UFMG UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

TRABALHO COMPUTACIONAL 1

PROBLEMA DE ATRIBUIÇÃO DE TAREFAS A AGENTES

Bernardo Bacha de Resende
João Paulo Gonçalves Simim
Maria Paula Medeiros G. Miguel

Otimização Multiobjetivo (EEE910)
2025/2

Revisão do Problema: Atribuição de Tarefas a Agentes

Cenário do Problema

- **Definição**: O problema consiste em atribuir um conjunto de 50 tarefas a uma equipe de 5 agentes disponíveis.
- **Desafio Central**: Encontrar uma política de atribuição x_{ij} que otimiza simultaneamente dois objetivos principais conflitantes.

Objetivos da Otimização

1. **Minimizar o Custo Total ($f_C(\cdot)$):** encontrar a solução com o <u>menor custo de atribuição</u> para realizar todas as tarefas;

$$\min f_C = \sum_{i \in \mathcal{A}} \sum_{j \in \mathcal{T}} c_{ij} \cdot x_{ij}$$

2. **Equilibrar a Carga de Trabalho ($f_E(\cdot)$):** minimizar a diferença de recursos consumidos entre o agente mais e o menos ocupado, promovendo uma <u>distribuição homogênea das tarefas</u>.

$$\min f_E = L_{\max} - L_{\min}, L_i = \sum_{j \in \tau} a_{ij}\, x_{ij}, \quad \forall i \in A$$

Natureza do Conflito

Soluções de baixo custo tendem a sobrecarregar os agentes mais eficientes, o que se opõe a um equilíbrio de carga. Por outro lado, uma distribuição perfeitamente equilibrada pode exigir o uso de agentes mais caros.

Estratégias Consideradas

Dado que é um problema de otimização linear inteira multiobjetivo, avaliamos algoritmos capazes de lidar com múltiplos objetivos e variáveis binárias:

1. Métodos Escalares + Solver MILP (Branch & Cut)

- **Ideia**: Transformar o problema multiobjetivo em uma série de problemas mono-objetivo (MILP) .
- **Técnicas:**
  - Método da Soma Ponderada e método ϵ-Restrito
- **Resolução**: Cada MILP é resolvido de forma exata usando algoritmos como Branch and Cut (B&C), que combina Branch and Bound (B&B) com Planos de Corte, ja implementados em solvers.

2. NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II)

- **Ideia**: Algoritmo Evolucionário (EA) baseado em população.
- **Mecanismos:**
  - Ordena soluções por não-dominância (frentes) usando Fast Non-dominated Sort, mantém diversidade usando Crowding Distance e garante elitismo
- **Resolução**: Encontra um conjunto de soluções que aproxima a Fronteira de Pareto.

3. MOEA/D (Multiobjective Evolutionary Algorithm based on Decomposition)

- **Ideia**: EA que decompõe o problema multiobjetivo em N subproblemas escalares (mono-objetivo) usando vetores de peso.
- **Técnicas:**
  - Tchebycheff , Soma Ponderada , PBI
- **Resolução**: Também encontra uma aproximação da Fronteira de Pareto, potencialmente eficiente.

Método ϵ-Restrito + Solver MILP (Branch and Cut)

Dentre as abordagens vistas, selecionamos a combinação do Método ϵ-Restrito com um Solver de Programação Linear Inteira Mista (MILP) que utiliza Branch and Cut (B&C).

Justificativa

1. **Garantia de Otimalidade da Fronteira:**
    - A resolução de cada subproblema escalar via Branch and Cut garante encontrar a solução ótima para aquele ponto específico do trade-off, permitindo mapear a fronteira de Pareto exata do problema.
2. **Completude do ϵ-Restrito:**
    - Esta técnica de escalarização é capaz de encontrar soluções em toda a extensão da fronteira, inclusive em partes não-convexas, sendo mais robusta que o método da Soma Ponderada.
3. **Simplicidade de Aplicação via Solvers:**
    - A complexidade do algoritmo Branch and Cut é tratada por solvers de otimização especializados e eficientes
    - Implementação do algoritmo mais simples que dos outros candidatos.
4. **Método Adequado e Estabelecido para o Problema:**
    - O Branch and Bound é um método clássico e eficaz para resolver o Problema de Atribuição Generalizada (GAP) mono-objetivo, como demonstrado na literatura [1].
    - O Branch and Cut é a evolução moderna e eficiente dessa técnica, tornando-a a escolha padrão em solvers comerciais para problemas MILP como o nosso .

UFMG UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

TRABALHO COMPUTACIONAL 2

“Otimização da operação diária de uma PCH com regulação de reservatório considerando preço horário e restrições operativas de partida de máquinas”

Bernardo Bacha de Resende
João Paulo Gonçalves Simim
Maria Paula Medeiros G. Miguel

Otimização Multiobjetivo (EEE910)
2025/2

Introdução e Contexto

Contexto Prático

- Entre as 12 PCHs com reservatório diário operadas pelo COG BEI, ocorreram 198 falhas forçadas em 2025;
- 49% dessas falhas ocorreram durante partidas de máquinas, e 20% ocorreram fora do horário comercial (Quiet Hours), quando há menor supervisão.

Impactos Operacionais

- Redução da disponibilidade;
- Aumento de custos e risco operacional;
- Oportunidade para aplicação de técnicas de otimização no planejamento da operação diária.

Objetivo Geral

Desenvolver um modelo de otimização capaz de definir a estratégia ótima de operação diária de uma PCH com reservatório de regulação, buscando:

1. Maximizar a **receita** considerando o preço horário da energia;
2. Minimizar o **vertimento** (aproveitamento hídrico);
3. Minimizar **partidas e paradas** em horários de menor supervisão (Quiet Hours).

Abordagem

- Formulação baseada no modelo DESSEM (ONS), adaptado para uma única PCH e horizonte de 24–72 horas;
- Utilização de Programação Linear Inteira Mista (MILP), combinando variáveis contínuas e binárias.

Adaptação do Modelo DESSEM e Caracterização da PCH Fumaça

Modelo DESSEM

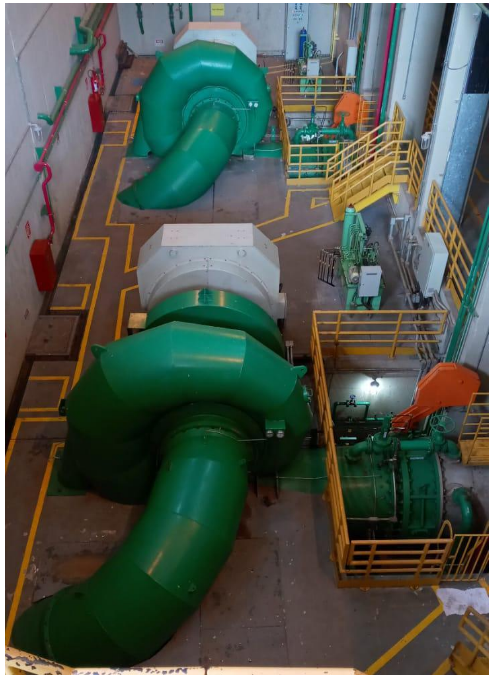
- Modelo oficial do ONS para otimização de despacho hidrotérmico diário;
- Baseado em Programação Linear Inteira Mista (MILP);
- Usa função de produção hidrelétrica aproximada (FPHA), restrições hidráulicas e lógicas de unidade geradora.

Adaptações ao Modelo

- Simplificação para uma PCH isolada;
- Inclusão apenas de penalidades em vez de restrições complexas de rampas;
- Horizonte reduzido (24–72h);
- Duas UGs (status ON/OFF, tempo mínimo ligado/desligado);
- Penalidade para partidas fora do horário comercial (Quiet Hours: 18h–4h).

Caracterização da PCH Fumaça

Localização	Ouro Preto – MG
Concessionária	CEMIG
Tensão de transmissão	34,5 kV
Potência nominal	11 MW
Tipo de turbina	Francis Horizontal
Rio	Rio Gualaxo do Sul
Montante / Jusante	CGH Funil / —
UGs	2
Cliente	Maynart
Proprietário	Grupo NEC



Formulação Matemática do Problema

Função Objetivo Escalarizada

$$\min Z = -\sum_{t=1}^{T} p_t \cdot G_t + W_{Vert} \cdot \sum_{t=1}^{T} S_t + W_{Start/Stop} \cdot \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_{QH}} s_{j,t}$$

Onde:

T —Número total de períodos (horas) considerados na simulação.

1° Termo:

p_t —Preço horário da energia elétrica no período t.

G_t —Geração total de energia no período t, definida como $G_t = \sum_{j \in J} G_{j,t}$]MW].

$G_{j,t}$ —Energia gerada pela unidade j no período t [MW].

2° Termo:

W_{Vert} —Peso (penalidade) aplicado ao vertimento

S_t —Volume de água vertido (não turbinado) no período t[hm³].

3° Termo:

$W_{\text{Start/Stop}}$ —Penalidade associada a partidas e paradas de unidades geradoras

$s_{j,t}$ - Variável auxiliar de partida da unidade j (mudança de 0→1)

j— Índice das unidades geradoras (UGs).

J— Conjunto de unidades geradoras consideradas no modelo.

T_{QH} —Subconjunto de períodos classificados como *Quiet Hours* (18h–4h).

Variáveis de Decisão

V_t - Volume do reservatório ao final do período t

$Q_{j,t}$ - Vazão turbinada pela unidade

S_t - Vertimento

$G_{j,t}$ - Geração de energia pela unidade j

$u_{j,t}$ - Status operacional da unidade j (1 = ligada, 0 = desligada)

$s_{j,t}$ - Variável auxiliar de partida da unidade j (mudança de 0→1)

Formulação Matemática do Problema – FPHA Original

Restrições Hidráulicas e de Geração

1. Balanço Hídrico:

$$V_t = V_{t-1} + S \cdot (I_t - Q_t - S_t) \quad \forall t \in T$$

2. Limites de Volume:

$$V_{min} \leq V_t \leq V_{max} \quad \forall t \in T$$

3. Agregação de Vazão e Geração:

$$Q_t = \sum_{j \in J} Q_{j,t} \quad \forall t \in T$$

$$G_t = \sum_{j \in J} G_{j,t} \quad \forall t \in T$$

4. Função de produção hidrelétrica aproximada (FPHA)*

$$G_t \leq \gamma_{0,k} + \gamma_{V,k} V_t + \sum_{j \in J} \gamma_{Q,k} Q_{j,t} \quad \forall t \in T, \forall k$$

Restrições de Unit Commitment Hidráulico

5. Acoplamento Geração/Status e Limites Operacionais

$$\underline{G}_j \cdot u_{j,t} \leq G_{j,t} \leq \overline{G}_j \cdot u_{j,t} \quad \forall j \in J, t \in T$$

$$\underline{Q}_j \cdot u_{j,t} \leq Q_{j,t} \leq \overline{Q}_j \cdot u_{j,t} \quad \forall j \in J, t \in T$$

6. Partida (Variável Auxiliar)

$$s_{j,t} \geq u_{j,t} - u_{j,t-1} \quad \forall j \in J, t \in T$$

$$s_{j,t} \geq 0 \quad \forall j \in J, t \in T$$

7. Tempo Mínimo Ligada

$$\sum_{k=t}^{t+T_{on,j}-1} u_{j,k} \geq T_{on,j} \cdot (u_{j,t} - u_{j,t-1}) \quad \forall j \in J, t \in T$$

8. Tempo Mínimo Desligada

$$\sum_{k=t}^{t+T_{off,j}-1} (1 - u_{j,k}) \geq T_{off,j} \cdot (u_{j,t-1} - u_{j,t}) \quad \forall j \in J, t \in T$$

Formulação Matemática do Problema – FPHA Simplificada

Restrições Hidráulicas e de Geração

1. Balanço Hídrico:

$$V_t = V_{t-1} + S \cdot (I_t - Q_t - S_t) \quad \forall t \in T$$

2. Limites de Volume:

$$V_{min} \leq V_t \leq V_{max} \quad \forall t \in T$$

3. Agregação de Vazão e Geração:

$$Q_t = \sum_{j \in J} Q_{j,t} \quad \forall t \in T$$

$$G_t = \sum_{j \in J} G_{j,t} \quad \forall t \in T$$

4. Função de produção hidrelétrica aproximada (FPHA)*

$$\mathbf{G_t} \leq \rho_{\mathbf{constante}} \cdot \mathbf{Q_t} \quad \forall t \in T$$

Restrições de Unit Commitment Hidráulico

5. Acoplamento Geração/Status e Limites Operacionais

$$\underline{G}_j \cdot u_{j,t} \leq G_{j,t} \leq \overline{G}_j \cdot u_{j,t} \quad \forall j \in J, t \in T$$

$$\underline{Q}_j \cdot u_{j,t} \leq Q_{j,t} \leq \overline{Q}_j \cdot u_{j,t} \quad \forall j \in J, t \in T$$

6. Partida (Variável Auxiliar)

$$s_{j,t} \geq u_{j,t} - u_{j,t-1} \quad \forall j \in J, t \in T$$

$$s_{j,t} \geq 0 \quad \forall j \in J, t \in T$$

7. Tempo Mínimo Ligada

$$\sum_{k=t}^{t+T_{on,j}-1} u_{j,k} \geq T_{on,j} \cdot (u_{j,t} - u_{j,t-1}) \quad \forall j \in J, t \in T$$

8. Tempo Mínimo Desligada

$$\sum_{k=t}^{t+T_{off,j}-1} (1 - u_{j,k}) \geq T_{off,j} \cdot (u_{j,t-1} - u_{j,t}) \quad \forall j \in J, t \in T$$

Ambiente Computacional

Linguagem: Python
Biblioteca de Modelagem: Pyomo
Solver: IBM CPLEX Optimization Studio (versão acadêmica)

Motivação da Escolha:

- Amplamente utilizado no setor elétrico brasileiro, incluindo o modelo DESSEM, também formulado como MILP.

- O problema é formulado como uma Programação Linear Inteira Mista (MILP), devido à presença das variáveis binárias .

- O CPLEX emprega algoritmos exatos para essa classe de problemas, baseados em Branch and Cut (B&C), onde o domínio inteiro é tratado por meio de relaxações lineares sucessivas.

- A resolução de cada subproblema linear é feita por métodos consolidados de Programação Linear (PL), como o Simplex e o Método de Pontos Interiores

Referências

[1] ROSS, G. T.; SOLAND, R. M. A branch and bound algorithm for the generalized assignment problem. Mathematical Programming, v. 8, p. 91-103, 1975.

[2] GOLDBARG, Marco César; LUNA, Henrique Pacca L. Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005. Disponível em: https://web.ist.utl.pt/luis.tarrataca/classes/linear_programming/OtimizacaoCombinatoriaeProgramacaoLinear.pdf.

[3] CEPEL (Centro de Pesquisas de Energia Elétrica). Manual de Metodologia – Modelo DESSEM – Versão 21. Rio de Janeiro: CEPEL, Março/2025