

# EEE933: Estudo de Caso 02 - Avaliação e comparação do retorno médio de ações

**Bernardo Bacha**  
bernardobr@ufmg.br

**Gustavo Reis**  
augustogustavo94@gmail.com

**Marília Melo**  
mariliamacedomelo@gmail.com

---

## Introdução

O mercado de ações representa uma das principais vias para a construção de patrimônio, mas seu ambiente é marcado pela volatilidade. O dilema fundamental para qualquer investidor reside no balanço entre risco e retorno: a busca por rentabilidades elevadas geralmente implica a exposição a maiores incertezas. Nesse contexto, as estratégias variam, indo desde a diversificação do portfólio para diluir riscos até a concentração de capital em poucos ativos, uma tática que visa amplificar os ganhos potenciais.

Este estudo aborda justamente um cenário de investimento concentrado. Tal estratégia, caracterizada pela alocação de todo o capital em um único ativo, é adotada quando há forte convicção sobre o desempenho de curto prazo de uma empresa. O problema em questão envolve um investidor que, após uma análise prévia, filtrou suas opções para cinco ações candidatas. Ele agora enfrenta a decisão de escolher apenas uma delas para investir, com o objetivo de maximizar seu retorno financeiro já no próximo mês.

Uma decisão de tamanha relevância exige uma abordagem que transcenda a intuição. A análise de dados históricos, embora não preveja o futuro, oferece um fundamento quantitativo para a escolha, revelando o comportamento passado de um ativo, sua rentabilidade média e sua volatilidade. Este trabalho adota essa premissa, utilizando como base o histórico de preços de fechamento das cinco ações candidatas ao longo dos últimos 36 meses para extrair informações que possam guiar a decisão do investidor.

Para converter essa análise de dados em uma recomendação concreta, o estudo emprega métodos estatísticos formais. O objetivo é utilizar a Análise de Variância (ANOVA) para determinar se existem diferenças significativas entre os retornos médios mensais das ações. Para garantir a robustez dos resultados, o teste busca atingir um nível de significância de  $\alpha = 0.05$  e um poder estatístico de 80%. Caso a hipótese de igualdade entre as médias seja rejeitada, análises subsequentes serão conduzidas para identificar a ação de maior potencial e, assim, oferecer um suporte empírico à decisão do investidor.

## Projeto Experimental

O objetivo deste estudo é encontrar a ação de maior potencial de rentabilidade dentre cinco ações diferentes da bolsa de valores, a partir de dados históricos do desempenho de tais ações nos últimos 36 meses. Para realizar a comparação, adota-se o **modelo de efeitos**, que descreve o retorno de cada ação como a soma de uma média global ( $\mu$ ) e um efeito específico ( $\tau_i$ ) associado a cada ação. Neste modelo, o termo  $\tau_i$  representa o desvio da rentabilidade média da ação  $i$  em relação à rentabilidade média de todas as ações consideradas.

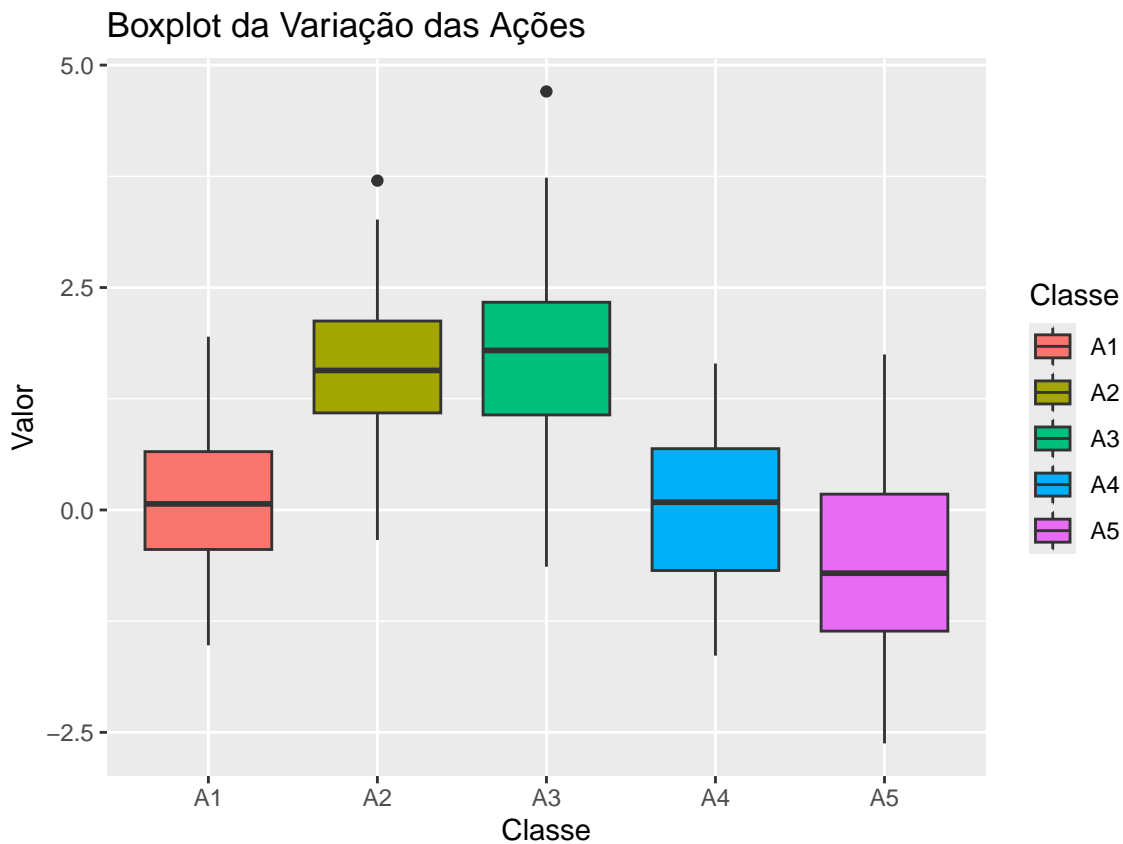
O estudo, portanto, inicia com as seguintes hipóteses estatísticas:

$$\begin{cases} H_0 : \tau_i = 0, \forall i \in \{1, 2, \dots, a\} \\ H_1 : \exists \tau_i \neq 0 \end{cases}$$

A **hipótese nula** ( $H_0$ ) postula que o efeito específico de cada ação é nulo. Em termos práticos, isso significa que não há diferença significativa entre as rentabilidades médias das ações, ou seja, a média de cada uma delas é igual à média global ( $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a = \mu$ ). Por outro lado, a **hipótese alternativa** ( $H_1$ ) sugere que o efeito de pelo menos uma ação é diferente de zero, indicando que sua rentabilidade média se desvia das demais. Caso a hipótese nula seja rejeitada, realiza-se uma comparação múltipla para identificar a ação que possuiu o maior potencial de retorno mensal para o investidor.

## Análise Exploratória de Dados

Calcula-se o ganho de cada ação mês a mês, considerando que o preço de abertura de um dado mês é idêntico ao preço de fechamento da mesma ação no mês anterior.



## Análise Estatística

### Resultados do Experimento 1

Aplica-se a Análise de Variância (ANOVA) para verificar se existem diferenças significativas nas médias das variações percentuais mensais das cinco ações da bolsa de valores.

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## Classe      4  151.3   37.83  40.75 <2e-16 ***
## Residuals  170   157.8    0.93
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

A tabela do teste ANOVA fornece, além das informações das fontes de variabilidade (níveis e erro aleatório) com seus respectivos graus de liberdade, soma dos quadrados e quadrados médios, o valor da estatística de teste  $F_0$  e o seu p-valor correspondente.

O valor F é a razão entre os quadrados médios dos grupos e dos resíduos:

$$F_0 = \frac{\text{Mean Sq (Classe)}}{\text{Mean Sq (Residuals)}} = \frac{37.83}{0.93} = 40.68$$

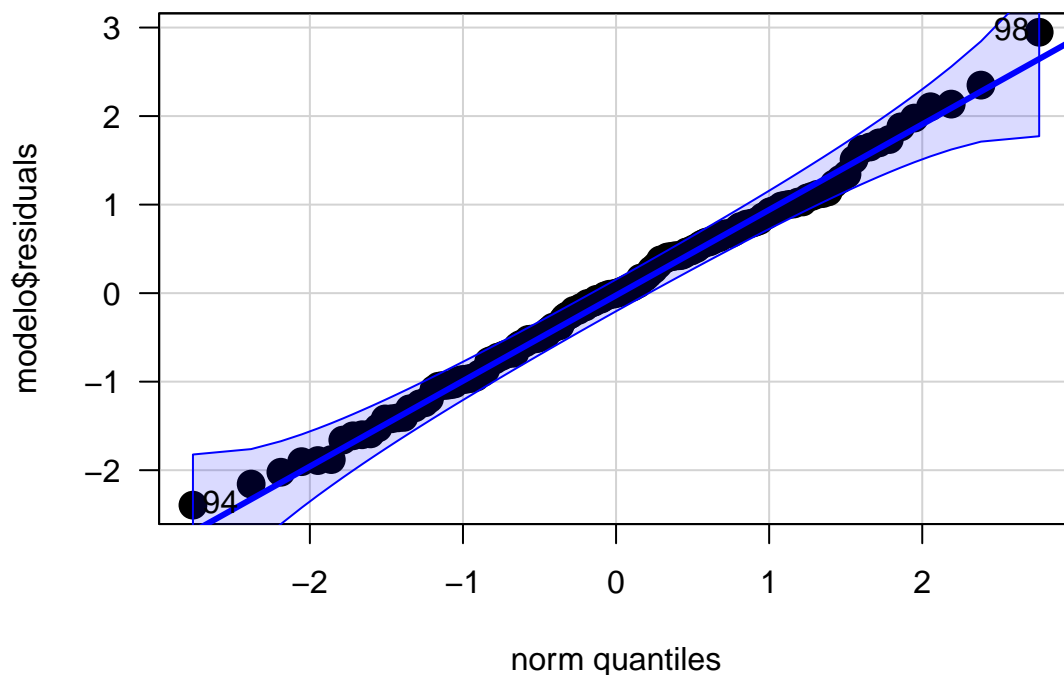
O valor F de 40.68 indica que a variabilidade entre as ações é 40.68 vezes maior do que a variabilidade dentro de cada ação, ou seja, resultados significantemente distintos entre si. E o p-valor ( $<2e-16$ ) é menor do que o nível de significância padrão de 0.05, rejeitando a hipótese nula.

## Validação das Premissas

É necessário verificar três premissas: 1. Normalidade; 2. Homoscedasticidade, i.e., igualdade da variância entre os grupos; 3. Independência.

Para validar a premissa de normalidade da população, utiliza-se o teste Shapiro-Wilk.

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: modelo$residuals
## W = 0.99562, p-value = 0.8924
```

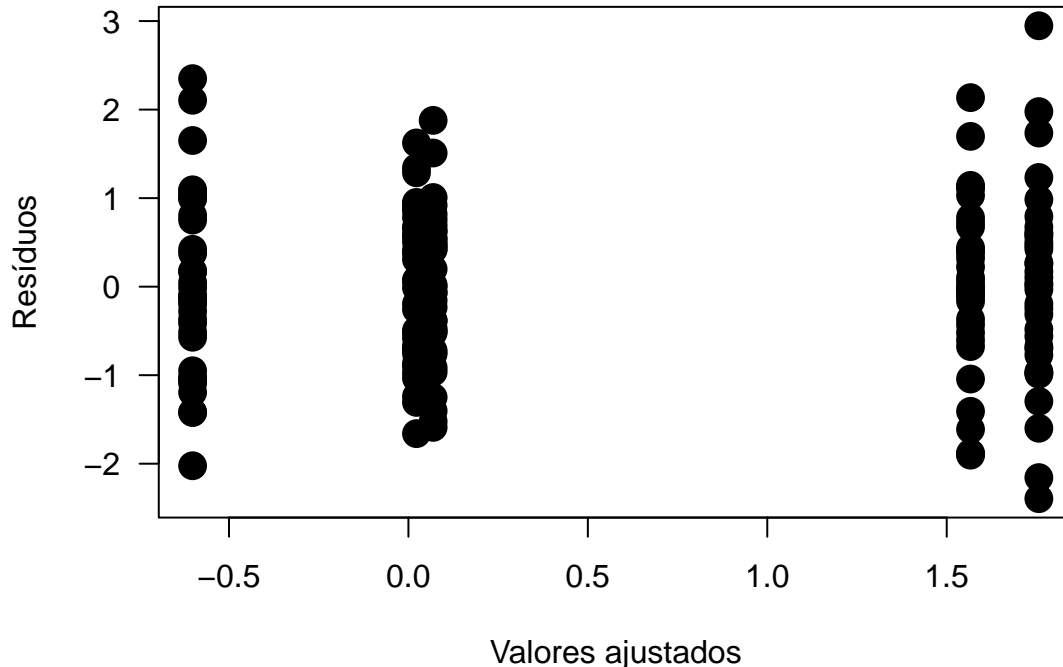


```
## [1] 98 94
```

A estatística W de 0.99562 (próxima a 1), combinada ao p-valor de 0.8924 (superior a 0.05) indicam forte aderência à normalidade.

A premissa de homoscedasticidade pode ser verificada pelo teste de Fligner-Killen.

```
##
## Fligner-Killeen test of homogeneity of variances
##
## data: Valor by Classe
## Fligner-Killeen:med chi-squared = 1.3362, df = 4, p-value = 0.8552
```



O p-valor é igual a 0.8552 (superior a 0.05) sugere que a homogeneidade das variâncias foi atendida, ou seja, a hipótese de homoscedasticidade é mantida.

O teste de Durbin-Watson da autocorrelação é utilizado então para validar a premissa de independência das amostras. Esta premissa refere-se à independência entre as observações, de forma que o valor de uma observação ou amostra não deve ser influenciado pelas outras.

```
## lag Autocorrelation D-W Statistic p-value
## 1 0.03150792 1.925964 0.364
## Alternative hypothesis: rho != 0
```

A correlação entre as observações atuais e as passadas é de 0.031, o valor da estatística de Durbin-Watson (1.925964) é muito próximo de 2 e que o p-valor (0.382) é superior ao nível de significância de 0.05. Tais valores sugerem que os resíduos do modelo são independentes.

Assim, as premissas de ANOVA de normalidade, homoscedasticidade e independência dos dados foram atendidas.

O power.t.test determina o número de amostras necessário alcançar o poder de teste desejado.

```
## Número de amostras necessárias para poder de 80%: 29.61813
```

```
## Poder real do teste com o número atual de amostras: 0.8711055
```

O número de amostras necessárias para alcançar o poder de teste desejado é de aproximadamente 38, ou seja, 3 amostras a mais em cada um dos grupos.

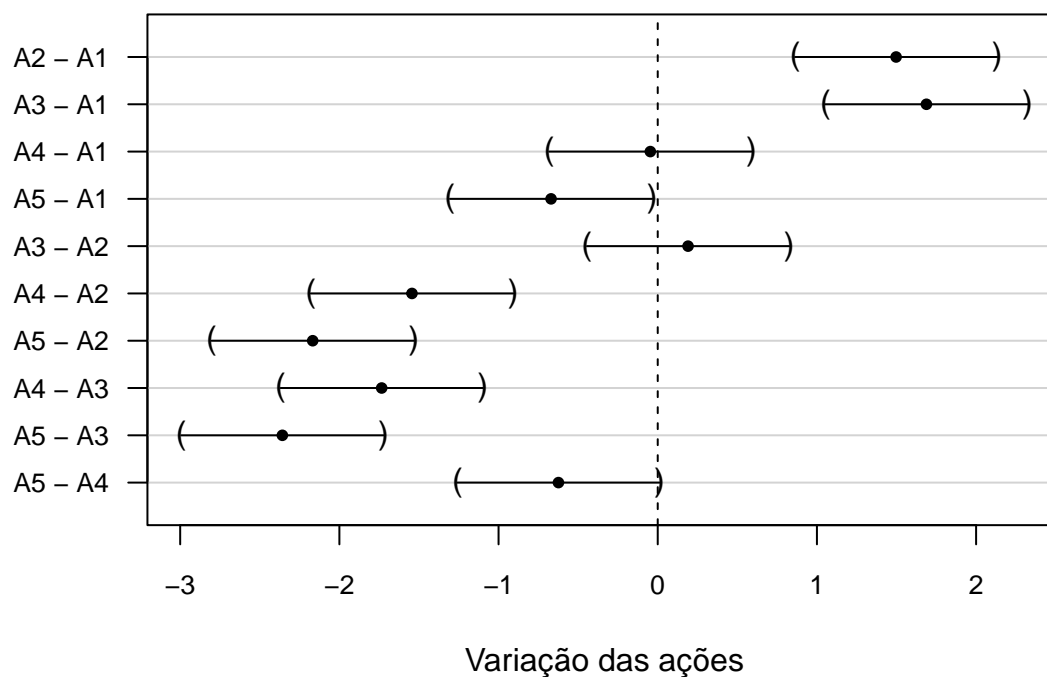
O poder desejado é 0.8 (ou 80%) e o poder alcançado foi de aproximadamente 0.8711 (ou 87.11%). Os resultados indicam que o número de amostras utilizado foi mais que suficiente.

## Resultados do Experimento

Uma vez que a hipótese nula foi rejeitada e o teste de ANOVA obteve sucesso, é possível iniciar a análise de qual ação melhor se adequa aos critérios do investidor. Realizam-se então comparações múltiplas. Neste estudo são feitas comparações do tipo todos contra todos através da abordagem de Diferença Significativa Honesta (HSD - Honest Significant Difference) de Tukey. O método de comparação do tipo todos contra um (Teste de Dunnett) não é recomendado para o presente estudo, pois não há grupo de controle - nenhuma ação será considerada como padrão de referência para as demais.

```
##
##   Simultaneous Tests for General Linear Hypotheses
##
## Multiple Comparisons of Means: Tukey Contrasts
##
##
## Fit: aov(formula = Valor ~ Classe, data = acoes_long)
##
## Linear Hypotheses:
##           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## A2 - A1 == 0  1.49743    0.23033   6.501  <0.001 ***
## A3 - A1 == 0  1.68781    0.23033   7.328  <0.001 ***
## A4 - A1 == 0 -0.04643    0.23033  -0.202  0.9996
## A5 - A1 == 0 -0.67021    0.23033  -2.910  0.0330 *
## A3 - A2 == 0  0.19038    0.23033   0.827  0.9221
## A4 - A2 == 0 -1.54386    0.23033  -6.703  <0.001 ***
## A5 - A2 == 0 -2.16764    0.23033  -9.411  <0.001 ***
## A4 - A3 == 0 -1.73424    0.23033  -7.529  <0.001 ***
## A5 - A3 == 0 -2.35802    0.23033 -10.237  <0.001 ***
## A5 - A4 == 0 -0.62378    0.23033  -2.708  0.0568 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## (Adjusted p values reported -- single-step method)
```

## 95% family-wise confidence level



Os intervalos calculados ajudam a interpretar as diferenças entre os pares de grupos. Quando o intervalo não contém 0 é uma indicação de que há uma diferença estatisticamente significativa entre os grupos.

Considerando que as ações A2 e A3 se destacam por apresentarem os maiores estimates, utiliza-se como apoio o Bloxplot das ações para compará-las. A ação A2 possui o maior valor mínimo dentre todas ações; A3 apresenta o maior preço de fechamento e também maior variação, logo maior volatilidade; as extensões da caixa de A2 são menores, logo menor variação.

Assim, considera-se que a ação A3 deve ser escolhida pelo investidor.

## Conclusões e Recomendações

Neste estudo, foram comparadas cinco ações a partir da análise de seus históricos de retorno ao longo de 36 meses, com o objetivo de determinar a de maior potencial de rendimento mensal. Inicialmente, a **Análise de Variância (ANOVA)** confirmou que existia uma diferença significativa entre as médias de retorno das ações. Em seguida, o teste post-hoc de **Tukey** foi aplicado para identificar onde residiam essas diferenças. A análise revelou que as ações A2 e A3 possuíam um desempenho estatisticamente semelhante entre si, mas ambas eram significativamente superiores às demais.

Para a escolha final entre as duas melhores, a análise do boxplot foi fundamental. A ação **A2** apresentou menor dispersão e um valor mínimo mais elevado, caracterizando um perfil mais estável e de menor risco, sendo a escolha natural para um investidor de perfil conservador. Por outro lado, a ação **A3** mostrou maior volatilidade, o que se traduz em maior risco, mas também em um maior potencial de retorno. Dado que o objetivo do investidor é a maior rentabilidade possível para o próximo mês, assumindo um perfil mais arrojado, a recomendação final é pela **Ação A3**.

Um ponto que reforça a validade desta recomendação é a robustez estatística do experimento. O teste alcançou um poder estatístico de 87,11%, superando a meta de 80% definida para o estudo. Isso indica que a análise teve uma alta probabilidade de detectar as diferenças reais entre os retornos das ações e que o número de amostras utilizado foi mais que suficiente.

Como sugestão para aprimorar futuras análises, poderiam ser considerados horizontes de tempo mais longos, que capturem diferentes ciclos de mercado. Além disso, a inclusão de outras variáveis, como indicadores fundamentalistas ou o sentimento do mercado, poderia complementar a análise baseada puramente em retornos históricos, oferecendo uma visão ainda mais completa para a tomada de decisão.

## Papéis desempenhados

**Marília Melo:** Metodologia, Pesquisa, Design da apresentação de dados, Desenvolvimento, Redação original; **Gustavo Reis:** Metodologia, Supervisão, Validação de dados e experimentos, Redação - revisão; **Bernardo Bacha:** Análise de dados, Metodologia, implementação e teste de software, Redação - revisão;

## Referências

BESSANI, M. **Análise de Variância (ANOVA)**. Belo Horizonte: UFMG, 2025. Material da disciplina de Planejamento e Análise de Experimentos.

BESSANI, M. **Comparações Simples e Pareadas**. Belo Horizonte: UFMG, 2025. Material da disciplina de Planejamento e Análise de Experimentos.

BESSANI, M. **Inferência Estatística**. Belo Horizonte: UFMG, 2025. Material da disciplina de Planejamento e Análise de Experimentos.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Applied Statistics and Probability for Engineers**. 5. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010.

LEE, S.; LEE, D. K. What is the proper way to apply the multiple comparison test? **Korean Journal of Anesthesiology**, v. 71, n. 5, p. 353-360, 2018.