UFMG UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

TRABALHO COMPUTACIONAL 1

PROBLEMA DE ATRIBUIÇÃO DE TAREFAS A AGENTES

Bernardo Bacha de Resende
João Paulo Gonçalves Simim
Maria Paula Medeiros G. Miguel

Otimização Multiobjetivo (EEE910)
2025/2

O Problema: Atribuição de Tarefas a Agentes

Cenário do Problema

- **Definição**: O problema consiste em atribuir um conjunto de 50 tarefas a uma equipe de 5 agentes disponíveis.
- **Desafio Central**: Encontrar uma política de atribuição que otimize simultaneamente dois objetivos principais que são conflitantes entre si.

Objetivos da Otimização

1. **Minimizar o Custo Total ($f_C(\cdot)$):** encontrar a solução com o menor custo de atribuição para realizar todas as tarefas;
2. **Equilibrar a Carga de Trabalho ($f_E(\cdot)$):** minimizar a diferença de recursos consumidos entre o agente mais e o menos ocupado, promovendo uma distribuição homogênea das tarefas.

Natureza do Conflito

Soluções de baixo custo tendem a sobrecarregar os agentes mais eficientes, o que se opõe a um equilíbrio de carga. Por outro lado, uma distribuição perfeitamente equilibrada pode exigir o uso de agentes mais caros.

Parâmetros

- **m (Número de Agentes):** A quantidade total de agentes disponíveis no conjunto A;
- **n (Número de Tarefas):** A quantidade total de tarefas a serem realizadas no conjunto T;
- **c_{ij} (Custo de Atribuição):** Representa o custo de se atribuir a tarefa j para o agente i;
- **a_{ij} (Recursos Necessários):** Indica a quantidade de recursos que o agente i consome para realizar a tarefa j;
- **b_i (Capacidade do Agente):** É a disponibilidade total de recursos que o agente i possui, funcionando como um limite de trabalho.

Variáveis de Decisão

- **x_{ij} (Variável de Atribuição)**: variável binária que representa a decisão de alocar ou não uma tarefa a um agente [1].
  - **Se $x_{ij}=1$**: A tarefa j **É** atribuída ao agente i.
  - **Se $x_{ij}=0$**: A tarefa j **NÃO É** atribuída ao agente i.
- **L_i (Carga do Agente)**: variável contínua que representa a carga total associada ao agente i.
  - se várias tarefas forem atribuídas ao mesmo agente, a carga total é a soma dos consumos individuais das tarefas.

$$L_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_{ij}$$

Objetivo 1: Minimiza o Custo Total (f_C)

Este objetivo busca encontrar a **atribuição de tarefas que resulte no menor custo financeiro possível para a empresa**.

$$\min f_C = \sum_{i \in \mathcal{A}} \sum_{j \in \mathcal{T}} c_{ij} \cdot x_{ij}$$

Objetivo 2: Equilibra a Carga de Trabalho (f_E)

Este objetivo visa a **distribuição mais justa e homogênea possível das tarefas**, minimizando a diferença de trabalho entre o agente mais sobrecarregado e o menos ocupado.

$$\min f_E = L_{\max} - L_{\min}, L_i = \sum_{j \in \tau} a_{ij}\, x_{ij}, \quad \forall i \in A$$

Conflito entre os Objetivos:
A minimização do custo (f_C) naturalmente favorece o uso intensivo dos agentes mais baratos, o que aumenta o desequilíbrio da carga de trabalho (piorando f_E). Inversamente, para equilibrar a carga (f_E), o modelo pode precisar alocar tarefas a agentes mais caros, aumentando o custo total (piorando f_C).

Restrições do Modelo

1. Capacidade dos Agentes

A soma dos recursos necessários para todas as tarefas atribuídas a um agente não pode exceder a sua capacidade total disponível.

$$\sum_{j \in \mathcal{T}} a_{ij} \cdot x_{ij} \leq b_i, \quad \forall i \in \mathcal{A}$$

2. Atribuição Única

Cada tarefa deve ser atribuída a um, e somente um, agente. É proibido que uma tarefa fique sem atribuição ou seja feita por mais de um agente.

$$\sum_{i \in \mathcal{A}} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in \mathcal{T}$$

3. Domínio da Variável

A nossa variável de decisão, x_{ij}, deve ser binária. Ou seja, ela só pode assumir os valores 0 ou 1.

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in \mathcal{A}, \forall j \in \mathcal{T}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE MINAS GERAIS

TRABALHO COMPUTACIONAL 2

“Otimização da operação diária de uma PCH com regulação de reservatório considerando preço horário e restrições operativas de partida de máquinas”

Bernardo Bacha de Resende
João Paulo Gonçalves Simim
Maria Paula Medeiros G. Miguel

Otimização Multiobjetivo (EEE910)
2025/2

Contexto e Motivação

A análise operacional das usinas hidrelétricas operadas pelo COG BEI em 2025 indica que, **entre as 12 usinas com reservatório de regularização diária ocorreram 198 eventos de falhas forçadas (HDF)**, sendo:

- 97 eventos (49% do total) durante partidas de máquinas;
- 37 eventos (quase 20% do total) em partidas realizadas fora do horário comercial.

Essas ocorrências estão associadas ao maior esforço mecânico e elétrico durante partidas e à menor supervisão de campo em horários não comerciais, o que eleva a probabilidade de falhas.

Objetivo Geral

Desenvolver um **modelo de otimização que auxilie na definição da estratégia ótima de operação diária de uma Pequena Central Hidrelétrica (PCH)** com reservatório de regulação, considerando:

- Preço hora da Energia Elétrica;
- Minimização da utilização do vertedouro;
- Redução de partidas e paradas de unidades geradoras fora do horário comercial, visando diminuir falhas operacionais e melhorar a disponibilidade das usinas.

Abordagem em Estudo

- **Programação Linear (LP):**
  - Modelo em que **todas as variáveis são contínuas** e **as relações são lineares (restrições e função objetivo)** [2];
  - Destaca-se pela **eficiência dos algoritmos** e pela **boa capacidade de aproximação** de sistemas reais [2];
  - **Aplicação**: modelo contínuo com variáveis de volume, turbinamento e vertimento, visando maximizar a receita horária e minimizar o vertimento, respeitando o balanço hídrico, limites operativos e restrições de "*quiet hours*".

- **Programação Linear Inteira Mista (MILP):**
  - Modelo em que **parte das variáveis é inteira** (ou binária) e **outra permanece contínua** [2];
  - A presença de variáveis inteiras aumenta a **complexidade computacional**, mas torna o modelo mais realista [2];
  - **Aplicação**: extensão do modelo LP com duas unidades geradoras (UG1 e UG2), incluindo variáveis binárias de estado (ligado/desligado), restrições de rampa, tempos mínimos e penalidades de start/stop, permitindo representar fielmente o comportamento operacional.

1. Séries horárias de afluência (I_t) e preço horário da energia (p_t):

Afluência (I_t): Volume de água que chega ao reservatório a cada hora **[m³/s]**. Essencial para o balanço hídrico, pois define a quantidade de recurso disponível para geração;

Preço horário da energia (p_t): Valor de venda da energia em cada hora do dia **[R$/MWh]**. Permite ao otimizador maximizar a receita ao decidir quando gerar mais ou menos energia.

2. Parâmetros hidráulicos da PCH:

V_{min} e V_{max}: Volumes mínimo e máximo do reservatório. Garantem que o nível da água permaneça dentro dos limites operativos;

V_0: Volume inicial no início da simulação, usado como condição inicial no balanço hídrico;

Q_{min} e Q_{max}: Vazões mínima e máxima turbináveis. Limitam o fluxo de água que passa pelas turbinas, respeitando restrições mecânicas e ambientais;

Q_{deflu}: Vazão defluente total (soma da turbinagem e vertimento), usada na equação de continuidade do reservatório.

3. Penalidades e parâmetros operacionais:

Penalidade de vertimento:
Evita desperdício de água não utilizada na geração (água vertida).

Penalidade para partidas fora do horário comercial:
Atribui um custo adicional (ou reduz a receita) quando o modelo decide ligar/desligar máquinas em horários de maior risco operacional.

Restrições de rampas e tempos mínimos:
Limitam a taxa de variação de geração e a frequência de liga/desliga, simulando o comportamento real dos equipamentos.

4. Horizonte de simulação:

24h → operação diária (decisões mais imediatas);
72h → operação ampliada (inclui efeitos intermediários, como armazenamento entre dias).

Ferramentas e Resultados Esperados

Linguagem: Python;
Biblioteca de modelagem: Pyomo;
Solver: CPLEX (versão acadêmica) para resolução dos modelos LP e MILP;

Tipo de resultado	**Indicador**	**Benefício**
Operacional	Perfis ótimos de geração e volume	Operação eficiente e contínua
Econômico	Maximização da receita com preço horário	Maior lucratividade
Técnico	Menos partidas fora do horário comercial	Redução de falhas e custos
Hidrológico	Redução do vertimento	Melhor aproveitamento da afluência
Computacional	Comparação LP × MILP	Avaliação de trade-offs entre precisão e tempo de solução

Referências

[1] ROSS, G. T.; SOLAND, R. M. A branch and bound algorithm for the generalized assignment problem. Mathematical Programming, v. 8, p. 91-103, 1975.

[2] GOLDBARG, Marco César; LUNA, Henrique Pacca L. Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005. Disponível em: https://web.ist.utl.pt/luis.tarrataca/classes/linear_programming/OtimizacaoCombinatoriaeProgramacaoLinear.pdf.

[3] CEPEL (Centro de Pesquisas de Energia Elétrica). Manual de Metodologia – Modelo DESSEM – Versão 21. Rio de Janeiro: CEPEL, Março/2025