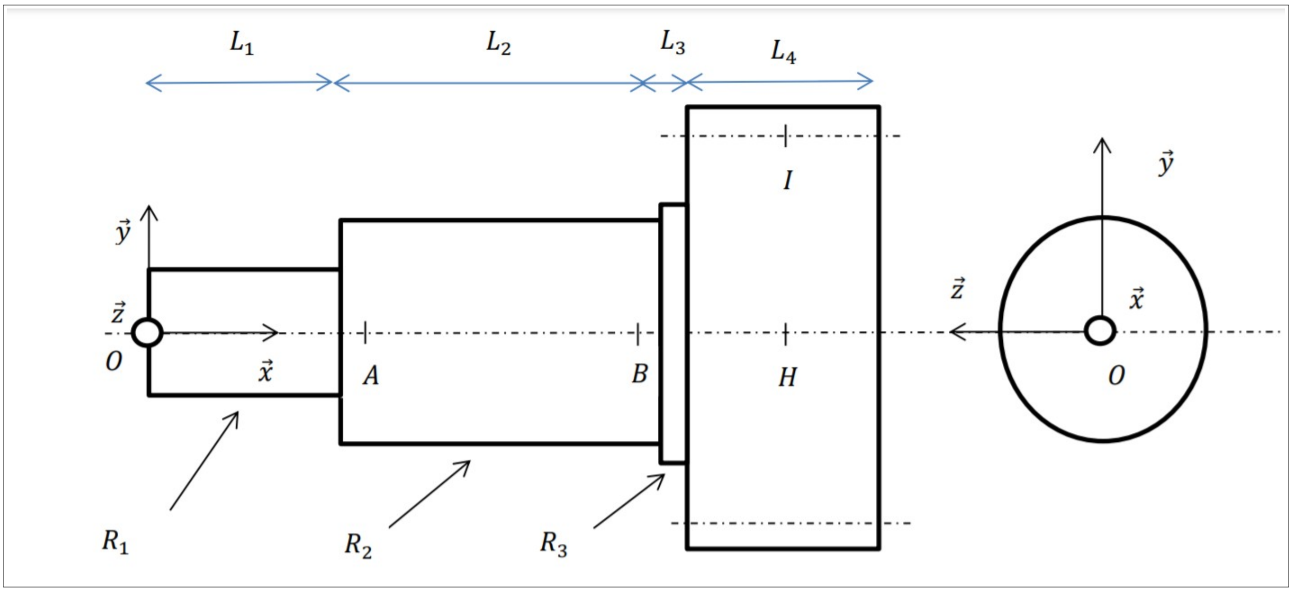
BERNARD Tom
QUELLEC Pierre
POULIZAC Florian

Projet de Résistance Des Matériaux

Sujet du projet :
Il vous est demandé de dimensionner un arbre de transmission guidé par deux roulements, selon de critère de Tresca et de trouver son module de Young.

Pièce étudié : arbre en alliage d'aluminium 7075 monté sur deux roulements (rotule en A, linéaire annulaire en B), bloqué juste en rotation en O (non encastré), sur lequel un effort est appliqué en I (ponctuelle : résultante à 3 composantes données)



OJ1	OJ23	OA	OB	OH	HI	R1	R2	R3	Xi	Yi	Zi
10	60	40	90	125	40	14	20	22	1316	-958	2279

Déroulement du projet : vous êtes en équipe de 3 ou 4 (groupes aléatoires). Chaque équipe est constituée d'un rapporteur et d'un planificateur (ces postes changent toutes les semaines, planning prédéfini fourni en début de semestre). Rôle du planificateur : mise en place d'un planning numérique des tâches sur les 7 semaines du projet. Il met à jour ce planning (tâches effectuées, en cours et à faire) toutes les semaines et il le présente. Il rend un document final récapitulant la progression du projet avec le temps passé par tâche. Rôle du rapporteur : il s'approprie le travail du groupe ; il l'explique ensuite pendant 5 à 10 minutes -à l'aide des documents clairs et concis du classeur de projet- à l'enseignant. Il restitue ensuite au groupe les remarques. Rôle de chaque membre du groupe : il tient à jour un rapport d'activité (tableur : voir exemple sous moodle) dans lequel il répertorie les tâches qu'il a effectuées à chaque séance, chronologiquement (seul ou en groupe), pendant et en dehors des cours avec le temps consacré, les problèmes rencontrés, les solutions apportées. Le temps total hors séance doit apparaitre. L'étudiant doit montrer qu'il a participé à chaque compétence visée du projet (pas d'étudiant mono tâche !). Les brouillons, ordonnés chronologiquement et numérotés, feront foi (à présenter dans un classeur). Temps à allouer au projet par personne : 21 heures à l'emploi du temps + 10.5 heures « maison » environ. De plus, « un classeur de projet » sera tenu à jour avec les documents exposés par le rapporteur, classeur consultable à tout moment par l'enseignant. L'évaluation prendra fortement en compte la capacité du groupe à fournir des documents rigoureux et exploitables : professionnels. Portfolio : Un drive sera créé par équipe avec les onglets suivants : planning, classeur de projet, rapport d'activité (un par étudiant).

Table des matières

Torseurs de cohésions

On commence à déterminer les torseurs statiques :

$$\{T_O\}=\begin{Bmatrix} 0 & L_O \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_O \qquad \{T_A\}=\begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A \qquad \{T_B\}=\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix}_B \qquad \{T_I\}=\begin{Bmatrix} X_I & 0 \\ Y_I & 0 \\ Z_I & 0 \end{Bmatrix}_I$$

Détermination des inconnues

Pour trouver les inconnues $L_0 ; Y_B ; Z_B ; X_A ; Y_A ; Z_A$ on exprime les torseurs au même point

$$\vec{M}_A=\vec{M}_O+\vec{AO}\wedge\vec{R}_O \qquad \vec{M}_A=\vec{M}_B+\vec{AB}\wedge\vec{R}_B \qquad \vec{M}_A=\vec{M}_I+\vec{AI}\wedge\vec{R}_I$$

$$\{T_O\}_A=\begin{Bmatrix} 0 & L_O \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A \qquad \{T_B\}_A=\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & -Z_B.AB \\ Z_B & Y_B.AB \end{Bmatrix}_A \qquad \{T_I\}_A=\begin{Bmatrix} X_I & Z_I.HI \\ Y_I & -Z_I.AH \\ Z_I & Y_I.AH-X_I.HI \end{Bmatrix}_A$$

On applique le PFS :

$$\sum\vec{M}=0$$

$$\begin{Bmatrix} L_O \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_A+\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_A+\begin{Bmatrix} 0 \\ -Z_B.AB \\ Y_B.AB \end{Bmatrix}_A+\begin{Bmatrix} Z_I.HI \\ -Z_I.AH \\ Y_I.AH-X_I.HI \end{Bmatrix}_A=\vec{0}$$

$$\begin{Bmatrix} L_O=-Z_I.HI \\ Z_B=\dfrac{-Z_I.AH}{AB} \\ Y_B=\dfrac{-Y_I.AH+X_I.HI}{AB} \end{Bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{Bmatrix} L_O=-2279*40=-91160\,N.mm \\ Z_B=-2279*85/50=-3874{,}3\,N \\ Y_B=(958*85+1316*40)/50=2681{,}4\,N \end{Bmatrix}}$$

$$\sum\vec{F}=0$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_A+\begin{Bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{Bmatrix}_A+\begin{Bmatrix} 0 \\ Y_B \\ Z_B \end{Bmatrix}_A+\begin{Bmatrix} X_I \\ Y_I \\ Z_I \end{Bmatrix}_A=\vec{0}$$

$$\begin{Bmatrix} X_A=-X_I \\ Y_A=-Y_B-Y_I \\ Z_A=-Z_B-Z_I \end{Bmatrix}$$

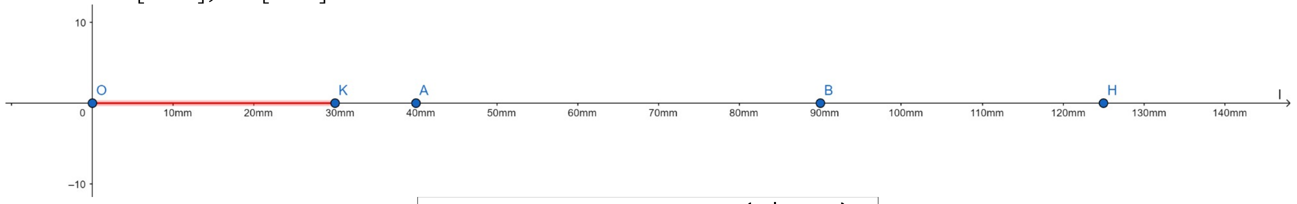
$$\boxed{\begin{Bmatrix} X_A=-1316\,N \\ Y_A=-2681{,}4+958=-1723{,}4\,N \\ Z_A=3874{,}3-2279=1595{,}3\,N \end{Bmatrix}}$$

Torseur de cohésions

On note la distance OK : x

<u>Portion 1 :</u>

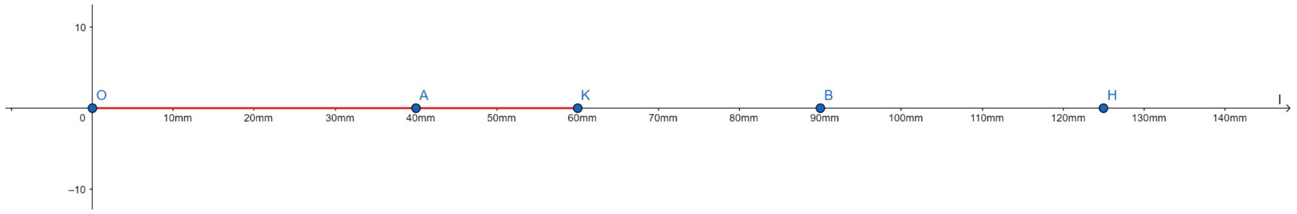
On isole $[OK], x \in [OA]$



$$\boxed{\{T_{cohésion\,1}\}_K = -\{T_{ext\,1}\}_K = \begin{Bmatrix} 0 & -L_O \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_K}$$

<u>Portion 2 :</u>

On isole $[AK], x \in [AB]$



$$\{T_O\}_K + \{T_A\}_K + \{T_{cohésion\,2}\}_K = \vec{0}$$

$$\begin{Bmatrix} N = -X_A \\ T_1 = -Y_A \\ T_2 = -Z_A \end{Bmatrix}$$

Transport de $\{T_A\}$ en K

$$KA = AO + OK = AO + x = x - OA$$

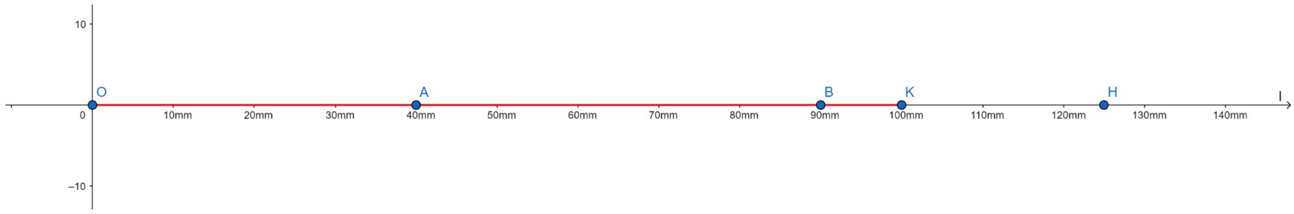
$$\vec{M}_K = \vec{M}_A + \vec{KA} \wedge \vec{R}_A$$
$$\vec{M}_K = (x - OA).\vec{x} \wedge X_{A.}\vec{x} + Y_{A.}\vec{y} + Z_{A.}\vec{z}$$
$$\vec{M}_K = (x - OA).Y_{A.}\vec{z} - (x - OA).Z_{A.}\vec{y}$$

$$\begin{Bmatrix} M_t = -L_O \\ M_{f1} = -Z_A.(x - OA) \\ M_{f2} = Y_A.(x - OA) \end{Bmatrix}$$

$$\boxed{\{T_{cohésion\,2}\} = \begin{Bmatrix} -X_A & -L_O \\ -Y_A & -Z_A(x - OA) \\ -Z_A & Y_A(x - OA) \end{Bmatrix}_K}$$

Portion 3 :

On isole $[BK], x \in [BH]$



$$\{T_O\}_K + \{T_B\}_K + \{T_A\}_K + \{T_{cohésion3}\}_K = \vec{0}$$

$$\begin{cases} N = -X_A \\ T_1 = -Y_A - Y_B \\ T_2 = -Z_A - Z_B \end{cases}$$

Transport de $\{T_B\}$ en K

$$\vec{M}_K = \vec{M}_B + \vec{KB} \wedge \vec{R}_B$$
$$\vec{M}_K = \vec{0} + (x - OB).\vec{x} \wedge (Y_{B.}\vec{y} + Z_{B.}\vec{z})$$
$$\vec{M}_K = (x - OB).Y_{B.}\vec{z} - (x - OB).Z_{B.}\vec{y}$$

$$\begin{cases} M_t = 0 \\ M_{f1} = -Z_B.(x - OB) \\ M_{f2} = Y_B.(x - OB) \end{cases}$$

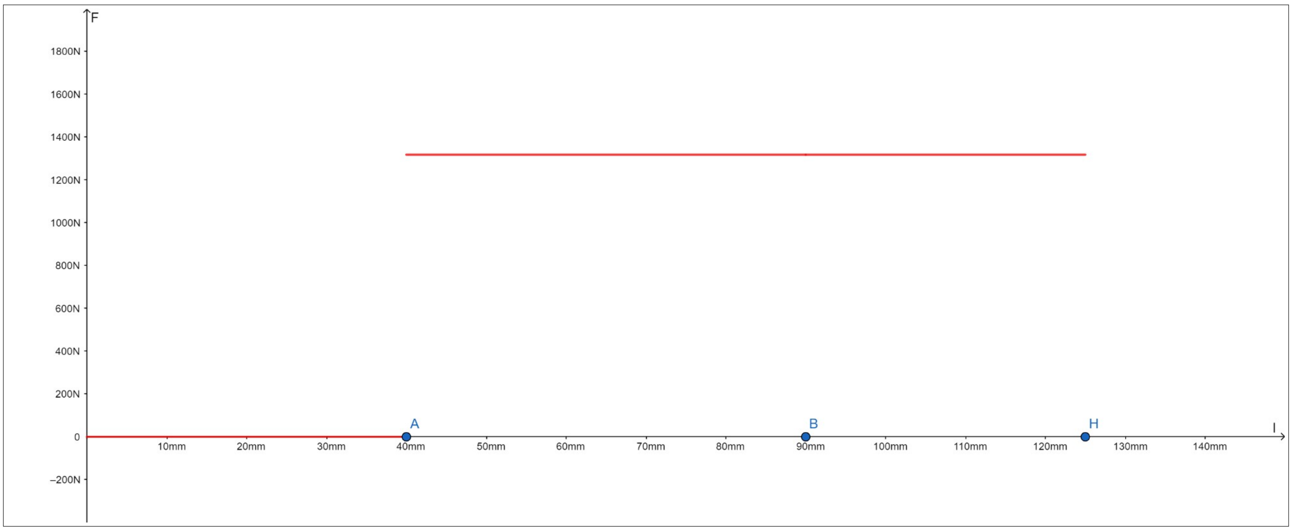
$$\boxed{\{T_{cohésion3}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} -X_A & -L_O \\ -Y_A - Y_B & -(x - OA).Z_A - (x - OB).Z_B \\ -Z_A - Z_B & (x - OA).Y_A + (x - OB).Y_B \end{array} \right\}_K}$$

Détermination de la section la plus sollicitée

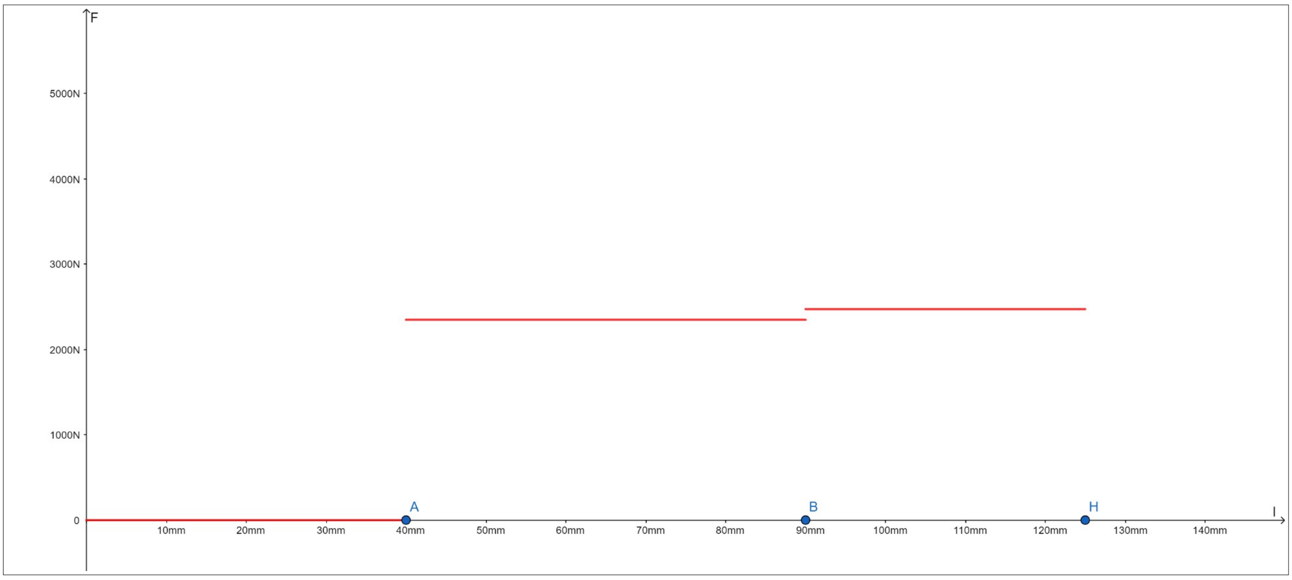
Diagramme de sollicitation simple

$$A=(40,0) \quad B=(90,0) \quad H=(125,0)$$

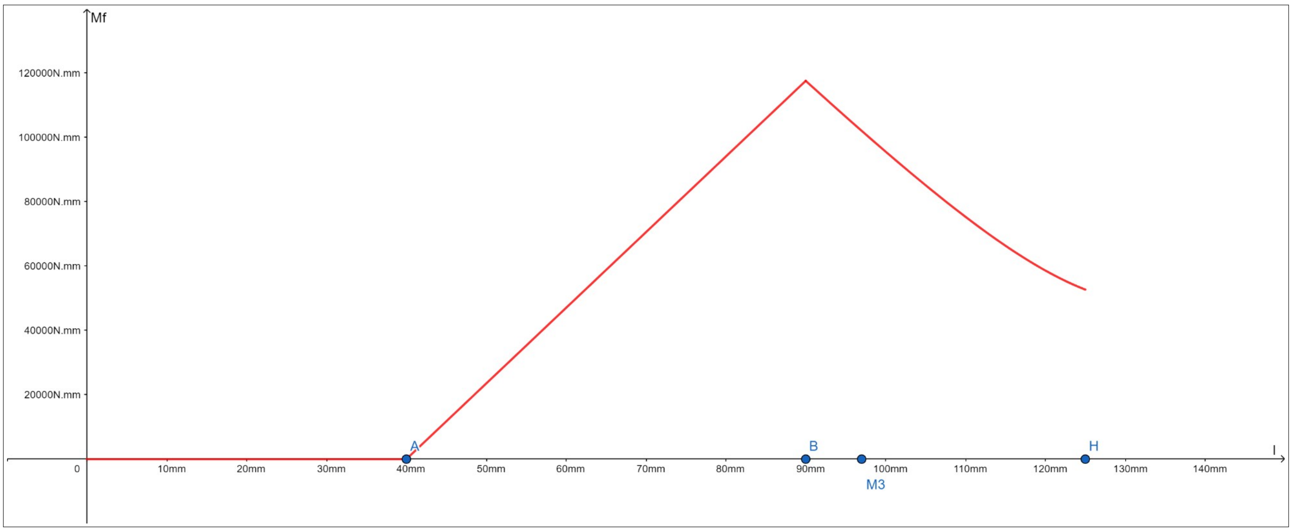
$$N(x)$$



$$T(x)=\sqrt{(T_1(x)^2+T_2(x)^2)}$$



$$M_f(x)=\sqrt{\left(M_{f1}(x)^2+M_{f2}(x)^2\right)}$$



$$M_t(x)=-L_O$$

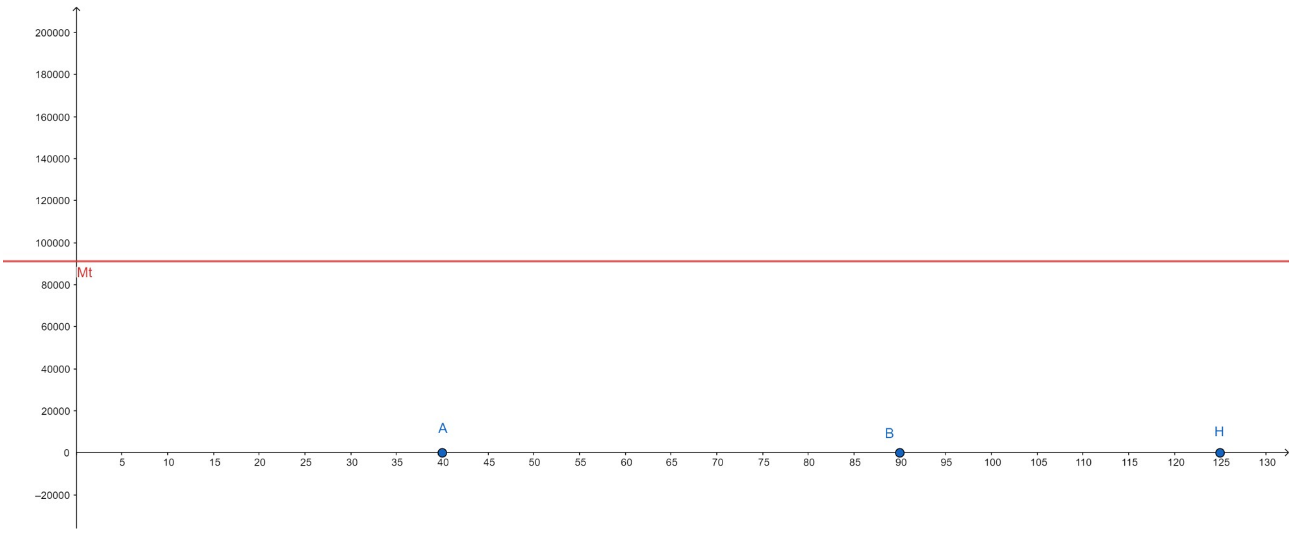


Diagramme de sollicitation simple + coefficients de contrainte

$M_1=(35,0)$ $M_2=(95,0)$ $M_3=(97,0)$

Coefficients de contrainte : *Calculés avec Mecatools*

Pour M_1 :
$R2/R1=20/14$
$r=2\,mm$

$Ktt=1{,}71$ $Ktf=1{,}52$ $Kto=1{,}28$

Pour M_2 :
$R3/R2=22/20$
$r=2\,mm$

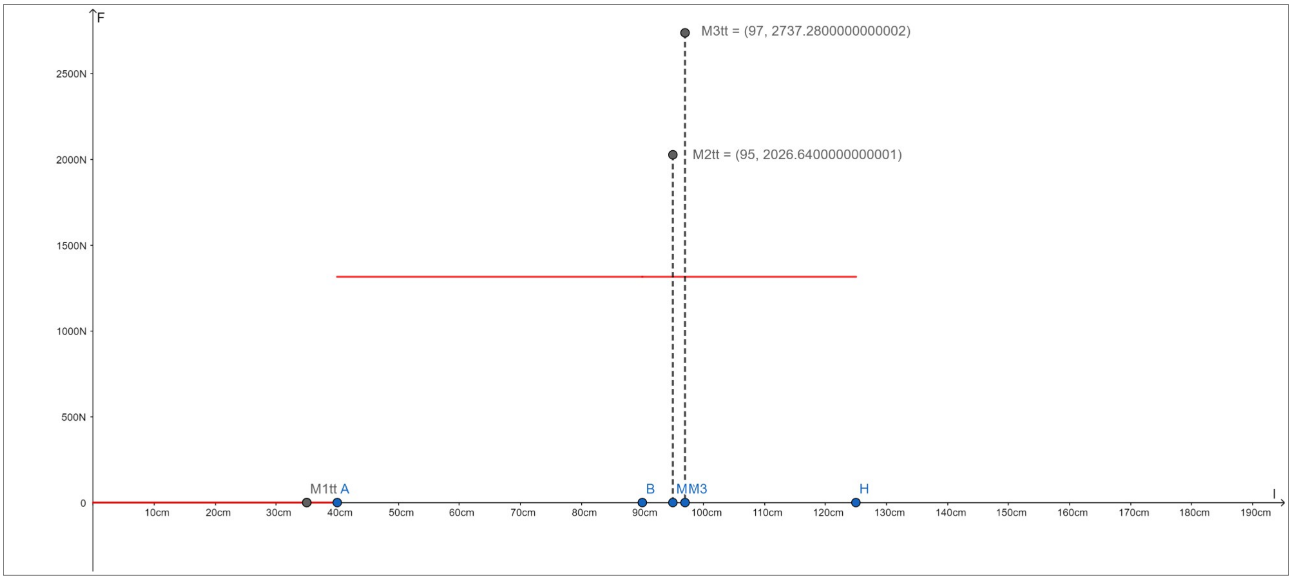
$Ktt=1{,}54$ $Ktf=1{,}47$ $Kto=1{,}32$

Pour M_3 :
$HI/R3=40/22$
$r=2\,mm$

$Ktt=2{,}08$ $Ktf=1{,}76$ $Kto=1{,}40$

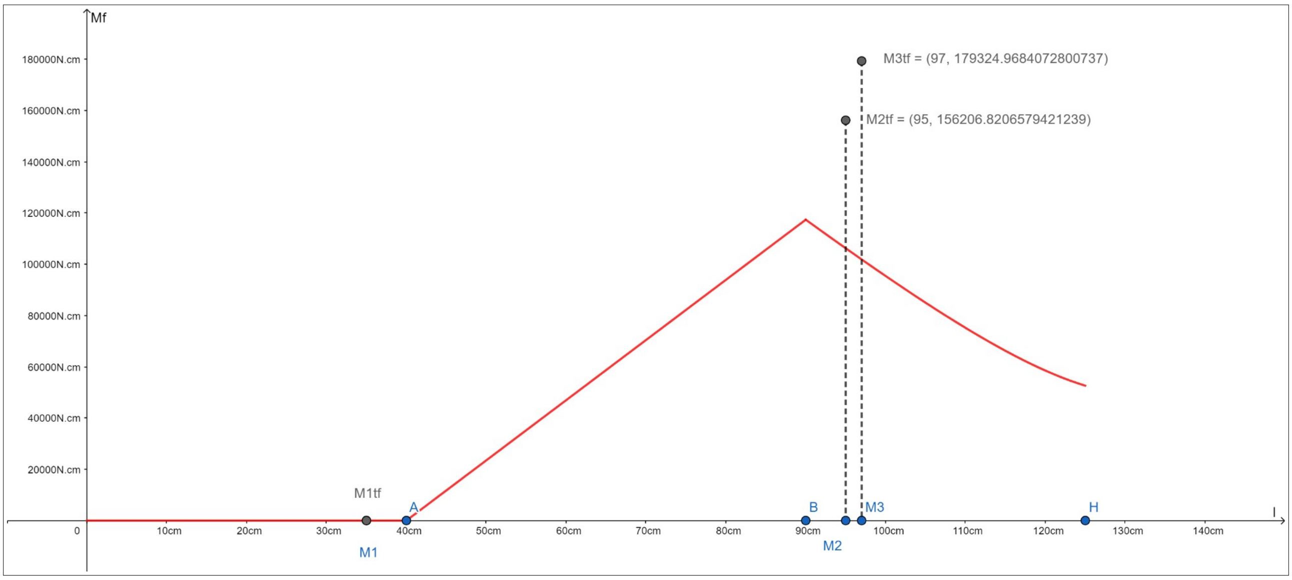
On multiplie les coefficients de traction sur le diagramme des sollicitation de l'effort normal

$$N(x)$$



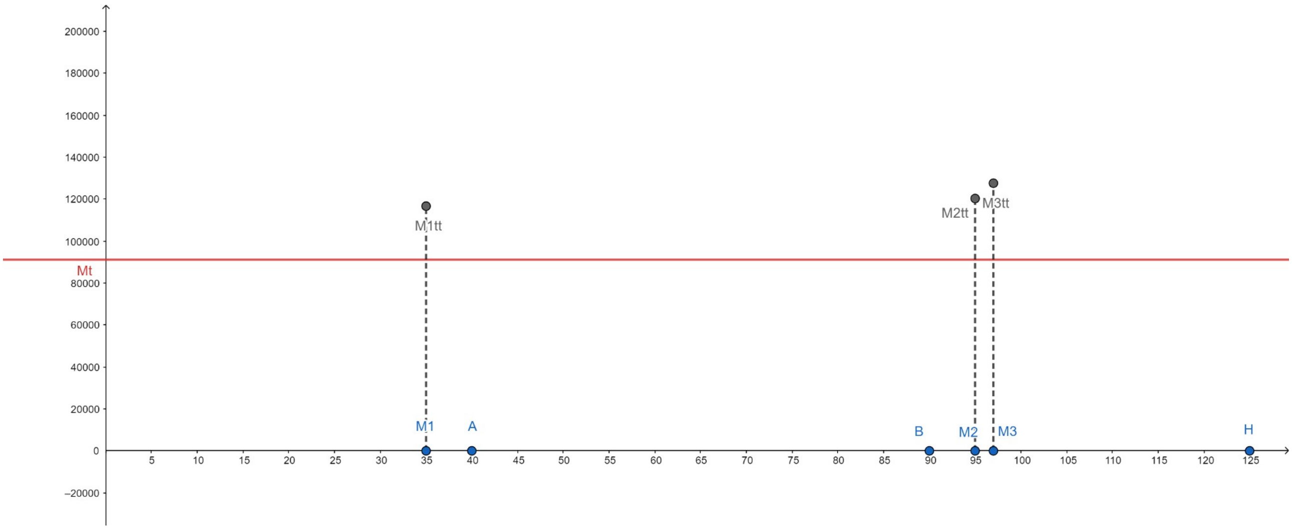
On multiplie les coefficients de flexion sur le diagramme des sollicitation des moments de flexion

$$M_f(x)$$



On multiplie les coefficients de torsion sur le diagramme des sollicitation des moments de torsion

$$M_t(x)$$



La section la plus sollicité se trouve donc au point M_3 .

Dimensionnement selon le critère de Tresca

Matrice de contrainte

On néglige la contrainte de cisaillement car dans le cadre de notre étude elle n’est pas constante mais hyperbolique.

Pour la traction :

$$[\sigma_{(M_3)}]_{tr}=\begin{Bmatrix}\sigma_{tr} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{Bmatrix}$$

$$\sigma_{tr}=\frac{N}{S}=\frac{2737.2{,}08.4}{\pi .22^2}$$

$$\boxed{\sigma_{tr}=14{,}9\,N.mm^{-2}}$$

Pour la flexion :

$$[\sigma_{(M_3)}]_{fl}=\begin{Bmatrix}\sigma_{fl} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{Bmatrix}$$

$$\sigma_{fl}=\frac{-M_f.R_3}{I_{M3f}}=\frac{101899.22.64.1{,}76}{\pi .(2*22)^4}$$

$$\boxed{\sigma_{fl}=24{,}1\,N.mm^{-2}}$$

Pour la torsion :

$$[\sigma_{(M_3)}]_{t}=\begin{Bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ \sigma_t & 0 & 0\end{Bmatrix}$$

$$\sigma_t=\frac{M_t.R3}{I_{M3t}}=\frac{-91000.22.32.1{,}4}{\pi .(2.22)^4}$$

$$\boxed{\sigma_t=-7{,}56\,N.mm^{-2}}$$

Matrice des contraintes totale

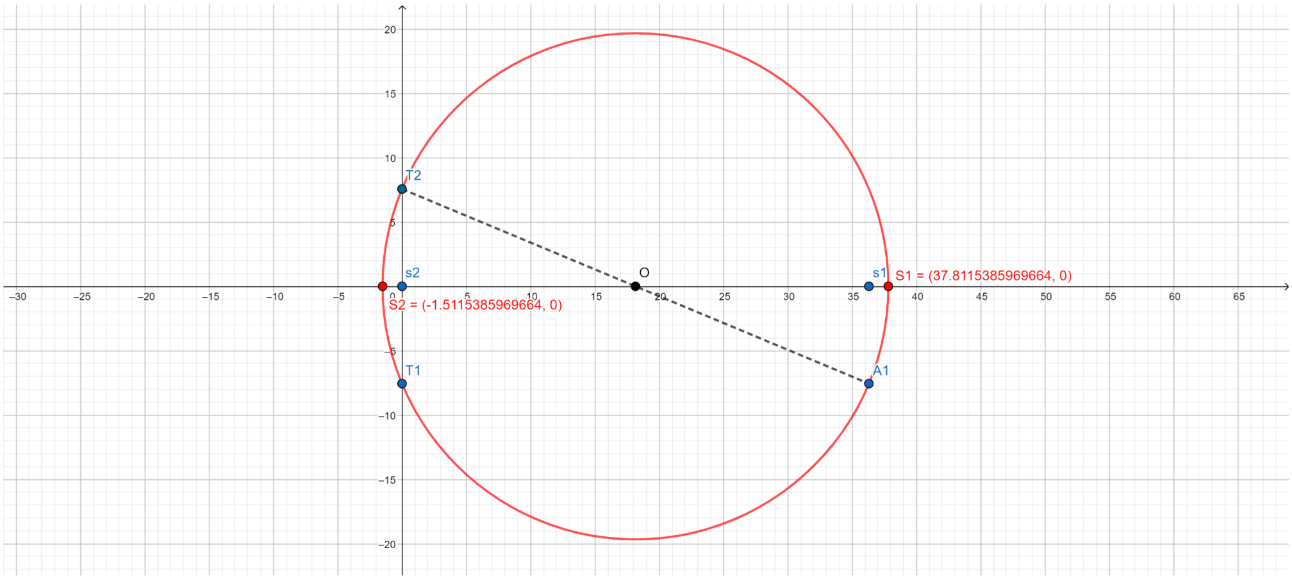
$$[\sigma_{(M_3)}]=[\sigma_{(M3_3)}]_{tr}+[\sigma_{(M3_3)}]_{fl}+[\sigma_{(M3_3)}]_{t}$$

$$[\sigma_{(M_3)}]=\begin{Bmatrix}\sigma_{tr}+\sigma_{fl} & 0 & \sigma_t\\ 0 & 0 & 0\\ \sigma_t & 0 & 0\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\sigma_x & 0 & \tau_{xy}\\ 0 & 0 & 0\\ \tau_{xy} & 0 & 0\end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x=\sigma_{tr}+\sigma_{fl}\\ \tau_{xy}=\sigma_t\end{Bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{Bmatrix}\sigma_x=36{,}3\,MPa\\ \tau_{xy}=-7{,}56\,MPa\end{Bmatrix}}$$

On note $A_1=(\sigma_x,\tau_{xz});T_1=(0,\tau_{xz})$ et $s_2=\sigma_U;s_1=\sigma_x;$



On trouve :

$$\begin{Bmatrix}\sigma_X=S_1=36{,}3\,MPa\\ \sigma_V=S_2=-1{,}5\,MPa\end{Bmatrix}\Rightarrow\sigma_{eq}=\sigma_X-\sigma_V=39{,}9$$

$$\boxed{\sigma_{eq}=39{,}9\,MPa}$$

Calcule du coefficient de sûreté

or $\sigma_a=510\,MPa$ et $\sigma_a=\dfrac{\sigma_{eq}}{K_{et}}$

$$\Rightarrow K_{et}=\frac{\sigma_a}{\sigma_{eq}}=\frac{510}{39{,}9}$$

$$\boxed{K_{et}=12}$$