

**ASN (S6)**

Année 2020

CHOQUEUSE Vincent

**Asservissements Numériques****Labo 4 : Simulation d'une Régulation de Température**

```
In [1]: import numpy as np
import json
import plotly
import matplotlib.pyplot as plt
from control import tf, c2d, feedback, bode
from ENIB_control import step, impulse, nichols, rlocus, damp, pole, stepinfo, figure
```

**1. But de l'étude**

On propose d'étudier la commande d'un four selon des contraintes de réponse en poursuite et en régulation. La synthèse d'un correcteur de type Proportionnel Intégral (PI) sera basée sur un modèle linéaire du système physique autour d'un point de fonctionnement ; dans le but de valider l'étude, une simulation sera effectuée dans l'environnement `jupyter notebook`.

**2. Description du Système**

La température  $\theta(t)$  d'un four électrique est commandée en agissant sur la tension d'alimentation  $V_1(t)$  d'une résistance chauffante  $R$ . La puissance fournie,  $P(t) = V_1^2(t)/R$ , provoque l'échauffement de la résistance et de l'air dans le four selon les lois de la thermodynamique (capacité calorifique, échanges par conduction, rayonnement et convection). La figure 1 représente le bloc-diagramme du dispositif constitué des éléments suivants :



Fig.1 - Système.

**Amplificateur de puissance :**

- Gain  $A = 20$ ; dynamique négligeable (temps de réponse très faible).

**Fonction de transfert de l'élément chauffant :**

- Le gain  $K_1$  (Watts/Volt) est obtenu en linéarisant l'expression de  $P(t)$  au voisinage du point de fonctionnement  $V_1 = 110$  V; par ailleurs  $R = 10\Omega$  (une linéarisation correspond à une dérivation autour du point de fonctionnement).
- La constante de temps  $\tau_1 = 10$  s.

**Fonction de transfert de l'enceinte thermique (le four) :**

- Gain  $K_2$  (Degrés/Watt) =  $6 \cdot 10^{-2} / W$ .
- Constante de temps  $\tau_2 = 60$  s.

**Sonde de température :**

- Sonde de type thermocouple associée à une électronique de traitement analogique : échelle 0-10 V pour  $\theta(t)$  variant de 0 à 300°C; temps de réponse négligeable.

Système avec en chaîne direct :

- un correcteur de fonction de transfert  $C(p)$
- un système de fonction de transfert  $F(p)$

Système est à retour unitaire.

La fonction de transfert en boucle fermée :

$$H(p) = \frac{C(p)F(p)}{1 + C(p)F(p)}$$

Système précis → Gain statique en boucle fermé doit être égal à 1 c-a-d  $H(0) = 1$ .

$$H(0) = \frac{C(0)F(0)}{1 + C(0)F(0)} = 1$$

Pour obtenir un système précis en boucle fermé, il faut que  $C(0) \rightarrow \infty$ .

```
In [2]: A = 20
R = 10
taul1 = 10
K1 = 0.06
taul2 = 60
K3 = 10/300

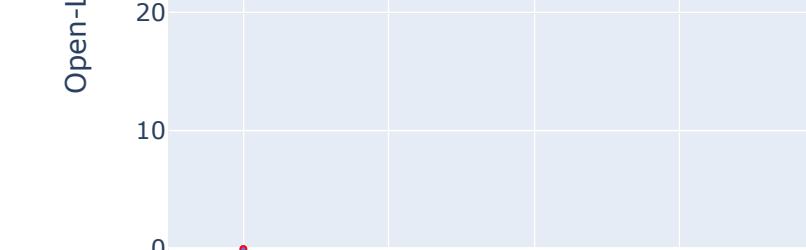
V1 = np.arange(0,200)
F = V1**2/R

# approximation au voisinage de V1
V1_app = 110
K1 = V1_app*R
taul1 = 10
b = (V1_app**2)/R-K1*V1
app
print(b)
P = K1*V1+b

plt.plot(V1,V1**2/R,label="P(t)")
plt.plot(V1,F,label="linéarisation")
plt.xlabel("V1")
plt.ylabel("P(t), linéarisation")
plt.legend()
F1 = tf([K1],[taul1,1])
F2 = tf([K3],[taul2,1])

print("A=%f"%format(A))
print("F1: (%f,%f)"%format(F1))
print("F2: (%f,%f)"%format(F2))
print("K3: (%f,%f)"%format(K3))

-1210.0
A=20
F1:
- 22
-----
10 s + 1
F2:
- 0.06
-----
60 s + 1
K3: 0.033333333333333333
```

**3. Préparation**

On veut commander ce système à l'aide d'un correcteur PI conformément au diagramme de la figure 2 :

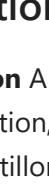


Fig.2 - Système en boucle fermée.

- La période d'échantillonnage choisie vaut  $T_e = 4$  s.
- Les gains de conversion A-N et N-A se compensent ( $G_1, G_2 = 1$ ).

**3.1 Fonction de transfert du système à asservir**

- Question** Déterminez la fonction de transfert  $F(p)$  de l'ensemble à asservir (amplificateur-résistance-four-sonde). (Ecrire l'expression littérale et faire l'application numérique).
- Question** Déterminez théoriquement la fonction de transfert discrète équivalente  $F(z)$ , avec BOZ, pour une période d'échantillonnage de  $T_e = 4$  s.

```
In [3]: Fp = A*F1*F2*K3
print(Fp)

0.88
-----
600 s^2 + 70 s + 1
```

```
In [4]: Fz = c2d(Fp,Ts=4)
print(Fz)

0.01008 z + 0.00863
-----
z^2 - 1.606 z + 0.6271

dt = 4
```

**3.2 Définition du cahier des charges :  $H_m(z)$** 

On cherche à obtenir pour le système corrigé et bouclé  $H(z)$  une fonction de transfert équivalente à un modèle du 2nd ordre appelé  $H_m(z)$ . On impose le cahier des charges suivant.

**Fonction de transfert modèle  $H_m(z)$ :**

- Erreur statique nulle (gain statique  $H_m(z)$  égal à 1)
- Dépassement relatif de  $D = 15\%$  sur la réponse indicielle.

- Question** Déterminez le facteur d'amortissement  $m$  et le facteur de résonance  $M$  en dB pour ce modèle  $H_m(z)$ .

```
In [5]: m = 0.52
M = 1
```

**3.3 Expressions des fonctions de transfert sortie, commande et erreur**

Pour visualiser les signaux de sortie  $s[n]$ , de commande  $u_c[n]$  et d'erreur  $e[n]$  pour un signal d'entrée donné  $e[n]$ , il est nécessaire de déterminer les fonctions de transfert suivantes :

$$H(z) = \frac{S(z)}{E(z)} \quad (1)$$

$$cmd(z) = \frac{U_c(z)}{E(z)} \quad (2)$$

$$err(z) = \frac{E(z) - S(z)}{E(z)} \quad (3)$$

- Question** Déterminez en fonction de  $C(z)$  et  $F(z)$  (pas d'applications numériques)

- l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée :  $H(z)$ ,
- l'expression du rapport  $err(z)$  où  $(z)$  désigne signal d'erreur,
- l'expression du rapport  $cmd(z)$  où  $U_c(z)$  désigne le signal de commande.

$$H(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{C(z)F(z)}{1 + C(z)F(z)} \quad (4)$$

$$cmd(z) = \frac{U_c(z)}{E(z)} = \frac{U_c(z)}{S(z) \times \frac{E(z)}{F(z)}} = \frac{U_c(z)}{F(z)} \quad (5)$$

$$err(z) = \frac{E(z) - S(z)}{E(z)} = 1 - H(z) \quad (6)$$

**4. Analyse d'un correcteur Proportionnel Intégral**

Le correcteur série  $C(z)$  sur la figure 2 doit apporter à  $F(z)$  tout ce qui manque pour que la fonction de transfert corrigée  $H(z)$  respecte le cahier des charges.

Le correcteur proportionnel intégral est composé d'un gain et d'une intégration :

- Action proportionnelle : apporte du gain sur toute la bande fréquentielle.
- Action intégrale : apporte du gain sur les basses fréquences, donc de la précision sur la boucle fermée.

Ces deux actions se retrouvent dans un correcteur PI analogique :

$$C(p) = K_i \left( 1 + \frac{T_e}{T_i} \frac{z}{z-1} \right)$$

- $K_i$ : action proportionnelle,
- $T_i$ : constante d'intégration,
- $\omega_r = \frac{1}{T_i}$ : pulsation de coupure.

La structure d'un correcteur PI numérique est identique à la structure du correcteur PI analogique. En discréтиlisant on obtient :

$$C(z) = K_i \left( 1 + \frac{T_e}{T_i} \frac{z}{z-1} \right)$$

**Remarque** Dans cette expression l'intégration continue est remplacée par une intégration numérique (cf cours chap. 7):  $\frac{1}{p} \rightarrow \frac{T_e}{z-1}$ .

- Question** Vérifiez l'équivalence des deux fonctions de transfert en traçant leur diagramme de Bode (on prendra :  $K_i = 2, T_i = 50$  et  $T_e = 4$  s).

Le gain statique est alors donné par  $K_1$ , (commande : `[mag, phase, omega] = bode(sys)`)

```
In [6]: K1 = 2
T1 = 50
Te = 4

Cp = tf([K1*T1,K1], [T1,1])
print(c2d(Cp,Te))
Cz=Cp*(1+tf([Te/T1],[1,-1],Te))
print(Cz)

w=np.logspace(-4,0,100)
fig = figure("bode")
fig.suptitle("Bode")
fig.plot(Cp,w=w)
fig.plot(Cz,w=w)
fig.grid(True)
fig.ylim([-80,40])
fig.show()
```

2 z = 1.84

-----

10 s + 1

F1:

- 0.06

-----

60 s + 1

K3: 0.033333333333333333

K4: -1210.0

A=20

F1:

- 22

-----

10 s + 1

F2:

- 0.06

-----

60 s + 1

K3: 0.033333333333333333

K4: -1210.0

A=20

F1:

- 22

-----

10 s + 1

F2:

- 0.06

-----

60 s + 1

K3: 0.033333333333333333

K4: -1210.0

A=20

F1:

- 22

-----

10 s + 1

F2:

- 0.06

-----

60 s + 1

K3: 0.033333333333333333

K4: -1210.0

A=20

F1:

- 22

-----

10 s + 1

F2:

- 0.06

-----

60 s + 1

K3: 0.033333333333333333

K4: -1210.0

A=20

F1:

- 22

-----

10 s + 1

F2:

- 0.06

-----

60 s + 1

K3: 0.033333333333333333

K4: -1210.0

A=20

F1:

- 22

-----

10 s + 1

F2:

- 0.06

-----

60 s + 1

K3: 0.033333333333333333

K4: -1210.0

A=20

<div data-bbox