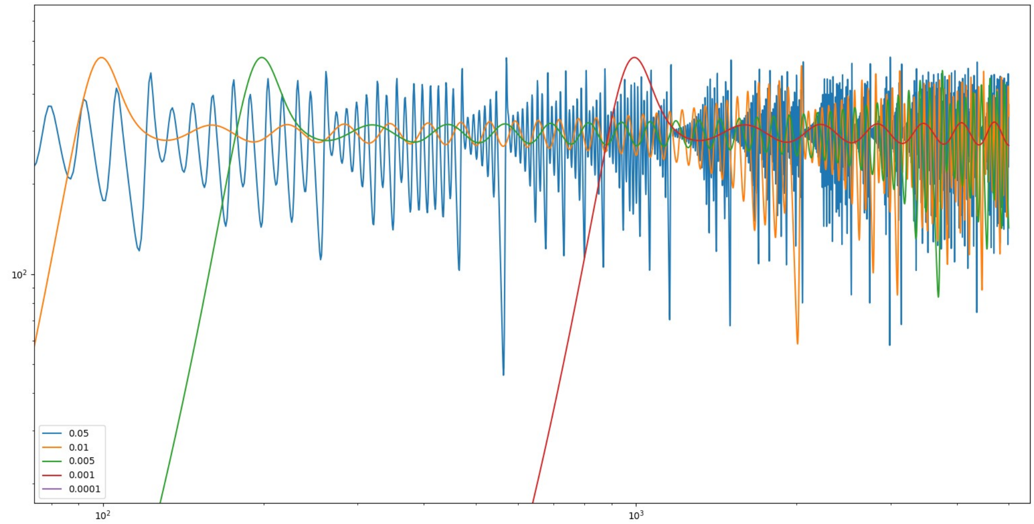
Немного приблизим картинку, видно, что шаги 0.01 и 0.005 довольно похожи, особенно выделяется шаг 0.001.



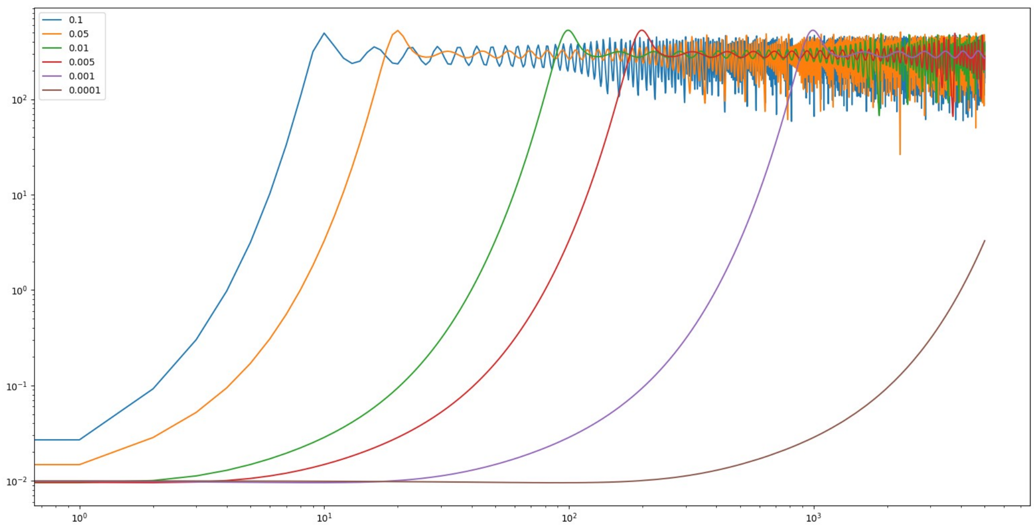
На графике метод Хойна. Видно, что для него так же большой шаг ведет к расходимости на бесконечность. Выкинем его, чтобы изучить остальные шаги.



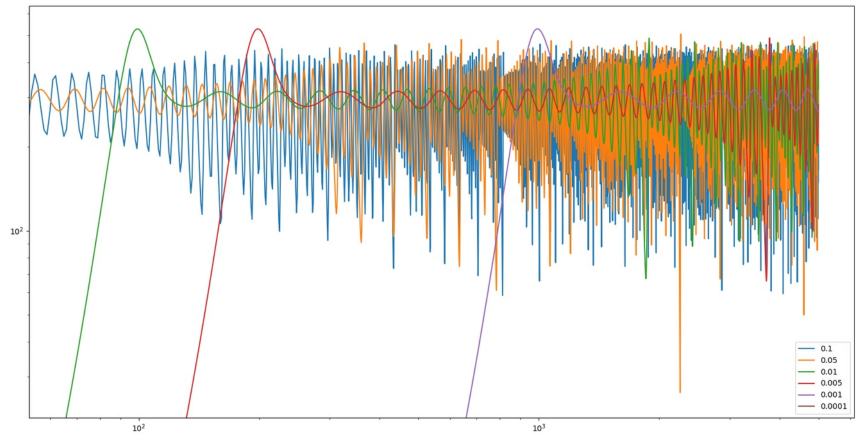
Теперь отчетливо видны все шаги. У шага 0.05 видны слишком большие колебания по амплитуде, нестабильности. Приблизим, чтобы лучше рассмотреть колебания.



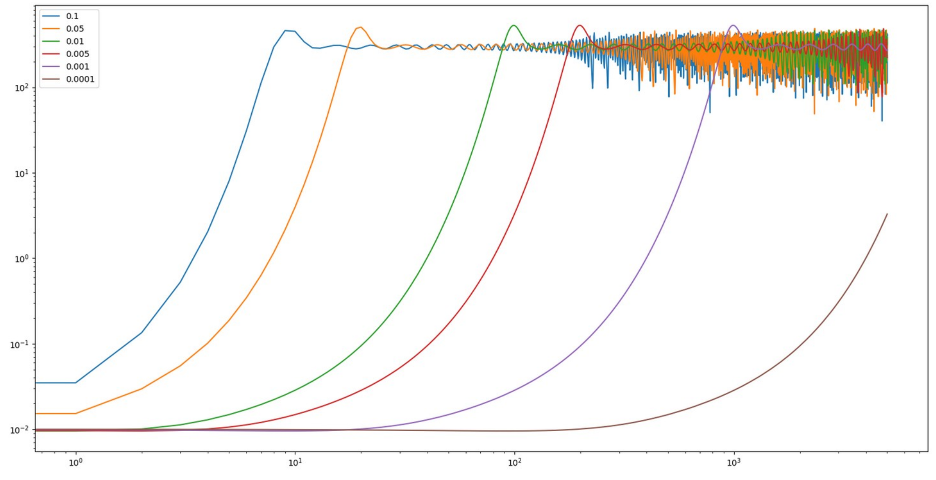
На данном графике видно, что шаги 0.01 и 0.005 почти совпадают по амплитудам, кроме фазы. Опять выделяется шаг 0.001.



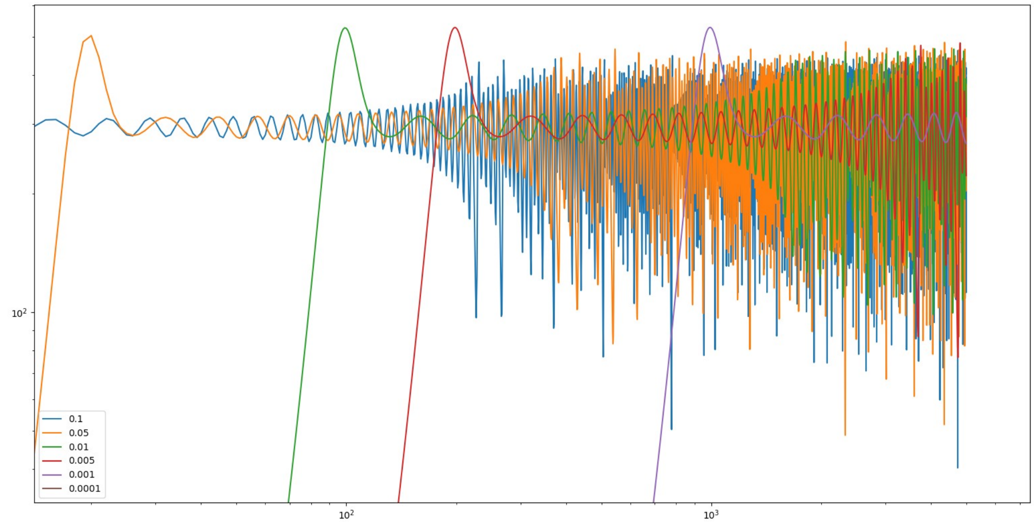
На графике изображен метод РК4. В отличии от предыдущих методов, данный не расходится при больших шагах, хотя и видны негладкости приближения.



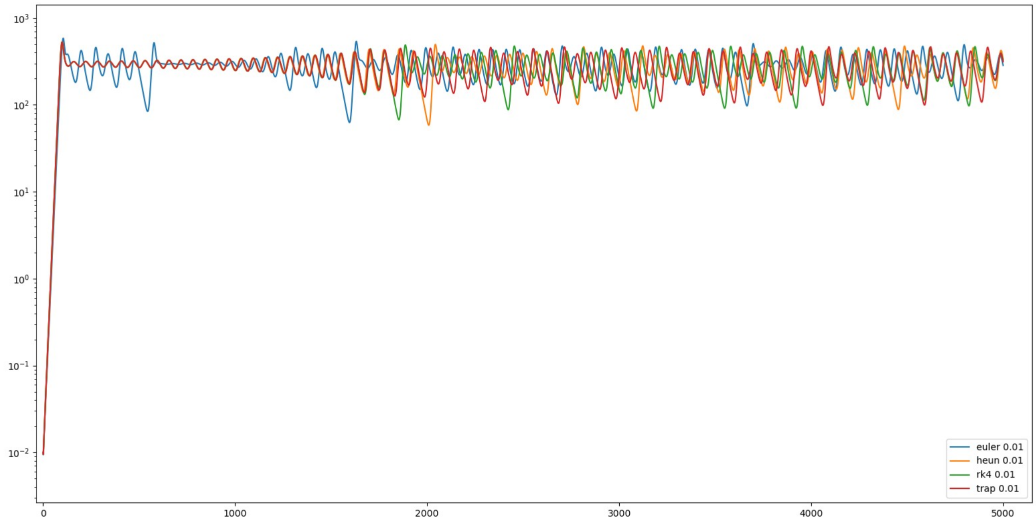
Приблизим график и рассмотрим его поближе, видно, что шаги 0.01 и 0.005 почти не отличаются опять, кроме фазы. И опять выделяется шаг 0.001. Хотя и видно, что шага 0.01 уже достаточно для довольно точного и гладкого решения.



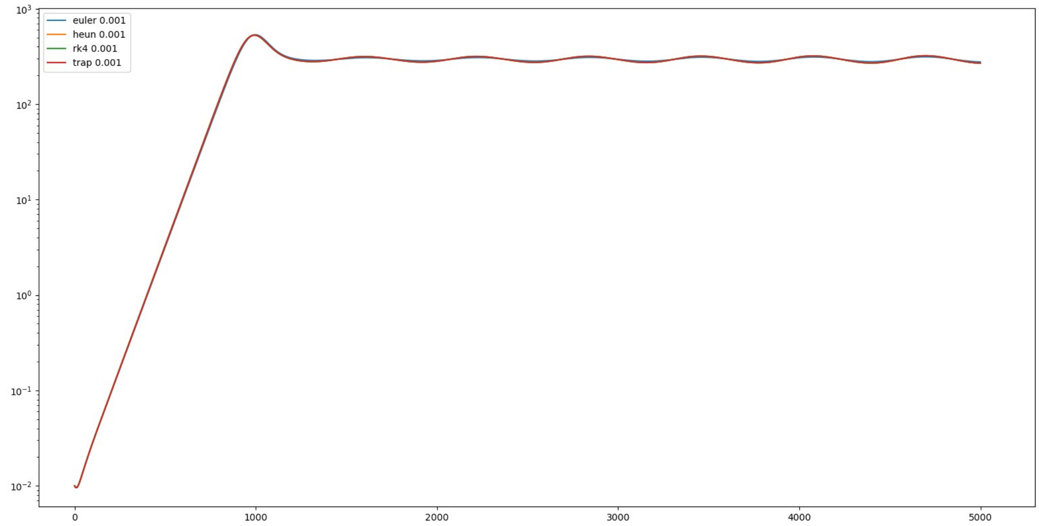
На данном графике изображен неявный метод трапеции. Он также не расходится при больших шагах, кроме того выглядит более гладкими по сравнению с остальными даже при небольших шагах. Приблизим и рассмотрим поближе.



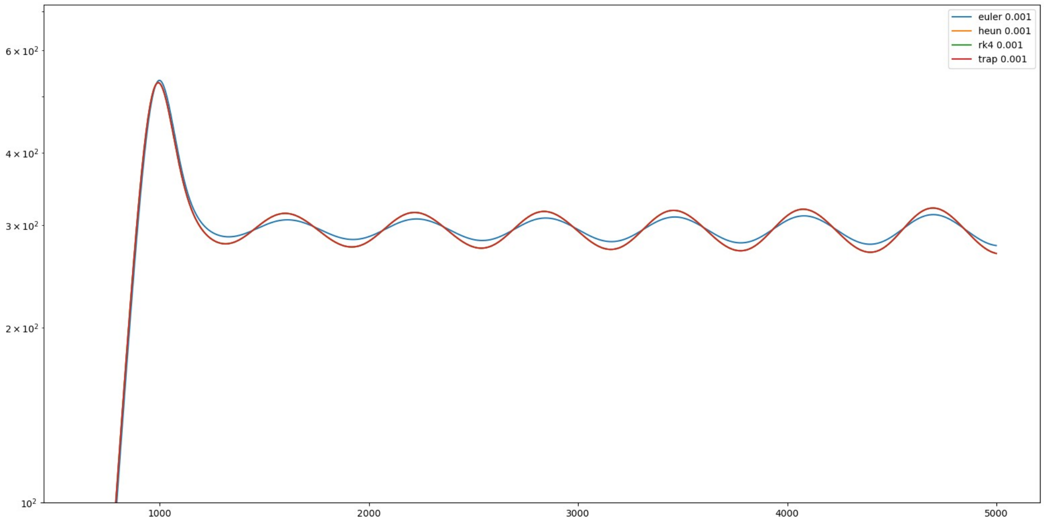
Из данного графика видно, что начиная с шага 0.01 графики идентичные, кроме фазы.



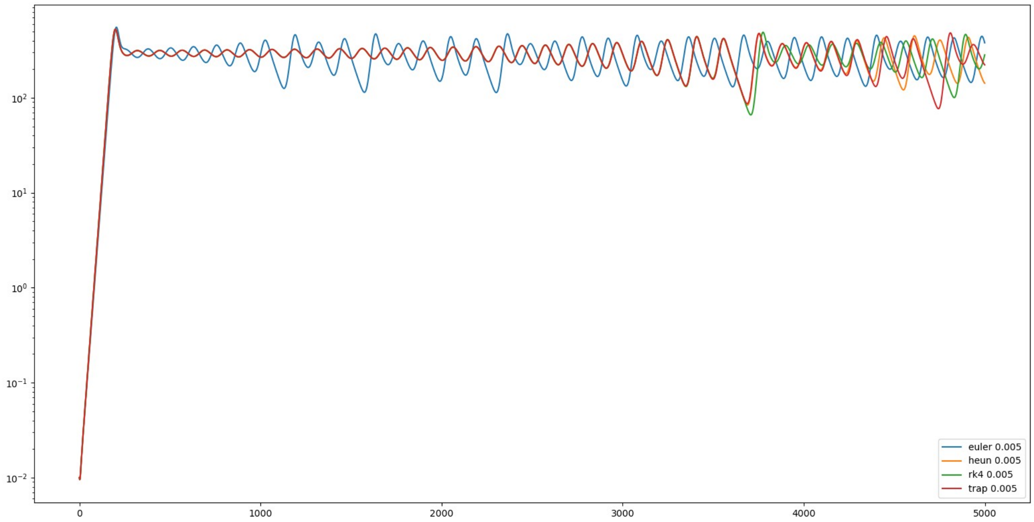
Нарисуем все методы с одним шагом. Видно, что все методы в самом начале практически совпадают, кроме эйлера. Однако ошибка быстро накапливается и они начинаются различаться больше.



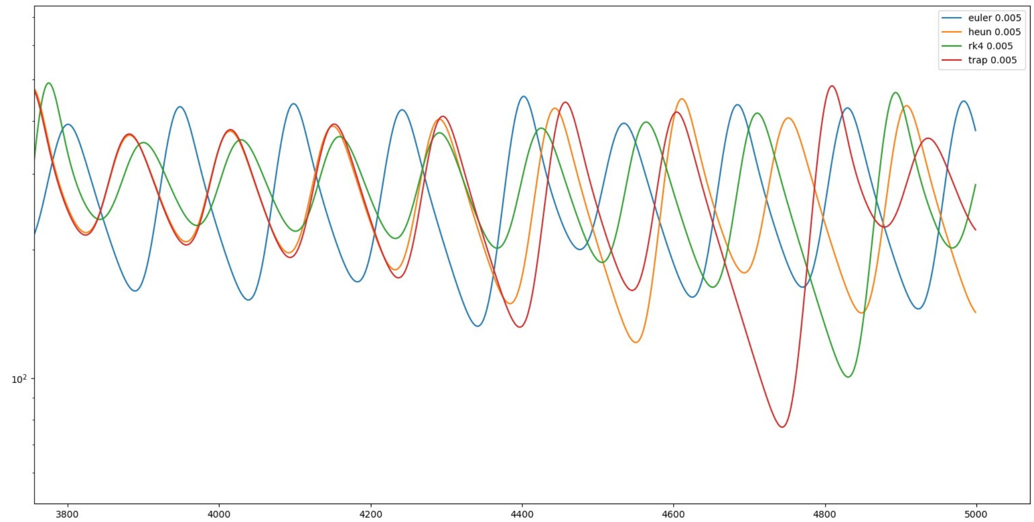
Ранее видно было, что 0.001 выделялся. Видно, что при данном шаге у методов крайне небольшая разница.



Приблизим, видно, что только метод эйлера отличается от всех.



Возьмем предыдущий шаг, особенно выделяется опять метод Эйлера, который не совпадает с остальными ещё с самого начала. Раньше всех начинает отклоняться метод РК4, затем метод Хойна и метод Трапеции оказывается лучше всех.



В приближении особенно видно хорошо, как метод Хойна начинает отклоняться от траектории метода Трапеции.

Исходя из полученных данных, можно точно сказать, что метод Эйлер начинает отклоняться от остальных раньше всего. Также можно утверждать, что остается два метода в конце, однако какой из них лучшее нельзя сказать точно. Кроме того, для большинства методов шаг 0.001 является слишком маленьким и считать приходится сильно больше, а вот шаг 0.005 является оптимальным для всех методов.