Matemática-1 Ano

Geometria

Trigonometria

- Conceitos Básicos

-> Razão: É o quociente entre duas grandezas

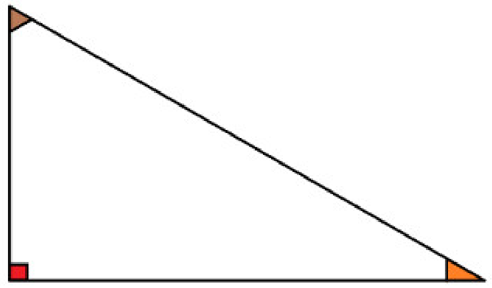
$$\frac{18}{12} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

-> Proporção: É a igualdade de duas razões

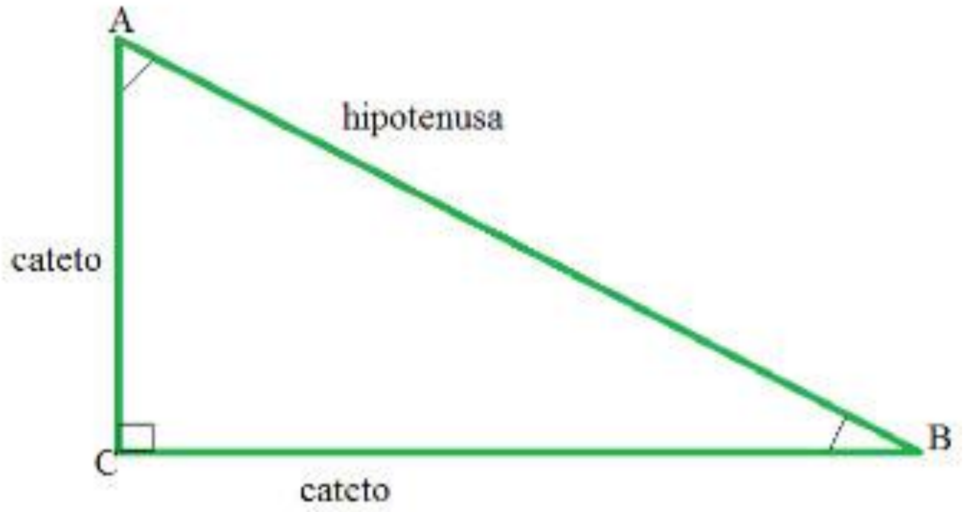
$$\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

Trigonometria

- “O Triângulo”

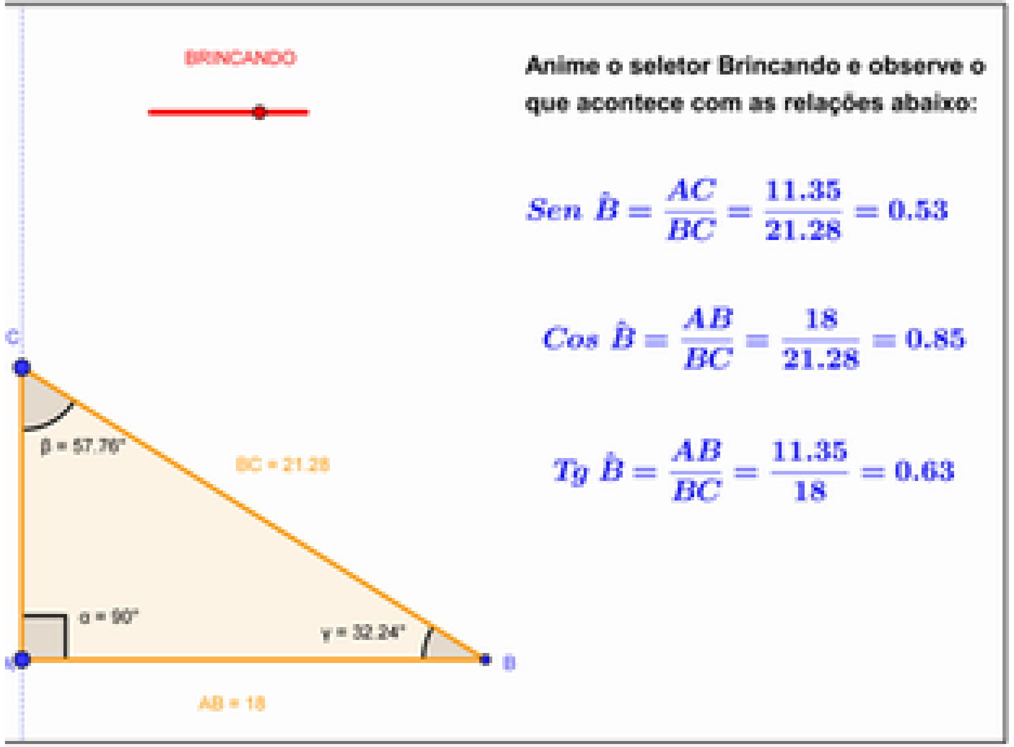


O Triângulo Retângulo é uma figura que possui um ângulo de 90 graus, o que é fundamental para entendermos as relações métricas no triângulo. O lado pelo qual o ângulo aponta se chama “hipotenusa” e os outros dois lados são catetos



Trigonometria

- Vamos imaginar um triângulo com ângulos alfa, beta e o ângulo de 90 graus. Seus lados são A(hipotenusa), B(Cateto) e C(Cateto).
- O Seno de um ângulo simboliza o valor de seu cateto oposto (lado oposto) sobre o valor de sua hipotenusa.
- O Cosseno de um ângulo simboliza o valor de seu cateto adjacente sobre o valor de sua hipotenusa.
- A Tangente de um ângulo simboliza o valor de seu seno sobre seu cosseno



Trigonometria

- A Cossecante do ângulo é o valor da hipotenusa sobre o valor de seu cateto oposto (O valor contrário do seno do ângulo, podendo ser comparado com o inverso do seno)

1/Sen= Csc

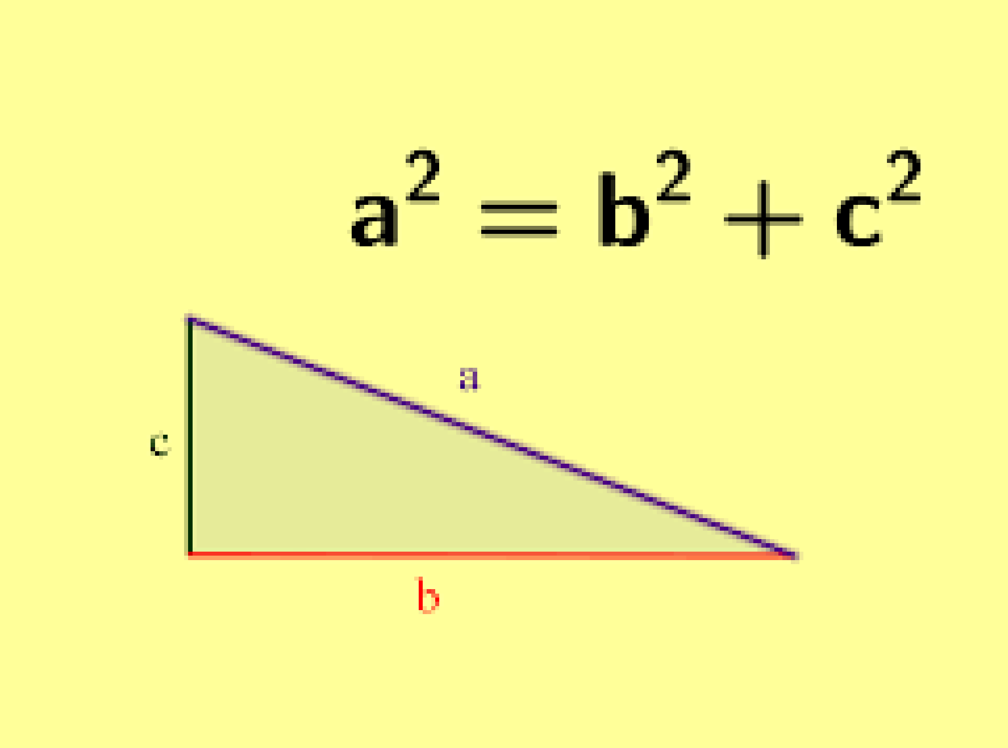
- A Secante do ângulo é o valor de sua hipotenusa sobre o valor de seu cateto adjacente (o valor inverso do cosseno do ângulo)

1/Cos = Sec

- A Cotangente é o valor do cosseno do ângulo sobre seu seno, sendo o inverso da tangente
- 1/Tg=CoTg

Trigonometria

- Existe também um teorema de um filósofo antigo, chamado Pitágoras, que descrevia uma propriedade nos triângulos Retângulos
- O famoso “teorema de Pitágoras”, descreve que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa



Trigonometria

- A partir desse teorema, outro teorema do triângulo retângulo foi formado, que se aplica ao uso do seno e do cosseno de um ângulo.

$$(hip)^2 = (cat)^2 + (cat)^2$$

$$(1)^2 = (sen\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2$$

$$\boxed{sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$$ **R.F.T.**

Esse teorema indica que o quadrado do seno de qualquer ângulo mais o quadrado do cosseno do mesmo ângulo somados, igualam a 1

Exemplo

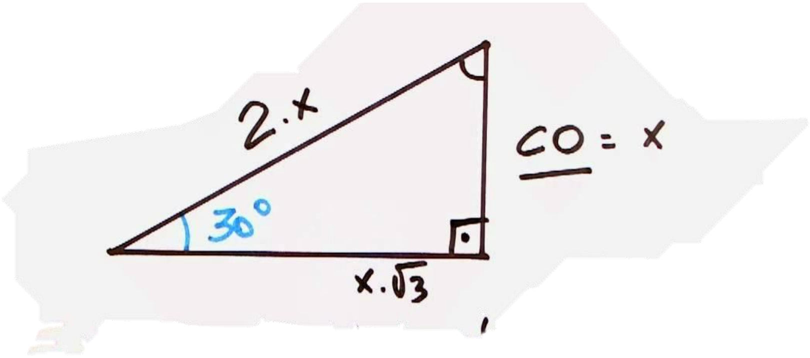
- $(\text{Sen}30)^2 + (\text{Cos}30)^2 = 1$

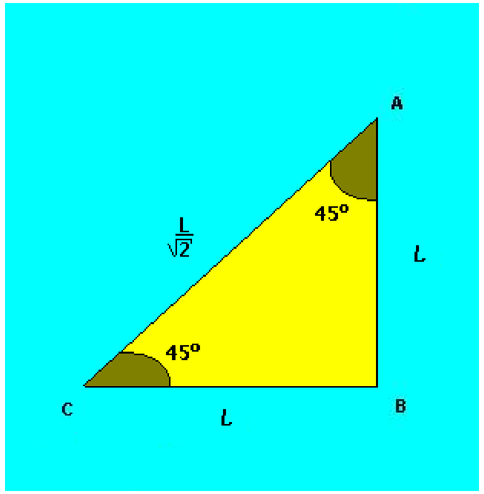
$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$

$4/4 = 1$

Trigonometria

- Propriedades do triângulo de 30 e 45

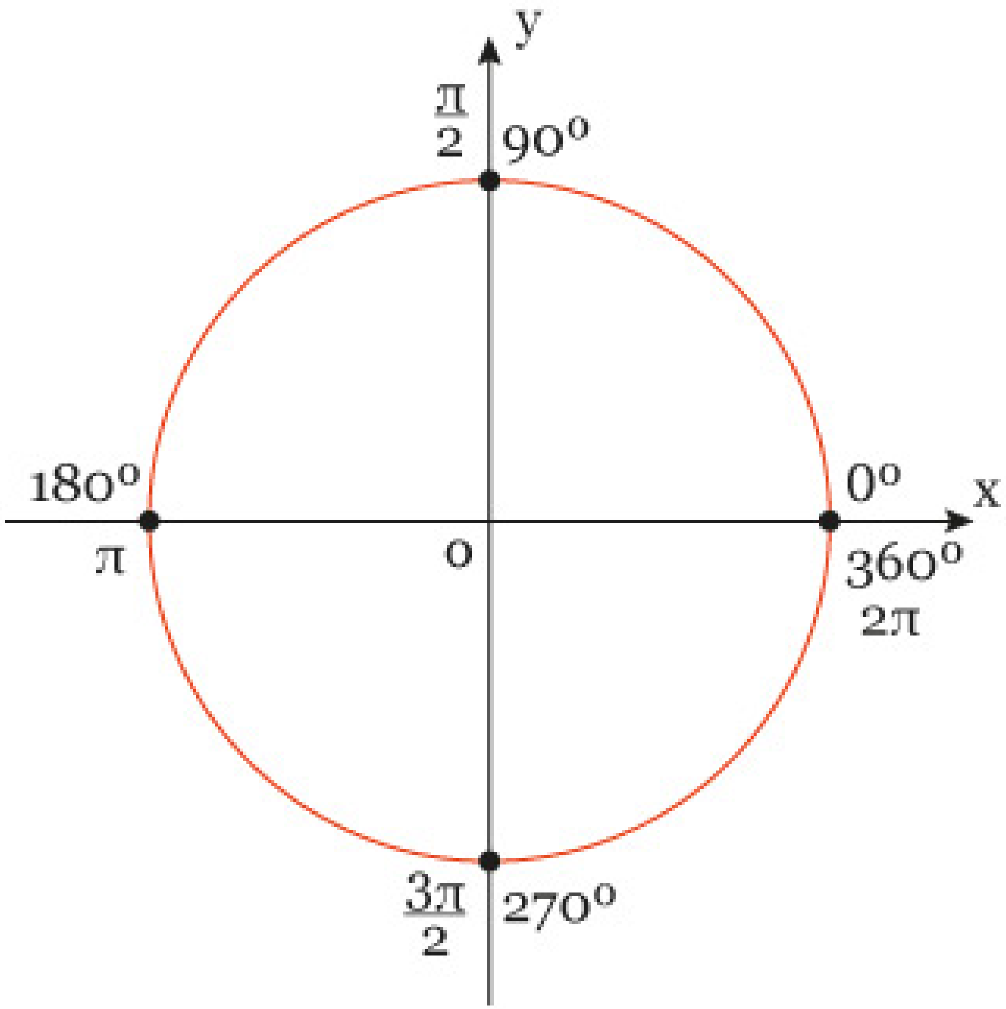




O Cateto Oposto ao ângulo de 30 graus é a metade da hipotenusa e o cateto oposto ao ângulo de 60 graus é a metade da hipotenusa vezes a raiz de 3.

Os catetos tem o mesmo valor, e a hipotenusa tem o mesmo valor deles vezes raiz de 2

Círculo Trigonométrico



Trigonometria

- Sistemas de medidas de arcos e ângulos

➢Sistema Sexagesimal: Dividido em grau, minuto e segundo

Grau: Medida que mais utilizamos para definir ângulos.

Ex: 1°/ 90°

Minuto: Medida utilizada para descrever 1/60 de 1°

Ex: 1°=60’ (Um grau é igual a 60 minutos)

Segundo: Medida utilizada para descrever 1/60 de 1’

Ex: 1’=60” (Um minuto é igual a 60 segundos)

- Conclusão Geral:

1°=60’=3600”

Trigonometria

- Sistema Decimal

➢ Grado: Medida igual a 1/100 de um reto

Ex: 1 reto mede 100 grados (1 reto é igual a 90°)

➢ Radianos: Medida utilizada para a descrição de ângulos e arcos

Ex: 180°= 200 gr (grados)= pi rad

Conversão

2pi radianos (Volta completa no círculo)= 360°= 400 grados

Trigonometria

- Comprimento de um arco:

Muitos exercícios acabam cobrando o valor do comprimento do arco, que pode ser facilmente medido por uma fórmula

- ❑ L=a.R

L= Comprimento do arco

a= medida do arco(em radianos)

R= raio

Exemplo 1: Sendo l= 3pi e R=2 cm. Determine a medida do arco

a) Em radianos

b) Em graus

Exemplo 1

- Para responder a letra a, aplicamos a fórmula L=a.R, descobrindo que a é igual a 3pi/2. A resposta do item a é então 3pi/2
- O item b pede essa medida em graus, logo devemos aplicar uma regra de 3 para obtermos a conversão. Outro jeito, é substituir o valor de pi por 180°, uma alternativa bem mais rápida

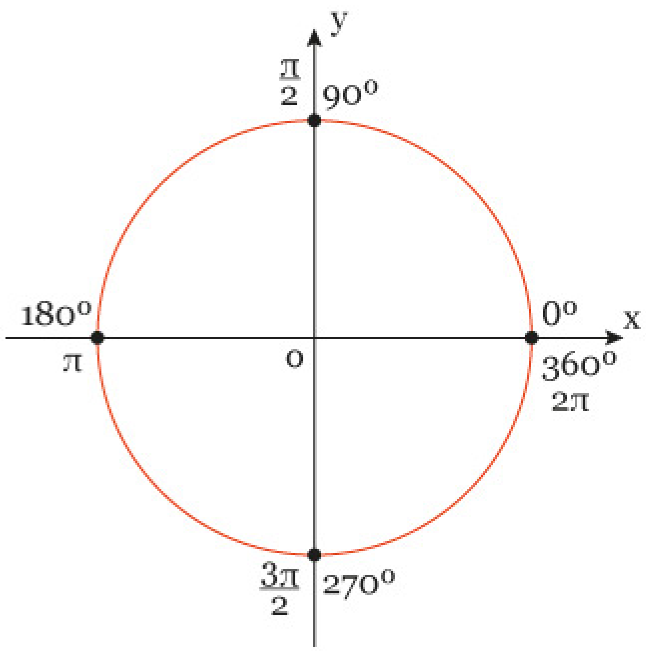
180°- pi rad

X- 3pi/2 rad

X= 270°

Mesmo resultado iríamos obter se substituirmos o pi por 180.

Círculo Trigonométrico



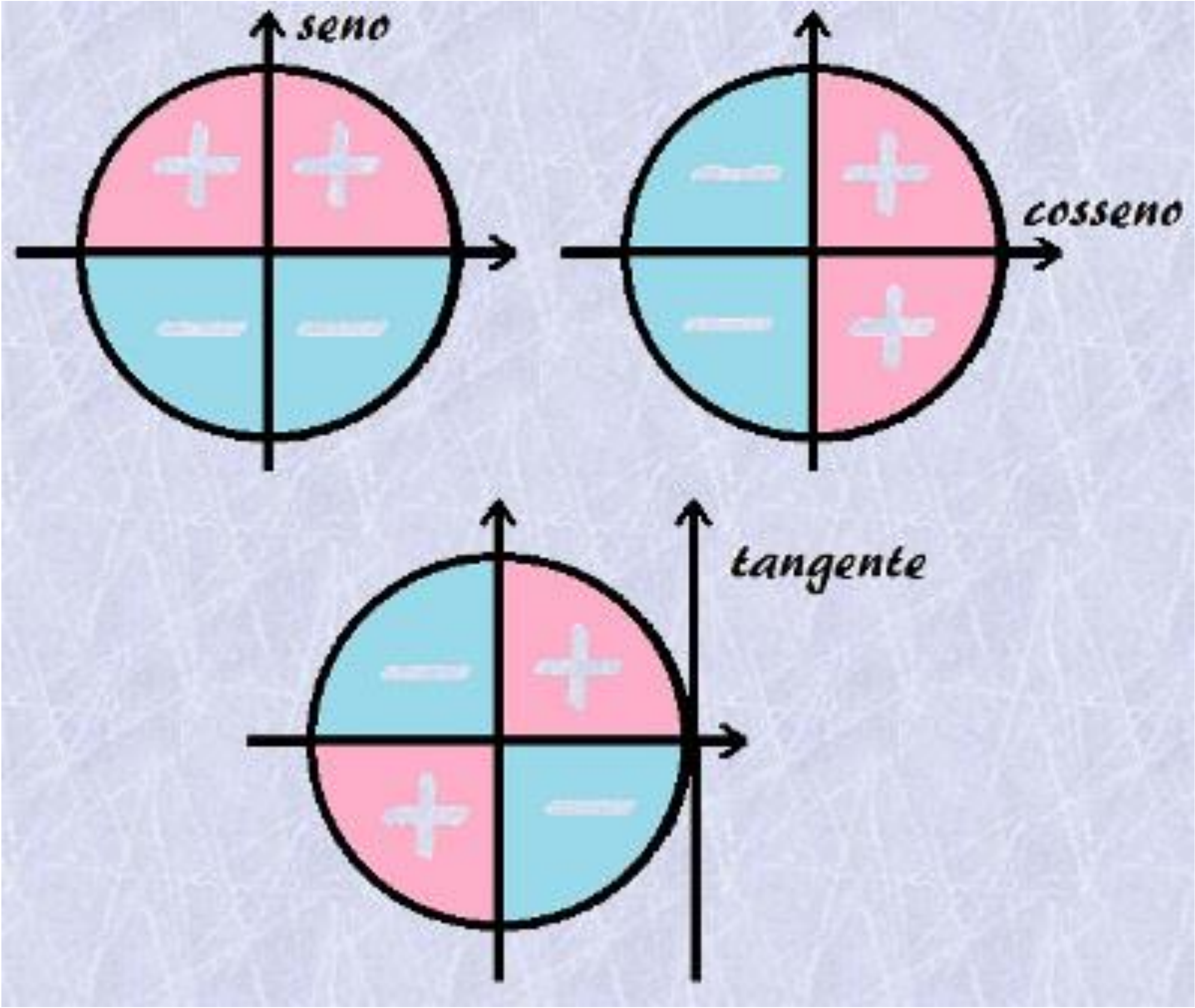
É dividido em 4 quadrantes, onde podemos obter o seno, cosseno e a tangente de todos os seus ângulos. O primeiro quadrante contém os ângulos de 0° até 90°. O segundo, de 90° até 180°. O Terceiro de 180° até 270°, e o 4 de 270° até 360°

É importante lembrar que o seno e o cosseno são sempre maiores ou iguais a -1 e menores ou iguais a +1.

Círculo Trigonométrico

- Quadrantes (Sinais)
- 1° Quadrante: Contém senos, cossenos e tangentes positivos
- 2° Quadrante: Contém senos positivos, e cossenos e tangentes negativos
- 3° Quadrante: Contém senos e cossenos negativos, e tangente positiva
- 4° Quadrante: Contém senos e tangentes negativos, e cossenos positivos

Círculo Trigonométrico



Círculos Trigonométricos

- Arcos Côngruos: Dois arcos são côngruos quando possuem a mesma origem e a mesma extremidade.

Ex: 6230° e 8390°

Como descobrir que são côngruos: Uma regra prática eficiente para determinar se dois arcos são côngruos consiste em verificar se a diferença entre eles é um número divisível ou múltiplo de 360º, isto é, a diferença entre as medidas dos arcos dividida por 360º precisa ter resto igual a zero.

Subtraia 8390-6230= 2.160

Pegue o resultado 2.160 e divida por 360=6

O resto é 0.

Determinação Positiva

- Objeto para descobrir os arcos côngruos, e quanto ângulos que deram mais de uma volta no círculo
- Ex:

60°- 1° Determinação Positiva

Para descobrir a segunda determinação, basta aplicar a forma:

K.360+Â, no caso do 60° para descobrir a segunda determinação positiva: 1.360°+60°=420° (2° determinação positiva)

Entendendo a fórmula

- X=K.360+â

X= Valor da determinação positiva

K= Número da determinação – 1

Â= Valor do ângulo inicial (60° no exemplo)

Determinação Negativa

- Assim, como existe a determinação positiva, também existe a negativa. Por exemplo,
- -1. 360° + 60°=-300° (1° determinação negativa)

- O que se altera na fórmula é apenas o sinal de K

X= -K.360°+Â

Equações Trigonométricas Elementares

- Equações que utilizam seno, cosseno, tangente, que tem o intuito de fazer você descobrir o conjunto solução, que é composto por um ou mais de um ângulo

Equações Trigonométricas Elementares

- Alguns Exemplos:
- SenX=1   X=90° ou pi/2
- SenX=0   X=0°/180°/360°

$\text{Sen}^2 X - \text{SenX}=0$

SenX(SenX-1)=0

SenX=0 e SenX-1=0/ SenX=1

S=(0°/90°/180°/360°)

Mais Exemplos

- 2SenX+1=0

2SenX=-1

SenX=-1/2 S=(210°/330°) ou (-30°/-150°)

- 2CosX+1=0

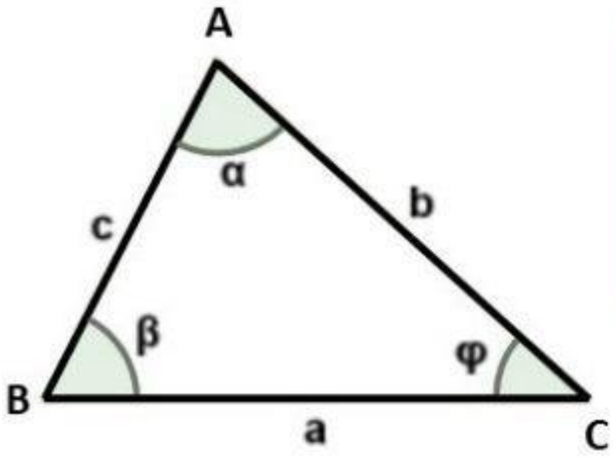
2Cos X=-1

CosX=-1/2

S=(0°/90°/270°/360°)

Lei dos Cossenos

$A^2 = B^2 + C^2 - 2BC.\ \cos\hat{A}$



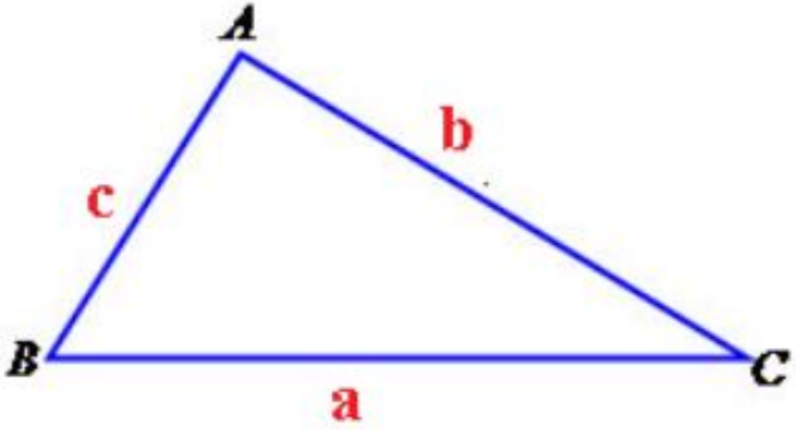
$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\ \cos\alpha$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\ \cos\beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\ \cos\varphi$

Lei dos Senos

a/Sena=b/Senb=c/Senc=2R (Diâmetro do círculo inscrito no triângulo)



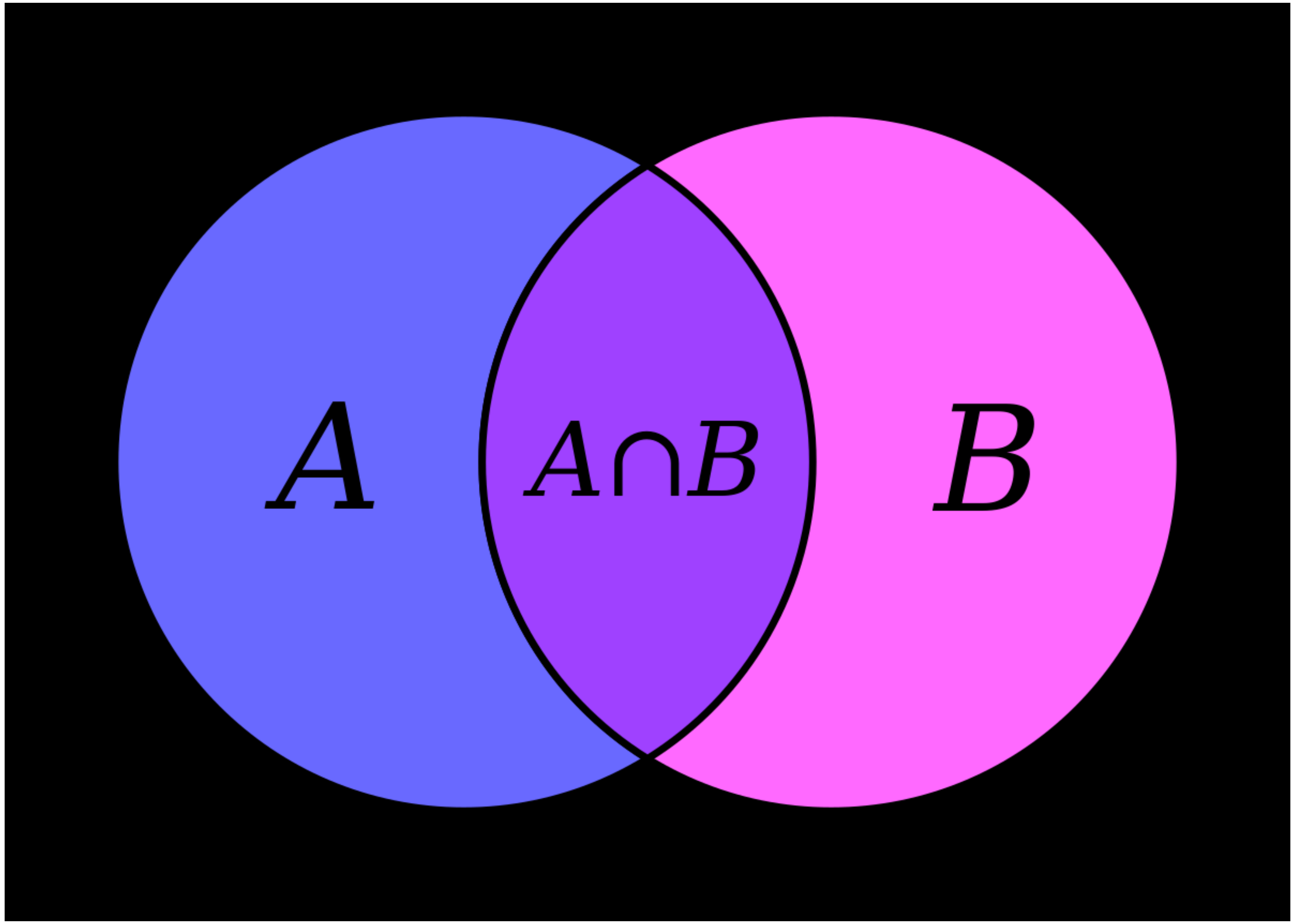
$$\frac{a}{senA}=\frac{b}{senB}=\frac{c}{senC}$$

Álgebra

Conjuntos

- Para entendermos melhor essa matéria, um bom exemplo é o seguinte: Em uma escola existem 40 alunos, desses 40, 20 preferem matemática, 10 preferem física, e os outros 10 gostam igual de matemática e física.
- Os conjuntos existem para demonstrar matematicamente esse problema

Conjuntos



No exemplo do slide anterior, vamos colocar as pessoas que preferem matemática na esfera A, e as que preferem física na esfera B. As que preferem as duas de maneira igual, vão estar na intersecção das duas esferas.

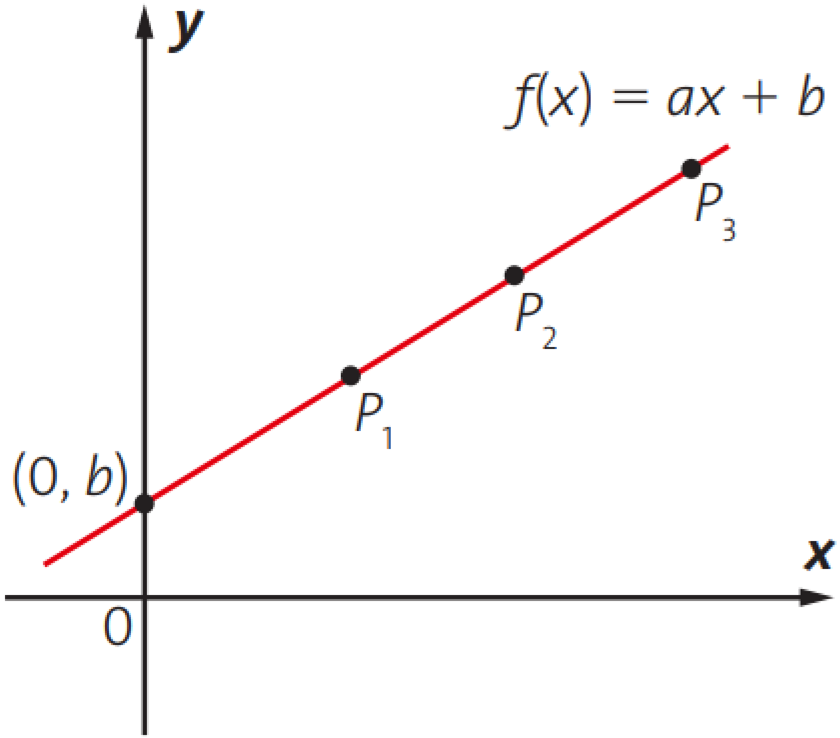
Termos

- Intersecção- Fica entre as duas ou três esferas do conjunto, e simbolizam exatamente os pontos (pessoas, objetos) que pertencem as duas ou três esferas, e não são representadas por apenas uma.
- União- Simbolizam o todo, todos os pontos presentes no conjunto
- Diagrama- Cada uma das esferas do conjunto

Função Afim

- A função afim é uma função do tipo y=ax+b
- As variáveis dessa função são as letras y e x, que variam com a alteração dos pontos no plano cartesiano
- Quanto as letras A e B, são coeficientes
- A-> Coeficiente angular, pode ser determinado de duas maneiras: A tangente do ângulo formado entre a reta da função e o eixo X, ou pela variação delta y/delta x
- B-> Coeficiente linear, pode ser determinado, já que é o ponto de intersecção entre a reta da função e o eixo Y

Gráfico da Função

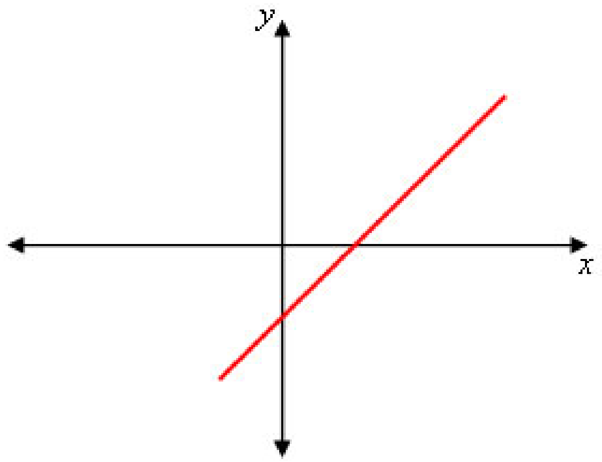


Representada por uma reta, que corta o eixo y em um ponto (b) e faz um ângulo com o eixo X, qual sua tangente é o valor de a

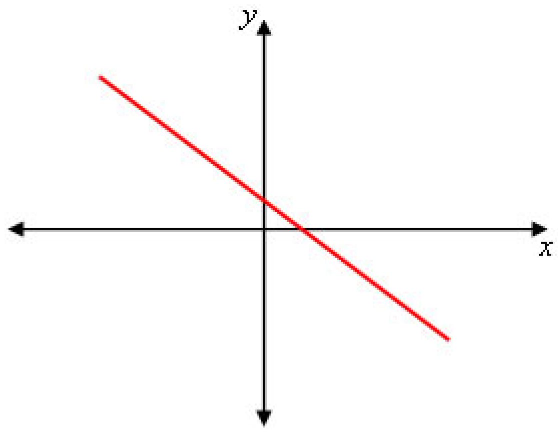
Função Afim

A Função pode ser crescente ou decrescente, dependendo do valor do a. Se o a for positivo a função é crescente, se o a for negativo a função é decrescente.

A função crescente se expande com o tempo, a decrescente se contrai



Crescente



Decrescente

Função Quadrática

- Função do tipo= $ax^2+ bx^2+cx^2$
- Raízes ou zeros da função: Pontos que tocam o eixo x (eixo y= 0):

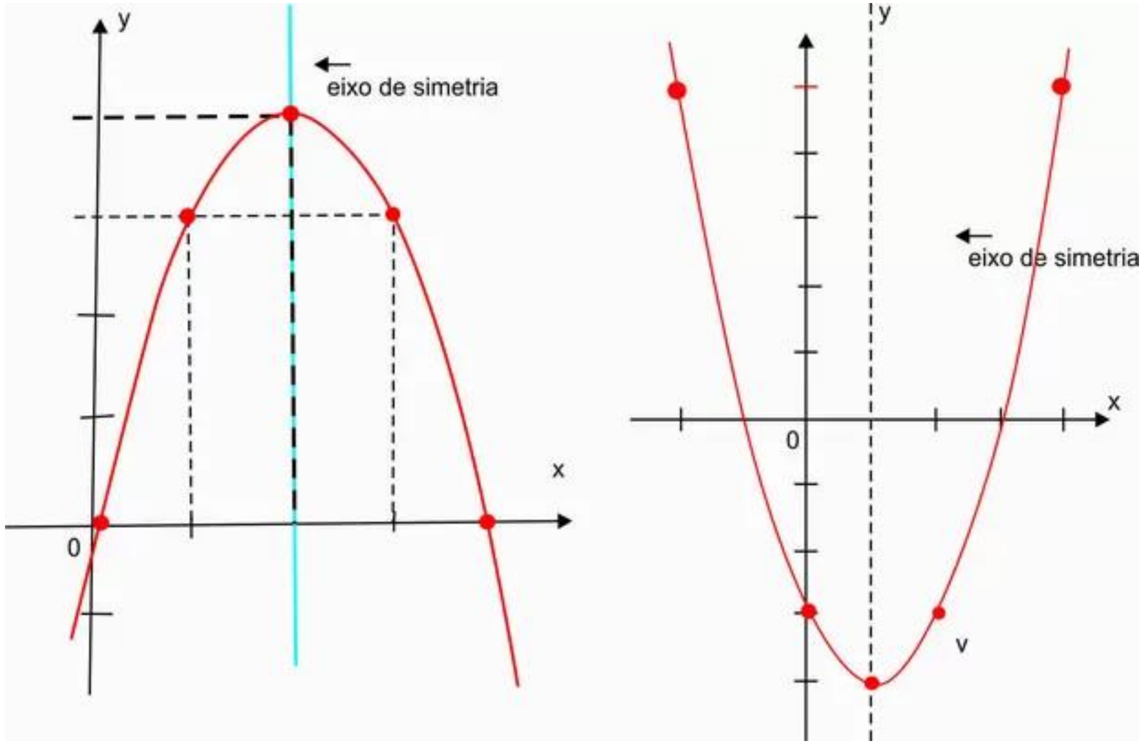
Para achar as raízes basta igualar a forma acima da função a zero, resultando em uma equação do segundo grau, a qual é muito importante lembrar da fórmula para resolver (fórmula de Bhaskara)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

A parte que está dentro da raiz quadrada pode ser chamada de delta

Função Quadrática

O gráfico da função é uma curva chamada parábola, que contém uma concavidade virada para cima ou para baixo

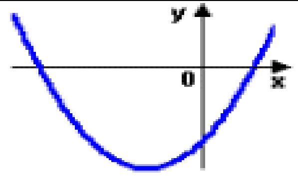
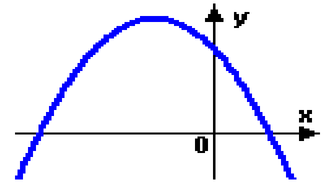
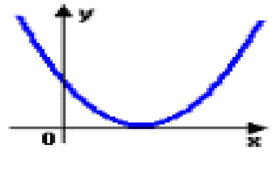
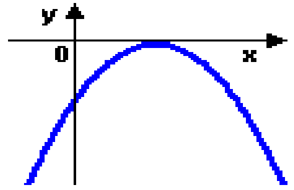
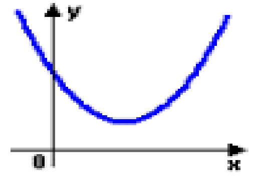
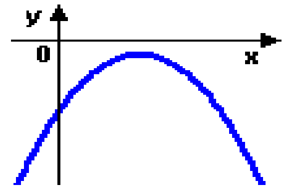


O que determina a concavidade da parábola é o valor de a, na fórmula da função. Se o a for positivo, a concavidade é para cima, como no exemplo 2 da figura. Se o a for negativo, a concavidade da figura é para baixo, como no exemplo 1 da figura.

Função Quadrática

Da para saber por meio do delta, quantas raízes tal função apresenta.

1) Se o delta for maior que 0, existem duas raízes reais e distintas
2) Se o delta for igual a 0, existem duas raízes reais e iguais
3) Se o delta for menor que 0, não existem raízes reais

delta Δ	a parábola no plano cartesiano	a > 0 concavidade para cima	a < 0 concavidade para baixo
$\Delta > 0$	corta o eixo horizontal em dois pontos		
$\Delta = 0$	toca em um ponto o eixo horizontal		
$\Delta < 0$	não corta o eixo horizontal		

Função Quadrática

Por fim, toda parábola contém um vértice, ponto mais alto ou mais baixo da figura. Podemos calcular o x e o y desse ponto denominado vértice.

Xv: -b/2ª

Yv:-delta/4a

$$x_v = \frac{x' + x''}{2}$$

$$x_v = \frac{\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}}{2}$$

$$x_v = \frac{\frac{-b+\sqrt{\Delta}-b-\sqrt{\Delta}}{2a}}{2}$$

$$x_v = \frac{-2b}{4a}$$

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$y_v = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a}$$

$$y_v = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

$$y_v = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

Função Exponencial

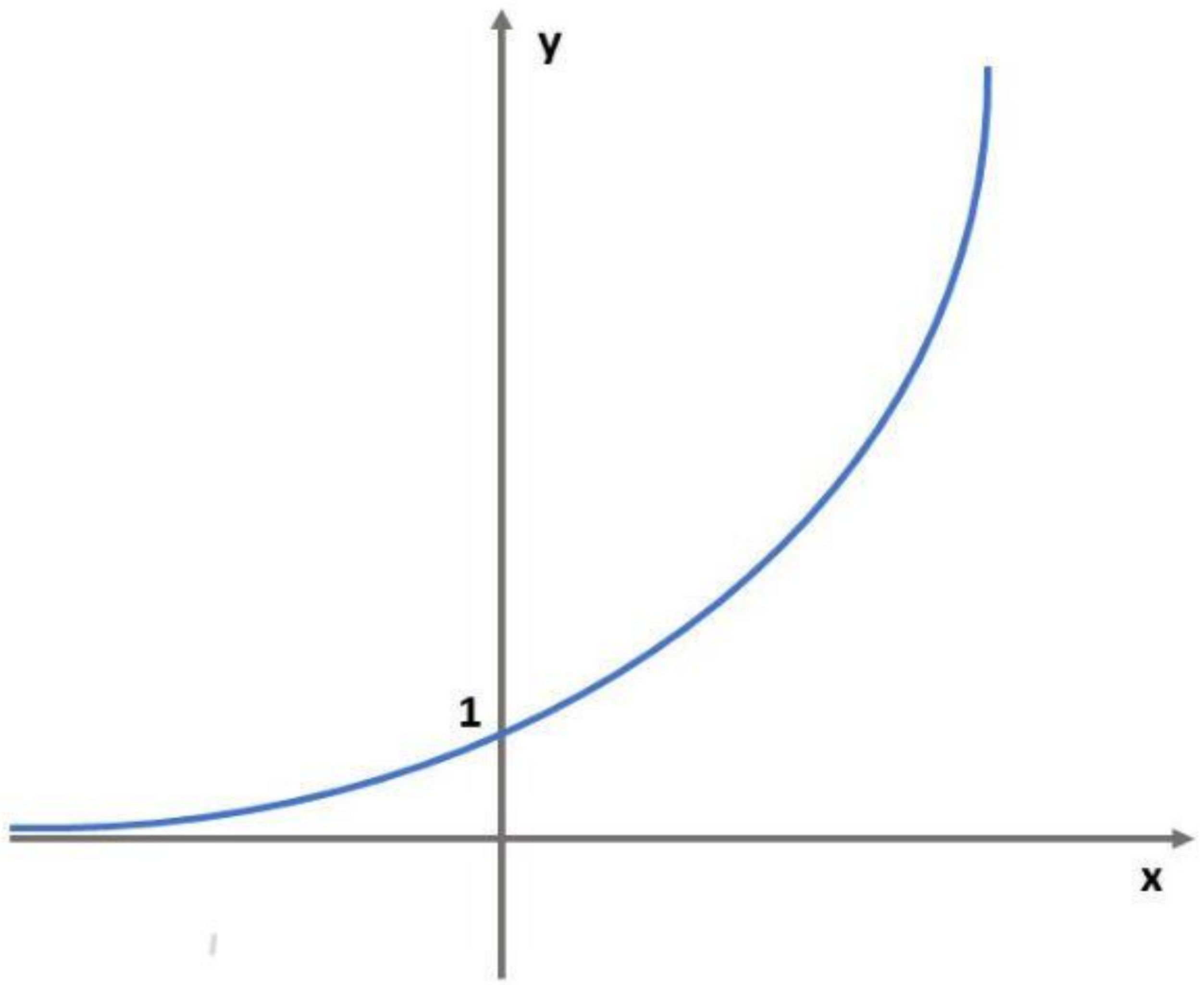
Função do tipo: $Y=a^x$

Na função, o termo a é a base, e o termo x o expoente. Sendo que a deve ser um número maior que 0 e diferente de 1

Relembrando...

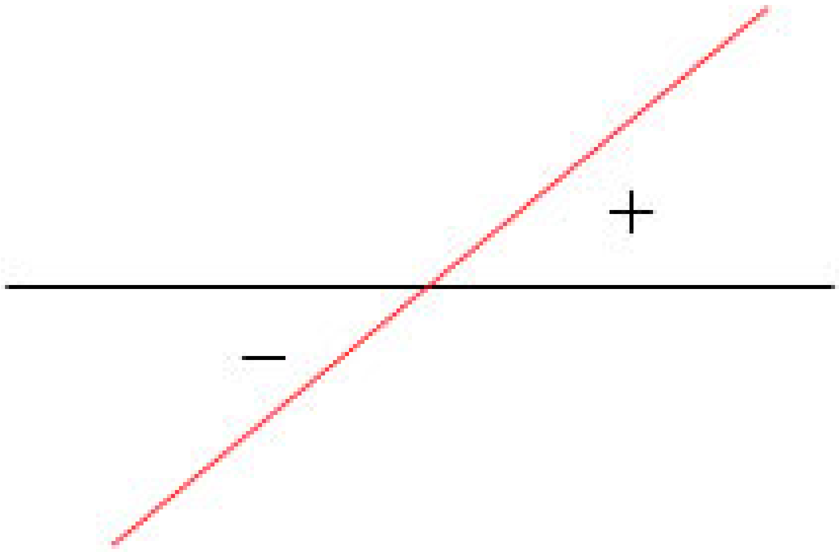
$$a^1 = a$$
$$a^2 = a \cdot a$$
$$a^3 = a \cdot a \cdot a$$
$$a^0 = \mathbf{1}$$
$$a^{-n} = \frac{\mathbf{1}}{a^n}$$
$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$
$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (\mathbf{a} \neq \mathbf{0})$$
$$(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^n = a^n \cdot b^n$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} (b \neq 0)$$
$$(a^n)^m = a^{m \cdot n}$$

Gráfico da Função

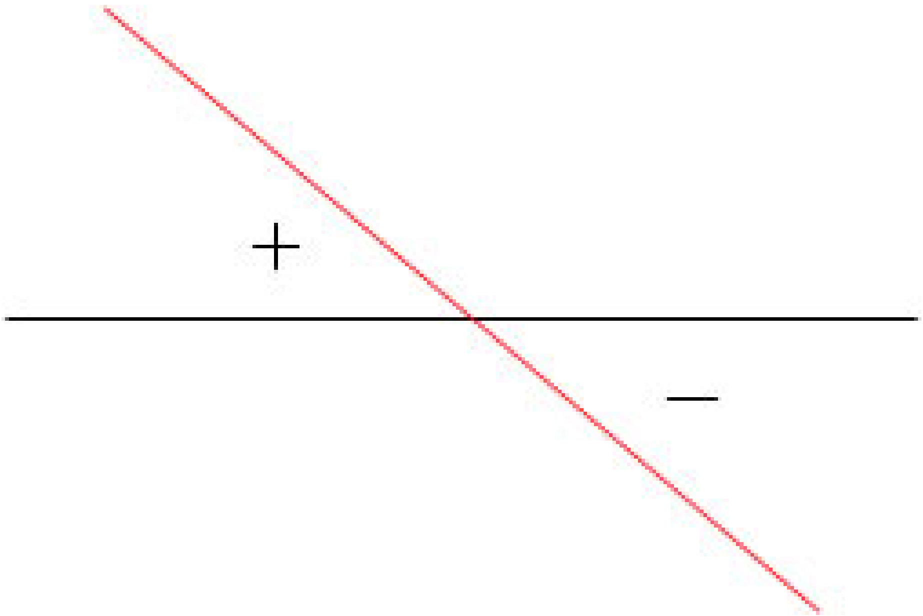


Estudo dos sinais das funções

Função Afim:



Sinal da função crescente



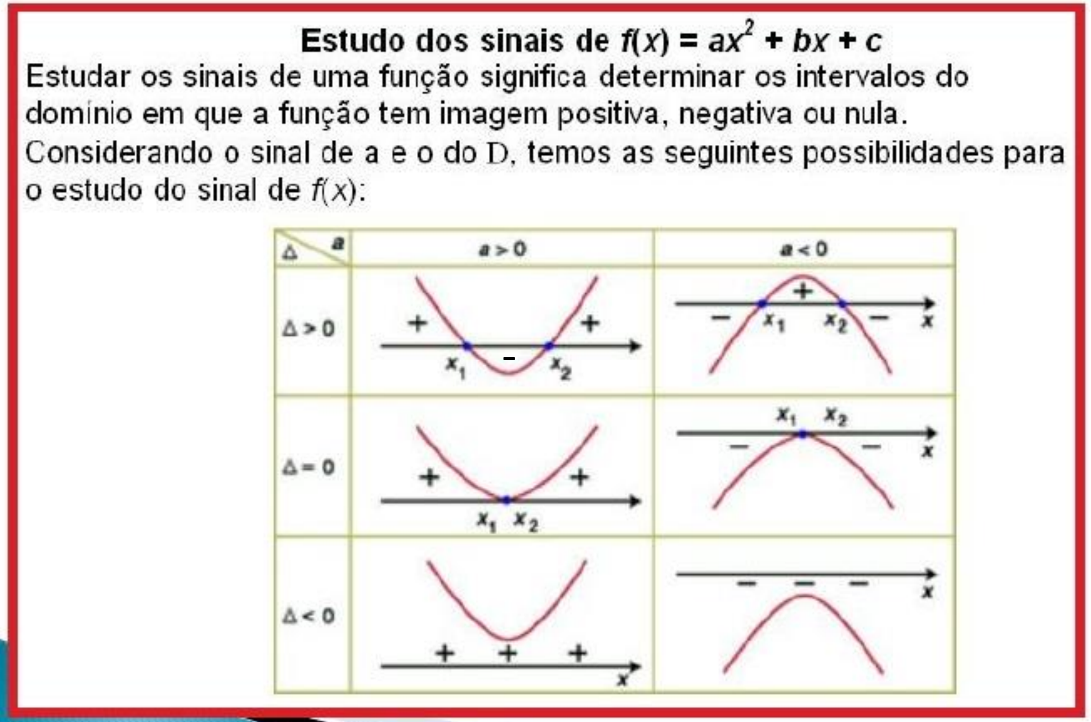
Sinal da função decrescente

Estudo dos sinais das funções

Função Quadrática

O Estudo dessa função depende do valor de a e do valor de seu delta

Fora das raízes, o sinal é o sinal de a, já entre as raízes, o sinal é de -a



https://www.slideshare.net/eliana260/funo-quadrtica-1/4

Inequações Exponenciais

- Para resolvê-las, basta igualar as bases, e prestar atenção na base e no sinal da inequação. Caso a base for maior que 1, o sentido do sinal se mantém, caso ela for negativa, o sentido se altera. O sinal troca de sentido também se um dos lados estiver negativo ou ambos.

Inequações Exponenciais

- Ex1: $2^x < 8$

  $2^x < 2^3$ (Igualar as bases)

  $X < 3$ (Quando a base for maior que 1, o sinal se mantém).

- Ex2: $-x > 7$

  $x < -7$ (Troca o sentido do sinal, pois o valor de x estava negativo, e alteramos ele para positivo)

- Ex3: $1/2^x > 1/2^2$ (A base é menor que 1, logo se altera o sinal)

  $X < 2$