

ДЗ 1. (5,2)-код

Дан (5,2)-код со следующими кодовыми словами:

$$\begin{aligned} 00 &\rightarrow 00000 \\ 01 &\rightarrow 10110 \\ 10 &\rightarrow 01011 \\ 11 &\rightarrow 11101 \end{aligned}$$

1. Минимальное расстояние

Веса ненулевых кодовых слов:

$$w(10110) = 3, \quad w(01011) = 3, \quad w(11101) = 4.$$

Следовательно,

$$d_{\min} = 3.$$

Корректирующая способность:

$$t = \left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{3 - 1}{2} \right\rfloor = 1.$$

Код исправляет одну ошибку.

2. Вероятность ошибки декодирования

Канал — двоичный симметричный (ДСК), $p = 10^{-3}$.

Вероятность правильного декодирования:

$$P_{\text{corr}} = (1 - p)^5 + 5p(1 - p)^4.$$

Подставим $p = 10^{-3}$:

$$(1 - p)^5 = 0.999^5 \approx 0.99501,$$

$$5p(1 - p)^4 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0.996006 \approx 0.00498.$$

$$P_{\text{corr}} \approx 0.99999.$$

Тогда вероятность ошибки:

$$P_e = 1 - P_{\text{corr}} \approx 9.98 \cdot 10^{-6}.$$

$$P_e \approx 10^{-5}$$

3. Порождающая матрица

Выберем базисные кодовые слова:

$$g_1 = 01011, \quad g_2 = 10110.$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Проверочная матрица

Матрица H размера 3×5 , такая что $GH^T = 0$:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$