

## ДЗ 1. (5,2)-код

Дан (5,2)-код со следующими кодовыми словами:

$$00 \rightarrow 00000$$

$$01 \rightarrow 10110$$

$$10 \rightarrow 01011$$

$$11 \rightarrow 11101$$

### 1. Минимальное расстояние

Веса ненулевых кодовых слов:

$$w(10110) = 3, \quad w(01011) = 3, \quad w(11101) = 4.$$

Следовательно,

$$d_{\min} = 3.$$

Корректирующая способность:

$$t = \left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{3 - 1}{2} \right\rfloor = 1.$$

Код исправляет одну ошибку.

### 2. Вероятность ошибки декодирования

Канал — двоичный симметричный (ДСК),  $p = 10^{-3}$ .

Вероятность правильного декодирования:

$$P_{\text{corr}} = (1 - p)^5 + 5p(1 - p)^4.$$

Подставим  $p = 10^{-3}$ :

$$(1 - p)^5 = 0.999^5 \approx 0.99501,$$

$$5p(1 - p)^4 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0.996006 \approx 0.00498.$$

$$P_{\text{corr}} \approx 0.99999.$$

Тогда вероятность ошибки:

$$P_e = 1 - P_{\text{corr}} \approx 9.98 \cdot 10^{-6}.$$

$$\boxed{P_e \approx 10^{-5}}$$

### 3. Порождающая матрица

Выберем базисные кодовые слова:

$$g_1 = 01011, \quad g_2 = 10110.$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

### 4. Проверочная матрица

Матрица  $H$  размера  $3 \times 5$ , такая что  $GH^T = 0$ :

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$